T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÇOKLU TEMSİLLERİ KULLANARAK KESİRLERLE TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMLERİNİ ÖĞRETME YAKLAŞIMLARININ İNCELENMESİ

Gonca YILMAZ

İzmir
2016

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÇOKLU TEMSİLLERİ KULLANARAK KESİRLERLE TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMLERİNİ ÖĞRETME YAKLAŞIMLARININ İNCELENMESİ

Gonca YILMAZ

Danışman
Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE

İzmir
2016

YEMİN

Yüksek Lisans tezi olarak sunduğum "*Ortaokul Matematik Öğretmenlerin Çoklu Temsilleri Kullanarak Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemlerini Öğretme Yaklaşımlarının İncelenmesi*" adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynak dizininde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara ait atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

29/08/2016

Gonca YILMAZ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

İşbu çalışma, jürimiz tarafından İlköğretim Matematik Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE

Üye : Doç. Dr. Hatice AKKOÇ

Üye : Doç. Dr. Cenk KEŞAN

Onay
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

19/09/2016

Prof. Dr. Ali Günay BALIM
Enstitü Müdürü

19.10.2016 Ulusal Tez Merkezi | Tez Form Yazdır

T.C
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	10128202
Yazar Adı / Soyadı	GONCA YILMAZ BABA
Uyruğu / T.C.Kimlik No	TÜRKİYE / 22483437104
Telefon	5412888384
E-Posta	gonca.yilmaz23@gmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÇOKLU TEMSİLLERİ KULLANARAK KESİRLERLE TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMLERİNİ ÖĞRETME YAKLAŞIMLARININ İNCELENMESİ
Tezin Tercümesi	INVESTIGATING MIDDLE SCHOLL TEARCHERS' USE OF MULTIPLE REPRESANTATIONS REGARDING ADDITION AND SUBSTRACTION OF FRACTİONS
Konu	Eğitim ve Öğretim = Education and Training
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı
Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2016
Sayfa	146
Tez Danışmanları	DOÇ. DR. SİBEL YEŞİLDERE İMRE 38720066204
Dizin Terimleri	
Önerilen Dizin Terimleri	Çoklu Temsil= Multiple Represantation Kesirler= Fractions Pedagojik Alan Bilgisi=Pedagogical Content Knowledge
Kısıtlama	Yok

Yukarıda bilgileri kayıtlı olan tezimin, bilimsel araştırma hizmetine sunulması amacı ile Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanında arşivlenmesine ve internet üzerinden tam metin erişime açılmasına izin veriyorum.

19.10.2016

İmza:.....

TEŞEKKÜR

Bu yaşıma kadar hep arkamda olan aileme ve

Her iyi veya kötü anımda arkamı yasladığım çınar ağacım olan eşim

Sinan BABA'ya,

Tezin her aşamasında bilgisiyle ve tecrübesi ile

beni her zaman destekleyen

danışmanım Doç.Dr.Sibel YEŞİLDERE İMRE'ye,

Tezimde benimle gönülden çalışmayı kabul eden tüm öğretmenlerime,

Destek veren tüm arkadaşlarıma ve yakınlarıma

Canı gönülden

Teşekkür ederim...

İÇİNDEKİLER

YEMİN METNİ ..... **i**
DEĞERLENDİRME KURULU ÜYELERİ ..... **ii**
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU TEZ VERİ GİRİŞİ ve YAYIMLAMA İZİN FORMU ..... **iii**
TEŞEKKÜR ..... **iv**
İÇİNDEKİLER ..... **v**
TABLO LİSTESİ ..... **vii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **ix**
ÖZET ve ABSTRACT ..... **xii**

BÖLÜM I
GİRİŞ **1**
Problem Durumu 3
Araştırmanın Amacı 4
Araştırmanın Önemi 5
Problem Cümlesi 6
Alt Problemler 6
Sayıltılar 6
Sınırlılıklar 7
Tanımlar 7
Kısaltmalar 7

BÖLÜM II
İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR **9**
Pedagojik Alan Bilgisi 9
Anlama Hakkında Düşünmek: Temsil Etme ve Bağdaştırma 14
Kesir Kavramı 18

Kuramsal Çerçevelerin ve Kesir Kavramının İlişkisi 26
Yapılan Araştırmalar 29

BÖLÜM III
YÖNTEM 35
Araştırma Modeli 35
Çalışma Grubu 38
Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi 40
İşlem 44
Araştırmacının Rolü 45
Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği 46
Veri Çözümleme Teknikleri 49

BÖLÜM IV
BULGULAR VE YORUM 51
Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular 51
İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular 87
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular 94
Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular 106
Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular 121
BÖLÜM V
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 126

KAYNAKÇA 134
EK1 141
EK2 143
EK3 144
EK4 145
EK5 146

TABLO LİSTESİ

Tablo 1 Öğretme İşinin Matematik İle İlişkili Görevleri 26
Tablo 2 Katılımcıların Dağılımı 39
Tablo 3 Geçerlik ve Güvenirlik İçin Kullanılan Stratejiler 47
Tablo 4 Çoklu Temsillerle Kesir Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (A) Teması…….52
Tablo 5 Taner Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 52
Tablo 6 İlker Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 58
Tablo 7 Zeliha Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 62
Tablo 8 Elif Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 70
Tablo 9 Gül Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 74
Tablo 10 Zafer Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 81
Tablo 11 Çoklu Temsillerle Kesir Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (B) Teması 87
Tablo 12 Taner Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 87
Tablo 13 İlker Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 88
Tablo 14 Zeliha Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 89
Tablo 15 Elif Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 90
Tablo 16 Gül Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 91
Tablo 17 Zafer Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 93
Tablo 18 Çoklu Temsillerle Kesir Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (C) Teması…….94
Tablo 19 Taner Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 95
Tablo 20 İlker Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 96
Tablo 21 Zeliha Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 98
Tablo 22 Elif Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 102
Tablo 23 Gül Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 104
Tablo 24 Zafer Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 105

Tablo 25 Çoklu Temsillerle Kesir Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (D) Teması……...106
Tablo 26 Taner Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 107
Tablo 27 İlker Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 110
Tablo 28 Zeliha Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 112
Tablo 29 Elif Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler……..114
Tablo 30 Gül Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler 116
Tablo 31 Zafer Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler..... 120
Tablo 31 Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formuna Göre Öğretmenlerin Görüşlerinin Analizi..... 122
Tablo 33 Öğretmenlerin Derslerinde Kullandıkları Kesir Temsilleri……126
Tablo 34 Öğretmenlerin Derslerinde Üzerinde Durdukları Kesir Anlamları…127

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1 PAB Modeline Göre Öğretmenlerin Sahip Olması Gereken Bilgilerin Sınıflandırılması 11

Şekil 2 Öğretim İçin Matematiksel Bilginin Sınıflandırılması 12

Şekil 3 Dışsal ve İçsel Temsillerin İlişkisi-1 15

Şekil 4 Dışsal ve İçsel Temsillerin İlişkisi-2 16

Şekil 5 Parça- Bütün İlişkisi……...20

Şekil 6 Oran Anlamı 21

Şekil 7 Bölüm Anlamı 22

Şekil 8 Ölçü Anlamı 23

Şekil 9 Kesirlerle Farklı İşlemler ve Problem Çözme İçin Kesirlerin Beş Faklı Anlamının Teorik Modeli 24

Şekil 10 Kesirlerin Beş Farklı Anlamının Kesir İşlemleri ve Denk Kesirlerle İlişkisinin Yapısal Modeli……...25

Şekil 11 Araştırmanın Kuramsal Çerçevelerle İlişkisi 28

Şekil 12 Taner Öğretmenin Ders Örneği-1 53

Şekil 13 Taner Öğretmenin Ders Örneği-2 55

Şekil 14 Taner Öğretmenin Ders Örneği-3 55

Şekil 15 Taner Öğretmenin Ders Örneği-4 56

Şekil 16 Taner Öğretmenin Ders Örneği-5 57

Şekil 17 Taner Öğretmenin Ders Örneği-6 57
Şekil 18 İlker Öğretmenin Ders Örneği-1 59
Şekil 19 İlker Öğretmenin Ders Örneği-2 60
Şekil 20 İlker Öğretmenin Ders Örneği-3 61
Şekil 21 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-1 63
Şekil 22 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-2 63
Şekil 23 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-3 64
Şekil 24 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-4 65
Şekil 25 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-5 65
Şekil 26 Zeliha Öğretmenin Kesir Takımı Kullanımı 66
Şekil 27 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-6 68
Şekil 28 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-7 68
Şekil 29 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-8 69
Şekil 30 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-9 69
Şekil 31 Elif Öğretmenin Ders Örneği-1 71
Şekil 32 Elif Öğretmenin Ders Örneği-2 71
Şekil 33 Elif Öğretmenin Ders Örneği-3 72
Şekil 34 Elif Öğretmenin Ders Örneği-4 72
Şekil 35 Elif Öğretmenin Ders Örneği-5 73
Şekil 36 Gül Öğretmenin Ders Örneği-1 75
Şekil 37 Gül Öğretmenin Ders Örneği-2 76
Şekil 38 Gül Öğretmenin Ders Örneği-3 76
Şekil 39 Gül Öğretmenin Ders Örneği-4 78
Şekil 40 Zafer Öğretmenin Ders Örneği-1 82

Şekil 41 Zafer Öğretmenin Ders Örneği-2 82
Şekil 42 Zafer Öğretmenin Ders Örneği-3 83
Şekil 43 Zafer Öğretmenin Ders Örneği-4 84
Şekil 44 Zafer Öğretmenin Ders Örneği-5 85
Şekil 45 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-10 89
Şekil 46 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-11..... 89
Şekil 47 İlker Öğretmenin Ders Örneği-4.....97
Şekil 48 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-12 100
Şekil 49 Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-13 101
Şekil 50 Taner Öğretmenin Ders Örneği-7 109
Şekil 51 Taner Öğretmenin Ders Örneği -7..... 109
Şekil 52 Taner Öğretmenin Ders Örneği -7..... 109
Şekil 53 İlker Öğretmenin Ders Örneği-5 111
Şekil 54 İlker Öğretmenin Ders Örneği-6 111
Şekil 55 Zeliha Öğretmenin Temsil Gösterimi-1 114
Şekil 56 Zeliha Öğretmenin Temsil Gösterimi-2 114
Şekil 57 Elif Öğretmenin Ders Örneği-6 116

ÖZET

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Çoklu Temsilleri Kullanarak Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemlerini Öğretme Yaklaşımlarının İncelenmesi

Gonca YILMAZ

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğretirken kullandıkları temsilleri irdelemek ve bu temsilleri öğrenme sürecine entegre etme süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.

Çalışma nitel bir çalışmadır. Çalışmanın çalışma grubu ise İzmir ili Aliağa ilçesindeki 6 ortaokul matematik öğretmeninden oluşturmaktadır. Bu 6 matematik öğretmeni seçilirken öğretmenlerin MEB'deki tecrübe yıllarına bakılmıştır. 0-10 yıllık mesleki deneyime sahip olan 3 matematik öğretmeni ve 10 yıl üzeri mesleki deneyime sahip olan 3 matematik öğretmeni ile çalışma yürütülmüştür.

Araştırmada veri toplama aracı olarak Mitchell, Charalambous ve Hill, (2013)'in çoklu temsillerle ders işlenişine yönelik hazırladığı çerçeveden yararlanılarak bir gözlem formu ve öğretmenlerin temsil kullanımına ilişkin görüşlerini öğrenmek adına hazırlanan görüşme formu kullanılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir.

Sonuç olarak ise, ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi öğretiminde derslerinde temsil kullanımına çokça yer verdikleri gözlenmiştir. Bunun yanı sıra, birden fazla temsil kullanımına da önem veren öğretmenlerin bu temsiller altında yatan matematiksel fikirlere önem vermedikleri,

temsiller bağlantı ve ilişkilere değinmedikleri, temsiller ile genellemelere ulaştırma konusunda eksik kaldıkları gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Çoklu Temsil, Kesirler, Pedagojik Alan Bilgisi

ABSTRACT

Investigating Middle School Teachers' Use of Multiple Representations Regarding Addition and Substraction of Fractions

Gonca YILMAZ

In this study, junior high school math teachers to examine the representation they use addition and substraction of fractions while teaching, representation is purpose examine the process of integrating the learning process. The study is a qualitative study. The working group's work in the province of Izmir Aliaga, constitute the 6 middle school mathematics teacher. It analyzed when selecting the mathematics teacher look the experience years in the Ministry of Education teachers. The study which has been conducted 0-10 years of professional experience 3 math teacher with 3 math teacher with over 10 years of professional experience.

As data collection tool Mitchell, Charalambous and Hill (2013) 's multiple represented by the class using the framework prepared for processing an observation form and name to find out their views on the use of the representation of teachers prepared interview form was used. The obtained data were analyzed by content analysis.

As a result, the representation of middle school mathematics teachers to use with the addition and subtraction of fractions has been widely observed that has

included teaching the course. As well as, more than one representative use of the importance that for the teachers are not important mathematical ideas underlying representations, they address the representation of links and relationships were observed to they not refferences to transportation to generalize with representations.

Key Words: Multiple Representation, Fractions, Pedagogical Content Knowledge

BÖLÜM I

GİRİŞ

‘Matematik nedir?’ sorusuna bireyler matematiği nasıl gördüklerine göre birçok farklı cevap vermişlerdir. Matematik genel olarak, kişiler tarafından problem çözebilme, semboller kullanabilme ve yaşadığı çevreyi anlamlandırabilmede bir süreç olarak, en önemlisi de soyutlama veya genelleme süreci olarak görülmektedir. Matematik, kişilerin zihninde yarattığı soyut yapılar, soyut ilişkiler yani soyut bir süreçten meydana gelen bir sistem olarak düşünülmektedir (Umay,1996).

“Matematik bir soyutlama bilimidir ve matematiksel kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir”(Altun,2012:5). Bu noktada öğrencilerin matematiksel kavramları soyutlama becerilerini geliştirebilmek için nasıl bir matematik eğitimi verilmesi gerektiği akıllara gelmektedir. Matematik öğretim programında yapılan reformlar bağlamında soyutlama becerilerinin gelişmesi için öğrencilerin somut deneyimler yardımıyla matematiksel anlamlar oluşturmalarına, soyutlama ve ilişkilendirme yapmalarına önem verme yönündedir (MEB,2013).

Matematiksel kavramların, zihinde soyutlanması ve ilişkilendirilmesi için öğrenilmesi gereken temel soyut kavramlardan birisi de kesirlerdir. Kesrin farklı anlamlarının olması, her bir anlamın başka bir matematiksel kavramla ilişkili olması, aynı zamanda bu anlamların işlemlere de zemin hazırlaması kesir kavramının soyut ve zor olarak görülmesinin nedenlerinden bazılarıdır. Soyut birçok matematiksel kavram içermesi bakımından kesirlerin, soyut biçiminden sıyırarak öğrenci için anlamlı hale getirilmesi büyük önem taşımaktadır. Bunu anlamlı hale getirmenin bir yolu da kesirler için faklı temsil biçimleri kullanmak olabilir. Ortaokul matematik dersi öğretim programının genel amaçlarından biri kavramların farklı temsil biçimleri ile bu temsiller arasındaki ilişkinin görülmesini sağlamak ve öğrencilerin bu ilişkileri keşfetmesini mümkün kılmaktır (MEB,2013). Ayrıca modellemeler yaptırarak öğrencilerin problem çözme, iletişim kurma veya akıl yürütme gibi becerilerini

geliştirebilmektir. Bunun yanında matematiksel süreç becerilerinden iletişim kurma becerisini geliştirmek için dikkate alınması gereken göstergelerden ‘Somut model, şekil, resim, grafik, tablo, sembol vb. farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşüncelerin ifade etme’ yönergeleri çoklu temsil kullanıma işaret etmektedir.

Bu noktada tartışılan kesir kavramının soyut yapısından dolayı çoklu temsillerin kullanımıyla bu konunun somut ve anlaşılır hale getirilmesi merak konusu haline gelmiştir. Bununla beraber kesirlerin özellikle de MEB’nın önem verdiği kesirlerle toplama ve çıkarma işleminin çoklu temsiller yardımıyla öğretimi de bu merak konusunun içindedir. Bu araştırmada; ortaokul öğretmenlerinin çoklu temsilleri kullanarak kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğretme yaklaşımları incelenmektedir. Öğretmenlerin çoklu temsilleri kullanma ile ilgili görüşleri ve bu konuyu derslerinde ele alış şekilleri araştırılacaktır.

Tez beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde araştırmanın problem durumu, problemin amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayıltılar, sınırlılıklar, konuyla ilgili tanımlar ve kısaltmalar bu bölümde yer almaktadır.

İkinci bölümde, araştırma konusuyla ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Kesir kavramının ve kesirlerin farklı anlamları üzerinde durulmakta ve bunlarla ilgili araştırmalar incelenmektedir. Ayrıca çoklu temsillerle ilgili araştırmalar ve kesir konusunun çoklu temsil yaklaşımıyla incelendiği araştırmalara değinilmektedir. Bunun yanında bu konunun kuramsal çerçevesi açıklanmaktadır.

Üçüncü bölümde, araştırmanın yöntemi ele alınmaktadır. Araştırma modeli, evren ve örneklem, veri toplama araçları ve veri çözümleme teknikleri bu bölümdedir. Ayrıca veri araçlarının geliştirilme süreci ve araştırmanın geçerlik güvenirlik çalışmaları yer almaktadır.

Dördüncü bölümde, araştırmanın bulguları ve yorumlar yer almaktadır. Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işleminde çoklu temsil kullanım yaklaşımlarına ilişkin ders gözlemleri ve öğretmen görüşleri sonucunda ele edilen bulgular sunulmaktadır.

Beşinci bölümde, araştırma bulguları değerlendirilmektedir. Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinde çoklu temsil kullanımına ilişkin düşünceleri, derslerinde kesir konusunu ele alış şekilleri, çoklu temsil kullanma yaklaşımları nedenleriyle ele alınmaktadır. Bunun yanı sıra alana katkı sağlayacak yeni araştırma konuları önerilmektedir.

Problem Durumu

Kesir, birden çok kavramı belirten veya bunlar arasındaki karmaşık ilişkiyi anlatan soyut bir kavramdır. Kesirlerin özellikleri de öğrenim için karmaşıktır. Öncelikle kesir gösteriminde iki sayının birbirine göre ilişkisi ön plandadır. Ayrıca bir kesre karşılık sonsuz sayıda denk kesir vardır. Başka bir özellik olarak da işlemlerin kesirlerde farklı sonuçlar doğurmasıdır. Yani sayıyı bir doğal sayı ile çarpmak o sayıyı büyütürken, bir kesir ile çarpmak o sayıyı büyütmeyebilir. Ayrıca bir kesir bir durum için başka bir anlam içeriyorken, aynı kesir başka bir durumda çok farklı anlam taşıyabilir. Kesirlerin her ne kadar parça-bütün ilişkisine odaklanan anlamı üzerinde durulsa da, kesirlerin oran, işlemci, bölme gibi farklı anlamları da bulunmaktadır. Bu durumda kesirlerin ve ilgili kavramların temelde iyi öğrenilmesi, hem bu konuyu öğrenci için anlamlı hale getirecek hem de ileriki matematik konuları için sağlam bir temel sağlayacaktır (Bingölbali ve Özmantar , 2009).

Kesirlerin ilişkiler yumağından oluşan karmaşık (Thompson, 1993) bir yapıya sahip olması, öğretimde yeterli alt yapının sağlanamaması durumunda öğrencileri ezbere itmesini kaçınılmaz kılar (Zembat, 2007). Kesirlerin bu denli karmaşıklığı ve ilişkiler yumağından oluşması, kesir kavramının doğru bir şekilde anlaşılması ve ele alınması gerekliliğini oluşturmaktadır. Kesir kavramının doğru öğretilmesi için birçok yol gözetilebilir. Bunlardan biri de kesir öğretimi süresince çoklu temsil kullanımı yöntemi olabilir.

Matematiğin dili olarak ifade edilen temsiller, soyut kavram veya sembollerin gerçek dünya içinde somut biçimde modellenmesi sürecidir (Kaput, 1998). Farklı temsiller ile zenginleştirilmiş bir öğretim sürecinin, matematiksel kavramların farklı yönlerini gösterebilme, kavramı daha geniş bir bakış açısıyla değerlendirebilme ve farklı temsiller arası dönüşümler ile kavramı daha sağlıklı öğrenebilme fırsatı

sağlayabileceği düşünülmektedir (Adu-Gyamfi, 2000, akt: Bingölbali, 2008). Aynı şekilde öğrencilerin sahip olduğu kavram ve işlem bilgilerinin geliştirilmesinde de çoklu temsil kullanımının önemine işaret edilmektedir (Goldin, 2004). Bu sebeplerle kesirler konusunda birçok temsil türü ile gösterimin sağlanabilmesinden dolayı, öğretimde çoklu temsillerden yararlanmak, kavramsal anlamayı geliştirecektir.

Tüm bunlardan hareketle bu araştırmada öğretim sürecinde kesirler konusunda çoklu temsil kullanımında öğretmenlerce ele alınması araştırılmaktadır. Öğretmenlerin temsil kullanıma yönelik yaklaşımları ve görüşleri açıklanmaktadır.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini modellerken kullandıkları temsilleri incelemek ve bu temsilleri öğrenme sürecine entegre etme süreçlerini incelemektir.

NCTM (1989) çoklu temsileri; matematik eğitiminde anahtar bir öğe olarak ifade etmektedir. Keller ve Hirsch (1998) ise çoklu temsil kullanımının bir avantaj olduğunu vurgulamışlardır. Gerçekten de problem çözüm süreci içerisinde mevcut temsilin sınırlamalarından kurtularak, daha somut, sürecin anlamlandırılmasına daha yardımcı bir biçimin oluşturulması, önceki yarar sağlanamayan temsilin reddedilerek, bilginin yeniden yapılandırılması ve sürecin yeni oluşturulmuş temsil/temsiller ışığında sonuçlandırılabilmesi sağlanabilmektedir. Nitekim Kaput (1998); çoklu temsil kullanımının matematiksel bir kavramın daha başarılı bir görüntüsünün oluşturulması ve birbirinden farklı şekillerde somutlaştırılmasının öğrencilere yardımcı olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Hiebert ve Carpenter (1992), Kaput (1989) ve Skemp (1987); çoklu temsillerin öğrencilerin derinlemesine öğrenmesinde ve daha esnek bir öğrenme ortamı oluşturulmasında yardımcı nitelik taşıdıklarını vurgulamışlardır. Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini modellerken kullandıkları temsilleri belirlemek ve bu temsilleri öğrenme sürecine entegre etme süreçlerini incelemektir.

