DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞLARDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ

Yakup Deniz YAMAÇ

Eylül, 2024
İZMİR

AĞLARDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ

Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı, Bilgisayar Bilimleri Programı

Yakup Deniz YAMAÇ

Eylül, 2024
İZMİR

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

YAKUP DENİZ YAMAÇ tarafından **DOÇ. DR. ZEYNEP NİHAN BERBERLER** yönetiminde hazırlanan "**AĞLARDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ**" başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

.....

Doç. Dr. Zeynep Nihan BERBERLER

Danışman

.....	.....
Dr. Öğr. Üyesi Hande Tunçel GÖLPEK	Dr. Öğr. Üyesi Kazım ERDOĞDU
Jüri Üyesi	Jüri Üyesi

Prof. Dr. Okan FISTIKOĞLU
Müdür
Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının hazırlanmasında bana yol gösteren, değerli bilgi ve deneyimlerini paylaşan danışmanım Sayın Doç. Dr. Zeynep Nihan Berberler'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Kendisinin desteği, anlayışı ve sabrı bu çalışmanın tamamlanmasında büyük rol oynamıştır.

Ayrıca, akademik hayatım boyunca bana destek olan tüm hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma, bu süreçte beni yalnız bırakmayan aileme ve dostlarıma da teşekkür ederim. Bu yolculukta bana verdikleri manevi destek ve motivasyon, bu çalışmayı mümkün kılmıştır.

Yakup Deniz YAMAÇ

AĞLARDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ

ÖZ

Karmaşık ağlar, bileşenler ve bu bileşenler arasındaki etkileşimlerin, sırasıyla, tepeler ve ayırtlar olarak modellendiği gerçek hayattaki çok sayıda karmaşık sistemi temsil eder. Karmaşık ağlarda ağın yapısal özelliklerini, işlevlerini ve dinamik sürecini ağdaki diğer tepelerden daha fazla etkileyen anahtar tepeler vardır. Karmaşık ağlarda etkili tepelerin belirlenmesi için etkin uzaklık çekim merkezliği modeli önerilmiştir.

Bu tezde, 3-katmanlı ve 4-katmanlı olasılıksal sinir ağlarının etkili tepelerinin araştırılması için etkin uzaklık çekim merkezliği modeli uygulanmış ve elde edilen sonuçlar analiz edilmiştir. Bir çizgenin etkili tepelerini belirlemek için etkin uzaklık çekim merkezliği modelini kullanan polinom zamanlı bir hesaplama yöntemi önerilmiştir.

Anahtar kelimeler: Etkin uzaklık, çekim merkezliği modeli, olasılıksal sinir ağları

EFFECTIVE DISTANCE GRAVITY CENTRALITY MODEL IN NETWORKS

ABSTRACT

Complex networks represent numerous complex systems in the real world in which components and interactions between these components, respectively, are modeled as nodes and edges. In complex networks, there exist key nodes affecting the structural properties, functions, and active procedure of the network more than the other nodes in the network. Effective distance gravity model to identify the effective nodes in complex networks is proposed.

In this thesis, effective distance gravity model is applied to investigate the effective nodes in 3-layered probabilistic neural networks and 4-layered probabilistic neural networks and the obtained results are analyzed. A polynomial time computation method is proposed which utilizes effective distance gravity model to determine the effective nodes of a graph.

Keywords: Effective distance, gravity model, probabilistic neural networks

İÇİNDEKİLER

Sayfa

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU ii
TEŞEKKÜR iii
ÖZ iv
ABSTRACT v
ŞEKİLLER LİSTESİ vii
TABLOLAR LİSTESİ viii

BÖLÜM BİR – GİRİŞ 1

BÖLÜM İKİ – TEMEL TANIMLAR 3

BÖLÜM ÜÇ – ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ 4

BÖLÜM DÖRT – 3-KATMANLI OLASILIKSAL SİNİR AĞLARINDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ 7

BÖLÜM BEŞ – 4-KATMANLI OLASILIKSAL SİNİR AĞLARINDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ 19

BÖLÜM ALTI – ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ İÇİN HESAPLAMA YÖNTEMİ 38

BÖLÜM YEDİ – SONUÇLAR 41

KAYNAKLAR 42

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1 G çizgesi 5
Şekil 4.1 3-katmanlı olasılıksal sinir ağı $OSA(n, k, m)$ 7
Şekil 5.1 4-katmanlı olasılıksal sinir ağı $OSA(n, k, m, 1)$ 20

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1 G çizgesindeki tepelerin dereceleri 5
Tablo 3.2 1 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri 5
Tablo 3.3 2 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri 5
Tablo 3.4 3 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri 5
Tablo 3.5 4 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri 5
Tablo 3.6 5 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri 6
Tablo 3.7 6 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri 6
Tablo 3.8 G çizgesindeki tepelerin EffG merkezlik puanları 6

BÖLÜM BİR
GİRİŞ

Karmaşık ağlar, ulaşım, elektrik, bilgisayar sistemleri, sosyal ve biyolojik sistemler gibi gerçek hayattaki çeşitli karmaşık sistemlerin yapısını ve dinamik davranışını incelemek için yaygın olarak kullanılmaktadır. Karmaşık ağlar, karmaşık sistemlerdeki nesneler arasındaki ilişkileri etkili bir biçimde açıklayabilen modellerdir. Karmaşık ağlar, sırasıyla V ve E kümelerinin tepe ve ayrıt kümelerini temsil ettiği bir $G = (V, E)$ çizgesi ile gösterilebilir. Karmaşık ağlarda tepeler, genler, istasyonlar, havaalanları, bilgisayarlar ve bireyler gibi çeşitli bileşenleri, ayrıtlar da farklı bileşenler arasındaki etkileşimleri temsil eder.

Karmaşık ağlarda, ağın yapısal özelliklerini, işlevlerini ve dinamik sürecini ağdaki diğer tepelerden daha fazla etkileyen anahtar tepeler vardır. Örneğin, az sayıda etkili tepenin bozulması, ağdaki diğer tepelerin aşamalı olarak bozulmasına ve hatta tüm ağın işlev dışı kalmasına neden olabilir. Karmaşık ağlardaki etkili tepelerin belirlenmesi, ağ bilimindeki en önemli ve temel araştırma konularından biridir. Karmaşık ağlardaki etkili tepelerin belirlenmesi, ağların araştırılmasını ilerletmek, sistem tasarımını optimize etmek ve ağ güvenliğini artırmak için çok önemlidir. Önemli tepelerin korunması ve kullanılması, karmaşık sistemin güvenliğini ve işlevsel etkinliğini sağlayabilir. Örneğin, elektrik şebekesinde etkili tepelerin belirlenmesi, güç sistemindeki arızaların ve kesintilerin tahmin edilmesine ve önlenmesine yardımcı olabilir. Güç sistemindeki kritik tepeler belirlenebilirse, bu tepeler daha iyi korunabilir ve böylece güç sisteminin güvenliği ve kararlılığı arttırılabilir.

Karmaşık ağlarda etkili tepelerin belirlenmesi için etkin uzaklık çekim merkezliği modeli önerilmiştir (Shang, Deng, ve Cheong, 2021). Etkin uzaklık çekim merkezliği modeli, ağdaki bir tepenin lokal bilgisini ve ağın global bilgisini kapsamlı olarak ele alır. Gerçek hayatta kullanılan ağlarda tepeler arasında dinamik bir etkileşim vardır. Öklid uzaklığı sadece tepelerin statik topolojik uzaklığına odaklanır; dolayısıyla

ağdaki gömülü dinamik bilgi akışını etkin bir şekilde araştırmaz. Etkin uzaklık ise, ağdaki tepeler arasındaki dinamik bilgi etkileşimini tam olarak dikkate alır. Etkin uzaklığın Öklid uzaklığından en önemli farkı asimetrik olmasıdır. Etkin uzaklık çekim merkezliği modeli, ağın gömülü dinamik yapısını ve ağın etkin işleyişine hakim olan tepeler arasındaki dinamik etkileşim bilgisini ortaya çıkarabilir. Dinamik bilgi ile statik bilginin kombinasyonu, karmaşık ağlardaki önemli tepeleri daha iyi tespit edebilir. Etkin uzaklık çekim merkezliği modelinde kullanılan kümülatif merkezlik puanı hesaplama yöntemi, kararsız yapının neden olduğu tanımlama hatasını azaltır. Etkin uzaklık çekim merkezliği modelinin uygunluğunu ve etkinliğini göstermek için çeşitli hesaplamalar ve literatürdeki diğer yöntemlerle kıyaslamalar yapılmıştır. Elde edilen deneysel sonuçlar, önerilen yöntemin mevcut yöntemlere göre daha sağlam ve makul olduğunu göstermiştir.