Araştırmanın Önemi

Temsillerin matematik öğretimi içerisinde kullanılması öğrenciye; matematiğin çekici ve güçlü tarafını anlayabilmesi için bir fırsat sunmaktadır (NCTM, 2000). Bunun yanı sıra temsiller; matematiğe yönelik kavram ya da problemlerde, kendi içinde ya da birbirleri arasında geçişlerin yapılabildiği durumlarda problem çözümü için kullanışlı ve elverişli bir araç olarak nitelendirilmektedir (Monaghan ve diğer,1994). Bu durumda kesir öğretim için de çoklu temsil kullanımı elverişli olacaktır. Literatürde kesirler konusunda çeşitli çalışmalar varken, öğretmenler tarafından çoklu temsillerin kesirler konusunun öğretiminde kullanımına ilişkin araştırma az sayıdadır. Bu süreçte öğretmenlerin bu konudaki bilgilerinin ve çoklu temsilleri kullanma süreçlerinin incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Söz konusu önem pedagojik alan bilgisi olgusu ekseninde de kendini göstermektedir. Pedagojik alan bilgisi; öğretmeye yönelik konu bilgisinin, boyutlarına özgü konu bilgisinin ötesine geçmesidir ve spesifik konuların öğrenilmesine neyin kolay ve zor kıldığına dair anlayışa yer verir. Bu anlayışın önemine vurgu yapan Shulman (1986) konuların öğretiminde farklı yaklaşımlar benimsemenin önemini şöyle belirtmektedir: "Farklı yaşta ve farklı geçmişe sahip olan öğrencileri öğretilen konu ve derslerde bir araya getiren olgular kavramalar ve önyargılardır. Bu önyargılar eğer yanlış anlamalarsa ki genellikle böyledir, öğretmenlerin öğrenenlerin anlamasını yeniden düzenlemesinde yardımcı olacak yöntemleri bilmeleri gerekmektedir" (s. 9). Bu araştırmada çoklu temsillerinin kullanımına en çok ihtiyaç duyulan konulardan biri olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri konusu ele alınmakta, öğrencilerde kavramsal bir anlayışın gelişebilmesi için öğretmenlerin çoklu temsilleri derse dahil etme süreçleri incelenmektedir.

Çoklu temsiller kullanılarak kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin ilgili literatürden yararlanılarak ortaya konması ve araştırmanın hizmet içi öğretmenlerle gerçekleştirilmesi yönüyle bu çalışmanın matematik eğitimi literatürüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Problem Cümlesi

Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsilleri kullanarak kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğretme süreçleri nasıldır?

Alt Problemler

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapmada çoklu temsillerden yararlanma şekilleri nasıldır?
2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirleri çoklu temsillerle gösterimleri arasında ilişki kurma şekilleri nasıldır?
3. Ortaokul matematik öğretmenleri çoklu temsilleri kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri ile ilgili genelleme yapma süreçlerinde nasıl kullanmaktadırlar?
4. Öğrenciler çoklu temsillerle çalışırken ortaokul matematik öğretmenleri nasıl rehberlik etmektedir?
5. Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsillerle işledikleri derse yönelik görüşleri nelerdir?

Sayıltılar

1. Bu araştırmada çeşitli kaynaklardan ve kurumlardan elde edilen bilgilerin gerçeği yansıtacağı varsayılmaktadır.
2. Araştırmada öğretmenlerle yapılacak görüşmeler sırasında kullanılacak olan görüşme formundaki soruları öğretmenlerin doğru ve samimi cevaplandıracakları varsayılmaktadır.
3. Veri toplama araçlarının görüşleri ortaya çıkaracak nitelikte olduğu varsayılmaktadır.

Sınırlılıklar

1. Bu araştırma görüşme formundaki sorularla ve çoklu temsillerle kesirlerin öğretimine ilişkin gözlem formundaki bilgilerle sınırlıdır.
2. Bu araştırma öğretmenlerin görüşme formundaki sorulara verdikleri cevaplarla ve çoklu temsillerle kesirlerin öğretimine ilişkin gözlem formundaki bilgilerle sınırlıdır
3. Araştırma ortaokul 5. sınıf matematik programında yer alan 'Sayılar ve İşlemler' öğrenme alanının 'Kesirlerde İşlemler: Toplama ve Çıkarma' alt öğrenme alanıyla sınırlıdır.
4. Araştırma İzmir ilinin merkez ortaokullarında görev yapan öğretmenlerden amaçlı örnekleme ile seçilen altısından elde edilen veri ile sınırlıdır. Elde edilecek bulgulardan yola çıkarak varılacak sonuçlar bu öğretmenler için geçerlidir.

Tanımlar

Kesir: Bir bütünün eş parçalarından her biri veya birkaçıdır. (Baykul,2014)

Kesir sayısı: Aynı sayıda eş parçaya ayrılmış bütünlerden alınan aynı sayıdaki parçaların çokluğunu belirten sayıdır. (Baykul,2014)

Çoklu Temsil: Soyut kavram veya sembolleri, gerçek dünya içinde somutlaştırma yoluyla modelleme işlemidir (Kaput, 1998).

Kısaltmalar

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

Ö: Öğrenci

Öğ: Öğretmen

T: Taner Öğretmen

İ: İlker Öğretmen

Z: Zeliha Öğretmen

E: Elif Öğretmen

G: Gül Öğretmen

Za: Zafer Öğretmen

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, araştırmanın gövdesi olan kuramsal çerçeveler, kesir kavramı ele alınmış ve ilgili literatürdeki çalışmalardan bahsedilmiştir.

Pedagojik Alan Bilgisi

Bir düşünce biçimi ve evrensel bir dil olan matematik günümüzün gelişen dünyasında birey, toplum, bilim ve teknoloji için vazgeçilmez bir alandır. Günlük yaşamda, iş ve meslekte gerekli olan çözümleyebilme, usavurabilme, iletişim kurabilme, genelleme yapabilme, yaratıcı ve bağımsız düşünebilme gibi üst düzey davranışları geliştiren bir alan olarak matematiğin öğrenilmesi kaçınılmazdır.

Matematiğin önemli olması, bu alanın öğretiminin de önemini yanında getirmektedir. Öğretimin önemi, öğretmen bilgisi ve matematiğin nasıl öğretilmesi gerektiği sorusuna da işaret etmektedir. 1980li yılların ortalarından itibaren, öğretmen eğitiminde yapılan çalışmalar öğretmenlerin davranışlarından çok onların bilgilerine yönelik çalışmalara yer verilmesi gerektiğini vurgulamıştır (Işıksal Bostan ve Osmanoğlu,2016). 1986'da Shulman, odağın öğretmen açıklamalarının nasıl oluştuğuna, öğretmenin ne öğreteceğine nasıl karar verdiğine, bunu öğrenciye nasıl aktardığına ve öğrencinin yanlış anlamalarında nasıl başa çıktığına yönelik olması gerektiğini vurgulamıştır. Shulman yapılan çalışmaların öğreten yönünden yeteri kadar ele alınmadığını, öğretmenlerin alan bilgileri ve bu bilgilerin öğretime etkilerini eğitim araştırmaları alanında bir kayıp olarak tanımlamıştır (Işıksal Bostan, Osmanoğlu,2016). Bunun üzerine Shulman 1986'da pedagojik alan bilgisi kavramını ortaya atarak, öğretmen bilgisi üzerine bir model tanımlamıştır.

Shulman (1987), ‘Öğretim için Bilgi Tabanı (Knowlegde base for teaching)’ olarak tanımladığı modelinde, öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerini yedi grupta toplamıştır (Işıksal Bostan, Osmanoğlu,2016):

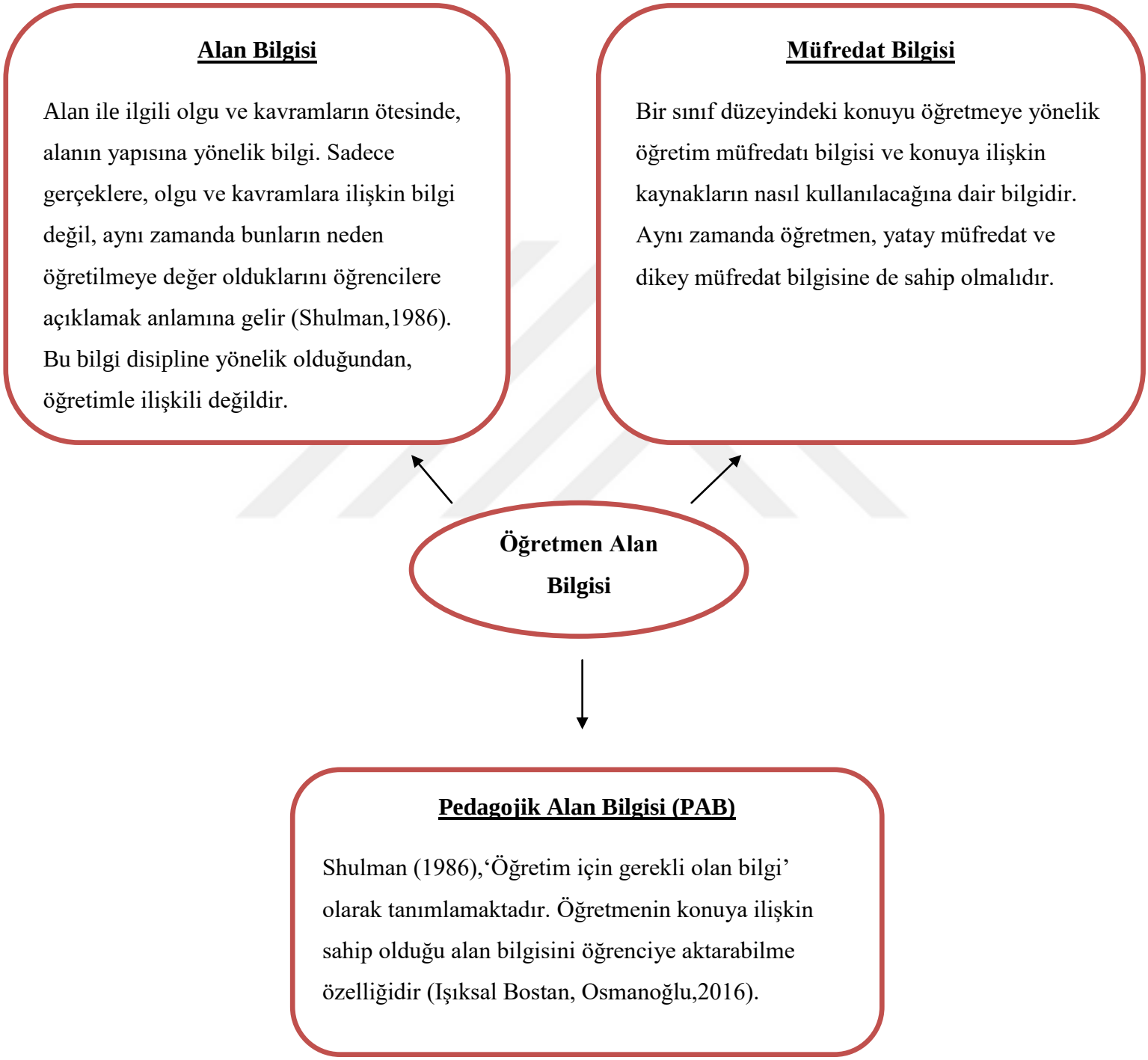
- Alan bilgisi
- Pedagojik alan bilgisi (PAB)
- Müfredat bilgisi
- Genel pedagojik bilgisi
- Öğrenenlerin bilgisi ve özellikleri
- Eğitim ortamı ve şartları bilgisi
- Eğitim ile ilgili amaçlar, hedefler, değerler ve bunların felsefi ve tarihi temelleri bilgisi

Fakat en genel anlamda Shulman (1986), öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerini üç alt kategoride toplamıştır: Alan bilgisi, müfredat bilgisi ve pedagojik alan bilgisi. Bu kategoriler Şekil 1’de verilmektedir.

Şekil 1

PAB Modeline Göre Öğretmenlerin Sahip Olması Gereken Bilgilerin Sınıflandırılması

(Shulman (1986) 'ın PAB modelinden uyarlanmıştır.)

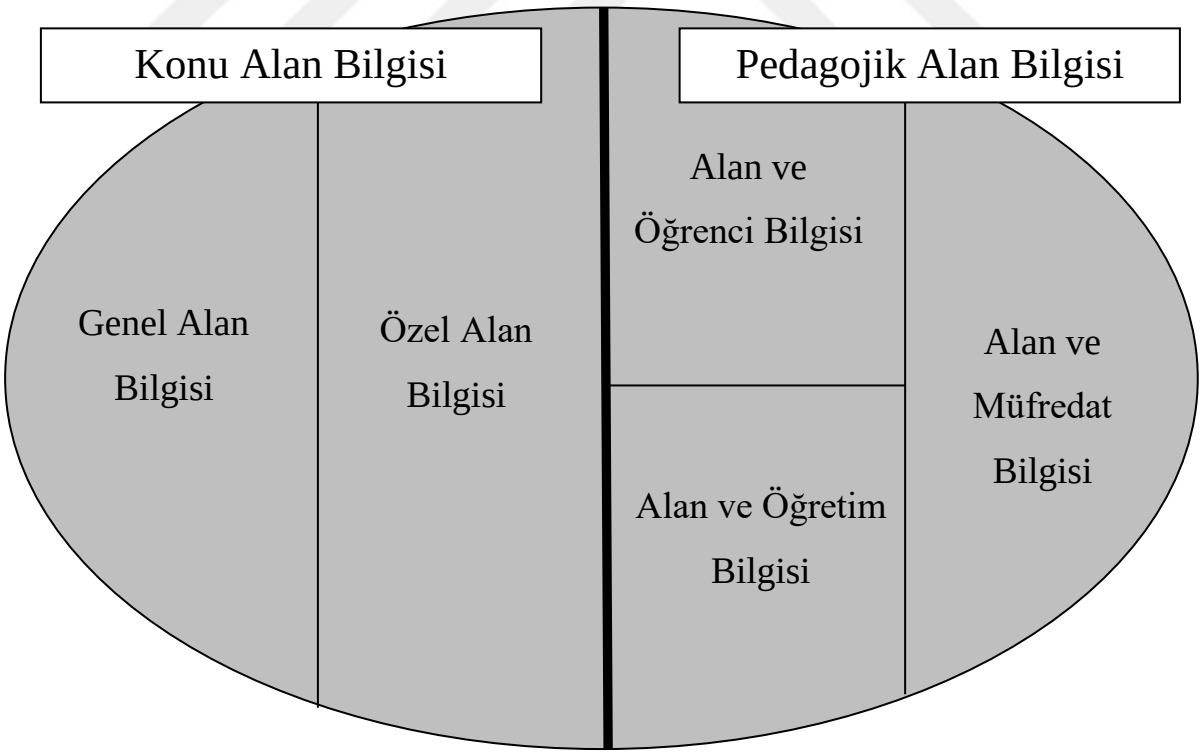


Bunun üzerine birçok araştırmacı, Shulman (1986)'ın çığır açan modelinden yola çıkarak öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerini ele alan pek çok farklı model ortaya atmıştır. Bunlardan birisi de Ball, Thames ve Phelp'in 2008 yılında geliştirmiş olduğu 'Öğretim için Matematik Bilgisi (Mathematical knowledge for teaching)' (ÖMB) modelidir. Ball ve diğer. (2008), Shulman (1986)'ın tanımladığı alan bilgisi ve PAB'ı alt başlıklar altında bileşenlere ayırmışlardır. ÖMB modeli, Shulman'ın kavramları üzerine kurulmuş detaylı bir modeldir. Araştırmacılar geliştirdikleri bu modeli Shulman'ın modeline rakip olarak görülmemesini, aksine 'periyodik tablodaki boşlukları doldurmaya benzer biçimde' (s.403) tanımladıklarını belirtmişlerdir. Ball ve diğerlerinin modeli Şekil 2'de gösterilmektedir.

Şekil 2

Öğretim İçin Matematiksel Bilginin Sınıflandırılması

(Ball, Thames ve Phelp,2008'e göre uyarlanmıştır.)



***Genel Alan Bilgisi*:** Öğretmenin genel olarak matematik problemlerini doğru çözebilme ve öğrencilerin edinmesi gereken matematiksel aktiviteleri gerçekleştirebilme bilgisidir. Yani fazla derine inmeden, öğrencilerin öğrenmesi gereken matematik bilgisine sahip olmaktır. Bu bilgiye sahip olmak için bir kişinin öğretmen olmasına gerek yoktur (Aslan-Tutak ve Köklü,2016).

Özel Alan Bilgisi: Ball ve meslektaşları, pedagojik bilgi içermeyen ama öğretmenliğe özgü olup sınıf içerisinde sıklıkla kullanılan matematik bilgisi olarak tanımlamaktadırlar (Aslan-Tutak ve Köklü,2016). Yani özel alan bilgisi, bir kuralın neden işe yaradığını, altında yatan matematiksel fikrin ne olduğunu veya öğrencinin bir yanlış cevabı üzerine bu bilgileri doğrultusunda öğrencisi sorusuna cevap verebilme bilgisidir. Ball ve diğer.,(2008)'nin etkin bir öğretim için özel alan bilgisinde vurguladıkları nokta, listeledikleri öğretmenlerin 'öğretim işinin matematik ile ilgili görevleri'ni yerine getirebilme yetisidir.

Yatay Alan Bilgisi: Matematiğin kendi içindeki bütünselliğini yansıtmaktadır. Ball ve arkadaşları (2008), sınıf öğretmenlerinin birinci sınıf matematik dersi içerisinde yer alan kavramlarla üçüncü sınıf matematik dersi içerisinde yer alan kavramların nasıl ilişkili olduğunu bilmek isteyebileceklerini ifade etmiştir (Akt: Kar,2014).

Alan ve Öğrenci Bilgisi: Bu bilgi bileşeni, öğrenci bilgisi ile konu alan bilgisi arasındaki ilişkiyi temsil etmektedir. Öğretmenlerin öğrencilerin nasıl düşüneceklerini, nerelerde güçlük yaşayabileceklerini, örnek seçerken öğrencilerin hangi durumları ilginç ve ilgi çekici bulabileceklerini, sınıf içi öğrenme etkinliklerini hazırlarken hangi öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hata türlerini önceden tahmin edebilme bilgisini içermektedir (Kar,2014).

Alan ve Öğretim Bilgisi: Öğretmenlerin alan bilgileri ile öğretme bilgileri arasındaki etkileşimi temsil etmektedir (Ball, Thames & Phelp, 2008). Genel olarak alan ve öğretim bilgisi, konuya ilişkin bir ders planlayabilmedir. Bir öğretmenin konuya uygun modelleme veya görsel unsur seçme ve kullanabilme, dersin amacına uygun örnek seçebilme ve uygun dil kullanabilme, seçtiği öğretim yönteminin avantaj ve dezavantajlarını değerlendirebilme bilgisidir.

Alan ve Müfredat Bilgisi: Ball ve arkadaşları (2008), Shulman'ın bahsetmiş olduğu yatay müfredat bilgisi ile konuya uygun öğretim materyali kullanılmasını bu başlıkta toplamıştır. Bu bilgi bileşeni, müfredata uygun materyal seçme ve matematiğin diğer alanlarla ilişkisi bilgisini kapsamaktadır.

Anlama Hakkında Düşünmek: Temsil Etme ve Bağdaştırma

Matematik eğitiminde, öğrencilerin matematiği anlaması gerektiği fikri birçok araştırma ve uygulama çalışmasının hedefi olmuştur. (Thompson, Thompson,1996; Ball ve diğer., 2008; Davis ve Simmt,2006). Bu hedef, anlayarak öğrenmeyi geliştirmeyi de beraberinde getirmiştir. Örneğin, Hiebert ve Carpenter (1992)'ın kuramsal çerçevesi matematiği anlayarak öğrenme ve öğretme üzerine kurulmuştur.

'Anlama hakkında düşünmek: Temsil etme ve bağdaştırma' kuramsal çerçevesinde Hiebert ve Carpenter (1992), bireyin içsel temsillerinin nasıl yapılandırıldığını açıklamaya çalışmış ve bu içsel anlayışı karakterize edecek bazı alternatif yolların bulunduğunu öne sürmüşlerdir. Bu noktada kuramsal çerçevelerini iki varsayım üzerine inşa etmişlerdir. Birincisi içsel ve dışsal temsiller arasında bir ilişki olduğu, ikincisi ise içsel temsillerin birbirleriyle ilişkili veya bağlantılı olduğudur.

Bu noktada iç ve dış temsilleri tanımlamak gerekmektedir. Hiebert ve Carpenter (1992) kuramsal çerçevelerinde, matematiksel fikirlerin kişiye özel zihinsel yapılarını, bireyin zihninde canlanan matematiksel sistemleri içsel temsil olarak, bu içsel temsillerin aktarımı için harici temsillerin gerekli olduğu dil, yazılı sembol, resim gibi temsilleri de dışsal temsil olarak tanımlamışlardır.

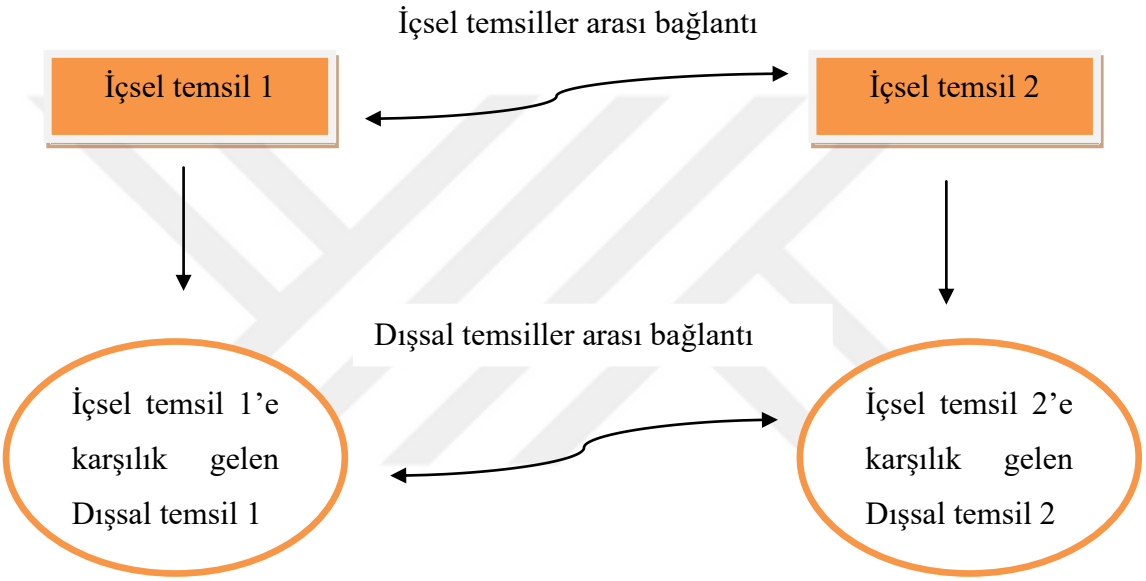
İçsel ve dışsal temsiller arasında bir ilişki olduğu birçok bilişsel çalışmada da ele alınmıştır. İçsel temsilin dışsal temsilin bir taklidi mi yoksa bir dışsal temsil tüm içsel bilgileri temsil edebilir mi üzerine tartışmalar olmuştur (Shepard,1982; Newell,1980). Tartışmalar sonucu olarak Hiebert ve Carpenter (1992) da, dışsal matematiksel temsillerin içsel matematiksel temsilleri etkilediğini varsaymışlardır. Burada önemli olan öğrencinin etkileşime girdiği dışsal bir temsilin formu, bu

öğrencinin içsel olarak temsil etme şeklini değiştirmesidir. Diğer yandan, bir öğrencinin dışsal bir temsili oluşturma veya işleme şekli, bu öğrencinin o bilgiyi içsel olarak nasıl temsil ettiği hakkında bilgi vermektedir. Şekil 3 ve Şekil 4'te dışsal ve içsel temsiller arasındaki bu ilişkiler verilmektedir.

Şekil 3

Dışsal ve İçsel Temsillerin İlişkisi-1

(Hiebert ve Carpenter (1992)'e göre düzenlenmiştir.)

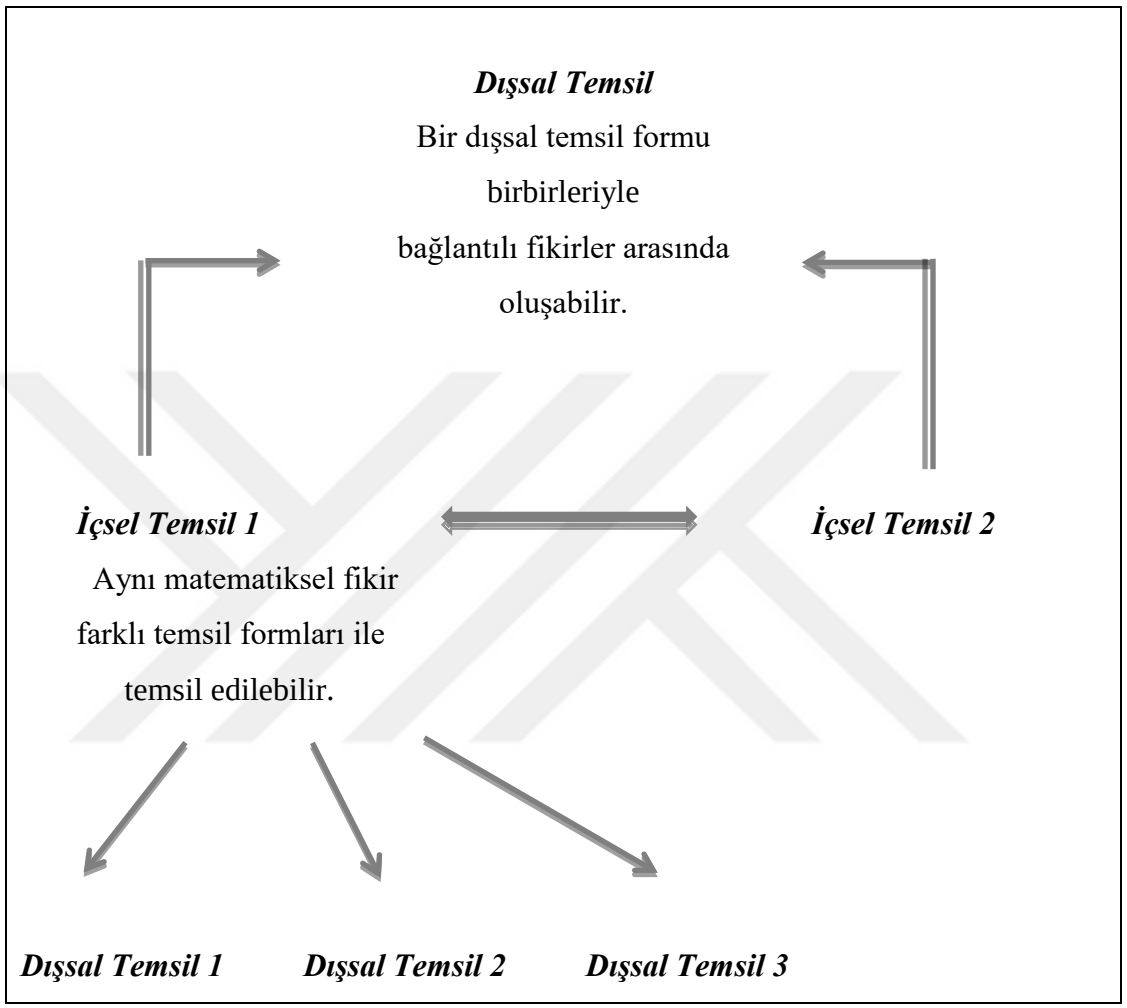


Şekil 3'te Hiebert ve Carpenter (1992)'ın varsayımındaki içsel temsiller arasındaki bağlantıların, bunlara karşılık gelen dışsal temsiller ile aralarında bağlantılar kurularak ortaya çıkarılabileceği gösterilmektedir.

Şekil 4

Dışsal ve İçsel Temsillerin İlişkisi-2

(Hiebert & Carpenter (1992)'e göre düzenlenmiştir.)



Şekil 4'te dışsal temsiller arasındaki bağlantıların ya öğrenci tarafından aynı matematiksel fikrin farklı temsil formları arasında ya da aynı temsil formundaki birbirleriyle bağlantılı fikirler arasında oluşabileceği gösterilmektedir.

İkinci varsayımda ise, bireyin içsel temsillerini yapılandırırken bu temsiller arasında bağlantılar kurduklarını ve bu kurdukları bağlantılardan bilgi ağları oluşturduklarını öne sürmüşlerdir. Bu bilgi ağlarını iki benzetme yoluyla açıklamışlardır. Birincisi, ağlar hiyerarşisidir. Burada, bazı temsiller diğer temsiller tarafından kapsanır; temsiller daha genel temsillerin altındaki ya da içindeki detaylar olarak sınıflandırılır. Özel durumlar detayların birer örneği iken, genellemeler bunları

şemsiye gibi kapsar (Hiebert ve Carpenter,1992). İkinci benzetme ise örümcek ağıdır. Ağdaki kesişim noktaları temsil bilgisi olarak düşünülebilirken, ağlar arasındaki iplikler temsiller arası bağlantı ve ilişkilerdir.

Hiebert ve Carpenter (1992), bilginin temsil edilme ve yapılandırılma şeklini açıkladıktan sonra matematiksel anlamayı, matematiksel bir fikrin içsel ağın bir parçası olması takdirde gerçekleşeceğini öne sürmüşlerdir. Yani zihinsel temsil, temsiller ağının bir parçası olması halinde matematik anlaşılacaktır (Hiebert ve Carpenter,1992). Anlayış düzeyinin de bağlantıların sayısı ve gücü ile ilgili olduğunu öne sürmüşler, yani matematiksel fikrin mevcut ağlara güçlü ve çok sayıda bağ ile bağlanmasıyla tam anlamıyla anlaşılacağını savunmuşlardır.

Matematiksel anlamayı tanımlayan Hiebert ve Carpenter (1992), anlayışı oluşturan yapılandırma sürecini ise, yeni bilginin hali hazırda var olan ağ ile aşamalı olarak bağlanmasıyla ya da bağlantısınız olan bilgiyle yeni ilişkiler kurmasıyla zihinsel temsil ağlarının oluşması olarak açıklamışlardır. Bu temsil ağlarının daha kapsamlı ve daha düzenli hale gelmesiyle anlayışın gelişeceğini, fakat temsillerin sadece bazılarının bağlantılı olması ya da bağların zayıf olması halinde anlamanın sınırlı olabileceğini savunmuşlardır.

Anlama için ağların büyümesinin birçok yolu olduğunu öngören Hiebert ve Carpenter(1992), bunlardan bazılarının temsillerin mevcut ağlara bağlanması veya ağlardaki değişimler olabileceğini savunmuşlardır. Bu ağlardaki değişim, yeniden düzenleme şeklinde olabilir. Yani öğrenci, öğrendiklerinden yola çıkarak zihinsel temsillerini yeniden organize ederek yeni bağlantılar kurabilir, eski bağlantıları değiştirir veya bir kenara atabilir. Bu temsiller arası yeni ve doğru bağlantılar da yine dışsal temsiller arası bağlantılardan geçmektedir.

Bu noktada öğretmenler tarafından öğrencide içsel olarak ifade edilmiş bilginin çeşitli dışsal temsillerle ortaya konulmasını sağlaması için, temsilleri kullanarak öğretmeye başlamadan önce temsillerin düzenleri, olanakları ve sınırları anlaşılmış olması gerekmektedir. Ayrıca öğretmenlerin temsiller ile bunların altında yatan matematiksel fikirler arasındaki bağlantıları kavramış olması (Kaput,1985), ve temsil kullanırken bu bahsedilen bağlantıları vurgulayacak şekilde yapılandırması

gerekmektedir. Bu da bu bölümün başında bahsedilen öğretim için matematik bilgisi kuramsal çerçevesindeki öğretmen bilgisine dayanmaktadır. Yani öğretmendeki özel alan bilgisi ile temsiller hakkındaki bilgisinin bağlantısını göstermektedir.

Kesir Kavramı

Kavram, birden çok nesne ya da yaşantıyı belirten veya bunlar arasındaki ilişkiyi anlatan genel ya da soyut düşünce: genellikle bir sözcük, simge ya da işaret aracılığı ile belirtilir (Pesen,2008). Gagne kavramları, soyut kavramlar ve soyut kavramlar olarak ikiye ayırmıştır. Somut kavramlar, hayatın ilk aylarından itibaren kendiliğinden öğrenilir. Ancak soyut kavramları öğrenmek için genellikle öğretim gerekmektedir (Senemoğlu,2000).

Bu soyut kavramlardan biri de kesir kavramıdır. İlkokul ve ortaokul sınıflarında öğrenciler tarafından da diğer matematik konularına göre kesir kavramı daha soyut ve zor olarak algılanmaktadır (Olkun ve Uçar, 2004). Öğrenci bu zamana kadar çevresindeki birçok çokluğu sayarak belirleyebilmekte ve buna karşılık gelen bir doğal sayı bulabilmekte iken, sayma yaparak kesirleri gösterememektedir. Hatta bir kesir göstermesi için iki doğal sayı ile birtakım işlemler yapması gerekmektedir. Kesirlerin bu özelliği, kesir kavramı ile doğal sayılar kavramının bir farkıdır. Diğer bir farkı ise, doğal sayılar “Kaç tane” sorusuna yanıt olurken, kesirler “ne kadar” sorusuna yanıttırlar. Bu nedenle, çocuklar için kesirler konusu karmaşık, dolayısıyla daha zor bir konudur (Olkun ve Uçar, 2004).

Kesir kavramının tanımı yapılacak olursa, bir bütünün eş parçalarından her biri veya birkaçı olarak tanımlanabilir (Baykul,2014). Kesir sayısının tanımı ise kesir tanımından farklıdır. Kesir sayısı, aynı sayıda eş parçaya ayrılmış bütünlerden alınan aynı sayıdaki parçaların çokluğunu belirten sayıdır (Baykul,2014). Burada kesir sayısı referans olarak alınan bütünün değişmesiyle, bu bütünün eş parçalarından alınan aynı sayıdaki çokluğu ifade edebilir.

Kesir ve kesir sayısının farkının yanında bir de kesir ve rasyonel sayı ilişkisi merak konusudur. Literatürde kesir-rasyonel sayı ilişkisine yönelik çokça farklı

görüşler vardır. Bir görüş, kesirler rasyonel sayı olmak zorunda değildir (Niven,1961). Diğer bir görüş ise, rasyonel sayılar kesirlerin en sade şeklidir(Başkan, Bizim & Cangül,2006; Çelik,2006) şeklindedir. Lamon (2007) ise, her kesrin bir rasyonel sayı olduğunu fakat her rasyonel sayının kesir olamayacağını ifade etmiştir (Yanık,2013). Bununla birlikte kesirlerin rasyonel sayılar gibi negatif değer alıp almayacağı konusunda da fikir ayrılıkları söz konusudur. Niven (1961) ve Çelik(2006), kesirlerin negatif değer alabileceğini öne sürürken, Lamon (2007), kesirlerin sadece pozitif olabileceğini, rasyonel sayıların ise negatif değer alabileceğini belirtmiştir.

Tüm bunların yanında kesir kavramı durumlara göre farklılaşan anlamları beraberinde getirmektedir. Kesir kavramında öğrencilerin yaşamış oldukları zorlukların sebeplerinden birisi olarak Toluk (2002), kesrin sahip olmuş olduğu farklı anlamları göstermektedir. Bir kesir farklı problemlere göre farklı anlamlar taşıyabilir, farklı şekillerde yorumlanabilir ve bu da kesir kavramının anlaşılmasını güçleştirebilir. Bu sebeple kesir kavramının oluşması için kesrin anlamları üzerinde itina ile durulması gereklidir.

İlgili literatürde de kesirlerin öğretiminde sadece parça-bütün ilişkiyle sınırlandırılmamasına vurgu yapılmıştır (Lamon,2007). Lamon (1999) kesirlerin günlük yaşamda beş farklı şekilde karşımıza çıktığını ifade etmiştir:

1. Parça-bütün
2. Oran
3. Ölçü
4. Bölüm
5. İşlemci

Bu beş farklı anlam birbirleriyle ilişkili olmakla beraber kesir kavramının oluşmasında ve kesir konusunun tamamının anlaşılmasında tek tek öneme sahiptir. Örneğin; eşdeğerlik kavramının oluşmasında ve denk kesirleri bulma sürecinde oran anlamı, kesirlerle ilgili çarpma işleminin gelişmesinde ve anlamlandırılmasında işlemci ve bölüm, kesirlerle toplama işleminde parça-bütün ve ölçü anlamının varlığı

etkili olacaktır (Temur, 2011). Kesrin bu anlamları aşağıda detaylı olarak ele alınmaktadır.

Kesrin anlamlarını tek tek ele alalım. Kesirlerin parça-bütün anlamı bir bütünün eşit parçalara ayrılması ve bu parçalardan bazılarının seçilmesidir. Bu şekilde kesir, bölünmüş bir birimin parçalarının sayısı ile o birimin toplam parçaların sayısı arasındaki karşılaştırmayı temsil eder. Bu açıdan bakıldığında, kesrin payı paydadan az veya paydaya eşit olmalıdır (Charalambous ve Pitta-Pantazi,2005). Bununla ilgili örnek Şekil 5'de verilmektedir.

Şekil 5

Parça-Bütün İlişkisi



(Bir bütün 5 eş parçaya ayrılmış ve 1 tanesi seçilmiştir, $\frac{1}{5}$)

Şekil 5'teki örnekte $\frac{1}{5}$ kesri için, bir bütünün 5 eş parçaya bölündüğünü ve bunlardan birinin seçildiği görülmektedir.

Parça-bütün ilişkisinde $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ ifadesinde; genellikle b eşit parçalardan oluşan bütünü temsil eder. Yani b, hem bütünü hem de bütünün kaç eş parçaya ayrıldığını gösterir. a ise eşit parçaların oluşturduğu bütünün bir kısmını ifade eder.

Bunun yanında parça-bütün arasında şu ilişkiler de vardır:

I. Parçalar bir araya geldiğinde bütünü oluşturur.

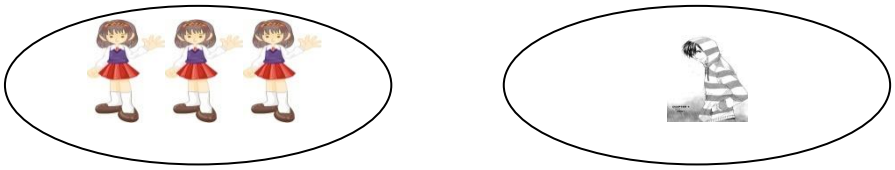
II. Bütün artan parçalara ayrıldıkça parçaların alanı küçülür.

III. Parça ve bütün arasındaki ilişki eş parçaların dizilimine, boyutlarına ve şekillerine bakılmaksızın korunur (Charalambous ve Pitta-Pantazi,2005).

Kesirlerin oran anlamı; iki miktar arasındaki bir karşılaştırma olarak tanımlanır. Bu yüzden bir sayıdan öte bir karşılaştırma indeksi olarak kabul edilir. Diğer bir ifadeyle oran yorumu, aynı ya da farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasındaki oransal ilişkinin sayısal gösterimi şeklinde ifade edilebilir (Yanık,2013). Kesrin oran anlamıyla ilgili örnek Şekil 6'da verilmektedir.

Şekil 6

Oran Anlamı



(Bir sınıfın $\frac{3}{4}$'ünün kız olması)

Şekil 6'daki örnekte bir sınıftaki kız öğrencilerin tüm sınıf mevcuduna oranı gösterilmektedir.

Oran anlamındaki kesirler, bütünü oluşturan parçaların birbirine oranı olabileceği gibi, bu parçalar birlikte bir bütünü veya bütünün tamamını oluşturmak zorunda değildir. Örneğin; bir gruptaki kişilerin kadınların erkeklere oranı bir bütünü yani grubu oluştururken, gruptaki gülü seven kişilerin orkide seven kişilere oranı bütünü yani grubu temsil etmeyecektir. Çünkü o grup içerisinde başka çiçekleri sevebilecek olanlar da olabilir.

Oran anlamının sadece aynı bütünün parçalarının oranını ifade etmemesi, farklı ölçme uzaylarına ait çoklukların oranına vurgu yapmak amacıyla birimli oran olgusuna dikkat çeker (Thompson,1994). Örneğin; bir tuzlu un karışımındaki 2 ölçek tuz ile 5 ölçek un karıştırıldığında $\frac{2}{5}$ tuz/un oranının birimi tuz/un olacaktır.

Bazı araştırmalarda oran yorumunun denk kesirler konusunun öğretiminde faydalı bir kavramsal temel olacağı sonucuna ulaşılmıştır (Behr ve diğer.,1983; Charalambous ve Pitta-Pantazi,2005). Örneğin; 6 kişilik bir sınıfta gözlüklü olanların olmayanlara oranı $\frac{2}{4}$ ise, 30 kişilik bir sınıfta bu oran $\frac{10}{20}$ olabilir. Charalambous ve Pitta-Pantazi (2005), denk kesirlerin öğretiminde öğrencilerin bu konuyu anlamlandırabilmeleri için oran yorumunu içeren örneklere önem verilmesini, aynı zamanda da anlatmanın da daha kolay olabileceğini vurgulamışlardır.

İşlemci anlamında kesirlerin bir kümeye, bir nesneye veya bir sayıya etki eden bir fonksiyon olarak düşünülmesi bir dönüşüm olarak nitelendirilmesi söz konusunudur (Behr ve diğer.,1983; Marshall,1993). Bu anlam, "çarpma işleminin kuralını belirtir" (Toluk,2002: 81) ve bir miktarı büyütür veya küçültür. Örneğin; $\frac{3}{10}$

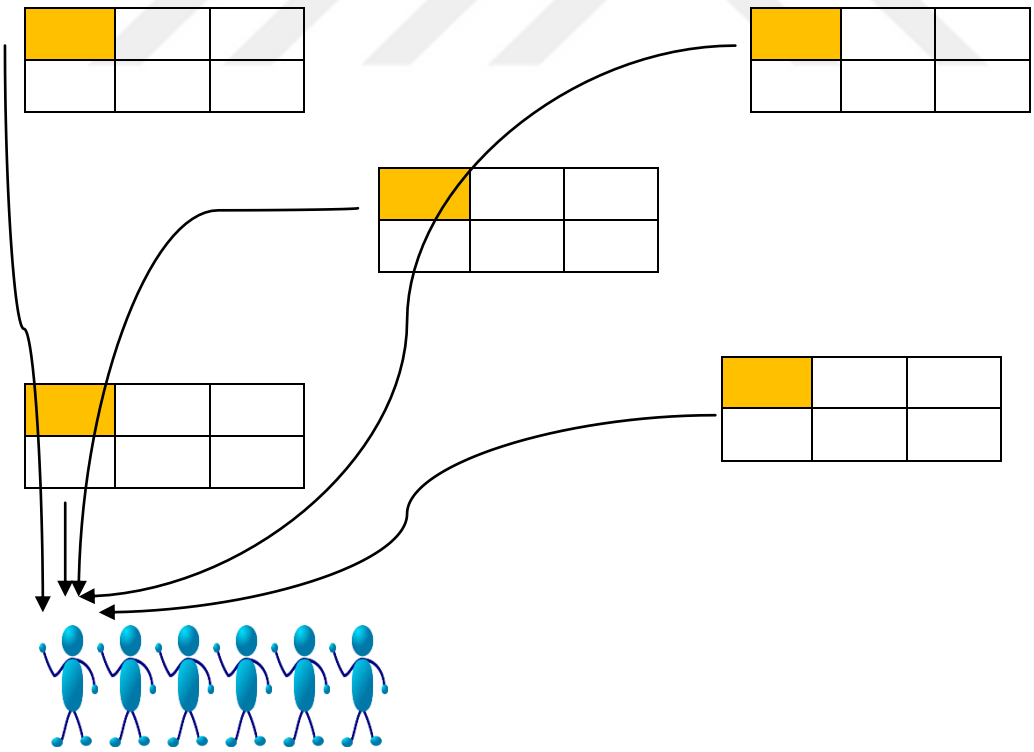
oranında küçültülmüş bir haritanın gerçek büyüklüğüne getirmek için hangi oranda büyütmek gerekir sorusu sorulduğunda öğrencinin, ihtiyaç duyulan $\frac{7}{10}$'lik kısım için nasıl bir işlem yolu izlemesi gerektiği bu anlam üzerinden verilmelidir.

Charalambous ve Pitta-Pantazi (2005) kesirlerin işlemci anlamıyla kesir çarpımları arasında yakın bir kavramsal ilişki olduğu belirtmiş ve öğrencilerin kesirlerle çarpma işlemini bu anlamı içeren örneklerle daha kolay anlayabileceklerini öne sürmüşlerdir.

Bir çokluk belirli sayıda kişi tarafından eş paylaşıldığında her bir kişiye düşen miktar kesirlerin bölme anlamına karşılık gelir. Yani bu anlamda paylaşma söz konusudur. Aynı zamanda $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ ifadesi bir bölme işleminin sonucunu gösterip, a'nın b'ye bölündüğünde elde edilen sayısal değer olarak düşünülür (Kieren,1993). Bununla ilgili örnek Şekil 7'de verilmektedir.

Şekil 7

Bölüm Anlamı



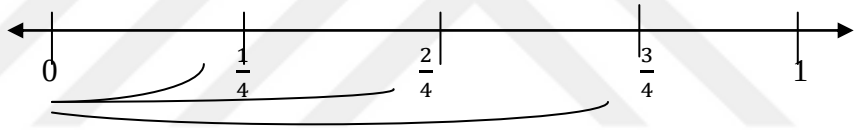
Şekil 7'de, 6 kişi 5 pizzayı eşit olarak paylaştıklarında her bir kişi bir pizzanın $\frac{5}{6}$'ünü alır. Burada pay pizza sayısını, payda kişi sayısını ve bölüm de her bir kişiye düşen pizza miktarını göstermektedir.

Charalambous ve Pitta-Pantazi (2005) bölüm anlamının da işlemci anlamı gibi kesirlerle çarpımsal işlemlerde kullanılmasının öğrenci için konunun daha anlaşılabilir kılacağını savunmuşlardır.

Ölçü anlamında, bir kesrin kullanılan modele göre (uzunluk, alan, hacim) bir uzunluğun, alanın ya da bir hacmin ölçüsü olarak ifade edilebilir (Yanık,2013). Bu anlamda $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ ifadesi 'a tane $\frac{1}{b}$' birimlik bir ölçüyü temsil eder. Bununla ilgili örnek Şekil 8'de verilmektedir.