Sinir ağı, sinir dokusunu ve sinir sistemini model alan bir bilgisayar sistemidir. Sinir ağları, nörokimya, yapay zeka, makine öğrenmesi, saldırı tespit sistemi, bilgisayar grafikleri, derin öğrenme, görüntü işleme, tıp, kimya ve çevre bilimleri gibi birçok alanda ve uygulamada çalışılmaktadır (Javaid ve Cao, 2018). Olasılıksal sinir ağı, karar verme ve sınıflandırma problemlerinde kullanılan denetimli bir ağdır (Vicino, 1998).

İzleyen bölümde tezde kullanılan temel tanımlar verilmiştir. Diğer bölümlerde etkin uzaklık çekim merkezliği modeli tanımı verilmiş, 3-katmanlı ve 4-katmanlı olasılıksal sinir ağlarında etkin uzaklık çekim merkezliği modeli çalışılmış, etkin uzaklık çekim merkezliği modeli için hesaplama yöntemi önerisi yapılmıştır.

BÖLÜM İKİ
TEMEL TANIMLAR

Bu bölümde, bu tezde kullanılan temel tanımlar verilmiştir.

Tanım 2.1: (Chartrand ve Lesniak, 1996) Bir G çizgesinin herhangi bir *v* tepesine bitişik ayrıtların sayısına *v* tepesinin derecesi denir ve *deg(v)* olarak gösterilir.

Tanım 2.2: (Buckley ve Harary, 1990) Bir G çizgesinde herhangi iki tepeyi birbirine bağlayan yollardan en az ayrıta sahip olan yola en kısa yol denir.

Tanım 2.3: (Buckley ve Harary, 1990) Bir G çizgesinde herhangi iki tepe arasındaki en kısa yolda bulunan ayrıt sayısına iki tepe arasındaki uzaklık denir. $u, v \in V(G)$ olmak üzere G çizgesinde u ve v tepeleri arasındaki uzaklık $d(u, v)$ ile gösterilir.

Tanım 2.4: (Chartrand ve Lesniak, 1996) Bir G çizgesinin her tepe çifti arasında en az bir yol var ise G çizgesine birleştirilmiş çizge denir.

Tanım 2.5: (Chartrand ve Lesniak, 1996) Bir G çizgesinde bir tepe herhangi bir ayrıta bitişik değilse bu tepeye izole tepe denir.

Tanım 2.6: (Chartrand ve Lesniak, 1996) G çizgesi $V(G)$ tepeler kümesi ve $E(G)$ ayrıtlar kümesine sahip olan bir çizge olsun. $V(H) \subseteq V(G)$ ve $E(H) \subseteq E(G)$ olacak şekilde $V(H)$ tepeler kümesi ve $E(H)$ ayrıtlar kümesine sahip olan H çizgesine G çizgesinin alt çizgesi denir.

Tanım 2.7: (Chartrand ve Lesniak, 1996) Birleştirilmemiş bir çizgenin birleştirilmiş veya izole tepelerden oluşan her bir alt çizgesine çizgenin bileşeni denir.

BÖLÜM ÜÇ
ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ

Bu bölümde, etkin uzaklık çekim merkezliği modeli tanımlanmıştır.

Tanım 3.1: (Brockmann ve Helbing, 2013) Birbirine komşu olan u ve v tepeleri için u tepesinden v tepesine etkin uzaklık değeri

$$D_{v|u} = 1 - \log_2(P_{v|u}) \tag{3.1}$$

olarak tanımlanır. Burada, $P_{v|u}$ u tepesinden v tepesine olan olasılıktır ve

$$P_{v|u} = \frac{1}{\deg(u)} \quad (u \neq v) \tag{3.2}$$

ile hesaplanır. Eğer $u = v$ ise, $D_{v|u} = 0$ olur. Birbirine komşu olmayan tepeler için, bu tepeler arasındaki etkin uzaklık geçişli olarak hesaplanabilir. Örneğin, u tepesinden y tepesine etkin uzaklık $D_{y|u} = D_{z|u} + D_{y|z}$ benzeri olacak şekilde elde edilebilir. Eğer u ve v tepeleri arasında birden fazla yol var ise bu tepeler arasındaki en kısa yol kullanılır. $D^i_{v|u}$, u tepesinden v tepesine farklı etkin uzaklıkları temsil etmek üzere u tepesinden v tepesine etkin uzaklık

$$D_{v|u} = \min\{D^1_{v|u}, D^2_{v|u}, D^3_{v|u}, \ldots\} \tag{3.3}$$

olarak belirlenir.

Tanım 3.2: (Shang ve diğer., 2021) x ve y tepeleri için etkileşim puanı

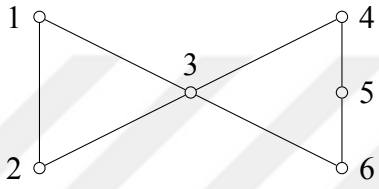
$$W_{\text{etkileşim}}(x, y) = \frac{\deg(x)\deg(y)}{D^2_{y|x}} \tag{3.4}$$

olarak tanımlanır. x tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{\text{EffG}}(x) = \sum_{v \in V, v \neq x} W_{\text{etkileşim}}(x, v) = \sum_{v \in V, v \neq x} \frac{\deg(x)\deg(v)}{D^2_{v|x}} \tag{3.5}$$

olarak hesaplanır.

Örnek 3.1 Şekil 3.1'de gösterilen G çizgesine etkin uzaklık çekim merkezliği modelinin uygulanması:



Şekil 3.1 G çizgesi

Tablo 3.1 G çizgesindeki tepelerin dereceleri

Tepe	1	2	3	4	5	6
Derece	2	2	4	2	2	2

Tablo 3.2 1 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri

i	1	2	3	4	5	6
$D_{i\|1}$	0	2	2	5	7	5

Tablo 3.3 2 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri

i	1	2	3	4	5	6
$D_{i\|2}$	2	0	2	5	7	5

Tablo 3.4 3 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri

i	1	2	3	4	5	6
$D_{i\|3}$	3	3	0	3	5	3

Tablo 3.5 4 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri

i	1	2	3	4	5	6
$D_{i\|4}$	5	5	2	0	2	4

Tablo 3.5'te 4 tepesinden 6 tepesine olan etkin uzaklık değeri

$$D_{6|4} = \min\{D_{3|4} + D_{6|3}, D_{5|4} + D_{6|5}\} \tag{3.6}$$

$$D_{6|4} = \min\{1 - \log_2(P_{3|4}) + 1 - \log_2(P_{6|3}), 1 - \log_2(P_{5|4}) + 1 - \log_2(P_{6|5})\} \quad (3.7)$$

$$D_{6|4} = \min\{2 - \log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{4}, 2 - \log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{2}\} \quad (3.8)$$

$$D_{6|4} = \min\{5, 4\} = 4 \quad (3.9)$$

şeklinde hesaplanır.

Tablo 3.6 5 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri

i	1	2	3	4	5	6
$D_{i\|5}$	7	7	4	2	0	2

Tablo 3.7 6 tepesinden diğer tepelere olan etkin uzaklık değerleri

i	1	2	3	4	5	6
$D_{i\|6}$	5	5	2	4	2	0

Tablo 3.1'deki tepe dereceleri ve Tablo 3.2-3.7'deki etkin uzaklık değerleri kullanılarak G çizgesindeki her bir tepenin EffG merkezlik puanı hesaplanır.

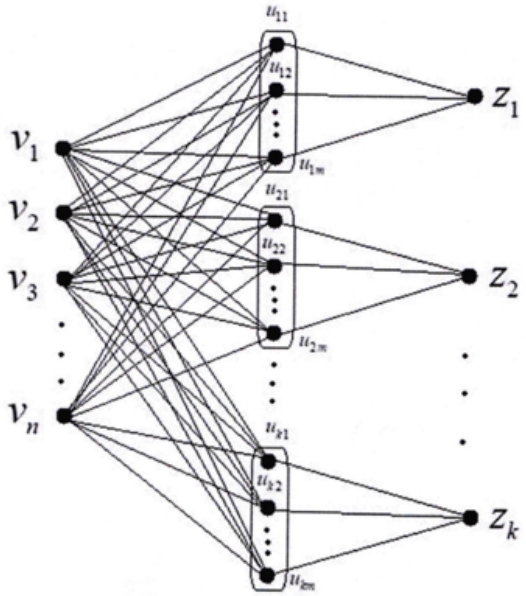
Tablo 3.8 G çizgesindeki tepelerin EffG merkezlik puanları

i	1	2	3	4	5	6
$C_{\text{EffG}}(i)$	3.4016	3.4016	3.8755	3.57	2.6632	3.57

3 tepesi G çizgesinde EffG merkezlik puanı en yüksek olan tepedir. 3 tepesinin çizgede merkezi konumda yer aldığı, diğer tepelerle daha güçlü bağlantıya sahip olduğu ve çizgedeki en fazla sayıda en kısa yolu kapsadığı gözlemlenebilir. 3 tepesi olmadan çizge birleştirilmemiş çizge olur ve bileşenlerine ayrılır. O halde, 3 tepesinin G çizgesindeki en etkili tepe olduğunu söylemek mantıklıdır.