Şekil 8

Ölçü Anlamı



Şekil 8'de bir sayı doğrusunda $\frac{3}{4}$kesrinin belitmiş olduğu uzunluğun, 3 tane $\frac{1}{4}$ uzunluğundan oluşan uzaklık olduğu gösterilmektedir.

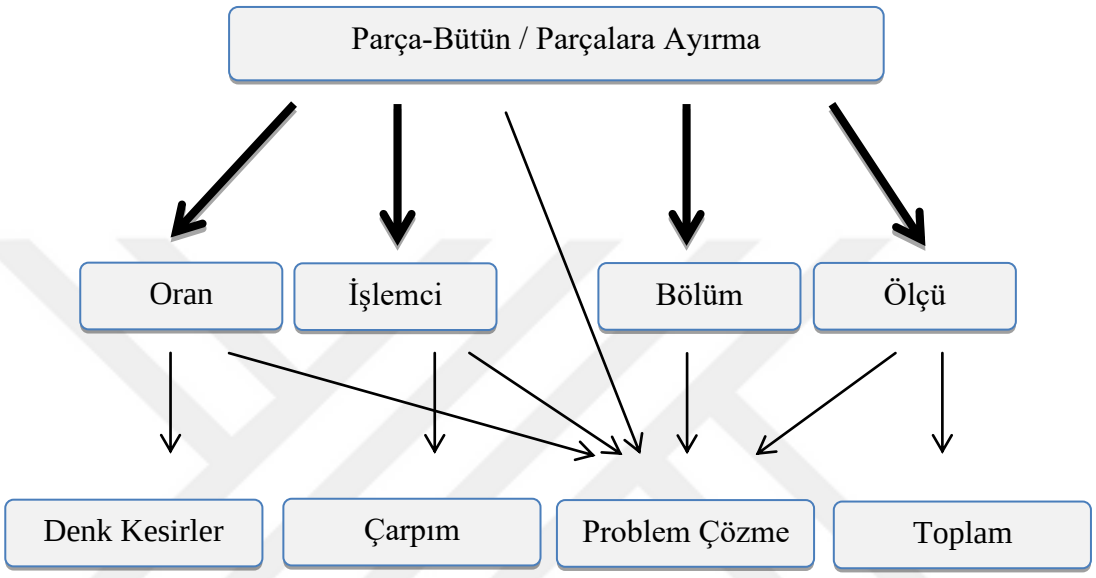
Buraya kadar kesrin anlamlarını açıkladıktan sonra, farklı araştırmacıların bu anlamlara dayalı olarak oluşturdukları çeşitli modellerden bahsetmek faydalı olacaktır.

Kieren (1980); kesir kavramının tam olarak oluşması için birbiriyle ilişkili dört alt yapı önermiştir. Bunlar; oran, işlemci, bölüm ve ölçü alt yapılarıdır. Onun bu kavramsallaştırmasına göre parça-bütün, bu dört alt yapının içine geçmiştir. Bu yüzden parça-bütünü beşinci alt yapı olarak tanımlamaktan kaçınmıştır. Kesir kavramının oluşması için bu farklı alt yapılarının her birinin özümsenmesi ve birbirleriyle ilişkilendirilmesi gerektiğini savunur. Daha sonra (Behr ve diğer,1983) Kieren'in bu kavramsallaştırmasını genişletmişlerdir. Parçalara ayırma süresini yani

parça-bütün anlamını tanımlanan dört alt yapıyla bağlamışlardır. Hatta kesirlerin temel işlemleri ile de ilişkilendirmişler. Bu yapılanma Şekil 9da verilmektedir.

Şekil 9

Kesirlerde Farklı İşlemler ve Problem Çözme İçin Kesirlerin Beş Farklı Anlamının Teorik Modeli (Behr ve diğer, 1983)

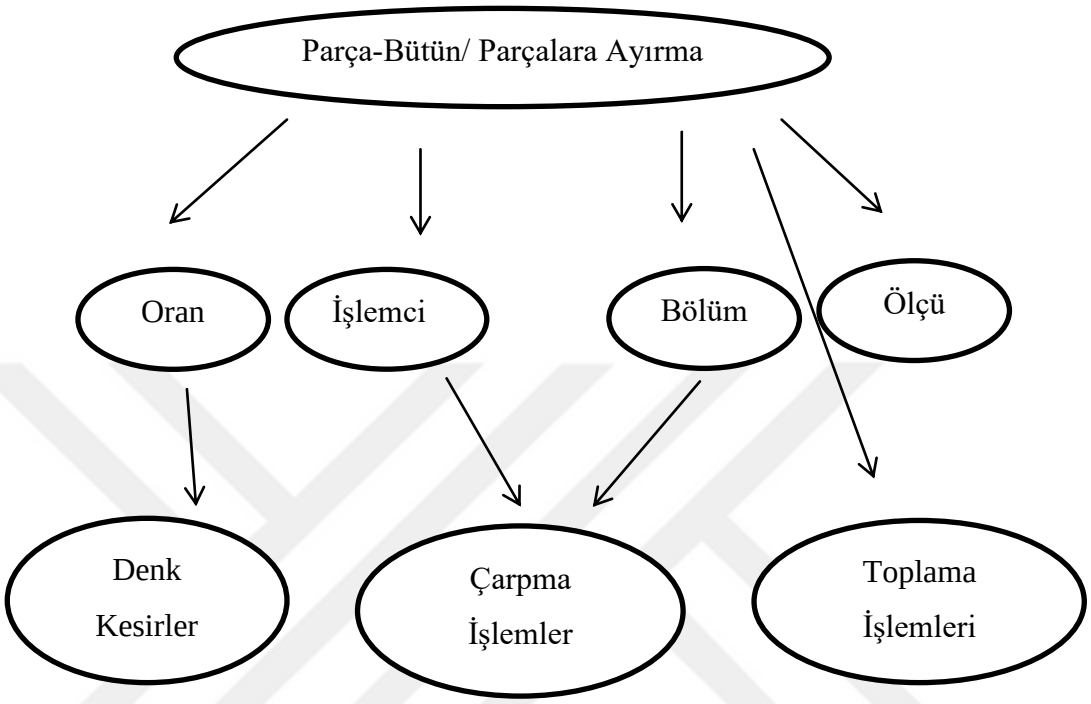


Şekil 9'da kesirlerin Parça-bütün anlamının diğer dört anlamının temelini teşkil ettiği görülmektedir. Parça-bütün anlamının temelinde eşit parçalara ayırma vardır. Özellikle 'eşit parçalara ayırma' bütün kesirlerin ortak temel özelliğidir. (Alacacı,2010). Behr ve diğer. (1983), belirli konuların belirli kesir anlamlarıyla anlatılması gerektiğini oluşturdukları bu teorik çerçevede belirtmişlerdir.

Bunun yanı sıra Charalambous ve Pitta-Panzati (2005) yaptıkları çalışmalarında, Behr ve diğerlerinin teorik modelinde ele alınan problem çözme teriminin belirsizliği nedeniyle, bu terimi ölçecek görevleri dâhil etmemişlerdir. Bunun yerine, problem çözme kavramını kesirlerin her farklı anlamının içine gömülü olduğunu düşünmüşler ve oluşturdukları modelde problem çözme terimine yer vermemişlerdir. Charalambous ve Pitta-Panzati (2005)'nin oluşturduğu model Şekil 10'da verilmektedir.

Şekil 10

Kesirlerin Beş Farklı Anlamının Kesir İşlemleri ve Denk Kesirlerle İlişkisinin Yapısal Modeli (Charalambous ve Pitta-Pantazi,2005)



Şekil 10'dan da anlaşıldığı üzere; denk kesir kavramlarının oran yorumu ile kolay anlaşılabileceği, kesir çarpımlarının en iyi bölüm ve işlemci yorumları ile, kesir toplamlarınınsa en iyi parça-bütün anlamı ile öğrenebileceği Charalambous ve Pitta-Pantazi (2005) tarafından ileri sürülmüştür.

Bu öne sürülen fikirler bu konuların her zaman böyle anlatılmasını zorunlu kılmaz. Yani kesirlerle ilgili bir toplama işlemi sadece parça-bütün ilişkisiyle anlatılacak gibi bir zorunluluk yoktur. Bu öğretmenin tercihi veya sınıf düzeyine göre de değişiklik gösterilebilir. Fakat kesrin tüm anlamlarına derste yer vermek ve problem çözme sürecinde tüm yorumları ele almak kavramsal bir anlayış geliştirmeye yardımcı olabilir.

Öğretimde ele alınan kesrin anlamları, her anlama karşılık farklı bir kesir temsilini beraberinde getirebilir. Veya sadece bir anlam farklı şekillerde temsil

edilerek kavramsal anlayış sağlanabilir. Kesir modellerinin literatürdeki ele alınışı aşağıdaki gibidir.

1. Uzunluk özelliğini esas alan modeller: Sayı doğrusu gibi,

2. Alan taraması özelliğini esas alan modeller: Geometriksel bir seklin alanın belli bölümünün taranması ile elde edilen modeller, geometriksel modeller,

3. Hacim özelliğini esas alan modeller: Ekmek, portakal ya da karpuz gibi somut maddelerin belli oranlarda bölünmesi,

4. Sayılabilme özelliğini esas alan modeller: Abaküsün ya da bir kümenin elemanlarının kullanıldığı modeller. (Şiap ve Duru,2004)

Kuramsal Çerçevelerin ve Kesir Kavramının İlişkisi

Bu araştırmanın dayanakları olan, Pedagojik Alan Bilgisi kuramsal çerçevesinin içinde bahsedilen Öğretim İçin Matematiksel Bilgi modeli ile kesirlerle temsil kullanımının ve çoklu temsillerin ilişkisi bu bölümde anlatılacaktır.

Ball ve diğer., pedagojik bilgi içermeyen ama öğretmenliğe özgü olup sınıf içerinde kullanılan matematik bilgisini Özel Alan Bilgisi olarak tanımlamaktadır (Aslan-Tutak ve Köklü,2016). Ball ve diğer. ortaya attıkları modeli geliştirirken öğretmenin öğretim sürecinde sınıftaki matematik ile ilgili sorumluluklarını da ayrıca listelemişlerdir. Bu liste aşağıda Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1

Öğretme İşinin Matematik İle İlişkili Görevleri (Ball ve diğer.,2008: s.400)

• Matematiksel fikirleri sunma
• Öğrencilerden gelen 'neden' sorusuna cevap verme
• Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnek bulma
• Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olma
• Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme
• Öğretilen bir konu ile daha önceki veya daha sonraki yılların konuları

arasında bağlantı kurma
• Matematiksel hedef ve amaçları velilere açıklama
• Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği değerlendirme ve uyarlama
• Etkinlikleri hem daha kolay hem daha zor olacak şekilde düzenleme
• Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme
• Matematiksel açıklamalar yapma veya değerlendirme
• Kullanılabilir tanımlar seçme ve geliştirme
• Matematiksel simge ve dili kullanma ve kullanımını irdeleme
• Üretken matematiksel sorular sorma
• Belirli amaçlar için temsiller seçme
• Matematiksel denklikleri inceleme

(Aslan-Tutak ve Köklü,2016: s: 706'dan alınmıştır.)

Tablo 1'e bakıldığında özellikle *temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme* ve *belirli amaçlar için temsiller seçme* görevleri Özel Alan Bilgisi ile temsillerin ilişkisini ortaya koymaktadır. Yani öğretmen temsil kullanırken, ne için kullandığını, altında yatan fikirleri ve diğer temsillerle olan ilişkilerini iyi idrak etmelidir.

Daha özelleştirerek araştırmanın konusu olan kesirler konusuyla ilgili bu duruma bakılacak olursa örneğin, kesirler konusunu işleyen bir öğretmenin sayı doğrusu temsilinin yapısını bilmesi gerekir. Bunun yanında sayı doğrusu temsilinin kesir anlamlarından ölçü anlamına daha uygun olup, o anlama yönelik işleyişte bulunması gerekir. Aynı şekilde, paydaları eşit kesirlerle toplama işlemi yaparken paylar toplanıp paya yazılır paydalar aynen kalır kuralında, öğrencinin neden paydalarının aynen kaldığı sorusuna cevap verebilmesi de Özel Alan Bilgisi dâhilindedir.

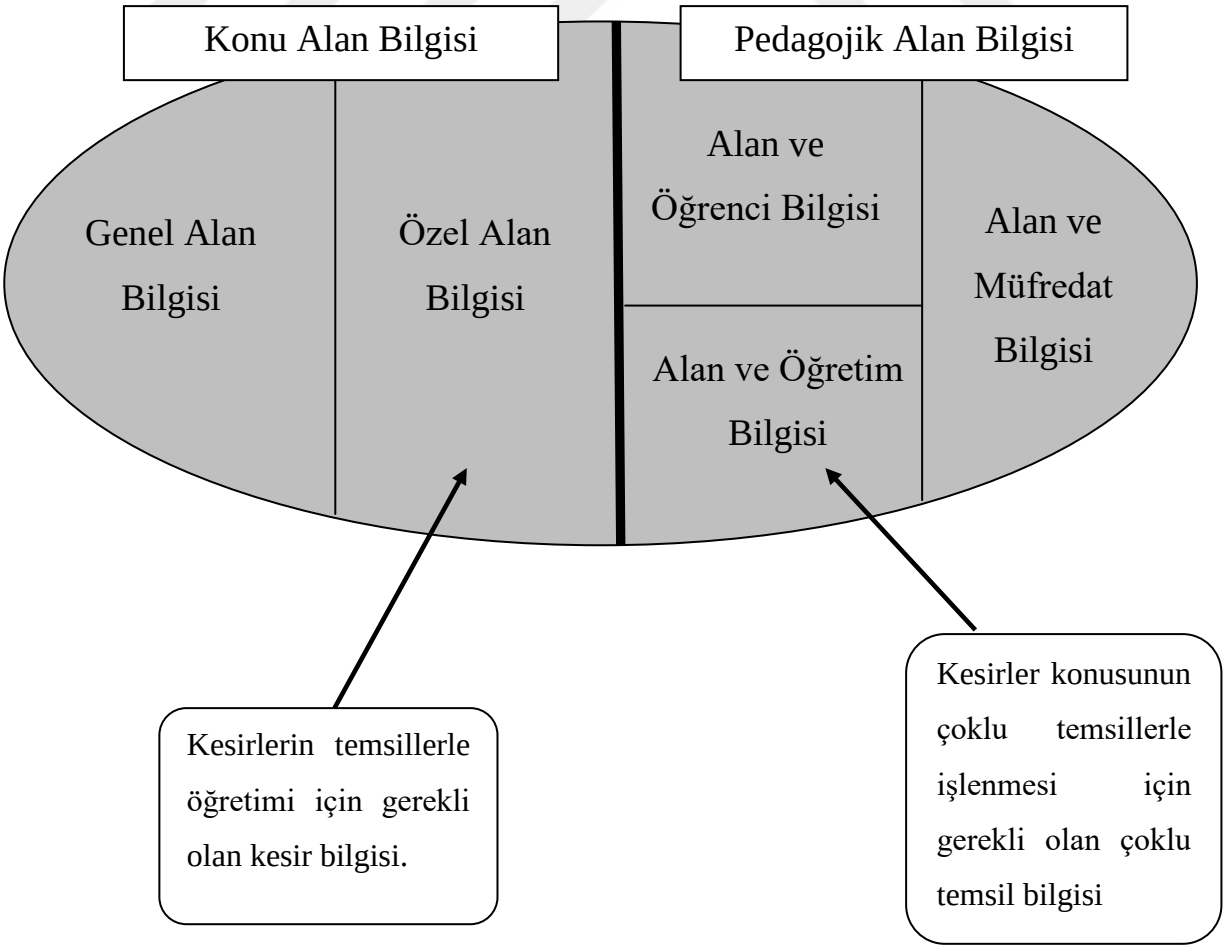
Ball ve diğer.'nin bu bilgi bileşeninde dikkat çektiği nokta, kavramsal bilginin salt olarak bulunmaması ve bu kavramsal bilgileri Tablo 1'de verilen gerekli öğretmenlik görevlerinde kullanılabilmesidir. Aynı şekilde burada pedagojik alan bilgisinden de söz edilmemekte, Tablo 1'deki görevleri yerine getirebilecek nitelikteki matematiksel bilgiden bahsedilmektedir. Yani bu bilgi bileşeni, kesirlerle

temsil kullanımı için gerekli olan kesir konusunun matematiksel bilgisidir. Bu araştırmanın birinci dayanağı Özel Alan Bilgisi bilgi bileşenidir.

Bunun yanı sıra bu araştırma, Öğretim için Matematiksel Bilgi modelinin Alan ve Öğretme Bilgisi bileşenine de dayandırılmıştır. Pedagojik Alan Bilgisi kapsamında Alan ve Öğretme Bilgisi, konuya uygun bir ders planlayabilmedir. Bir öğretmenin konuya özgü birçok öğretim tekniği düşünüp dersini hazırlaması gerekir. Matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımı öğretme bilgisinin önemli bir parçasıdır (Aslan-Tutak ve Köklü,2016). Örneğin, kesirler konusunun çoklu temsillerle ifade edilmesi öğrencinin kavramsal olarak anlamasına ve etkin bir öğretimin gerçekleşmesine olanak sağlayacaktır. Temsil seçiminin yanı sıra öğretmenin konuya uygun dil ve örnek seçimi de Alan ve Öğretim Bilgisi bileşenine girmektedir.Aşağıdaki Şekil 11'de kuramsal çerçevelerin ve kesir kavramının ilişkisi ele alınmaktadır.

Şekil 11

Araştırmanın Kuramsal Çerçevelerle İlişkisi



Bununla birlikte, araştırma Alan ve Öğrenci Bilgisi ve Alan ve Müfredat Bilgisi bileşenlerine de girmektedir. Bir öğretmen öğrencileri hakkında genel bilgiye sahip olmalıdır. Öğrencilerin özelliklerinin getirdiği öğrenme olanaklarını, sınırlıklarını veya sık yaşanan öğrenci kavram yanılgıları bilmesi gereklidir (Aslan-Tutak ve Köklü,2016). Bu bağlamda öğretmenlerin öğrencilerin seviyesine göre hangi kesir anlamını hangi yöntem veya hangi temsille anlatması gerektiği bilgisi Alan ve Öğrenci Bilgisi bileşenine dayanmaktadır. Bunun gibi öğretmen aynı zamanda müfredata uygun materyal seçme veya o konunun diğer alanlarla ilişkisi bilgisine de sahip olmalıdır. Örneğin, öğretmenin hangi seviye düzeyinde kesir öğretimine inmesi gerektiği veya kesir öğretimine ilişkin materyal kullanımı bilgisi de Alan ve Müfredat Bilgisine dayanmaktadır.

Literatürdeki Çalışmalar

Kesir kavramı, kesirlerle işlemler, bunların öğretim ve temsiline ilişkin literatürde oldukça fazla çalışma olduğu görülmüştür. Bunlardan ilki Toluk (2001)'e aittir. Araştırmacı kesir kavramının öğretimdeki yaklaşımlarını 'Geleneksel Kesir Öğretimi' ve 'Gerçekçi Matematik Eğitim' olmak üzere iki kategoride toplamıştır. Geleneksel kesir öğretimi yaklaşımında kesrin anlamlarından parça-bütün anlamıyla kesir kavramının oluşturulduğunu dile getirilmiştir. Fakat bu anlamın sürekli kullanımının kesirleri bir sayıdan ziyade bir bütünün parçalarını gösteren ifade olarak düşünüldüğü ve aynı zaman da sayı doğrusu üzerinde de gösteriminde zorlanıldığını ifade edilmiştir. Gerçekçi matematik eğitimde ise parça-bütün anlamına ek olarak kesirlerin bölüm anlamıyla da yorumlandığı ve aynı zamanda bu anlamın eşit paylaşım ortamlarından geldiğini açıklamıştır. Gerçekçi matematik eğitimini temel alarak kesir kavramının oluşması amacıyla öğretmenlerin uygulayabileceği etkinlikler sunmuştur.

Durmuş (2005) ise ilköğretim öğretmen adaylarının rasyonel sayıları anlama düzeyini belirlemeye çalışmıştır. Bunun için matematik, fen bilgisi ve sınıf öğretmenliği anabilim dalında okuyan toplam 277 öğretmen adayıyla çalışan Durmuş (2005), adaylara Rasyonel Sayıları Anlama Testi ve yarı yapılandırılmış mülakat formu uygulamıştır. Testten çıkan sonuca göre öğretmen adaylarının kesrin anlamlarından parça-bütün, oran ve ölçme anlamlarını daha iyi bildikleri, bölüm ve

işlemci anlamlarını ise farkına varmadan kullandıkları ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının kesirlerin parça-bütün, oran ve ölçme anlamlarını iyi bildiklerinden toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretiminde bu anlamları 'alan' modeliyle ilişkilendirdikleri de belirtilmiştir. İkincil olarak 'küme' modelini kullanırken, öğretmen adaylarının 'sayı doğrusu' temsilinde zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının modelleri belirli bir seviye kullanıp hemen kuralı verme ya da bir iki örnek durum üzerinde durarak kuralı verme eğiliminde oldukları gözlenmiştir.

Toluk-Uçar (2011) yaptığı araştırmada ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel durumlara vermiş oldukları öğretimsel açıklamaları incelemiş ve bu açıklamalar ile matematiksel bilgileri arasındaki etkileşimi tespit etmiştir. Bunun için kesirler konusunu seçen Toluk Uçar (2011) Kinach'ın geliştirmiş olduğu Anlama Düzeyi Çerçevesini temel alarak verileri analiz etmiştir. Veri analizinden öğretmen adaylarının matematiksel bilgilerinin yanlış olduğunu matematiksel anlamlarının genelde işlemsel düzeyde kaldığını açıklamıştır. Kuralı vererek öğretimsel açıklamayı yaptığını düşünen öğretmen adaylarının kural altında yatan kesir kavramını ve buna bağlı ilişkileri bilmedikleri ortaya çıkmıştır.

İpek, Işık ve Albayrak (2005) araştırmalarında sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri konusundaki kavramsal performansları belirlenmiştir. Bunun için hazırlanan kesir işlemleri ile ilgili kavramsal performans testi uygulanmıştır. Analizden, sınıf öğretmeni adaylarının kavramsal öğrenme boyutu ile ilgili olarak işlemlerin gerekçeleri, işlemlerle ilgili problem kurabilme ve işlemleri şekille yorumlayabilme performanslarının yeterli düzeyde olmadığı, aynı zamanda toplama ve çıkarma işlemlerindeki performanslarının çarpma ve bölme işlemlerindeki performanslarına göre daha iyi olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca toplama ve çıkarma işlemlerini temsille gösterimlerimdeki performanslarının yine çarpma ve bölme işlemine göre daha iyi olduğu ortaya çıkmıştır. Kısacası kesir işlemleriyle olan tüm sıkıntıların aslında kesir kavramının kavramsal düzeyde algılanamayışından kaynaklandığı belirtilmiştir.

Bunun yanı sıra öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgılarını inceleyen birçok araştırma da bulunmaktadır. Pesen (2008) ilköğretim 3. Sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili yanlışlarının altında yatan kavram yanılgılarını tespit etmek ve

bunlara ilişkin önerilerde bulunmak amacıyla araştırma yapmıştır. Bunun için 113 öğrenci üzerinde teşhis testi kullanarak alan araştırması yapan Pesen (2008), veri analizi sonucunda kesir sayılarına ve kesir sayılarının okunuşlarına uygun modeli çizmede bütünü eş parçalara ayıramadıklarını, kesrin sembolik gösterimi $\frac{a}{b}$'yi tek bir sayı olarak algılamakta güçlük çektiklerini belirtmiştir. Bununla birlikte modellemeye ait kesir sayılarını ifade etmekte güçlük çektiklerini ve kesir sayılarının okunuşlarına ait kesir sayılarını yazamadıklarını da ortaya çıkarmıştır.

Pesen (2008) kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde ilköğretim 3. Sınıf öğrencilerinin öğrenme güçlüklerini ve altında yatan kavram yanılgılarını incelemiştir. Yine teşhis testi uygulayan araştırmacı, bazı öğrencilerin sayı doğrusu üzerindeki bir bütünü eş parçaya ayırmada zorluk çektiklerini, kesrin pay ve paydasını farklı sayılarmış gibi algılama yanılgısına kapıldıklarını, sayı doğrusu üzerinde 0 ve 1 noktalarını da hesaba katarak gerekenden bir eksik sayıda eş parçaya ayırdıklarını gözlemlemiştir.

Biber, Tuna ve Aktaş (2013) araştırmalarında ilköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin kesirlerle sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında sahip oldukları kavram yanılgıları belirlemiş ve bu yanılgıların kesir problemlerinde öğrencilerin çözümlerine olan etkisini incelemişlerdir. 30 öğrenciye sekiz açık uçlu sorular sorulup içerik analizi yapılmıştır. Kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma işlemleriyle ilgili öğrencilerin en önemli öğrenme güçlüklerinin, kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı düşünüp işlem yapmaları, kesirlerle ilgili daha önce öğrenmiş oldukları kuralları daha sonraki konulara uygulamaları olduğu gözlenmiştir. Bazı öğrenciler kesirleri sıralama konusunda kesrin pay ve payda değerlerini ayrı ayrı sıralamışlardır. Kesirlerle toplama işlemine ilişkin 3 farklı türde yanılgıya rastlamışlardır. Bunlardan birincisi, öğrencilerin pay ve paydalarını kendi aralarında toplanmaları, ikincisi genişletme işlemini sadece paydaya uygulanmaları ve üçüncüsü genişletme katsayısını pay ve paydayla toplayarak işlem yapmalarıdır. Çarpma işlemine ilişkin de iki farklı türde yanılgıyla karşılaşmışlardır. Birincisi, payları çarpıp paydaları aynen yazmaları, ikincisi de iki kesri çapraz çarpım yapmalarıdır. Araştırmacılar genel olarak bu kavram yanılgılarını gidermek için modelleme ve şekillerin kullanımını önermişlerdir.

Çeşitli matematiksel kavramların temsil edilme şekilleriyle ilgili araştırmalara ve bulgularına aşağıda yer verilmiştir.

Çelik, Sağlam-Arslan (2012), çalışmalarında öğretmen adaylarının çoklu temsilleri kullanma becerilerini incelemişlerdir. Çalışmanın amacını sınıf öğretmen adaylarının çoklu temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerini incelemek olarak belirleyen araştırmacılar, 76 sınıf öğretmeni adayına bir başarı testi uygulamışlardır. Veri analizine göre, sözel ifadeden grafiğe geçiş öğretmen adaylarının en başarılı oldukları alan olurken, şekilden grafiğe geçiş en başarısız oldukları alan olduğu ortaya çıkmıştır. Bunun yanı sıra araştırmacılar, temsillerin farklı gösterimlerinin konu öğretiminde rolü dikkate alındığında öğretmen adaylarının bu konuda büyük güçlükler yaşadıklarını fark etmişlerdir.

Delice ve Sevimli (2010), öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerini incelemişlerdir. Bunun için öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile problem çözme başarısı arasındaki ilişkisine bakan araştırmacılar, 45 öğretmen adayı ile çalışmışlardır. Nitel veri analizinin sonucunda, öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığını gözlemlemişlerdir. Tek bir temsile odaklanan öğretmen adaylarının temsiller arası geçiş becerilerinin de zayıf olduğunu ortaya koymuşlardır.

İpek ve Okumuş (2012), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsillerin ne olduğunu ve bunları kullanırken ne tür sorunlar yaşadıklarını incelemişlerdir. 48 öğretmen adayı ile çalışma yürüten araştırmacılar, öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde temsil türlerinden en çok konuşma dili temsilini kullandıklarını gözlemlemişlerdir. Problemi anlama aşamasında adayların probleme uygun temsil oluşturamadıkları ve cebirsel, grafiksel ve sayısal temsil türlerine daha az kullanan adayların temsiller arasında geçiş yapmada da sorunlar yaşadıklarını görmüşlerdir.

Mitchell, Charalambous ve Hill (2013), temsillerle tamsayılarla işlemleri öğretmek için görev ve bilgi gereksinimleri araştırmışlardır. İki öğretmenin tamsayılarla toplama ve çıkarma işlemleri derslerini analiz ederek belirlenen gereksinimleri Öğretim için Matematiksel Bilgi kuramsal çerçevesi üzerine

düzenleyen araştırmacılar, öğretmenlerin temsil kullanımlarındaki yanlış veya doğru adımlarına göre bir liste oluşturmuşlardır. Mitchell, Charalambous ve Hill (2013) yaptıkları çalışmalarında, temsilleri kullanarak yapılan öğretimin gerektirdiği görevleri belirleyerek, öğretmenin sahip olması gereken bilgiden çıkarım yapmışlar ve bu bilgi bileşenlerini MKT kuramsal çerçevesine göre düzenlemişlerdir. Konuyla ilgili temsillerin tam anlamıyla ya da kesin bir şekilde altta yatan matematiksel fikri somutlaştıramadığı düşünülecek olursa (Linchevski ve Williams 1999) öğretmenlerin çok sayıda temsile ve bunlar arasındaki bağlantılara aşina olmaları ve öğrencilerin bu temsiller arasında esnek bir şekilde geçiş yapabilmelerine yardımcı olabilmeleri gerektiğini savunmuşlardır. Ayrıca, öğrencilerin kavrayış düzeyleri hakkında bilgi, öğrencilerin genellikle hangi noktada zorlandıkları (Ball, 1992), hangi temsillerin onlar için daha anlaşılır olduğu ve temsiller kullanarak konunun nasıl savunulacağı bilgilerini öğretmen bilgisinin önemli bileşenleri arasında görmüşlerdir. Öğrencilerin öğrenimi kendilerine aktarılan temsillerden etkileneceği ve bazı temsillerin yanlış anlaşılmalara neden olabilmesine bağlı olarak öğretmenler, hangi temsili kullanacaklarına karar vermelerinin gerekliliği savunmuşlardır.

Bunun için, "Öğretmenler temsilleri kullanarak öğretirken neler yapıyorlar? Öğretmenlerin ve öğrencilerin temsillerle etkileşimi nasıl? Bu etkileşim önemli matematiksel fikirlerin ortaya çıkarılmasına ve aktarılmasına nasıl yardımcı oluyor (ya da olmuyor)?" gibi sorulardan yola çıkarak öğretmenleri gözlemleyebilecekleri bir liste oluşturmuşlardır.

Kılıç ve Özdaş (2010), ilköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin kesirlerle karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümünde ne tür temsil kullandıkları ve kullandıkları temsillerle ilgili sorun yaşayıp yaşamadıklarını incelenmişlerdir. 9 öğrenci ile çalışma yapan araştırmacılar, problemlerin çözümü sırasında konuşma dili, sembolik ve şekil temsillerini kullandıkları; somut nesne, sayı doğrusu gibi başka temsil türleri hiç kullanmadıklarını gözlemlemişlerdir. Ayrıca öğrencilerin probleme uygun temsil oluşturamama, kullandığı temsili problemle ilişkilendirememe gibi sorunlar yaşadıklarını da görmüşlerdir.

Gürbüz ve Birgin (2008), 6.,7. Ve 8. Sınıf öğrencilerinin rasyonel sayıları çoklu temsil kullanarak işlem yapma becerilerini karşılaştırmışlardır. 170 öğrenci ile

yürütülen çalışmada, öğrencilerin öğrenme seviyeleri arttıkça bu becerilerinin geliştiğini görmüşlerdir. Ayrıca, cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerilerinin, geometrik model veya sayı doğrusu gösterim biçimlerine oranla daha iyi olduğu gözlemlemişlerdir.

Şiap ve Duru (2004), araştırmalarında ilköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin geometriksel modelleri anlayabilme ve kullanabilme becerilerini araştırmışlardır. 147 öğrenci ile çalışan araştırmacılar, öncelikli olarak öğrencilerin kesir kavramını tam olarak algılayamadıklarını görmüşlerdir. Ayrıca, geometriksel beceri gerektiren sorularda, özellikle paydaları eşit olmayan kesirlerin gösteriminde, işlem gerektiren sorulara göre daha az başarılı sağladıklarını gözlemlemişlerdir.

Yetim ve Alkan (2010), ilköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve rasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi konusundaki yanlışları ve kavram yanılgılarını imcelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda ise, öğrencilerin rasyonel sayılar konusunu ifade etme ve sayı doğrusu üzerinde gösterme ile ilgili sorunlara sahip olduklarını, konu ile ilgili kavramsal anlamayı geliştiremediklerini gözlemlemişlerdir. Ayrıca, rasyonel sayıların farlı bir gösterimi olduğunda, bu gösterimler arasında geçiş yapmakta güçlük çektiklerini, işlem yaparken kuralları yanlış genellediklerini görmüşlerdir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma yöntemi ele alınmıştır. Öncelikle araştırma deseni ve çalışma grubu hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra veri toplama araçları, bu veri toplama araçlarının geliştirilme süreci, araştırmanın gerçekleştirilme adımları, araştırmacının rolü, araştırmanın güvenilirlik ve geçerliği ve en son da veri çözümleme teknikleri ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

Araştırma Modeli

Ulaşılmak istenen hedefler, araştırma yöntemlerinin ve desenlerinin belirlenmesinde büyük rol oynamaktadır (Büyüköztürk ve diğer,2009). Bu araştırmada nitel araştırma yöntemleri, araştırmanın hedefine, araştırmanın sorularına ve odak noktasına uygun olarak kullanılmıştır. “Nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir şekilde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir”(Yıldırım ve Şimşek, 2013:45). Nitel araştırma yöntemlerinin bu araştırmaya uygun olduğunu görmek için ilk olarak nitel araştırma yöntemlerinin özelliklerini göz önünde bulundurmak gerekmektedir.

Nitel araştırma, araştırmanın yapıldığı doğal ortama duyarlıdır. Her bir olay kendi ortamında en iyi şekilde anlaşılabilir. Her bir araştırma gerçekleştiği alanda en doğru şekilde yorumlanabilir ve değerlendirilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri konusunda öğretmenlerin çoklu temsil kullanma yaklaşımını incelemek amacında olan bu araştırmada da, öğretmenlerin yaklaşımlarını doğru yorumlayabilmek adına sınıf ortamındaki öğrenme sürecinde yani doğal ortamında gerçekleştirmeyi sağlamaktadır.

Nitel araştırma, genelleme çabasında değildir. Nitel bir araştırma, kendi doğal ortamına duyarlı olduğu için, bulunan örnekler, deneyimler ve elde edilen sonuçlar

bu ortama özgüdür. Bu nedenle buradaki sonuçlar başka bir ortamda geçerli olmayabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu araştırmadaki bulgular da, her bir öğretmenin sınıf ortamındaki örnekleriyle, temsilleri öğrenme ortamına entegre etme süreçleriyle sınırlıdır. Bulunan sonuçların ve yapılan yorumların genelleme yapılması doğru olmayacağından bu özellik de araştırmanın nitel araştırma yöntemlerine uygunluğunu göstermektedir.

Aynı şekilde, nitel araştırmada algıların ortaya konulmasında doğrudan alıntılar nitel araştırmalardaki ham maddelerin temel kaynağıdır. Kişilerin duygularının derinliğini, dünyalarını düzenleme şekillerini, olan şeylerle ilgili düşüncelerini, deneyimlerini ve temel kavrayışlarını ortaya çıkarmaktadır. Burada nitel araştırmacının görevi, kişilerin dünyaya bakış açılarını ve belirli bir konu ile ilgili düşüncelerini doğru ve detaylı bir şekilde yansıtarak cevap verebileceği sorular için bir çerçeve belirlemektir (Patton: 2014: 21 ak. Bütün ve Demir). Bu sebeple bu araştırmada da öğretmenlerin ders esnasındaki anlatımlarından, konuyla ilgili yorumlarından, çoklu temsil kullanıma yönelik görüşlerinden doğrudan alıntılar araştırmacı tarafından yapılmaktadır.

Nitel bir araştırma esnek araştırma sürecini benimser. Nitel araştırma sürecinde ortaya çıkan yeni veri ve durumlara bağlı olarak, araştırmanın çeşitli boyutlarını yeniden biçimlendirmeye olanak sağlar (Yıldırım ve Şimşek: 2013:52). Bu çalışmada da öğretmenlerin öğretim sürecinde ve görüşlerini belirtme süreçlerinde yeni verilerin ortaya çıkmıştır. Araştırmacı bunları da göz önünde bulundurarak yorumlarda bulunacağı için bu özellik de araştırmaya uygundur.

Nitel araştırma tümevarımcı bir analiz ister. Araştırmacı topladığı verilerden yola çıkarak problemine ilişkin kategoriler ve bu kategorilere uygun temalar oluşturma çabasındadır. Bu araştırmanın analizinde de öğretmenlerin görüşlerinden yola çıkılarak ilk olarak kategoriler ve kategorilere uygun temalar oluşturulmuştur.

Nitel araştırmanın özellikleri aslında bir araştırmanın iskeletinin nasıl olması gerektiği konusunda araştırmaya ışık tutmaktadır. Araştırmanın yaklaşımını belirleyen, çeşitli aşamaların bu yaklaşım çerçevesinde tutarlı olmasına rehberlik eden yani bu iskeletin bir yapıya dönüşmesini sağlayan araştırma desenlerini

Yıldırım ve Şimşek (2006), 5 bölümde toplamıştır. Bu araştırmanın yaklaşımı da, bu bölümlerden durum çalışması bölümüne girmektedir.

Durum çalışmasında güncel bir olgu kendi yaşam çerçevesinde çalışılır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Aynı zamanda olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, görgül bir araştırma yöntemidir (Yin,1984:23, akt.: 313).

Durum çalışmasında amaç belirli bir duruma ilişkin sonuçlar ortaya koymak olduğundan genellikle birden fazla veri toplama aracı kullanılır. “Bu yolla zengin ve birbirini teyit edebilecek veri çeşitliliğine ulaşılmaya çalışılır” (Yıldırım ve Şimşek,2013:83). Bu araştırmada da gözlem ve görüşme yöntemleri veri toplama araçları olarak kullanılmıştır.

Gözlem veri toplama yönteminin en önemli özelliği araştırmacıya ilk elden bilgiyi verebilmesidir. Eğer ki araştırmacı bir probleme ilişkin derinlemesine bilgi edinmek, bu bilgiyi betimlemek, ayrıntıya inebilmek istiyorsa gözlem yöntemi doğru bir tercih olacaktır. Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formu’nun amacı; öğretmenlerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapmada çoklu temsillerden yararlanma şekillerini, farklı temsil biçimlerini ilişkilendirme yollarını, öğretmenlerin temsilleri genelleme sürecinde nasıl kullandıklarını ve öğrenme sürecinde rehberlik etme biçimlerini incelemek olduğundan, yani derinlemesine ve ayrıntılı bir bilgi araştırılmak istendiğinden gözlem yöntemine başvurulmuştur.

Gözlem yöntemi literatürde 4 türe ayrılmıştır. Yapılandırılmamış alan çalışması, yapılandırılmış alan çalışması, yapılandırılmamış laboratuvar çalışması ve yapılandırılmış laboratuvar çalışması (Bailey, 1982). Bu araştırmada Mitchell, Charalambous ve Hill, (2013) çoklu temsillerle ders işlenişine yönelik hazırladıkları gözlem formundan yararlanarak oluşturulan Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formu araştırmanın doğal ortamında kullanıldığı için yapılandırılmış alan çalışması (yarı yapılandırılmış) türüne girmektedir.

Görüşme veri toplama yöntemi ise, bireylerin deneyimlerine, tutumlarına, görüşlerine, şikâyetlerine, duygularına ve inançlarına ilişkin bilgi edinmektir (Briggs,1986). Stewart ve Cash (1985) ise, önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci olarak tanımlamışlardır (Yıldırım ve Şimşek,2013). Patton (1987) ise görüşme yöntemindeki amacı bireyin iç dünyasına girmek ve onun bakış açısını anlamak olarak anlatmıştır. Bu durumda araştırmanın diğer bir amacı da, öğretmenlerin çoklu temsil biçimlerini kullanmaya yönelik görüşlerini ortaya çıkarmak olduğundan bu yöntem tercih edilmiştir.

Görüşme yöntemi türleri literatürde araştırmacılar tarafından pek çok farklı şekilde gruplandırılmıştır. Patton (1987) görüşme yöntemini 'sohbet tarzı görüşme', 'görüşme formu yaklaşımı' ve 'standartlaştırılmış açık uçlu görüşme tarzı' olmak üzere üç tür olarak gruplamıştır. Araştırmanın amacına yönelik olarak bu araştırmada, Patton (1987)'un bu yaklaşımlarından 'görüşme formu yaklaşımı' benimsenmiştir. Görüşme formu yaklaşımında da amaç, değişik insanlardan aynı tür bilgiyi almak olduğu için araştırmanın amacıyla birebir örtüşmektedir.

Çalışma Grubu

"Nitel araştırmaların doğası gereği, bir popülasyon tüm üyelerinden eşit veriler elde edilen bir kaynak olarak değil, zengin durumlar ile ilgili bilgi alınabilecek bir kaynak olarak ele alınır" (Wiersma,2000: 286). Bu noktada çalışma grubu için belirlenen kişiler bu zengin durumları içermelidir. Bu da, amaçlı örnekleme yöntemlerinin kullanılmasını gerektirmektedir.

Amaçlı örneklemede amaç, araştırmanın daha derinlemesine yapılabilmesi için bilginin zengin olabileceği durumları yakalayabilmektir. Yani bir bakıma cevabı aranan soruları aydınlatacak bilgi bakımından zengin olan durumlara yönelmektir. Araştırmanın amacı gereği ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken çoklu temsilleri kullanma yaklaşımlarını incelenmek istendiğinden amaçlı örnekleme yöntemi araştırmaya uygun olmaktadır.

Amaçlı örneklemede yukarıda bahsedilen ışık tutacak cevaplara ulaşabilmek için farklı pek çok yola başvurulabilir. Patton (1987), bu farklı yolları 15 başlık altında

toplamıştır. Bu araştırma da amacına yönelik olarak bu 15 başlıktan ölçüt örnekleme başlığı altına girmektedir. Yıldırım ve Şimşek (2013: 140)'e göre ölçüt örneklemede temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Tabi ki asıl nokta yine seçilecek olan durumların bilgi verme açısından zengin olmasıdır.

Buna göre; ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemini yaparken kullandıkları çoklu temsilleri incelemek amacıyla yapılacak olan nitel araştırmanın çalışma grubunu 2014-2015 eğitim öğretim yılında İzmir ilinin merkez ortaokullarında görev yapan 6 gönüllü matematik öğretmeni oluşturmaktadır.

Katılımcı öğretmenlerin seçiminde kullanılan ölçütler mesleki deneyimleri ve araştırmaya katılmaya gönüllü olmalarıdır. Bu gönüllü öğretmenlerin Milli Eğitim Bakanlığındaki tecrübelerine bakılmıştır. 0-10 yıl deneyimi olan öğretmenlerden 3, 10 yılın üstünde deneyimi olan öğretmenlerden 3 olmak üzere toplam 6 gönüllü öğretmenle çalışılmıştır. Aynı zamanda bu öğretmenlerin 5. Sınıflarda derse giren bir öğretmen olma şartı vardır. Çünkü 'Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.' kazanımı ilk olarak 5. Sınıf müfredatında görülmektedir.

Katılımcı bilgilerinde öğretmenlerin isimleri şahsi isimler değil, araştırmacı tarafından kullanılan rumuz isimlerdir. Tablo 2'de araştırmada yer alan katılımcıların özellikleri verilmektedir.

Tablo 2

Katılımcıların Dağılımı

Mesleki Deneyim					
0-10 Yıllık Mesleki Deneyim			10+ Yıllık Mesleki Deneyim		
3 gönüllü öğretmen			3 gönüllü öğretmen		
Taner Öğretmen	İlker Öğretmen	Zeliha Öğretmen	Elif Öğretmen	Gül Öğretmen	Zafer Öğretmen
8 yıl	9 yıl	10 yıl	15 yıl	23 yıl	35 yıl

Tablo 2'ye bakıldığında, MEB'da Taner öğretmenin 8 yıllık, İlker öğretmenin 9 yıllık ve Zeliha öğretmenin 10 yıllık tecrübeye sahip olduğu görülmektedir. Aynı şekilde, 10 ve üzeri mesleki deneyim olarak Elif öğretmenin 15 yıllık, Gül öğretmenin 23 yıllık ve Zafer öğretmenin de 35 yıllık deneyimlere sahip olduğu görülmektedir.

Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırma sürecinde tutulan notlar, gözlem ve görüşme yoluyla veriler toplanmıştır. Araştırma için iki tane veri toplama aracı kullanılmıştır. Bunlardan birincisi ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken çoklu temsil biçimlerini kullanma yaklaşımlarını gözlemleyebilmek amacıyla Mitchell, Charalambous ve Hill, (2013)'in çoklu temsillerle ders işlenişine yönelik hazırladığı çerçeveden yararlanılarak oluşturan Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formudur. İkincisi ise ortaokul matematik öğretmenlerinin kesir konusunda çoklu temsil biçimlerini kullanmaya yönelik öğretmenlerin görüşlerini belirlemeyi amaçlayan Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formudur. Veri toplama araçlarına pilot çalışma yapılarak ve uzman görüşü alınarak son halleri verilmiştir. Pilot çalışma yapılmasının amacı, Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun ve Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formunun ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsil kullanma yaklaşımlarını ortaya çıkarmada etkili olup olmadığını belirlemektir.

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun geliştirilmesi aşamasında Mitchell, Charalambous ve Hill (2013)'in çalışmasını göz önünde bulundurmak gerekmektedir. Mitchell, Charalambous ve Hill (2013), öğretim sürecini inceleyerek temsillerle tamsayı işlemlerini öğretmek için görev ve bilgi gereksinimlerinin neler olduğunu ortaya koymuşlardır. Temsil kullanarak öğretimin gerektirdiği görevleri listelemiş ve bilgi bileşenlerini 'Öğretim İçin Matematiksel Bilgi' kuramsal çerçevesine göre düzenlemişlerdir. Bu görevler ve bilgi bileşenlerinin yer aldığı gözlem formu, tamsayılar konusundan tamamen bağımsız ve sadece çoklu temsillerin kullanımını baz aldığından dolayı bu araştırmada da kullanılabilirliğe sahiptir.