BÖLÜM DÖRT
3-KATMANLI OLASILIKSAL SİNİR AĞLARINDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ

3-katmanlı olasılıksal sinir ağı, tepelerden oluşan üç katmandan oluşur ve $n, k, m \in Z^+$ olmak üzere $OSA(n, k, m)$ ile gösterilir. Birinci katman girdi katmanı, ikinci katman gizli katman ve üçüncü katman çıktı katmanı olarak bilinir. Birinci katman, ikinci katman ve üçüncü katman, sırasıyla, n tepe, her bir sınıfta m tepe olan k sınıf ve k tepe içerir. 3-katmanlı olasılıksal sinir ağının mimarisinde girdi katmanındaki her bir tepe, gizli katmanın her bir sınıfında bulunan tüm tepeler ile komşudur ve gizli katmanın her bir sınıfında bulunan tüm tepeler, çıktı katmanının tek bir tepesine komşudur. 3-katmanlı olasılıksal sinir ağının girdi katmanının tepeleri $v_1, \ldots, v_n$, gizli katmanının tepeleri $u_{11}, \ldots, u_{1m}, \ldots, u_{k1}, \ldots, u_{km}$, çıktı katmanının tepeleri $z_1, \ldots, z_k$ ile gösterilsin. Girdi katmanına ait bir tepenin derecesi $deg(v_i) = km \quad (1 \leq i \leq n)$, gizli katmana ait bir tepenin derecesi $deg(u_{xy}) = n + 1$ $(1 \leq x \leq k, 1 \leq y \leq m)$, çıktı katmanına ait bir tepenin derecesi $deg(z_t) = m$ $(1 \leq t \leq k)$ olur.



Şekil 4.1 3-katmanlı olasılıksal sinir ağı $OSA(n, k, m)$

Teorem 4.1: $OSA(n,k,m)$ $n+k(m+1)$ tepeli 3-katmanlı olasılıksal sinir ağı olmak üzere, $v \in V(OSA(n,k,m))$ için

$$C_{\text{EffG}}(v) = \begin{cases} k^2m^2\left(\frac{n}{(2+\log_2(km)+\log_2(n+1))^2} + \frac{n+1}{(1+\log_2(km))^2}\right), & v = v_i\ (1 \le i \le n) \text{ ise;} \\ (n+1)^2\left(\frac{(m-1)}{(2+\log_2(n+1)+\log_2 m)^2} + \frac{1}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(mk))^2}\right) + & \\ m(n+1)\left(\frac{nk+1}{(1+\log_2(n+1))^2} + \frac{k-1}{(3+2\log_2(n+1)+\log_2(mk))^2}\right), & v = u_{xy}\ (1 \le x \le k, 1 \le y \le m) \text{ ise;} \\ m^2\Bigg(\frac{n+1}{(1+\log_2 m)^2} + \frac{nk}{(2+\log_2 m+\log_2(n+1))^2} + & \\ \frac{(k-1)(n+1)}{(3+\log_2 m+\log_2(n+1)+\log_2(mk))^2} + \frac{k-1}{(4+\log_2 m+\log_2(n+1)^2+\log_2(mk))^2}\Bigg), & v = z_t\ (1 \le t \le k) \text{ ise.} \end{cases} \tag{4.1}$$

İspat: $OSA(n,k,m)$ ağının tepelerinin $EffG$ merkezlik puanlarını hesaplamak için ağın üç katmanına ait tepeler için üç durum vardır:

Durum 1: v_i $(1 \le i \le n)$ girdi katmanının bir tepesi olmak üzere üç durum vardır:

Alt Durum 1: v_i ile girdi katmanına ait v_j $(1 \le j \le n, j \ne i)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_j|v_i} = D_{u_{xy}|v_i} + D_{v_j|u_{xy}} \tag{4.2}$$

$$D_{v_j|v_i} = 1 - \log_2\left(P_{u_{xy}|v_i}\right) + 1 - \log_2\left(P_{v_j|u_{xy}}\right) \tag{4.3}$$

$$D_{v_j|v_i} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) + 1 - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) \tag{4.4}$$

$$D_{v_j|v_i} = 2 + \log_2(km) + \log_2(n+1) \tag{4.5}$$

olur.

O halde, girdi katmanında bulunan v_i ve v_j tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, v_j) = \frac{\deg(v_i)\deg(v_j)}{D^2_{v_j|v_i}} \tag{4.6}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, v_j) = \frac{(km)^2}{(2 + \log_2(km) + \log_2(n+1))^2} \tag{4.7}$$

olur.

Alt Durum 2: v_i ile gizli katmana ait u_{xy} ($1 \leq x \leq k$,$1 \leq y \leq m$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{xy}|v_i} = 1 - \log_2(P_{u_{xy}|v_i}) \tag{4.8}$$

$$D_{u_{xy}|v_i} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) = 1 + \log_2(km) \tag{4.9}$$

olur.

O halde, v_i ve u_{xy} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, u_{xy}) = \frac{\deg(v_i)\deg(u_{xy})}{D^2_{u_{xy}|v_i}} \tag{4.10}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, u_{xy}) = \frac{(km)(n+1)}{(1 + \log_2(km))^2} \tag{4.11}$$

olur.

Alt Durum 3: v_i tepesi ile çıktı katmanına ait z_t ($1 \leq t \leq k$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_t|v_i} = D_{u_{ty}|v_i} + D_{z_t|u_{ty}} \quad (1 \leq y \leq m) \tag{4.12}$$

$$D_{z_t|v_i} = 1 - \log_2(P_{u_{ty}|v_i}) + 1 + \log_2(P_{z_t|u_{ty}}) \tag{4.13}$$

$$D_{z_t|v_i} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) + 1 - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) \tag{4.14}$$

$$D_{z_t|v_i} = \log_2(km) + \log_2(n+1) + 2 \tag{4.15}$$

olur.

O halde, v_i ve z_t tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_t) = \frac{\deg(v_i)\deg(z_t)}{D^2_{z_t|v_i}} \tag{4.16}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_t) = \frac{(km)m}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} \tag{4.17}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_t) = \frac{km^2}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} \tag{4.18}$$

olur.

Alt Durum 1-3'ten, v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{\text{EffG}}(v_i) = \sum_{w \in V(OSA(n,k,m)), w \neq v_i} W_{\text{etkileşim}}(v_i, w) \tag{4.19}$$

$$C_{\text{EffG}}(v_i) = \sum_{j=1,j\neq i}^{n} W_{\text{etkileşim}}(v_i, v_j) + \sum_{x=1}^{k}\sum_{y=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(v_i, u_{xy}) + \sum_{t=1}^{k} W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_t) \tag{4.20}$$

$$C_{\text{EffG}}(v_i) = \sum_{j=1,j\neq i}^{n} \frac{k^2m^2}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} + \sum_{x=1}^{k}\sum_{y=1}^{m} \frac{(km)(n+1)}{(1 + log_2(km))^2} + \sum_{t=1}^{k} \frac{km^2}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} \tag{4.21}$$

$$C_{\text{EffG}}(v_i) = \frac{(n-1)k^2m^2}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} + \frac{k^2m^2(n+1)}{(1 + \log_2(km))^2} + \frac{k^2m^2}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} \tag{4.22}$$

$$C_{\text{EffG}}(v_i) = k^2m^2 \left(\frac{n}{(\log_2(km) + \log_2(n+1) + 2)^2} + \frac{n+1}{(1 + \log_2(km))^2} \right) \tag{4.23}$$

elde edilir.

Durum 2: u_{xy} $(1 \leq x \leq k, 1 \leq y \leq m)$ tepesi gizli katmanın bir tepesi olmak üzere beş durum vardır:

Alt Durum 1: u_{xy} ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_i|u_{xy}} = 1 - \log_2\left(P_{v_i|u_{xy}}\right) \tag{4.24}$$

olur.

O halde, u_{xy} tepesi ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, v_i) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(v_i)}{D^2_{v_i|u_{xy}}} \tag{4.25}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, v_i) = \frac{(n+1)(mk)}{(1+\log_2(n+1))^2} \tag{4.26}$$

olur.

Alt Durum 2: u_{xy} tepesi ile gizli katmana ait u_{xb} $(1 \leq b \leq m, b \neq y)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{xb}|u_{xy}} = D_{z_x|u_{xy}} + D_{u_{xb}|z_x} \tag{4.27}$$

$$D_{u_{xb}|u_{xy}} = 1 - \log_2\left(P_{z_x|u_{xy}}\right) + 1 - \log_2\left(P_{u_{xb}|z_x}\right) \tag{4.28}$$

$$D_{u_{xb}|u_{xy}} = 2 + \log_2(n+1) + \log_2 m \tag{4.29}$$

olur.