Gözlem formunun araştırmada kullanılabilmesi için ilk olarak formun geliştiricilerinden olan Charalambos Y. Charalambous'dan yazılı izin alınmıştır. İzin belgesi, Ek-3'te verilmiştir. İzin alındıktan sonra gözlem formunun dil geçerliliği sağlanmıştır. Dil geçerliliğinin yapılma aşamaları için ise (Baloğlu M., Balgalmış E., 2010) araştırmalarındaki dil geçerliliği sağlama basamakları baz alınmıştır.

Araştırmada ölçeğin dil geçerliği, uzman görüşü doğrultusunda iki bölümde incelenmiştir. Birinci bölümde, her maddenin İngilizce-Türkçe uyumu, çeviri geçerliği olarak araştırılmıştır. İkinci bölümde ise, Türkçe formun dil ve anlam geçerliği incelenmiştir. Birinci bölümde İngilizce uzmanları görev almıştır. İngilizce uzmanı olarak çalışmaya katılacakların (i) lisans veya lisansüstü eğitimlerini İngilizce yapan bir Türk üniversitesi mezunu olmak; (ii) lisans veya lisansüstü eğitimlerini Amerika Birleşik Devletleri veya İngiltere'de tamamlamış olmak; (iii) üniversitelerin yabancı diller yüksekokullarında İngilizce okutmanı olarak görev yapıyor olmak kategorilerinden birinde olmaları şartı aranmıştır. Türkçe formun dil ve anlam geçerliği çalışmasına katılacak uzmanların, üniversitelerin Türk dili ve Edebiyatı programlarından mezun olduktan sonra (i) bir eğitim kurumunda Türkçe veya Türk dili ve Edebiyatı öğretmeni olarak çalışıyor olmak veya (ii) Türkçe veya Türk dili ve Edebiyatı bölümlerinde yüksek lisans yapıyor olmak kategorilerinden birinde olmaları şartı aranmıştır.

Dil geçerliliğini sağlama işleminde ise; ikisi ölçeği daha önce hiç görmemiş, üç araştırmacı birbirinden bağımsız olarak ölçek maddelerini Türkçe 'ye çevirmiştir. Daha sonra, bu üç araştırmacı bir araya gelerek çevirileri karşılaştırmış ve her madde için tek bir çeviriye ulaşılmıştır. Bir derecelendirme formu oluşturularak, ölçeğin İngilizce orijinal maddeleri sol tarafa ve Türkçe çevirileri sağ tarafa yazılmış, ortadaki alana ise "çeviri uygunluk derecesi"ni belirten bir ölçek yerleştirilmiştir. Bu ölçekte uzmanlardan, önce ölçeğin orijinal maddesini daha sonra da çevirisini dikkatle okuyup çevirinin orijinal maddeyi, anlam ve içerik yönünden, ne kadar karşıladığını derecelendirmeleri istenmiştir. Bu derecelendirmede, Türkçe çeviri İngilizce aslını hiç karşılamıyorsa sıfır (0); tamamen karşılıyorsa on (10) aralığında her bir madde için derecelendirme yapılması istenmiştir. Oluşturulan Çeviri Uygunluk Derecelendirme Formu uzmanlarca birbirlerinden bağımsız olarak

doldurulmuştur. Uzmanlar derecelendirmeyi yaparken, maddelerle ilgili önerilerini de form üzerinde belirtmişlerdir. Uzmanların önerileri de dikkate alınarak Türkçe maddelerde gerekli değişiklikler yapılmıştır. Bu düzenlemeler, cümle içinde sözcüklerin yerlerinin değiştirilmesi veya sözcüklerin daha uygun eş anlamlılarıyla değiştirilmesi gibi küçük değişikliklerden oluşmuştur. Türkçe form, madde sayısı, madde sırası ve derecelendirme ölçeği gibi bütün noktalar açısından orijinal formdaki düzeni korumuştur.

Bir sonraki aşamada, Türk dili ve edebiyatı alanı uzmanları, Türkçe formdaki her bir maddeyi, yapı ve ilköğretim düzeyinde anlaşılabilirlik açısından derecelendirmişlerdir. Bu derecelendirmede de, maddenin ilköğretim öğrencileri tarafından hiç anlaşılamayacağı sıfır (0) ya da çok kolay anlaşılabileceğini değerlendiriliyorsa on (10) aralığı kullanılmıştır.

Türkçe form son halini aldıktan sonra, yüksek lisans ve doktora eğitimini Amerika Birleşik Devletleri'nde, ölçme ve değerlendirme alanında tamamlamış bir başka bağımsız uzman, ölçeğin Türkçe maddelerinin İngilizce 'ye geri çevirisini yapmıştır. Ölçeğin orijinal İngilizce maddeleri ve geri çeviri İngilizce maddeleri yan yana getirilerek maddelerin benzerlikleri yazar tarafından incelenmiştir. Orijinal İngilizce maddeler ile geri çeviri İngilizce maddelerin birbiriyle yüksek oranda benzeştikleri iki bağımsız uzman tarafından yapılan değerlendirme sonucunda da teyit edilmiştir. Böylece, ölçeğin dil geçerliği çalışması tamamlanmıştır.

Bu araştırmada ilk olarak her maddenin İngilizce-Türkçe uyumu, sonrasında ise Türkçe formun dil ve anlam geçerliği yapılmıştır. İngilizce-Türkçe uyum çalışmalarında uzmanların lisans veya lisansüstü eğitimlerini İngilizce yapan bir Türk üniversitesi mezunu olmak şartı aranmıştır. Türkçe formun dil ve anlam geçerliliği çalışmaları için de uzmanların Türk Dili ve Edebiyatı programından mezun olma şartı aranmıştır. 3 matematik eğitimcisi olan araştırmacılardan ayrı ayrı Türkçe'ye çevrilmesi istenmiştir. Bu 3 araştırmacının çevirilerinden tek bir çeviri oluşturularak, bu haliyle 4 dil bilimciden Türkçe ve İngilizce ifadeleri karşılaştırmaları istenmiştir.

Değerlendirme için İngilizce orijinal maddeleri sol tarafa Türkçe maddeleri sağ tarafa yazılmış, ortadaki alana ise değerlendirme puan yeri ayrılmıştır. Gözlem formunun ayrı ayrı her bir maddesi 4 dil bilimci tarafından 10 puan üzerinden değerlendirilmiş ve görüşleri de alınmıştır. Bu değerlendirmede çeviri puanı 9.6 olarak hesaplanmıştır ve görüşlere göre bazı maddelerde kelimeler bazı maddelerde de cümle değişikliğe gidilmiştir. Bundan sonra Türkçe formun dil ve anlam geçerliliği uygunluğu açısından Türk Dili ve Edebiyatı mezunu 3 uzmandan görüşleri alınmış ve yine bu görüş ve önerilerden yola çıkarak Türkçe maddelerde değişiklik yapılmıştır. Türkçe form son halini aldıktan sonra bir dil bilimci tarafından Türkçe maddelerinin tekrar İngilizce' ye çevirisi yapılmıştır. Ölçeğin orijinal maddeleri sol tarafa, geri çeviri İngilizce maddeleri ise sağ tarafa yazılarak yine 2 dil bilimci tarafından bu maddelerin benzerliklerine göre değerlendirilmesi istenmiştir. Bu değerlendirmenin puanı ise 9.8 olarak hesaplanmıştır. Bu işlemlerden sonra Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun dil geçerliği sağlanmıştır.

Pilot çalışmada ise, 2 ortaokul matematik öğretmeninin 4'er ders saati boyunca kesirler konusunu anlattıkları ders gözlemlenmiş ve bu ders, Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formuna göre değerlendirilmiştir. Pilot çalışmada fark edilmesi ve tekrar bu maddeler üzerinde uzman görüşünün alınması sonucunda Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formuna son hali verilmiştir. Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formu Ek-1'de verilmektedir.

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formunun hazırlanma aşamasında ise, soruların kolay anlaşılır olmasına, deneyimlerine yakinen ilişkili olabilecek spesifik sorulara, kısa ve net cevaplardan ziyade katılımcının görüşünü açıklayabileceği şekilde soruların olmasına dikkat edilmiş, soruların mantıklı bir sıralamada olmasına önem verilmiştir.

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formunun oluşması için araştırmacı tarafından maddeler oluşturulmuştur. Bu maddelerin amaçları; öğretmenlerin çoklu temsil kullanımı hakkındaki görüşlerini, bu çoklu temsilleri nasıl aktardıklarını, temsiller arası ilişkinin nasıl verilmesi gerektiği hakkındaki

düşüncelerini ortaya çıkarmaktır. Ayrıca hangi temsili daha çok kullandıklarını ve nedenlerini, bu temsillerin kesir konusunun anlamı için etkisinin neler olduğunu öğretmenlerin görüşlerinden belirleyebilmek amacıyla hazırlanmıştır. Bu maddeler beş matematik eğitimcisi tarafından değerlendirilmiş, puanlandırılmış ve önerileri göze alınarak Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formundaki bazı maddeler değiştirilmiştir.

Görüşleri alınan uzmanlar Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formundaki bazı soruların görüşme yapılacak öğretmenler tarafından kısa cevaplarla cevaplandırılacağı, bazı soruların aynı soruya yönelik olabileceğini, bazı soruların da konu dışına çıkabileceğini belirtmişlerdir. Uzmanların görüşleri göz önüne alınarak değişiklikler yapılmıştır. Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formu Ek-2'de verilmektedir.

İşlem

Altı ortaokul matematik öğretmeninin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken çoklu temsil kullanmalarına ilişkin yaklaşımları için gözlem ve görüşmelerin gerçekleştirilme adımları bu kısımda anlatılmıştır.

Araştırmaya İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli yasal izinler alınarak başlanmıştır. Alınan araştırma izni ve etik kurulu onayı Ek-4 ve Ek-5'te sunulmaktadır.

Araştırmaya ilişkin gözlem 2014-2015 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde İzmir ilinin Aliağa ilçesinde toplam beş ortaokulda gerçekleştirilmiştir. Altı gönüllü ortaokul matematik öğretmeninin, 5. Sınıftaki 'Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.' kazanımına ilişkin dersleri gözlemlenmiştir.

Gözlem programı için öncelikle öğretmenlerle tek tek görüşülmüş ve randevular alınmıştır. Her dersin bitiminde bir sonraki randevu belirlenmiş ve bu ders saatlerine itinayla uyulmuştur. Öğretmenlere ve uygulama yapılan sınıflardaki öğrencilere uygulama yapılmadan önce araştırmanın amacı, önemi, öğretmeninin araştırmadaki rolü ve uygulama süreci araştırmacı tarafından belirtilmiştir.

Ortaöğretim matematik programında ‘Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.’ kazanımına ilişkin 9 ders saati ayrılmıştır fakat öğretmenler sınıf düzeyini göz önünde bulundurarak bu kazanımı 5,6 veya 7 ders saatinde bitirmişlerdir. Taner Öğretmen 6 ders saati, İlker Öğretmen 5 ders saati, Zeliha öğretmen 7 ders saati, Elif Öğretmen 6 ders saati, Gül Öğretmen 7 ders saati ve Zafer Öğretmen 6 ders saatinde konularını bitirmişlerdir. Bu süreç, araştırmacının gözlemleri ve tuttuğu notlarla gerçekleşmiştir.

Geliştirilen Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formu, 2014-2015 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde her bir öğretmenin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin anlatımını bitirdiği ders saatinden sonra, altı gönüllü ortaokul matematik öğretmenine uygulanmıştır. Görüşmeler, içinde sadece öğretmen ile araştırmacının bulunduğu bir sınıf içerisinde önceden alınan randevular çerçevesinde gerçekleşmiştir.

Öğretmenlere yöneltilen her sorunun cevabındaki bilgilerin kaçırılmaması için araştırmacı tarafından not tutulmuştur. Aynı zamanda öğretmenin bu süreçteki sözel olmayan davranışlarını hatırlatmaya yardımcı olacak olan notlarda eklenmiştir. Öğretmenlere uygulama öncesinde, araştırmanın amacı, önemi, öğretmenlerin araştırmadaki rolü ve uygulama süreci araştırmacı tarafından belirtilmiştir.

Araştırmacının Rolü

Nitel araştırma, yapısı gereği nicel çalışan bir araştırmacıya göre daha farklı bir rol yükler. Nitel araştırma yapan bir araştırmacı nicel araştırmada olduğu gibi dışarıdan araştırmayı gözlemleyen, gözlemleri sonucu verilerini toplayan ve bunları analiz eden biri değildir. Nitel araştırmacı, Yıldırım ve Şimşek’e göre (2013: 49), kendi çalışma alanında zaman harcayan, araştırma kapsamındaki katılımcıları ile doğrudan ilişki kuran ve alanında kazandığı bakış açılarını, deneyimlerini verilerinin analizinde kullanan kişidir. Bu nedenle de araştırma sürecinde veri toplama aracı işlevi kazanır.

Patton da (akt. Bütün ve Demir, 2014:14), nitel bir araştırmada araştırmacının kendisinin bir veri toplama aracı olduğunu ve dolayısıyla nitel yöntemlerin

inanılırlığının bu alanda çalışan araştırmacının yeteneğine, becerisine, dikkatine ve hatta araştırmacının hayatındaki uğraşlarına bağlı olduğunu ileri sürmüştür.

Bununla birlikte nitel araştırmacı, araştırmanın bu kadar içerisinde iken aynı zamanda süreçte gerçekleşen olayların akışını etkilememelidir. Hiçbir araştırmada yüzde yüz nesnellik mümkün değildir (Patton,1990). Fakat yine de 'tam nesnellik' için veri kaynaklarına uzak durarak geçerli olan bilgileri kaybetmemelidir (Yıldırım ve Şimşek,2013: 50).

Bu çalışmada da araştırmacı, olayların doğal akışını bozmayacak bir şekilde aslında uzak, fakat bilgileri kaybetmeyecek, daha derinlemesine ve anlamlı bilgiler edinebilecek kadar da sürecin bir parçası olarak çalışmıştır. Araştırmacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri konusu anlatırken tarafsız bir rol üstlenmiştir. Süreçte gözlemlenen önemli bilgiler not edilmiştir.

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda güvenirlik ve geçerlik nicel araştırmaya göre farklıdır. Geçerlik için nicel bir araştırmada veri toplama aracının, ölçmeyi amaçlayan durumu ne kadar doğru ölçtüğü ile alakalıdır. Fakat nitel araştırmalarda bu söz konusu değildir.

Nitel araştırmalarda geçerliği sağlayan çalışılan alana yakınlık, uzun süren karşılıklı etkileşim sonucu derinlemesine incelemeler ve ayrıntılı bilgiler, elde edilen verilerin teyit edilmesi gibi özelliklerdir. Nitel araştırmalarda güvenirlikle ilgili bazı ölçütler her ne kadar nitel araştırmaların özellikleri ile çelişse de, tutarlılık incelemesi ve teyit incelemesi bu araştırmalarda güvenirlik çalışmalarını karşılayacaktır. Bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliğinin sağlamasında kullanılan stratejiler Tablo 3'te sunulmaktadır.

Tablo 3

Geçerlik ve Güvenirlik İçin Kullanılan Stratejiler

Kriterler	Kullanılan Stratejiler
İnandırıcılık (İç geçerlik)	Uzun süreli etkileşim
	Derinlik odaklı veri toplama
	Çeşitleme
	Uzman incelemesi
	Katılımcı teyidi
Aktarılabilirlik (Dış geçerlik)	Ayrıntılı betimleme
	Amaçlı örnekleme
Tutarlık (İç güvenirlik)	Tutarlık incelemesi
Teyit edilebilirlik (Dış güvenirlik)	Teyit incelemesi

(Yıldırım ve Şimşek,2013 kitabından uyarlanmıştır.)

Tablo 3'e bakıldığından bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliği açısından, araştırmanın iç geçerliği için, uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi, katılımcı teyidi stratejileri kullanılmıştır. Dış geçerlik için ise ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme stratejilerinden yararlanılmıştır. Aynı zamanda, iç güvenirlik için tutarlık incelemesi ve dış güvenirlik için de teyit incelemesi stratejileri kullanılmıştır.

Bu araştırmada geçerlik ve güvenirliği sağlamak için bazı stratejiler kullanılmıştır. İç geçerliği sağlamak için ise beş stratejiden yararlanılmıştır. Uzun süreli etkileşim stratejisinde, "gözlemci tek bir gözlem yaparak geçerli sonuçlara ulaşamayabilir çünkü ortamdaki kendi varlığının diğer bireyler üzerinde önemli etkisi olabilir (Yıldırım ve Şimşek,2013:300). Ayrıca etkileşim uzadıkça bir güven ortamı oluşur ve görüşülen kişi verdiği cevaplarda daha samimi olabilir. Bu araştırmada da öğretmenlerle araştırmacı arasında uzun süreli etkileşim gerçeklemiştir. Öğretmenlerle 5 ile 7 ders saati aralığında değişen sürelerde etkileşime geçilmiştir. Aynı şekilde öğretmenlerin ilk derslerde araştırmacının sınıf ortamında olmasından çekimser davranışları uzun vadede yerini samimi davranışlara bırakmıştır.

İç geçerliği sağlamak için kullanılan diğer bir strateji olan derin odaklı veri toplamada ise, araştırmacıdan alanda öğrendiği olayların araştırma soruları bakımından anlamı, birbiriyle olan ilişkileri ortaya koyması beklenir (Patton: 2014, ak. Bütün ve Demir). Bu araştırmada da öğretmenlerin çoklu temsil kullanıma ilişkin yaklaşımlarına dair veriler her alt probleme ilişkin olarak Bulgular ve Yorumlar bölümünde ortaya konulmuştur.

Diğer bir strateji olan çeşitlemede ise, araştırmacı farklı bakış açılarını, farklı anlamları ve farklı kaynakları ortaya koymalıdır (Patton: 2014, ak. Bütün ve Demir). Bu da veri kaynaklarının çeşitlemesine ve hatta katılımcıların çeşitlemesine işaret etmektedir. Bu araştırmada da veri kaynakların çeşitliliği için farklı araştırma yöntemleri olarak gözlem ve görüşme yöntemleri uygulanmıştır. Aynı zamanda farklı bakış açıları yakalamak adına 6 ortaokul matematik öğretmeniyle çalışılması katılımcıların çeşitliliğini ortaya koymaktadır.

Uzman incelemesi, genel bilgiye sahip nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerle çalışılması araştırmanın iç geçerliliğini arttırma yöntemlerinden biridir (Yıldırım ve Şimşek,2013). Bu araştırmada Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun dil geçerliğini sağlamada uzman kişilerden inceleme istenmiş, aynı şekilde Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formunun hazırlanmasında matematik eğitimcilerinden yardım alınmıştır. Bununla birlikte tez danışmanından yöntemlerle ilgili bilgiler alınması da uzman incelemesine girmektedir.

İç geçerliği sağlamadaki son strateji olan katılımcı teyidinde ise, ulaşılan sonuç ve yorumların katılımcılara teyit ettirilmesidir. Araştırmada ise özellikle görüşme yapıldıktan sonra, araştırmacının topladığı verileri özetleyerek katılımcılardan bunların doğruluğuna ilişkin görüşlerini tekrar alması bu stratejinin kullanımını göstermektedir.

İç geçerliğin sağlanmasından sonra, dış geçerliği sağlamak için de iki strateji kullanılmıştır. Bunlar ayrıntılı betimleme ve amaçlı örneklemedir. Ayrıntılı betimleme “hem verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş biçimde okuyucuya yorum katmadan aktarılmasıdır. Doğrudan alıntılar bu amaçla

sık kullanılır" (Yıldırım ve Şimşek,2013:304). Bu araştırmada da ayrıntılı betimleme stratejisi kullanılmıştır. Özellikle Bulgular ve Yorumlar bölümünde bolca doğrudan aktarımlara yer verilmiştir.

Amaçlı örnekleme stratejisi de dış geçerliği sağlamak için kullanılan yöntemlerden birisidir. Bu araştırmada da amaçlı örnekleme yönteminin kullandığı bu bölümün Araştırmanın Modeli alt başladığında ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Araştırmanın iç güvenirliğini sağlamak için ise tutarlık incelemesi stratejisi kullanılmıştır. Tutarlık incelemesinde amaç, araştırmanın özellikle veri toplama araçlarının oluşturulması, verilerin toplanması ve analizinde araştırmacının tutarlı davranıp davranmadığını incelemektir (Patton: 2014, ak. Bütün ve Demir). Bu araştırmada araştırmacı gerek verilerin toplanmasında gerekse analiz aşamasında dikkatli bir şekilde davranıp öğretmenlere karşı benzer yaklaşımlar sergilemiştir.

Son olarak araştırmanın dış güvenirliğini sağlamak için teyit incelemesi stratejisi kullanılmıştır. Teyit incelemesinde bir uzman araştırmada ulaşılan yorumların, önerilerin ham verilere gidilip doğru bir şekilde olup olmadığını değerlendirmesidir (Yıldırım ve Şimşek,2013). Bu araştırmada da tez danışmanı analiz sürecinde ham verilere giderek yorum ve önerileri değerlendirmiştir.

Veri Çözümleme Teknikleri

Bu kısımda yapılan gözlemlerle ve görüşmelerle elde edilen verilerin analizlerinin nasıl yapıldığı açıklanmaktadır.

Çoklu temsillerle kesirlerin öğretimine ilişkin gözlemlerin analizi için, ilk olarak her bir ortaokul matematik öğretmeninin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemiyle ilgili dersleri birebir transkript olarak yazılmıştır. Daha sonrasında Hiebert ve Carpenter (1992)'ın çoklu temsil çatısından ve Mitchell, Charalambous ve Hill, (2013)'in çoklu temsillerle ders işlenişine yönelik hazırladıkları gözlem formundan yararlanılarak dil geçerliliği yapılan Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formuna göre analizler yapılmıştır. Bu analizler için de içerik analizi kullanılmıştır.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formunun nitel analizinde, içerik analizinden yararlanılmıştır.

İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Bu amaçla toplanan verilerin önce kavramsallaştırılması, daha sonra da ortaya çıkan kavramlara göre mantıklı bir biçimde düzenlenmesi ve buna göre veriyi açıklayan temaların saptanması gerekmektedir. Aslında temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek; 2013: 259)

Nitel araştırma verileri içerik analizi ile dört aşamada analiz edilebilir:

1. Verilerin kodlanması
2. Temaların bulunması
3. Kodların ve temaların düzenlenmesi
4. Bulguların tanımlanması ve yorumlanması (Yıldırım ve Şimşek,2013:260)

İlk olarak Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formuna göre işaretlenen benzer ifadeler ve öğretmenlerin görüşlerinden yola çıkılarak benzer görüşler aynı kategori altında toplanmış, farklı ifade ve görüşler de karşılaştırılmıştır. Bu benzerlik ve farklılıklara göre kodlar oluşturulmuştur. Daha sonrasında bu kodlar, kodları belirli kategorilerde toplanabilecek temalarda birleştirilmiştir. Üçüncü basamak olarak veriler bu kod ve temalara göre düzenlenmiş ve tanımlanmıştır. Öğretmenlerin işledikleri derslerden ve Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formundaki sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler belirlenen kod ve temalara, Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formuna ve araştırmanın alt problemlerine göre ve aynı şekilde Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formuna ve araştırmanın alt problemlerine göre tek tek analiz edilmiştir. Sonrasında analiz edilen veriler toplu olarak yorumlanmıştır. Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun ve Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formunun analizinde kullanılan kodlar, Bulgular ve Yorumlar bölümünde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde görüşme ve gözlem yoluyla elde edilen verilerin analizinden ulaşılan bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir. Bulgular her alt problemin altında, her öğretmenin dersi tek tek ele alınarak Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formu'na göre düzenlenmiştir.