O halde, gizli katmana ait u_{xy} ve u_{xb} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{xb}) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(u_{xb})}{D^2_{u_{xb}|u_{xy}}} \tag{4.30}$$

Alt Durum 3: u_{xy} tepesi ile gizli katmana ait u_{pr} $(1 \leq p \leq k, 1 \leq r \leq m, p \neq x)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = D_{v_i|u_{xy}} + D_{u_{pr}|v_i} \quad (1 \leq i \leq n) \tag{4.31}$$

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = 1 - \log_2\left(P_{v_i|u_{xy}}\right) + 1 - \log_2\left(P_{u_{pr}|v_i}\right) \tag{4.32}$$

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = 2 - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) - \log_2\left(\frac{1}{mk}\right) \tag{4.33}$$

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = 2 + \log_2(n+1) + \log_2(mk) \tag{4.34}$$

olur.

O halde, gizli katmana ait u_{xy} ve u_{pr} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{pr}) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(u_{pr})}{D^2_{u_{pr}|u_{xy}}} \tag{4.35}$$

olur.

Alt Durum 4: u_{xy} tepesi ile çıktı katmanına ait z_x tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_x|u_{xy}} = 1 - log_2(P_{z_x|u_{xy}}) \tag{4.36}$$

olur.

O halde, u_{xy} ve z_x tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_x) = \frac{deg(u_{xy})deg(z_x)}{D^2_{z_x|u_{xy}}} = \frac{(n+1)(m)}{(1+log_2(n+1))^2} \tag{4.37}$$

olur.

Alt Durum 5: u_{xy} ile çıktı katmanına ait z_p (1≤p≤k, $p \neq x$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_p|u_{xy}} = D_{v_i|u_{xy}} + D_{u_{pr}|v_i} + D_{zp|u_{pr}} \quad (1 \leq i \leq n, 1 \leq r \leq m) \tag{4.38}$$

$$D_{z_p|u_{xy}} = 1 - log_2(P_{v_i|u_{xy}}) + 1 - log_2(P_{u_{pr}|v_i}) + 1 - log_2(P_{z_p|u_{pr}}) \tag{4.39}$$

$$D_{z_p|u_{xy}} = 3 + 2log_2(n+1) + log_2(mk) \tag{4.40}$$

olur.

O halde, u_{xy} ve z_p tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_p) = \frac{deg(u_{xy})deg(z_p)}{D^2_{z_p|u_{xy}}} \tag{4.41}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_p) = \frac{(n+1)(m)}{(3 + 2log_2(n+1) + log_2(mk))^2} \tag{4.42}$$

olur.

Alt Durum 1-5'den, u_{xy} (1≤x≤k, 1≤y≤m) tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{EffG}(u_{xy}) = \sum_{w \in V(OSA(n,k,m)),\, w \neq u_{xy}} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, w) \tag{4.43}$$

$$C_{EffG}(u_{xy}) = \sum_{i=1}^{n} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, v_i) + \sum_{b=1,\, b\neq y}^{m} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{xb}) + \sum_{p=1,\, p\neq x}^{k} \sum_{r=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{pr}) + W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_x) + \sum_{p=1,\, p\neq x}^{k} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_p) \tag{4.44}$$

$$C_{EffG}(u_{xy}) = (n+1)^2\left(\frac{m-1}{(2+log_2(n+1)+log_2 m)^2} + \frac{m(k-1)}{(log_2(n+1)+log_2(mk)+2)^2}\right) + m(n+1)\left(\frac{nk+1}{(log_2(n+1)+1)^2} + \frac{k-1}{(3+2log_2(n+1)+log_2(mk))^2}\right) \tag{4.45}$$

elde edilir.

Durum 3: z_t $(1 \leq t \leq k)$ tepesi çıktı katmanının bir tepesi olmak üzere dört durum vardır:

Alt Durum 1: z_t tepesi ile gizli katmana ait u_{ty} $(1 \leq t \leq k,\, 1 \leq y \leq m)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{ty}|z_t} = 1 - \log_2(P_{u_{ty}|z_t}) = 1 - \log_2\left(\frac{1}{m}\right) = 1 + \log_2 m \tag{4.46}$$

olur.

O halde, z_t ve u_{ty} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{ty}) = \frac{\deg(z_t)\deg(u_{ty})}{D^2_{u_{ty}|z_t}} = \frac{m(n+1)}{(1+\log_2 m)^2} \tag{4.47}$$

olur.

Alt Durum 2: z_t tepesi ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_i|z_t} = D_{u_{ty}|z_t} + D_{v_i|u_{ty}} \quad (1 \leq t \leq k, 1 \leq y \leq m) \tag{4.48}$$

$$D_{v_i|z_t} = 1 - log_2(P_{u_{ty}|z_t}) + 1 - log_2(P_{v_i|u_{ty}}) \tag{4.49}$$

olur. O halde, z_t ve v_i tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, v_i) = \frac{\deg(z_t)\deg(v_i)}{D^2_{v_i|z_t}} \tag{4.50}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, v_i) = \frac{m(mk)}{(2 + \log_2 m + \log_2(n+1))^2} \tag{4.51}$$

elde edilir.

Alt Durum 3: z_t ile gizli katmana ait u_{xj} $(1 \leq x \leq k,\ 1 \leq j \leq m,\ x \neq t)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{xj}|z_t} = D_{u_{ty}|z_t} + D_{v_i|u_{ty}} + D_{u_{xj}|v_i} \quad (1 \leq y \leq m, 1 \leq i \leq n) \tag{4.52}$$

$$D_{u_{xj}|z_t} = 1 - log_2(P_{u_{ty}|z_t}) + 1 - log_2(P_{v_i|u_{ty}}) + 1 - log_2(P_{u_{xj}|v_i}) \tag{4.53}$$

$$D_{u_{xj}|z_t} = 3 - log_2(\frac{1}{m}) - log_2(\frac{1}{1+n}) - log_2(\frac{1}{mk}) \tag{4.54}$$

$$D_{u_{xj}|z_t} = 3 + log_2 m + log_2(n+1) + log_2(mk) \tag{4.55}$$

olur.

O halde, z_t ve u_{xj} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{xj}) = \frac{\deg(z_t)\deg(u_{xj})}{D^2_{u_{xj}|z_t}} \tag{4.56}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{xj}) = \frac{m(n+1)}{(\log_2 m + \log_2(n+1) + \log_2(mk) + 3)^2} \tag{4.57}$$

olur.

Alt Durum 4: z_t tepesi ile çıktı katmanına ait z_x ($1 \leq x \leq k$, $x \neq t$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_x|z_t} = D_{u_{ty}|z_t} + D_{v_i|u_{ty}} + D_{u_{xj}|v_i} + D_{z_x|u_{xj}} \quad (1 \leq y, j \leq m, 1 \leq i \leq n, 1 \leq x \leq k) \tag{4.58}$$

$$D_{z_x|z_t} = 4 + \log_2(P_{u_{ty}|z_t}) + \log_2(P_{v_i|u_{ty}}) + \log_2(P_{u_{xj}|v_i}) + \log_2(P_{z_x|u_{xj}}) \tag{4.59}$$

$$D_{z_x|z_t} = 4 + \log_2 m + \log_2(n+1)^2 + \log_2(mk) \tag{4.60}$$

olur.

O halde, çıktı katmanına ait z_t ve z_x tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, z_x) = \frac{\deg(z_t)\deg(z_x)}{D^2_{z_x|z_t}} \tag{4.61}$$

olur.

Alt Durum 1-4'ten, z_t $(1 \leq t \leq k)$ tepesi EffG merkezlik puanı

$$C_{EffG}(z_t) = \sum_{w \in V(OSA(n,k,m)), w \neq z_t} W_{\text{etkileşim}}(z_t, w) \tag{4.62}$$

$$C_{EffG}(z_t) = \begin{array}{l} \sum_{y=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{ty}) + \sum_{i=1}^{n} W_{\text{etkileşim}}(z_t, v_i) + \\ \sum_{x=1, x\neq t}^{k} \sum_{j=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{xj}) + \sum_{x=1, x\neq t}^{k} W_{\text{etkileşim}}(z_t, z_x) \end{array} \tag{4.63}$$

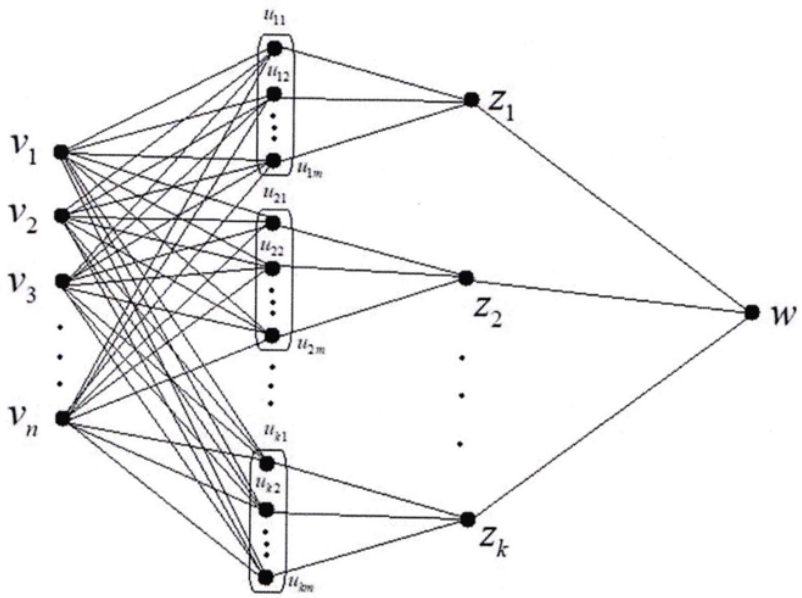
elde edilir.

Açıklama 4.1: 3-katmanlı olasılıksal sinir ağının tepe sayısı arttıkça, tepelerin önem sıralamasında farklı durumlarla karşılaşılır. Girdi katmanına ait bir tepenin veya gizli katmana ait bir tepenin veya çıktı katmanına ait bir tepenin daha büyük bir EffG merkezlik puanına sahip olduğu durumlar olduğu gibi girdi katmanına ait bir tepenin veya gizli katmana ait bir tepenin veya çıktı katmanına ait bir tepenin daha küçük bir EffG merkezlik puanına sahip olduğu durumlar vardır. Bununla birlikte her üç katmandaki tepelerin aynı EffG merkezlik puanına sahip olduğu da gözlemlenmiştir.

BÖLÜM BEŞ
4-KATMANLI OLASILIKSAL SİNİR AĞLARINDA ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ

4-katmanlı olasılıksal sinir ağı tepelerden oluşan dört katmandan oluşur ve $n, k, m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $OSA(n,k,m,1)$ ile gösterilir.

Birinci katman girdi katmanı, ikinci katman gizli katman, üçüncü katman toplama katmanı ve dördüncü katman çıktı katmanı olarak bilinir. Birinci katman, ikinci katman, üçüncü katman ve dördüncü katman, sırasıyla, n tepe, her bir sınıfta m tepe olan k sınıf, k tepe ve tek bir tepe içerir. Girdi katmanının her bir tepesi gizli katmanın her bir tepesiyle komşudur, gizli katmanda bir sınıfa ait her bir tepe toplama katmanındaki tek bir tepeye komşudur, toplama katmanındaki tüm tepeler çıktı katmanında bulunan tek tepeye komşudur. 4-katmanlı olasılıksal sinir ağının girdi katmanının tepeleri $v_1, \ldots, v_n$, gizli katmanının tepeleri $u_{11}, \ldots, u_{1m}, \ldots, u_{k1}, \ldots, u_{km}$, toplama katmanının tepeleri $z_1, \ldots, z_k$, çıktı katmanının tepesi w ile gösterilsin. Girdi katmanına ait bir tepenin derecesi $\deg(v_i) = km$ $(1 \leq i \leq n)$, gizli katmana ait bir tepenin derecesi $\deg(u_{xy}) = n + 1$ $(1 \leq x \leq k,\ 1 \leq y \leq m)$, toplama katmanına ait bir tepenin derecesi $\deg(z_t) = m + 1$ $(1 \leq t \leq k)$, çıktı katmanına ait olan tepenin derecesi $\deg(w) = k$ olur.



Şekil 5.1 4-katmanlı olasılıksal sinir ağı $OSA(n,k,m,1)$

Teorem 5.1: $OSA(n,k,m,1)$ $n+k(m+1)+1$ tepeli 4-katmanlı olasılıksal sinir ağı olmak üzere $v \in V(OSA(n,k,m,1))$ için

$$C_{EffG}(v) = \begin{cases} \left.\begin{array}{l} k^2 m\left(\frac{mn-m+n+1}{(2+\log_2(km)+\log_2(n+1))^2} + \frac{m(n+1)}{(1+\log_2(km))^2} + \right. \\ \left. \frac{1}{(3+\log_2(km)+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2}\right), \text{eğer } v = v_i \quad (1 \le i \le n) \text{ ise;} \\ (n+1)\left(\frac{nm}{(1+\log_2(n+1))^2} + \frac{(n+1)(m-1)}{(2+\log_2(n+1)+\log_2 m)^2} + \frac{m+1}{(1+\log_2(m+1))^2} + \right. \\ \left. \frac{1}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2}\right), \text{eğer } k = 1 \text{ ise;} \\ (n+1)\left(\frac{nmk}{(1+\log_2(n+1))^2} + \frac{(m-1)(n+1)+k}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2} + \frac{m(k-1)(n+1)}{(2+\log_2(n+1)+\log_2 km)^2} + \right. \\ \left. \frac{m+1}{(1+\log_2(m+1))^2} + \frac{(k-1)(m+1)}{(3+\log_2(n+1)+\log_2(m+1)+\log_2 k)^2}\right), \text{eğer } k > 1 \text{ ise;} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{eğer } v = u_{xy} \\ (1 \le x \le k, 1 \le y \le m) \\ \text{ise;}\end{array} \\ (m+1)\left(\frac{nkm}{(2+\log_2(m+1)+\log_2(n+1))^2} + \frac{m(n+1)+k}{(1+\log_2(m+1))^2} + \right. \\ \left. \frac{m(k-1)(n+1)}{(3+2\log_2(m+1)+\log_2 k)^2} + \frac{(k-1)(m+1)}{(2+\log_2(m+1)+\log_2 k)^2}\right), \text{eğer } v = z_t \quad (1 \le t \le k) \text{ ise;} \\ k^2\left(\frac{nm}{(3+\log_2 k+\log_2(m+1)+\log_2(n+1))^2} + \frac{m(n+1)}{(2+\log_2 k+\log_2(m+1))^2} + \right. \\ \left. \frac{m+1}{(1+\log_2 k)^2}\right), \text{eğer } v = w \text{ ise.} \end{cases} \tag{5.1}$$

İspat: $OSA(n,k,m,1)$ ağının tepelerinin EffG merkezlik puanlarını hesaplamak için ağın dört katmanına ait tepeler için dört durum vardır:

Durum 1: v_i $(1 \leq i \leq n)$ girdi katmanı tepesi için dört durum vardır:

Alt Durum 1: v_i tepesi ile girdi katmanına ait v_j $(1 \leq j \leq n, j \neq i)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_j|v_i} = D_{u_{xy}|v_i} + D_{v_j|u_{xy}} \quad (1 \leq x \leq k, 1 \leq y \leq m) \tag{5.2}$$

$$D_{v_j|v_i} = 1 - \log_2(P_{u_{xy}|v_i}) + 1 - \log_2(P_{v_j|u_{xy}}) \tag{5.3}$$

$$D_{v_j|v_i} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) + 1 - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) \tag{5.4}$$

$$D_{v_j|v_i} = 2 + \log_2(km) + \log_2(n+1) \tag{5.5}$$

olur.

O halde, girdi katmanında bulunan v_i ile v_j tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, v_j) = \frac{\deg(v_i)\deg(v_j)}{D^2_{v_j|v_i}} \tag{5.6}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, v_j) = \frac{(km)^2}{(2 + \log_2(km) + \log_2(n+1))^2} \tag{5.7}$$

olur.

Alt Durum 2: v_i tepesi ile gizli katmana ait u_{xy} $(1 \leq x \leq k,\ 1 \leq y \leq m)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{xy}|v_i} = 1 - \log_2(P_{u_{xy}|v_i}) \tag{5.8}$$

$$D_{u_{xy}|v_i} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) = 1 + \log_2(km) \tag{5.9}$$

olur.

O halde, v_i ve u_{xy} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, u_{xy}) = \frac{\deg(v_i)\deg(u_{xy})}{D^2_{u_{xy}|v_i}} \tag{5.10}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, u_{xy}) = \frac{(km)(n+1)}{(1+\log_2(km))^2} \tag{5.11}$$

olur.

Alt Durum 3: v_i ve toplama katmanına ait z_x ($1 \leq x \leq k$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_x|v_i} = D_{u_{xy}|v_i} + D_{z_x|u_{xy}} \quad (1 \leq y \leq m) \tag{5.12}$$

$$D_{z_x|v_i} = 1 - \log_2(P_{u_{xy}|v_i}) + 1 - \log_2(P_{z_x|u_{xy}}) \tag{5.13}$$

$$D_{z_x|v_i} = 2 + \log_2(km) + \log_2(n+1) \tag{5.14}$$

olur. O halde, v_i ve z_x tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_x) = \frac{\deg(v_i)\deg(z_x)}{D^2_{z_x|v_i}} \tag{5.15}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_x) = \frac{(km)(m+1)}{(2+\log_2(km)+\log_2(n+1))^2} \tag{5.16}$$

elde edilir.