Birinci alt probleme ilişkin bulgular Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (A) teması ve bulundurduğu alt kategorilere göre, ikinci alt probleme ilişkin bulgular (B) teması ve bulundurduğu alt kategorilere göre, üçüncü alt probleme ilişkin bulgular (C) teması ve bulundurduğu alt kategorilere göre ve son olarak da dördüncü alt probleme ilişkin bulgular (D) teması ve bulundurduğu alt kategorilere göre analiz edilmiştir. Beşinci alt probleme ilişkin bulgular ise öğretmenlerin çoklu temsil kullanmaya ilişkin görüşlerine göre analiz edilmiştir.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi; 'Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapmada çoklu temsillerden yararlanma şekilleri nasıldır?' şeklindedir. Her bir öğretmenin çoklu temsilleri kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini öğretmede nasıl kullandıkları Tablo 4'teki kategoriler bağlamında analiz edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin dersleri açıklanarak konuyu ele alma şekilleri ayrıntılandırılmıştır.

Tablo 4

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (A) Teması

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasındaki alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	

Taner Öğretmenin Dersi

Taner Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 5'te belirtilmektedir.

Tablo 5

Taner Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(B) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasındaki alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	✓
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	X
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	✓
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	✓
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	✓

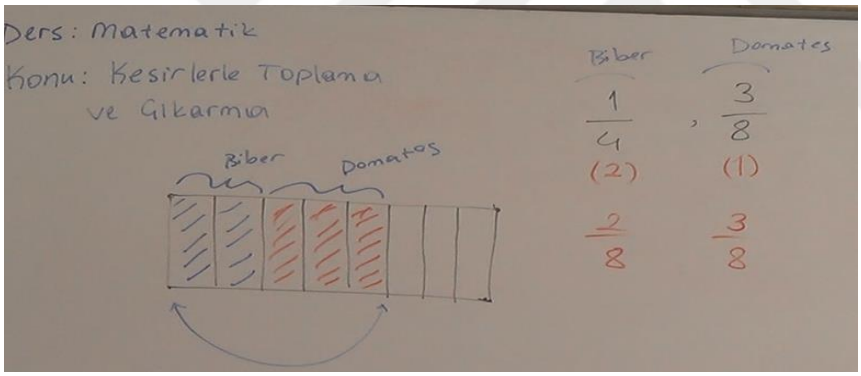
Tablo 5'e bakıldığında Taner öğretmenin temsil biçimlerini tanıdığı ve bu temsil biçimlerine uygun davrandığı, temsilleri kullanırken temsilin gerektirdiği dili ve gösterimi uygun bir şekilde kullandığı, matematiksel kural ve işlemleri anlatırken temsilleri dikkatli bir şekilde kullandığı ve matematiksel bir fikri açıklamak için temsillerden o anda doğru olan temsili seçtiği görülmektedir. Fakat bunun yanında, öğrencilerin matematiksel genellemelere ulaşmaları için temsil kullanımını yerine getiremediği ortaya çıkmıştır.

Taner öğretmen ilk örnek olarak*; ' Bir çiftçi tarlasının* $\frac{1}{4}$ *'ine biber,* $\frac{3}{8}$*'üne domates ekmiştir. Bu çiftçi tarlasının kaçta kaçını kullanmıştır? Bu problemi şekil kullanarak çözünüz.'* sorusunu seçmiş ve geometriksel modelleme temsilini

kullanarak problem çözümüne geçmiştir. Problem çözümü için kullandığı modelde öğrencilere ilk olarak paydaların eşitliğine şu şekilde değinmiştir. *'Şimdi, mesela* $\frac{1}{4}$ *kesri ben bunu şekilde göstermek istediğimde ne yapmam gerekiyor, 4'de bölüp 1 tanesini boyamam gerekiyor.* $\frac{3}{8}$*'ü göstermek istediğimde, o zaman 8'e bölmem gerekiyor. Bunların arasında bir anlaşmazlık var. Bunları ne yapmam lazım, ortak bir paydada buluşturmam lazım. O zaman bu kesri 2 ile diğerini 1 ile genişlettiğim zaman; bu* $\frac{2}{8}$ *yapar, bu* $\frac{3}{8}$ *yapar. Şimdi artık, şeklimizi 8 eş parçaya bölebiliriz, tamam mı?'*. Burada geometriksel modelleme temsilini kullanırken *'8 eş parçaya'* bölünmesi gerektiğini söyleyerek temsil biçimini tanıdığını ve eş parçaya ayırma kuralını uyguladığını görmekteyiz. Bununla ilgili Taner Öğretmenin örneği Şekil 12'de verilmiştir.

Şekil 12

Taner Öğretmenin Ders Örneği-1



Fakat Taner Öğretmen Şekil 12'de görüldüğü gibi, payda eşitleme için 2 ile genişletme ve 1 ile genişletmeyi nereden ve nasıl karar verdiğini öğrencilere temsil üzerinde aktarmamış ve payda eşitlemede neye göre payda eşitlendiğini öğrenciye modelde göstermemiştir.

Aynı şekilde $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ işlemini sayı doğrusunda göstererek anlatmak istediğinde paydaları eşitlemek gerektiğini anlattıktan sonra sayı doğrusunda gösterirken *'0-1 arasını 1-2 arasını ve 2-3 arasını 6 eşit parçaya böleceğiz.'* Sözleriyle yine temsil biçimini tanıdığını ve eş parçaya ayırma kuralını uyguladığını görmekteyiz.

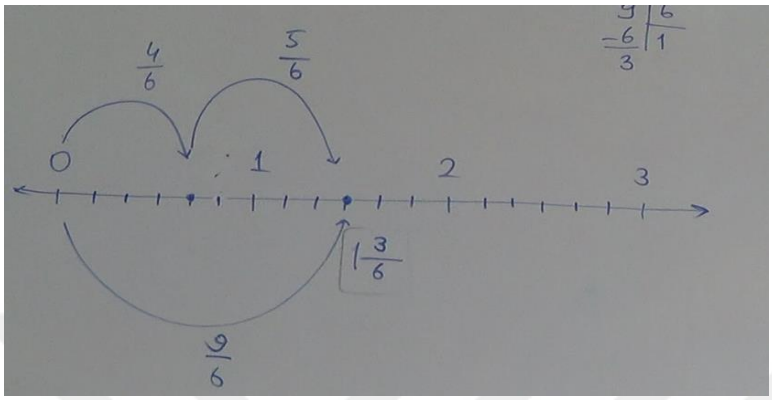
Taner öğretmenin birinci alt probleme ilişkin üçüncü alt kategorisindeki matematiksel temsilleri kullanırken uygun dil ve gösterimleri kullandığı temsil kullandığı tüm sorularda açık bir şekilde görülmektedir. Taner öğretmen, öğrencilerin kafasında karışıklığa sebebiyet vermeden hangi temsilin nasıl kullanıldığını gösterimde ve kullandığı matematiksel dilde dikkat etmeye çaba göstermiştir. *'. Artık birinci kesir diyordu 6 eş parçaya bölüp 4 parçasını almalısın, bu da diyor ki tamam olur 6 eş parçaya bölüp 5.sini alabilirsin. O zaman ne yapacağız, 0-1 arasını 1-2 arasını ve 2-3 arasını 6 eşit parçaya böleceğiz.'* Sözlerinde kesrin sayı doğrusu temsili üzerinde gösteriminde, her aralığın eşit parçalara bölünmesi gerektiğini öğrencilere temsilin gerektirdiği dili kullanarak aktarmıştır. Veya bir sayı doğrusunda her bir aralığın 4 eş parçaya bölünmesinden yola çıkarak bütünü nasıl elde edebileceklerini öğrencilere; *'Yani çocuklar sayı doğrusu modelinde 0 ile 1 arasındaki bütün veya 1-2, 2-3 arasındaki bütün 4 parçaya ayrılmış. Demek ki bu sayı doğrusunda her bir küçük dilimin 4 tanesi bize bir tamı temsil ediyor'* sözleriyle öğrencinin neden $\frac{4}{4}$ kesrinin bir tam olduğunu temsil üzerinde temsilin gerektirdiği dil ve gösterimle açıklamaya çalışmıştır.

Taner öğretmen $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ toplama işlemini sayı doğrusunda göstererek nasıl toplandığını şu şekilde açıklayarak bu işlemi şöyle açmaya çalışmıştır: *'Evet sayı doğrusunda göstermek isteseydik de şöyle gösterirdik. Mesela, 3 ile 4'ü toplamak istiyorum. Bir 3'üm var başta. 3 tane parmağımın üstüne 4 tane daha parmak sayıyorum. Değil mi öyle yapıyorduk çocuklar ilkokuldayken. İşte burada da öyle yapıyoruz. 3'ün üzerine 4 tane daha sayıyorum. Burada 3 var, burada 4 var, sonuçta biz 0'dan nereye geliyoruz, 7'ye geliyoruz. Toplama işlemindeki temel mantığı bu. Biz bunu ilkokuldayken o kadar çok yapıyoruz ki artık aklımız bunu otomatik bir şekilde yapmaya başlıyor. Şimdi gelelim buraya, hangi iki kesri toplayacağız, $\frac{4}{6}$ ile $\frac{5}{6}$'i toplayacağız. Birincisinin üstüne yani $\frac{4}{6}$ üzerine biz bir de $\frac{5}{6}$'i ekleyeceğiz. Hadi bakalım ekleyelim. Şimdi burası $\frac{4}{6}$ mü, bunun üzerine kaç ekleyecektik, $\frac{5}{6}$. Yani 5 tane daha parça sayacağız. Sayalım, 1,2,3, bakın burada 1 tamı geçti gördünüz mü? $\frac{6}{6}$ tamamlanıyor çünkü. 3,4,5. 5 tane daha saydım. Ve $\frac{5}{6}$ ekledim ve sonuçta nereye*

geldim? Bakalım, 1,2,3,4,5,6,7,8,9. 6'da 9. Yani, $\frac{9}{6}$*.'* Taner Öğretmenin bu örneği temsil etmesi Şekil 13'de gösterilmektedir.

Şekil 13

Taner Öğretmenin Ders Örneği-2

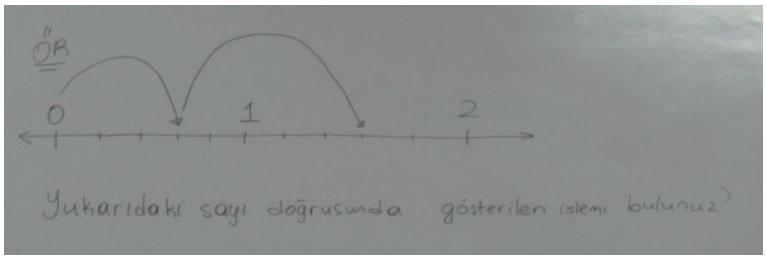


Şekil 13'de görüldüğü gibi burada Taner öğretmen kesirlerle toplama işlemi yaparken sayma kuralını sayı doğrusu temsili ile göstermeye çalışarak neden ikinci kesrin de birinci kesir gibi 0'dan başlamadığını açıklayarak '*ikinci kesir üzerine eklenir'* matematiksel kuralını açmaya ve öğrenci için anlamlandırmaya çalışmıştır

Aynı şekilde Şekil 14'de gösterilen örnekte de sayı doğrusu temsili kullanılmıştır.

Şekil 14

Taner Öğretmenin Ders Örneği-3



Taner Öğretmen, Şekil 14'de verdiği örnekten yola çıkarak $\frac{3}{5} + \frac{5}{5}$ işleminin aynı zamanda $\frac{3}{5} + 1$ kesrine eşit olduğunu sayı doğrusunu dikkatli bir şekilde açıklamaya çalışmıştır. *'Bu* $\frac{5}{5}$ *şöyle yazsak nasıl olur? Mesela burada bakın* $\frac{3}{5}$ *var. Burada da 1,2,3,4,5. Yani bakın 0 ile 1 arasında 5 tane parça var bunlar birleştiği zaman ne*

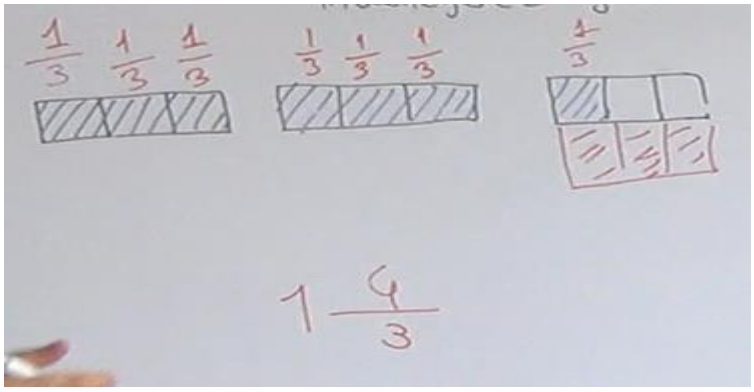
oluyor, 1 tane tam yapar yani bütün elde ederiz. Burasını $\frac{5}{5}$ *yazmak yerine bir tam sayı da yazabilirdiniz. Yani* $\frac{3}{5} + 1$ *'de yazabilirdiniz. Sonuçta da* $\frac{8}{5}$*'i elde ettik.'*

Farklı bir soruda ise tam sayılı kesrin standart yazılışından başka değeri değişmeden nasıl yazılabileceğini öğrencilerin düşünmesini istemiş ve açıklamak için geometriksel modelleme temsilini kullanmayı tercih etmiştir. Örnek aşağıda Şekil 15'te verilmektedir. *'* $2\frac{1}{3}$ *kesrini böyle yazmak istemiyorum. Normal standart yazılışı budur. Bunu değiştiremezsiniz. Tam sayılı kesir yazıyorsanız burası tam kısım olacak, diğer tarafta basit kesir olacaktır. Ben diyorum ki bir an için kurallardan vazgeçelim. Yani burası basit kesir olmasın. Buradaki 1 tamı alıp bunun üstüne koysam ne olur? Ne olur sizce tahmin edin.*

Bakın bakalım nasıl yaptığıma model üzerinde. Şimdi bunu alıp bunun üzerine koyarsam, ne olur? 1,2,3,4 tane birim kesrim olur. Onun sayısını paya yazarım, kaça bölmüştüm 3'e. Eğer buradaki kesri tam sayılı kesre çevirirsem o zaman da 1 tam $\frac{1}{3}$ *yapar.'*

Şekil 15

Taner Öğretmenin Ders Örneği-4

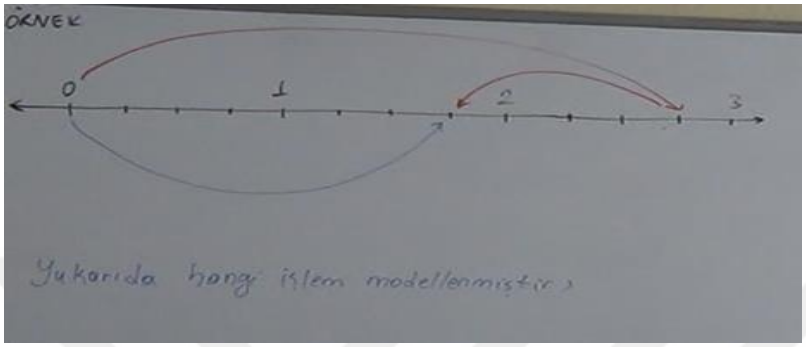


Şekil 15'te verilen örnekte Taner öğretmenin amacı öğrencilerin matematiksel kurallardan sıyrılıp bu konuyu zihinlerinde kavrayışa dönüşmesini sağlamak olabilir. Ezbere yöntemden ziyade temsil kullanarak kesir kavramını anlayışa çevirmek için bu yola başvurmuş olabilir.

Taner öğretmen 1 tamın neye göre $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ veya daha başka bir şekilde ifade edildiğini Şekil 16'da sayı doğrusu modeli üzerinde ve Şekil 17'de tam sayı ile kesri eşleştirerek anlatmıştır.

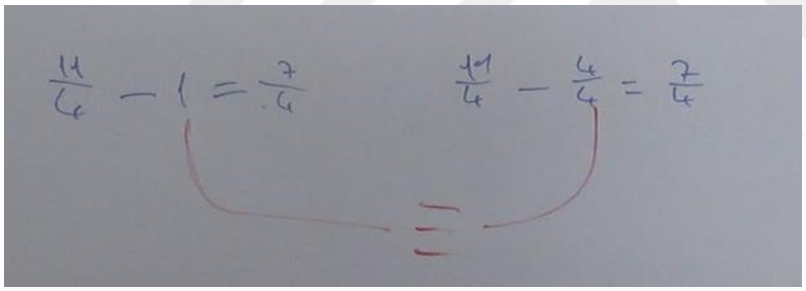
Şekil 16

Taner Öğretmenin Ders Örneği-5



Şekil 17

Taner Öğretmenin Ders Örneği-6



Şekli 16 ve Şekil 17'de verilen örneklerde, öğrencinin 1 tamın neye göre değiştiğini anlaması için seçilen sayı doğrusu modeli doğru seçilen bir temsil olabilir. Çünkü öğrencilerin bu anlatımdan sonra bölünen eş parçaların tamamını alarak 1 tam elde ettiklerini diğer sorular üzerinde sorunsuz bir şekilde uygulamışlardır. *'Yani çocuklar sayı doğrusu modelinde 0 ile 1 arasındaki bütün veya 1-2, 2-3 arasındaki bütün 4 parçaya ayrılmış. Demek ki bu sayı doğrusunda her bir küçük dilimin 4 tanesi bize bir tamı temsil ediyor. Bakın, 1,2,3,4 dilim yani 1 tam.'*

Taner Öğretmenin derslerinde çoklu temsillerden yararlanma şekillerini özetlemek gerekirse, derslerinde çoklu temsil olarak geometriksel modelleme ve sayı doğrusu modelini kullandığı görülmektedir. Taner öğretmenin temsilleri doğru bir şekilde kullandığı, matematiksel bir fikri açıklarken doğru temsili doğru yerde seçtiği

ortaya çıkmıştır. Fakat temsillerden yararlanma şeklinde, matematiksel fikirlere ulaştırma yerine, daha çok işlemleri anlatmaya yönelik kullanımları olduğu görülmektedir.

Diğer bir husus olarak da Taner Öğretmenin kesrin anlamlarından sadece parça-bütün anlamına odaklandığı göze çarpmaktadır. Fakat sayı doğrusu temsilini kullanırken kesir anlamlarından ölçü anlamını da değindiği ortaya çıkmıştır.

İlker Öğretmenin Dersi

İlker Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 6'da belirtilmektedir.

Tablo 6

İlker Öğretmenin (A) Temasına Göre Uyguladığı Kategoriler

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasındaki alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	✓
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	✓
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	✓
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	✓
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	✓

Tablo 6'ya bakıldığında İlker öğretmenin temsil biçimlerini tanıdığı ve bu temsil biçimlerine uygun davrandığı, temsilleri kullanırken temsilin gerektirdiği dili ve gösterimi uygun bir şekilde kullandığı, matematiksel kural ve işlemleri anlatırken temsilleri dikkatli bir şekilde kullandığı ve matematiksel bir fikri açıklamak için temsillerden o anda doğru olan temsili seçtiği görülmektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin matematiksel genellemelere ulaşmaları için temsil kullanımını da yerine getirdiği gözlenmektedir.

İlker Öğretmen geçen dersleri hatırlattıktan sonra derse $\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$ örneği ile başlamıştır. Bu örnek Şekil 18'de verilmektedir.

'İ: Hemen bakıyorsunuz, payda 6, ne yapıyoruz payları. Aynı payda üzerinde topluyoruz ve $\frac{5}{6}$ *oluyor. Eğer bunu şekille göstermek istersek,* $\frac{2}{6}$*'yı? Normalde şeklimizin parçalara ayırırken ne olması gerekiyor?*

Ö: Eşit.

İ: Evet eşit olması gerekiyor.

İ: Evet şimdi ne yaptım, bütünlerimi 6'ya böldüm, ilkinde 2 tanesini seçtim, ikincisinin 3 tanesini. İkisini ne yaptım sonra, topladım. O zaman elimde kaç parçam oldu?

Ö: 5.

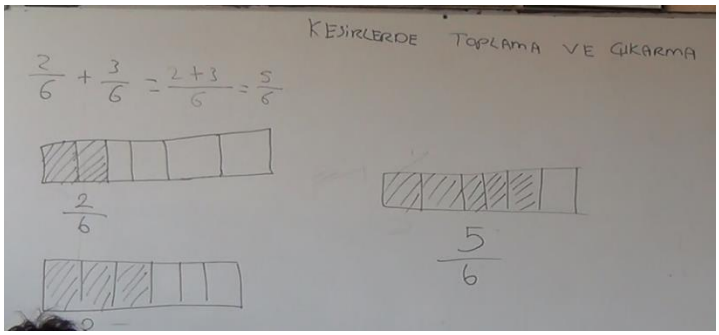
İ: 5. Aferin.

Ben ölçülü çizemediğim için, siz bunların hepsini aynı bütün kabul edin tamam mı? Altına, $\frac{5}{6}$ *yazalım.*

O zaman buradan şunu anlıyorum, ben kesirleri toplamak istiyorsam, mutlaka paydalarının eşit olması gerekiyor. Çünkü paydaları eşitse parçaları topladığımda aynı şekilde sembolize edebilirim. Tamam mı?'

Şekil 18

İlker Öğretmenin Ders Örneği-1



Şekil 18'de de görüldüğü gibi, İlker öğretmen temsillerden geometriksel modelleme temsilini kullanmıştır. Bu temsili kullanırken temsilin kurallarını dikkate almış ve öğrencilere bu kurallara dikkat ederek defterlerine çizmelerini söylemiştir. Buradan İlker öğretmenin temsilin biçimlerini tanıdığını ve bu temsilin gerektirdiği

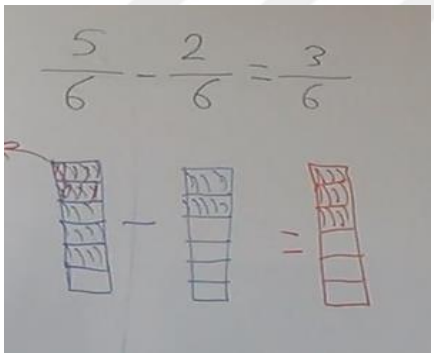
kurallara uyduğunu görmekteyiz. Aynı zamanda *'aynı bütün'* veya *'parçaların eş olması gerekir'* kelimeleri ve cümlelerine dikkat ederek temsilleri kullanırken temsile uygun dil ve gösterimde bulunmuştur.

Yine birinci örnekte; *'Paydaları eşit olan kesirler toplanırken, paylar toplanarak paya yazılır, payda aynen kalır.'* genellemesini çizdiği modelden sonra öğrencilere aktarmıştır. Yani temsili matematiksel genellemeye ulaşmak için kullanmaya çalışmıştır. Fakat burada İlker öğretmen bu genellemeyi öğrencilere zaman tanıyarak öğrencilerin keşfetmesine fırsat vermemiştir. Bu zamanı tanıyarak, geometriksel modellemeye daha fazla matematiksel dayanak sağlayabilir ve kesirlerle çıkarma işlemi gibi diğer işlemler için bilgi zeminini hazırlayabilirdi.