Alt Durum 4: v_i ile çıktı katmanına ait w tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{w|v_i} = D_{u_{xy}|v_i} + D_{z_x|u_{xy}} + D_{w|z_x} \tag{5.17}$$

$$D_{w|v_i} = 1 - \log_2(P_{u_{xy}|v_i}) + 1 - \log_2(P_{z_x|u_{xy}}) + 1 - \log_2(P_{w|z_x}) \tag{5.18}$$

$$D_{w|v_i} = 3 - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) - \log_2\left(\frac{1}{m+1}\right) \tag{5.19}$$

$$D_{w|v_i} = 3 + \log_2(km) + \log_2(n+1) + \log_2(m+1) \tag{5.20}$$

olur.

O halde, v_i ve w tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, w) = \frac{\deg(v_i)\deg(w)}{D^2_{w|v_i}} \tag{5.21}$$

olur.

$$W_{\text{etkileşim}}(v_i, w) = \frac{k^2 m}{(3 + \log_2(km) + \log_2(n+1) + \log_2(m+1))^2} \tag{5.22}$$

olur.

Alt Durum 1-4'ten, v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{EffG}(v_i) = \sum_{r \in V(PNN(n,k,m,1)), r \neq v_i} W_{\text{etkileşim}}(v_i, r) \tag{5.23}$$

$$C_{EffG}(v_i) = \begin{aligned} &\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} W_{\text{etkileşim}}(v_i, v_j) + \sum_{x=1}^{k} \sum_{y=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(v_i, u_{xy}) + \\ &\sum_{x=1}^{k} W_{\text{etkileşim}}(v_i, z_x) + W_{\text{etkileşim}}(v_i, w) \end{aligned} \tag{5.24}$$

olur.

$$C_{EffG}(v_i) = k^2 m \left(\begin{aligned} &\frac{1 - m + mn + n}{(2 + \log_2(km) + \log_2(n+1))^2} + \frac{m(n+1)}{(1 + \log_2(km))^2} + \\ &\frac{1}{(3 + \log_2(km) + \log_2(n+1) + \log_2(m+1))^2} \end{aligned} \right) \tag{5.25}$$

olur.

Durum 2: u_{xy} $(1 \leq x \leq k, 1 \leq y \leq m)$ tepesi gizli katmanın bir tepesi olmak üzere, altı durum vardır:

Alt Durum 1: u_{xy} ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_i|u_{xy}} = 1 - \log_2(P_{v_i|u_{xy}}) \tag{5.26}$$

$$D_{v_i|u_{xy}} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) = 1 + \log_2(n+1) \tag{5.27}$$

olur.

O halde, u_{xy} tepesi ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, v_i) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(v_i)}{D^2_{v_i|u_{xy}}} \tag{5.28}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, v_i) = \frac{(n+1)(km)}{(1+\log_2(n+1))^2} \tag{5.29}$$

olur.

Alt Durum 2: u_{xy} tepesi ile gizli katmana ait u_{xl} $(1 \leq l \leq m, l \neq y)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{xl}|u_{xy}} = \min\{D_{v_i|u_{xy}} + D_{u_{xl}|v_i}, D_{z_x|u_{xy}} + D_{u_{xl}|z_x}\} \tag{5.30}$$

$$D_{u_{xl}|u_{xy}} = \min\{2 - \log_2(P_{v_i|u_{xy}}) - \log_2(P_{u_{xl}|v_i}), 2 - \log_2(P_{z_x|u_{xy}}) - \log_2(P_{u_{xl}|z_x})\} \tag{5.31}$$

$$D_{u_{xl}|u_{xy}} = \begin{cases} 2 + \log_2(n+1) + \log_2(km), & \text{eğer } k = 1 \text{ ise;} \\ 2 + \log_2(n+1) + \log_2(m+1), & \text{eğer } k > 1 \text{ ise.} \end{cases} \tag{5.32}$$

olur.

O halde, gizli katmana ait u_{xy} ve u_{xl} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{xl}) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(u_{xl})}{D^2_{u_{xl}|u_{xy}}} \tag{5.33}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{xl}) = \begin{cases} \frac{(n+1)^2}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(km))^2}, & \text{eğer } k = 1 \text{ ise;} \\ \frac{(n+1)^2}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2}, & \text{eğer } k > 1 \text{ ise.} \end{cases} \tag{5.34}$$

olur.

Alt Durum 3: u_{xy} tepesi ile gizli katmana ait u_{pr} ($1 \leq p \leq k$, $1 \leq r \leq m$, $p \neq x$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = D_{v_i|u_{xy}} + D_{u_{pr}|v_i} \tag{5.35}$$

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = 1 - \log_2(P_{v_i|u_{xy}}) + 1 - \log_2(P_{u_{pr}|v_i}) \tag{5.36}$$

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = 2 - \log_2\left(\frac{1}{n+1}\right) - \log_2\left(\frac{1}{km}\right) \tag{5.37}$$

$$D_{u_{pr}|u_{xy}} = 2 + \log_2(n+1) + \log_2(km) \tag{5.38}$$

olur.

O halde, gizli katmanın u_{xy} ve u_{pr} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{pr}) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(u_{pr})}{D^2_{u_{pr}|u_{xy}}} \tag{5.39}$$

olur.

Alt Durum 4: u_{xy} tepesi ile toplama katmanına ait z_x tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_x|u_{xy}} = 1 - \log_2(P_{z_x|u_{xy}}) \tag{5.40}$$

$$D_{z_x|u_{xy}} = 1 + \log_2(m+1) \tag{5.41}$$

olur.

O halde, u_{xy} ve z_x tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_x) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(z_x)}{D^2_{z_x|u_{xy}}} \tag{5.42}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_x) = \frac{(n+1)(m+1)}{(1+\log_2(m+1))^2} \tag{5.43}$$

olur.

Alt Durum 5: u_{xy} tepesi ile toplama katmanına ait z_t ($1 \leq t \leq k, t \neq x$) tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_t|u_{xy}} = \min\{D_{z_x|u_{xy}} + D_{w|z_x} + D_{z_t|w}, D_{v_i|u_{xy}} + D_{u_{ty}|v_i} + D_{z_t|u_{ty}}\} \tag{5.44}$$

$$D_{z_t|u_{xy}} = \begin{array}{l} \min\{1 - \log_2(P_{z_x|u_{xy}}) + 1 - \log_2(P_{w|z_x}) + 1 - \log_2(P_{z_t|w}), \\ \qquad 1 - \log_2(P_{v_i|u_{xy}}) + 1 - \log_2(P_{u_{ty}|v_i}) + 1 - \log_2(P_{z_t|u_{ty}})\} \end{array} \tag{5.45}$$

$$D_{z_t|u_{xy}} = 3 + \log_2(n+1) + \log_2(m+1) + \log_2 k \tag{5.46}$$

olur.

O halde, u_{xy} ve z_t tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_t) = \frac{\deg(u_{xy})\,\deg(z_t)}{D^2_{z_t|u_{xy}}} \tag{5.47}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_t) = \frac{(n+1)(m+1)}{(3 + \log_2(n+1) + \log_2(m+1) + \log_2 k)^2} \tag{5.48}$$

olur.

Alt Durum 6: u_{xy} tepesi ile çıktı katmanına ait w tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{w|u_{xy}} = D_{z_x|u_{xy}} + D_{w|z_x} = 1 - \log_2(P_{z_x|u_{xy}}) + 1 - \log_2(P_{w|z_x}) \tag{5.49}$$

$$D_{w|u_{xy}} = 2 + \log_2(n+1) + \log_2(m+1) \tag{5.50}$$

olur.

O halde, u_{xy} ve w tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, w) = \frac{\deg(u_{xy})\deg(w)}{D^2_{w|u_{xy}}} \tag{5.51}$$

olur.

Alt Durum 1-6'dan, u_{xy} $(1 \leq x \leq k, 1 \leq y \leq m)$ tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{EffG}(u_{xy}) = \sum_{h \in V(OSA(n,k,m,1)), h \neq u_{xy}} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, h) \tag{5.52}$$

$$\begin{aligned} C_{EffG}(u_{xy}) = & \sum_{i=1}^{n} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, v_i) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq y}}^{n} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{xl}) + \\ & \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq x}}^{k} \sum_{r=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, u_{pr}) + \\ & W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_x) + \\ & \sum_{t=1, t \neq x}^{k} W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, z_t) + W_{\text{etkileşim}}(u_{xy}, w) \end{aligned} \tag{5.53}$$

olur.

$k = 1$ için

$$\begin{aligned} C_{EffG}(u_{xy}) = & (n+1)\Bigg(\frac{nmk}{(1+\log_2(n+1))^2} + \frac{(n+1)(mk-1)}{(2+\log_2(n+1)+\log_2 km)^2} \\ & + \frac{(m+1)}{(1+\log_2(m+1))^2} + \frac{k}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2} \\ & + \frac{(k-1)(m+1)}{(3+\log_2(n+1)+\log_2(m+1)+\log_2 k)^2} \Bigg) \end{aligned} \tag{5.54}$$

elde edilir.

$k \neq 1$ için

$$C_{EffG}(u_{xy}) = \begin{aligned} & n\left(\frac{(n+1)mk}{(1+\log_2(n+1))^2}\right) + \\ & (m-1)\left(\frac{(n+1)^2}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2}\right) \\ & +(k-1)m\left(\frac{(n+1)^2}{(2+\log_2(n+1)+\log_2 km)^2}\right) + \frac{(n+1)(m+1)}{(1+\log_2(m+1))^2} \\ & +(k-1)\left(\frac{(n+1)(m+1)}{(3+\log_2(n+1)+\log_2(m+1)+\log_2 k)^2}\right) + \\ & \frac{(n+1)k}{(2+\log_2(n+1)+\log_2(m+1))^2} \end{aligned} \tag{5.55}$$

elde edilir.

Durum 3: z_t $(1 \leq t \leq k)$ tepesi toplama katmanının bir tepesi olmak üzere, beş durum vardır:

Alt Durum 1: z_t ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_i|z_t} = D_{u_{ty}|z_t} + D_{v_i|u_{ty}} \quad (1 \leq y \leq m) \tag{5.56}$$

$$D_{v_i|z_t} = 1 - \log_2(P_{u_{ty}|z_t}) + 1 - \log_2(P_{v_i|u_{ty}}) \tag{5.57}$$

$$D_{v_i|z_t} = 2 + \log_2(m+1) + \log_2(n+1) \tag{5.58}$$

olur.

O halde, z_t ve v_i tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, v_i) = \frac{\deg(z_t)\deg(v_i)}{D^2_{v_i|z_t}} \tag{5.59}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, v_i) = \frac{(m+1)km}{(\log_2(m+1) + 2 + \log_2(n+1))^2} \tag{5.60}$$

olur.

Alt Durum 2: z_t tepesi ile gizli katmana ait u_{ty} $(1 \leq y \leq m)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{ty}|z_t} = 1 - \log_2(P_{u_{ty}|z_t}) \tag{5.61}$$

$$D_{u_{ty}|z_t} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{m+1}\right) = 1 + \log_2(m+1) \tag{5.62}$$

olur.

O halde, z_t ve u_{ty} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{ty}) = \frac{\deg(z_t)\deg(u_{ty})}{D^2_{u_{ty}|z_t}} \tag{5.63}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{ty}) = \frac{(n+1)(m+1)}{(1+\log_2(m+1))^2} \tag{5.64}$$

olur.

Alt Durum 3: z_t tepesi ile gizli katmana ait u_{jy} $(1 \leq j \leq k, j \neq t, 1 \leq y \leq m)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{jy}|z_t} = \begin{array}{l} \min\{D_{w|z_t} + D_{z_j|w} + D_{u_{jy}|z_j}, D_{u_{tl}|z_t} + \\ \qquad D_{v_i|u_{tl}} + D_{u_{jy}|v_i}\} \quad (1 \leq i \leq n, 1 \leq l \leq m) \end{array} \tag{5.65}$$

$$D_{u_{jy}|z_t} = \begin{array}{c} \min\{1 - \log_2(P_{w|z_t}) + 1 - \log_2(P_{z_j|w}) + 1 - \log_2(P_{u_{jy}|z_j}), \\ 1 - \log_2(P_{u_{tl}|z_t}) + 1 - \log_2(P_{v_i|u_{tl}}) + 1 - \log_2(P_{u_{jy}|v_i})\} \end{array} \tag{5.66}$$

$$\begin{array}{c} D_{u_{jy}|z_t} = \min\{3 + 2\log_2(m+1) + \log_2 k, \\ 3 + \log_2(m+1) + \log_2(n+1) + \log_2 km\} \end{array} \tag{5.67}$$

$$D_{u_{jy}|z_t} = 3 + 2\log_2(m+1) + \log_2 k \tag{5.68}$$

olur.

O halde, z_t ve u_{jy} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{jy}) = \frac{\deg(z_t)\deg(u_{jy})}{D^2_{u_{jy}|z_t}} \tag{5.69}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{jy}) = \frac{(m+1)(n+1)}{(3 + 2\log_2(m+1) + \log_2 k)^2} \tag{5.70}$$

olur.

Alt Durum 4: z_t tepesi ile toplama katmanına ait diğer bir z_j $(1 \leq j \leq k, j \neq t)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_j|z_t} = D_{w|z_t} + D_{z_j|w} \tag{5.71}$$

$$D_{z_j|z_t} = 1 - \log_2(P_{w|z_t}) + 1 - \log_2(P_{z_j|w}) \tag{5.72}$$

$$D_{z_j|z_t} = 1 - \log_2\left(\frac{1}{m+1}\right) + 1 - \log_2\left(\frac{1}{k}\right) \tag{5.73}$$

$$D_{z_j|z_t} = 2 + \log_2(m+1) + \log_2 k \tag{5.74}$$

olur.

O halde, toplama katmanına ait z_t ve z_j tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, z_j) = \frac{\deg(z_t)\deg(z_j)}{D^2_{z_j|z_t}} \tag{5.75}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, z_j) = \frac{(m+1)^2}{(2 + \log_2(m+1) + \log_2 k)^2} \tag{5.76}$$

olur.

Alt Durum 5: z_t tepesi ve çıktı katmanına ait w tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{w|z_t} = 1 - \log_2(P_{w|z_t}) = 1 + \log_2(m+1) \tag{5.77}$$

olur.

O halde, z_t ve w tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(z_t, w) = \frac{\deg(z_t)\deg(w)}{D^2_{w|z_t}} = \frac{(m+1)k}{(1 + \log_2(m+1))^2} \tag{5.78}$$

olur.

Alt Durum 1-5'ten, z_t $(1 \leq t \leq k)$ tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{EffG}(z_t) = \sum_{s \in V(OSA(n,k,m,1)), s \neq z_t} W_{\text{etkileşim}}(z_t, s) \tag{5.79}$$

$$\begin{aligned} C_{EffG}(z_t) = & \sum_{i=1}^{n} W_{\text{etkileşim}}(z_t, v_i) + \sum_{y=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{ty}) + \\ & \sum_{j=1, j \neq t}^{k} \sum_{y=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(z_t, u_{jy}) + \\ & \sum_{j=1, j \neq t}^{k} W_{\text{etkileşim}}(z_t, z_j) + W_{\text{etkileşim}}(z_t, w) \end{aligned} \tag{5.80}$$

$$\begin{aligned} C_{EffG}(z_t) = & (m+1) \left(\frac{nkm}{(2 + \log_2(m+1) + \log_2(n+1))^2} + \frac{m(n+1)+k}{(1 + \log_2(m+1))^2} + \right. \\ & \left. \frac{m(k-1)(n+1)}{(3 + 2\log_2(m+1) + \log_2 k)^2} + \frac{(k-1)(m+1)}{(2 + \log_2(m+1) + \log_2 k)^2} \right) \end{aligned} \tag{5.81}$$

elde edilir.

Durum 4: Çıktı katmanına ait w tepesi için üç durum vardır:

Alt Durum 1: w ile girdi katmanına ait v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{v_i|w} = D_{z_t|w} + D_{u_{ty}|z_t} + D_{v_i|u_{ty}} \quad (1 \leq t \leq k, 1 \leq y \leq m) \tag{5.82}$$

$$D_{v_i|w} = 1 - \log_2(P_{z_t|w}) + 1 - \log_2(P_{u_{ty}|z_t}) + 1 - \log_2(P_{v_i|u_{ty}}) \tag{5.83}$$

$$D_{v_i|w} = \log_2 k + 3 + \log_2(m+1) + \log_2(n+1) \tag{5.84}$$

olur.

O halde, w ve v_i tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(w, v_i) = \frac{\deg(w) \deg(v_i)}{D^2_{v_i|w}} \tag{5.85}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(w, v_i) = \frac{k^2 m}{(3 + \log_2 k + \log_2(m+1) + \log_2(n+1))^2} \tag{5.86}$$

elde edilir.

Alt Durum 2: w ile gizli katmana ait u_{xy} $(1 \leq x \leq k, 1 \leq y \leq m)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{u_{xy}|w} = D_{z_x|w} + D_{u_{xy}|z_x} = 1 - \log_2(P_{z_x|w}) + 1 - \log_2(P_{u_{xy}|z_x}) \tag{5.87}$$

$$D_{u_{xy}|w} = 2 - \log_2\left(\frac{1}{k}\right) - \log_2\left(\frac{1}{m+1}\right) \tag{5.88}$$

$$D_{u_{xy}|w} = 2 + \log_2 k + \log_2(m+1) \tag{5.89}$$

olur.

O halde, w ve u_{xy} tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(w, u_{xy}) = \frac{\deg(w)\deg(u_{xy})}{D^2_{u_{xy}|w}} \tag{5.90}$$

$$W_{\text{etkileşim}}(w, u_{xy}) = \frac{k(n+1)}{(2 + \log_2 k + \log_2(m+1))^2} \tag{5.91}$$

olur.

Alt Durum 3: w tepesi ile toplama katmanına ait z_t $(1 \leq t \leq k)$ tepesi arasındaki etkin uzaklık

$$D_{z_t|w} = 1 - \log_2(P_{z_t|w}) = 1 - \log_2\left(\frac{1}{k}\right) = 1 + \log_2 k \tag{5.92}$$

olur.

O halde, w ve z_t tepeleri arasındaki etkileşim puanı

$$W_{\text{etkileşim}}(w, z_t) = \frac{\deg(w)\deg(z_t)}{D^2_{z_t|w}} = \frac{k(m+1)}{(1+\log_2 k)^2} \tag{5.93}$$

olur.

Alt Durum 1-3'ten, w tepesinin EffG merkezlik puanı

$$C_{EffG}(w) = \sum_{s \in V(PNN(n,k,m,1)), s \neq w} W_{\text{etkileşim}}(w, s) \tag{5.94}$$

$$C_{EffG}(w) = \sum_{i=1}^{n} W_{\text{etkileşim}}(w, v_i) + \sum_{x=1}^{k}\sum_{y=1}^{m} W_{\text{etkileşim}}(w, u_{xy}) + \sum_{i=1}^{k} W_{\text{etkileşim}}(w, z_i) \tag{5.95}$$

$$\begin{aligned} C_{EffG}(w) = k^2 \Bigg(& \frac{nm}{(3+\log_2 k+\log_2(m+1)+\log_2(n+1))^2} + \\ & \frac{m(n+1)}{(2+\log_2 k+\log_2(m+1))^2} + \frac{m+1}{(1+\log_2 k)^2} \Bigg) \end{aligned} \tag{5.96}$$

elde edilir.

Açıklama 5.1: 4-katmanlı olasılıksal sinir ağı $OSA(n, k, m, 1)$ için $k > 1$ ise girdi katmanına veya gizli katmana ait bir tepenin daha büyük bir EffG merkezlik puanına sahip olduğu durumlar vardır. Dolayısıyla girdi katmanının veya gizli katmanın

tepeleri toplama katmanının ve çıktı katmanının tepelerinden daha etkili tepelerdir. Toplama ve çıktı katmanlarına ait tepelerin EffG merkezlik puanı hiçbir zaman en büyük değere sahip olmaz. Toplama ve çıktı katmanına ait tepeler ağdaki en az etkili tepelerdir. Girdi katmanına ait bir v_i $(1 \leq i \leq n)$ tepesi her zaman daha yüksek bir sıralamaya sahiptir ve hiçbir zaman ağdaki en az etkili tepe olmaz. $k = 1$ ise girdi katmanına veya gizli katmana veya toplama katmanına veya çıktı katmanına ait bir tepe ağdaki en etkili tepe olabilir. Çoğu durumda gizli katmanın veya toplama katmanının bir tepesi en büyük EffG merkezlik puanına sahiptir dolayısıyla ağdaki en etkili tepedir. Gizli katmanın veya toplama katmanının en düşük EffG merkezlik puanına sahip olduğu az sayıda durum olsa da genel olarak bu katmanlara ait tepeler ağdaki diğer tepelerle kıyaslandığında etkin ağ açısından sorumlu olan önemli tepelerdir.

BÖLÜM ALTI
ETKİN UZAKLIK ÇEKİM MERKEZLİĞİ MODELİ İÇİN HESAPLAMA YÖNTEMİ

n tepeye sahip bir çizgenin tepelerinin EffG merkezlik puanını hesaplamak için bir hesaplama yöntemi önerilmiştir. Çizgenin komşuluk matrisi a olmak üzere, eğer u ve v tepeleri çizgede komşu ise $a[u, v] = 1$ değerini alır; eğer u ve v tepeleri arasında komşuluk ilişkisi yok ise veya $u = v$ ise o zaman $a[u, v] = 0$ değerini alır. Bu hesaplama yöntemi, çizgenin komşuluk matrisinden yararlanarak ve Floyd-Warshall algoritmasını (Floyd, 1962) kullanarak çizgenin etkin uzaklık matrisini oluşturur. Sonrasında, çizgenin etkin uzaklık matrisinden çizgenin her bir tepesi için EffG merkezlik puanını hesaplar. Hesaplama yönteminin kabakodu aşağıda verilmiştir.

```
int main() {

  int i, j, k, a[n + 1][n + 1] = {0}, deg[n + 1] = {0};
  float d[n + 1][n + 1] = {0}, CEffG[n + 1] = {0};
  FILE * f;

  f = fopen("a.txt", "r");

  for (i = 1; i <= n; i++)
    for (j = 1; j <= n; j++) {
      fscanf(f, "%d ", & a[i][j]);
      deg[i] += a[i][j];
    }

  for (i = 1; i <= n; i++)
    for (j = 1; j <= n; j++) {
      if (i != j && a[i][j] == 0) a[i][j] = M;
      if (i == j) d[i][j] = 0;
      else if (a[i][j] == 1) d[i][j] = 1.0 + float(log2(deg[i]));
    }

  for (k = 1; k <= n; k++)
    for (i = 1; i <= n; i++)
```

```
    for (j = 1; j <= n; j++) {
      if ((a[i][j] != 0 || a[i][j] != 1) && (a[i][j] > (a[i][k] +
 a[k][j]))) {
        a[i][j] = a[i][k] + a[k][j];
        // d[i][j]=float(1.0+log2(deg[i])+1.0+log2(deg[k])); //i
 tepesi
        d[i][j] = d[i][k] + d[k][j];
      } else if ((a[i][j] != 0 || a[i][j] != 1) && (i != k) && (j
 != k) && (a[i][j] == (a[i][k]

          +
          a[k][j])))

      {
        if (float(1.0 + log2(deg[i]) + 1.0 + log2(deg[k])) < d[i][
 j])
          //d[i][j]=float(1.0+log2(deg[i])+1.0+log2(deg[k]));
          d[i][j] = d[i][k] + d[k][j];

      }
    }

for (i = 1; i <= n; i++) {
  for (j = 1; j <= n; j++)
    printf("%2d ", a[i][j]);
  printf("\n");
}
printf("\n\n\n");

for (i = 1; i <= n; i++) {

  for (j = 1; j <= n; j++)
    printf("%9.6f ", d[i][j]);
  printf("\n");
}
```

```
  printf("\n\n");
  for (i = 1; i <= n; i++) {
    for (j = 1; j <= n; j++)
      if (i != j) CEffG[i] += (deg[i] * deg[j]) / pow(d[i][j], 2);
    printf("(%d): %9.6f \n", i, CEffG[i]);
  }
}
```

Önerilen hesaplama yöntemi polinom zamanlıdır. n tepeli bir çizge için Floyd-Warshall algoritmasının zaman karmaşıklığı $O(n^3)$ olduğundan önerilen hesaplama yönteminin zaman karmaşıklığı da $O(n^3)$ olur.

BÖLÜM YEDİ
SONUÇLAR

Bu tezde ağların etkili tepelerini belirlemek için kullanılan etkin uzaklık çekim merkezliği modeli çalışılmıştır.

3-katmanlı ve 4-katmanlı olasılıksal sinir ağları üzerinde etkin uzaklık çekim merkezliği modeli çalıştırılmış, bu ağların tepelerinin EffG merkezlik puanları hesaplanmış ve hesaplama sonuçları yorumlanarak ilgili ağların etkili tepeleri belirlenmiştir.

Son bölümde, bir çizgenin etkili tepelerini belirlemek için etkin uzaklık çekim merkezliği modelini kullanan ve çizgenin tepelerinin EffG merkezlik puanlarını hesaplayan polinom zamanlı bir hesaplama yöntemi önerilmiştir.

KAYNAKLAR

Brockmann, D. ve Helbing, D. (2013). The hidden geometry of complex network-driven contagion phenomena. *Science*, *342*(6164), 1337–1342.

Buckley, F. ve Harary, F. (1990). *Distance in Graphs*. Advanced Book Program. Redwood City, CA: Addison-Wesley Publishing Company.

Chartrand, G. ve Lesniak, L. (1996). *Graphs and Digraphs* (3 ed.). Monterey: Wadsworth.

Floyd, R. W. (1962). Algorithm 97: Shortest path. *Communications of the ACM*, *5*(6), 345.

Javaid, M. ve Cao, J. (2018). Computing topological indices of probabilistic neural network. *Neural Computing and Applications*, *30*, 3869–3876.

Shang, Q., Deng, Y. ve Cheong, K. H. (2021). Identifying influential nodes in complex networks: Effective distance gravity model. *Information Sciences*, *577*, 162–179.

Vicino, F. (1998). The probabilistic neural network. *Substance Use & Misuse*, *33*(2), 335–352.