İlker öğretmen, $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$ örneğine geçtiğinde yine geometriksel modelleme temsilini kullanmıştır. Kullanılan bu model Şekli 19'da verilmektedir.

Şekil 19

İlker Öğretmenin Ders Örneği-2



Şekil 19'da verdiği örnekte İlker Öğretmen model ile anlatırken *'Paydalar eşit olmazsa, parçalarımın büyüklükleri aynı olmayacağından dolayı çıkarma veya toplama yapamam.'* sözleriyle parçaların yani paydaların eşitliği kuralını açmaya çalışmıştır. Bu açma, öğrencinin zihnindeki kavrayışı destekler nitelikte olduğundan öğrenci için bu matematiksel kural daha anlamlı hale gelmiş olabilir.

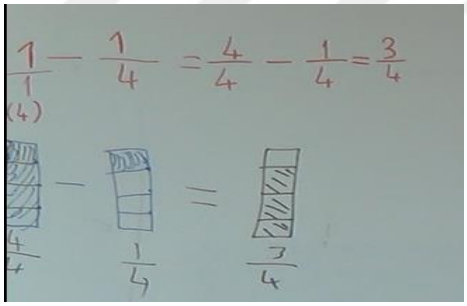
İlker öğretmen ikinci dersinde bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı ve farkı konusunda yine geometriksel modelleme temsilini kullanırken, 1 doğal sayısının nasıl kesir haline geldiğini kural olarak ifade etmemiş, şu cümleleri kullanmıştır:

'Şimdi sembolize ettiğimizde doğal sayı olduğunda ne oluyor bakalım. Bütünümü çiziyorum ve bütünüm 1 parça olduğu için ne yapıyorum hepsini seçiyorum eksi sonra yine bütünümü çiziyorum bu sefer kaça bölüyorum, 4'e kaç tanesini seçeceğim, 1 tanesini.

O zaman ben büyük parçadan küçük parçayı çıkartamam o yüzden büyük parçayı yine buradaki küçük parçalara ayıracağım. Bir bütün olduğuna göre burada ben bütünü 4 parçaya ayıracağım ki parçalar eşit olsun. O zaman buradaki bir bütünü kesir olarak yazdığımızda 4 parçaya ayırdım, paydaya yazıyorum ayırdığım parça sayısını. Ve 4 tanesini taradım. O zaman benim kesrim nedir? $\frac{4}{4}$*'tür. Yani 4 parçasının 4'ü de seçilmiş. Bunun nedir,* $\frac{1}{4}$*'tür. O zaman buradaki 4 parçadan kaç parça çıkaracağım ben, 1 tane parça çıkaracağım. O zaman eşittir ne olacak; geriye kaç tane parçam kaldı; 3 tane. Nedir o zaman sonuç;* $\frac{3}{4}$.Bu örnek aşağıda Şekil 20'de verilmektedir.

Şekil 20

İlker Öğretmenin Ders Örneği-3



Şekil 20'deki örnekte İlker öğretmen hem temsil kullanarak matematiksel kuralı açmaya çalışmış hem de bir matematiksel fikri açıklamak için doğru bir temsili seçmiştir. Burada öğrenci 1 tam ifadesinin neye göre $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ veya başka bir kesir haline geldiğini zihninde daha kolay anlamlandırmış olabilir.

İlker öğretmenin ders işleyişinde sadece geometriksel modelleme temsilini kullandığı görülmektedir. Bu temsili kullanırken, temsilin gerektiği dil ve gösterimleri yerinde ve doğru kullandığı gözlenmektedir. Aynı zamanda İlker öğretmenin temsili kullanma şekli, öğrencinin matematiksel fikre ulaşması

yönündedir. Tek eksik olarak bunu öğrencinin keşfetmesi için gerekli olan zamanı öğrencilere tanımamış olmasıdır.

Bunun yanı sıra İlker Öğretmenin de Taner öğretmen gibi kesrin anlamlarından sadece parça-bütün anlamına odaklandığı görülmektedir.

Zeliha Öğretmenin Dersi

Zeliha Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 7'de belirtilmektedir.

Tablo 7

Zeliha Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasına ait alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	✓
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	✓
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	✓
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	✓
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	✓

Tablo 7'ye bakıldığında Zeliha öğretmenin (A) temasındaki tüm kategorileri sağladığı görülmektedir.

Zeliha öğretmen kısaca 4. Sınıfta paydaları eşit olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğrendiklerine, bu yıl paydaları eşit olmayan kesirlerle de toplama ve çıkarma işlemini öğreneceklerine ve 6. Sınıfta çarpma ve bölme işlemlerini işleyeceklerine ilişkin bilgi verdikten sonra kesir takımlarını çıkarmalarını istemiştir. İlk olarak paydaları eşit kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi gerektiren bir problem yazarak bunun cevabının ne olduğunu sormuştur. Bir öğrenciden doğru cevabı aldıktan sonra bunun neden böyle olduğunu kesir takımlarıyla öğrencileri yönlendirerek görmelerini istemiştir. Sonrasında geometriksel modelleme ve sayı doğrusu üzerinde de göstermiştir. Bu gösterimler Şekil 21 ve Şekil 22'de verilmektedir.

'Ö: $\frac{4}{5}$'ini öğretmenim.

Z: Evet, $\frac{4}{5}$. Çünkü?

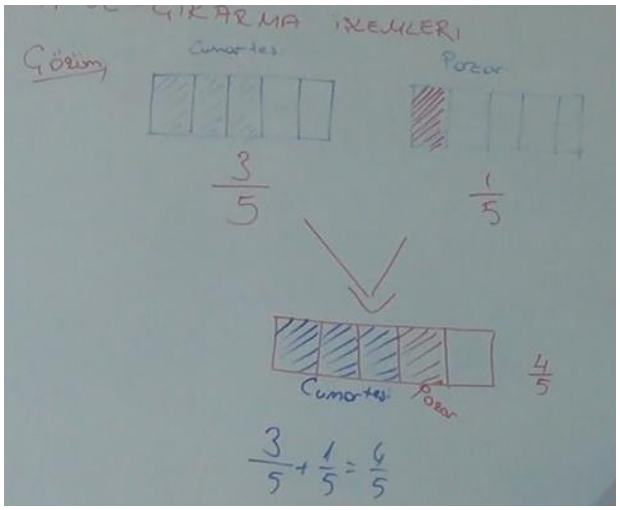
Ö: Öğretmenim 3 ile 1'i toplayınca, 4 oluyor. 5 ile 5'i toplamayacağız öğretmenim aynı kalıyor onlar.

Z: Evet, paydalar aynı. Çünkü bizim parçalarımız aynı büyüklükte. Parçalarımız değişmedi. Kesir kartlarımız var, kartlardan $\frac{1}{5}$'i bulalım. Sonra, $\frac{3}{5}$ ne demek; 3 tane $\frac{1}{5}$ demek. 3 tane $\frac{1}{5}$'i koyalım. Yanına da 1 tane daha $\frac{1}{5}$ koyalım. Ne oldu? 4 tane $\frac{1}{5}$ oldu. 4 tane $\frac{1}{5}$ ne demek peki; $\frac{4}{5}$ demek. Modelleyelim o zaman. Cumartesi günü yaptığı ve Pazar günü yaptığı ödevi modelleyelim. Kesirlerini yazalım modellerin altına.'

Burada Zeliha öğretmenin kesir takımları ile toplama ve çıkarma işlemini gösterirken, birim kesirlerden yola çıkacağını ve kesir takımlarının birim kesir olarak görev yaptığını birim kesirlerden kaç tane yan yana koyarak toplama işlemini sonuçlandıracağını açıklayarak kesir takımlarının temsil biçiminin kurallarını bildiğini ve buna uygun olarak öğrencileri yönlendirdiğini görülmektedir.

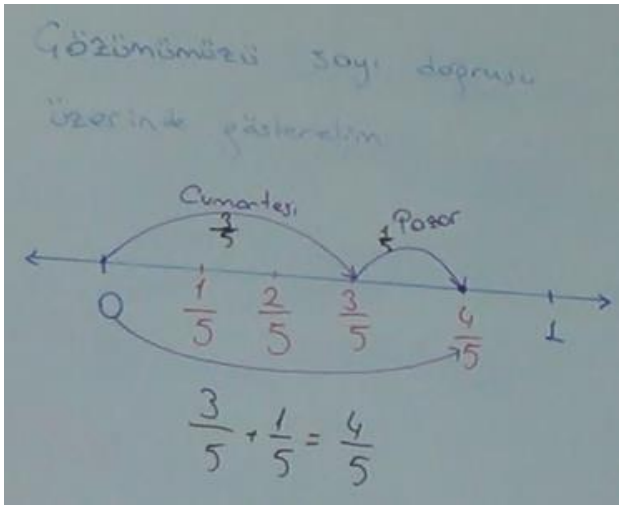
Şekil 21

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-1



Şekil 22

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-2



Şekil 21 ve Şekil 22'de de görüldüğü gibi, Zeliha öğretmen aynı problemi model ile gösterdikten sonra aynı işlemi sayı doğrusunda da göstermiştir. Buradan sonra

öğrencilerden bir genellemeye gitmelerini beklemiştir. Bir öğrenciden bu genellemeyi söylemeyi istemiştir. Bu genelleme Şekil 23'te verilmektedir.

Z: Paydaları aynı olan kesirler toplanırken, İlker ne yapıyoruz?

Ö: Paylar toplanır, paya yazılır.

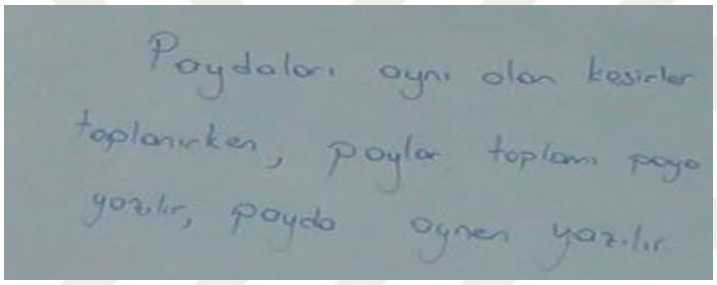
Z: Evet, paylar toplamı paya yazılır. Sonra?

Ö: Paydayı aynen yazarız.

Z: Paydayı değiştirmiyoruz. Payda aynen yazılır.

Şekil 23

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-3



Şekil 23'te görülen genellemeyi Zeliha öğretmen öğrenciden cevabı aldıktan sonra tahtaya yazmıştır.

Zeliha öğretmenin her bir temsilin kurallarıyla birlikte temsil kullandığında hangi matematiksel fikir üzerinde durulmasını gerektiğini ve bunun öğrenciye nasıl aktarılması gerektiğini bildiği görülmektedir. Çünkü Zeliha öğretmen toplama işlemini yaparken temsilleri doğru ve genellemeye ulaştıracak şekilde kullanmıştır. Bu problemi ilk olarak kesir takımlarıyla öğrencilerin kendilerinin görmesini sağlamış sonra aynı problemi model üzerinde gösterip daha sonrasında sayı doğrusu üzerinde de göstererek öğrencinin kesirlerle toplama işlemi için nasıl bir süreç içinde olacağını öğrenciye hissettirmiştir. Nitekim öğrenci bunu hissetmiş ve genellemeye varmıştır.

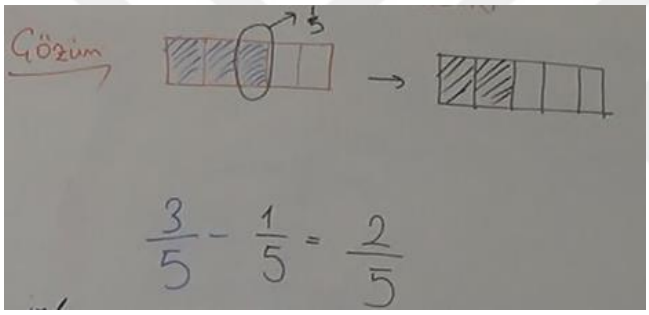
Genellemeden sonra toplama işlemleriyle ilgili sorular sormuş daha sonrasında da paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işlemine geçmiştir. Burada aynı şekilde ilk olarak kesir takımları ile öğrencilerin somut olarak görmelerini sağlamış daha

sonrasında model temsili ile gösterdikten sonra bir de sayı doğrusu temsili ile göstermeyi tercih etmiştir. Bu temsillerin gösterimi Şekil 24 ve Şekil 25'te verilmektedir. Burada geometriksel modelleme yoluyla gösterirken Zeliha öğretmen;

'Z: $\frac{2}{5}$ aynen öyle. Modelleyelim o zaman. Kesir kartlarımız gibi yapalım dikdörtgen olsun pastamız. 5 eşit parçaya bölelim pastamızı.' sözleriyle yine temsilin gerektirdiği uygun dili ve gösterimi gerçekleştirmiştir. Burada öğrencilere her model kullanımında parçaların eş olması gerektiğini, eş olmazsa yani birim kesirlerin gösterdiği parçaların birbirine eşit olmadığı takdirde kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yapamayacaklarını öğrencilere aktarmıştır.

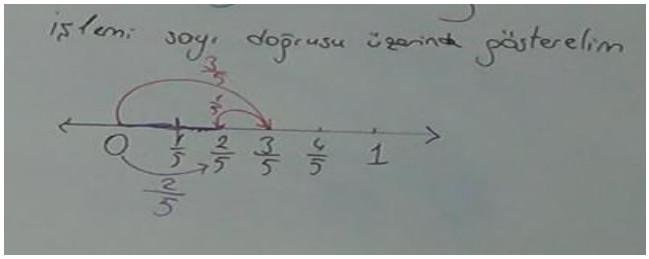
Şekil 24

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-4



Şekil 25

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-5



Şekil 24 ve Şekil 25'teki temsillerin gösterildiği örnekten sonra, paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işlemi yaparken nasıl bir genelleme yapacaklarını bu sefer kendisi aktarmıştır. *'Aynı durum yani, toplama işlemi için yazdığımız not burası içinde geçerlidir. Yani, paydaları eşit olan kesirlerde çıkarma işlemi yapılırken; paylar farkı paya yazılır. Payda ise aynen yazılır.'*

Bundan sonra paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi için yine ilk olarak kesir takımlarını kullanmayı tercih etmiştir. Öğretmenin kesir takımlarının kullanımı Şekil 26'da verilmektedir.

'Z: $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ işleminin sonucunu kesir kartlarından faydalanarak bulunuz. O zaman şimdi kartlarınızdan bir tane $\frac{1}{2}$ ve bir tane de $\frac{1}{4}$ çıkarıyorsunuz. $\frac{1}{2}$ aldınız ve bir de $\frac{1}{4}$ aldınız ama baktınız ki bu parça diğerinden küçük. Eşit bölmelere ayrılmamış. O zaman $\frac{1}{2}$'yi $\frac{1}{4}$ cinsinden yazmak için kaç tane $\frac{1}{4}$ kullanmam lazım, üst üste koyarak görelim. Kaç tane?

Ö: 2 tane.

Z: Bakalım.

Üst üste koyalım. Baktık tam çakıştı üst üste geldi.

Şekil 26

Zeliha Öğretmenin Kesir Takımı Kullanımı



$\frac{1}{2}$ demek yarım kesir demektir, $\frac{2}{4}$ demek de yine yarım kesir demektir. O halde bunların değerlerin değişmediğine göre, $\frac{1}{2}$ yerine 2 tane $\frac{1}{4}$ alabilirim. Sizde alın sıranızın üzerine koyunca daha iyi göreceksiniz. $\frac{1}{2}$ değil de $\frac{2}{4}$'ü kullandınız. O zaman $\frac{2}{4}$ ile kaçı toplayacağız; $\frac{1}{4}$'ü. Toplayın bakalım. Kaç tane $\frac{1}{4}$ oldu?

Ö: $\frac{3}{4}$ olacak.

Z: Evet, 3 tane $\frac{1}{4}$ oldu. O da $\frac{3}{4}$ demektir. Şimdi modelleyelim.'

Şekil 26'da da görüldüğü gibi Zeliha öğretmen her öğrencinin yaptıklarını gözlemlerken bir yandan kendisi de kesir takımlarıyla göstererek öğrencilerin yanlış anlamalarını önlemiştir. Burada $\frac{1}{2}$ kesrinin yerine neden $\frac{2}{4}$ kesrinin yazılabileceğini yani denk kesirlerin aslında aynı şeyi ifade ettiğini, kesirlerin değerlerinin değişmediğini öğrencilere göstermiştir. Aynı zamanda, genişletmenin nereden geldiği veya neden bir kesri genişletmek gerektiği matematiksel fikirlerini zihinlerinde oluşturmaya çalışmıştır. Bunu açıkladıktan sonra da diğer kesirle toplayarak paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işleminin nasıl yapıldığına ilişkin kurallarını açarak öğrencilerin genellemeye ulaşmasına ışık olmaya başlamıştır. Sonra yine geometriksel modelleme temsiline başvurmuştur. Bu örneğin adımları Şekil 27'da ve Şekil 28'de verilmektedir.

'Z: Bu bütün $\frac{1}{2}$'yi göstersin. O yüzden 2'ye böldüm 1 tanesini taradım. Diğer parçam $\frac{1}{4}$'ü göstersin o yüzden 4'e böldüm 1 tanesini taradım. Bu iki kesri toplayacağız. Fakat parçalar aynı değil. Parçaların aynı olması için bunu bir daha 2'ye bölelim. O zaman her bir parça kaç oldu?

Ö: $\frac{1}{4}$ oldu.

Z: Evet. Çünkü bütünü 4'e bölmüş gibi oldum. O zaman burada taradığım kısım kaçı gösterdi?

Ö: $\frac{2}{4}$.

Z: Evet. Peki, $\frac{1}{2}$ ile $\frac{2}{4}$ denk kesirler mi?

Ö: Evet.

Z: Nasıl anladınız? $\frac{1}{2}$'nin $\frac{2}{4}$ olması için nasıl bir işlem yapmalısınız?

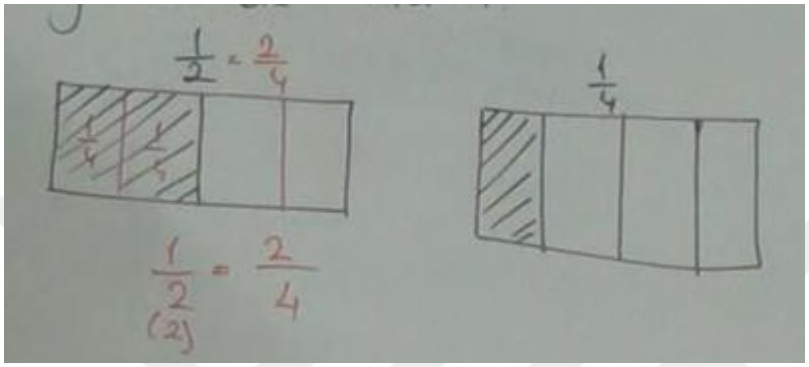
Ö: 2 ile genişletme yaparız.

Z: 2 ile genişleterek $\frac{2}{4}$ elde edebilirsiniz. $\frac{1}{2}$'nin altına 2 yazarız, 2 ile genişleteceğiz anlamına gelir, 2 ile 1'i çarparız; 2 ve 2 ile 2'yi çarparız 4. Yani $\frac{1}{2}$ demek ne demek?

Ö: $\frac{2}{4}$ demek.

Şekil 27

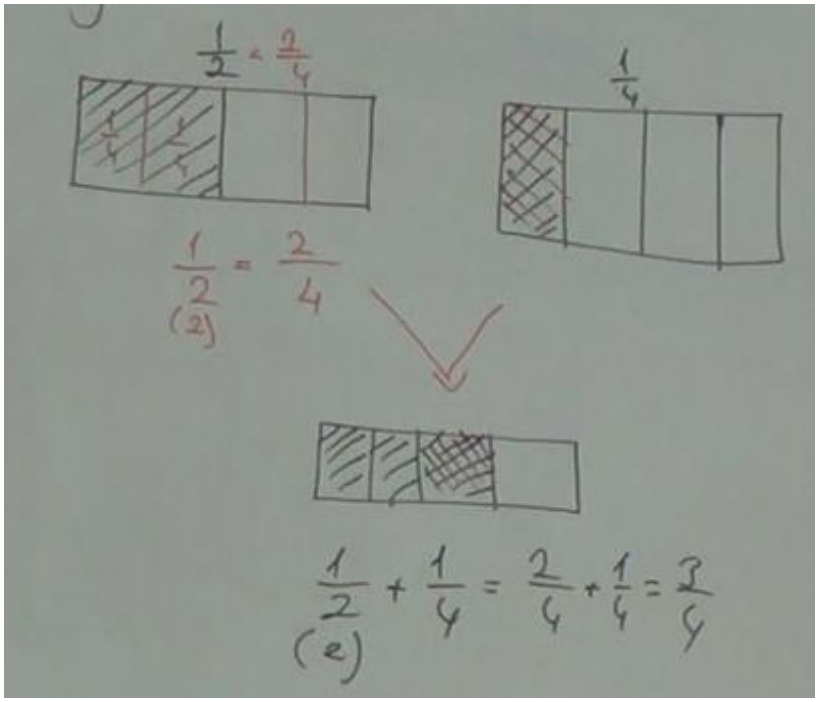
Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-6



Z: $\frac{2}{4}$ demek. Buradan kaç tane parça gelecek bu bütüne; 2 tane. Buradan; 1 tane. Ve toplam; $\frac{3}{4}$.'

Şekil 28

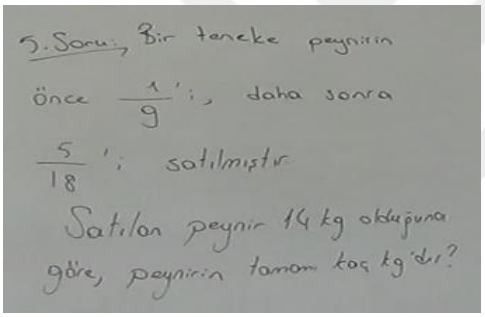
Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-7



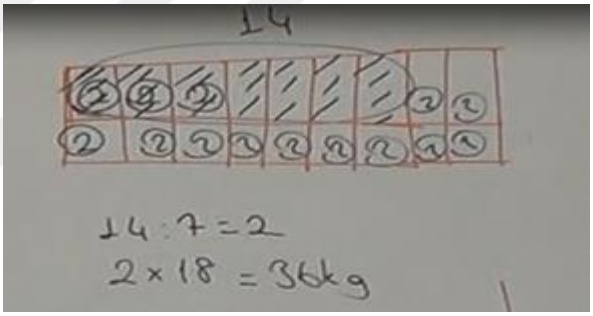
Şekil 27 ve Şekil 28'de geometriksel modelleme temsili ile de gösterdikten sonra öğrencilerin paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işlemi yaparken nasıl bir yol izleyeceklerini yani bir genellemeye ulaşmalarını sağlamıştır. Zeliha Öğretmenin bu yaklaşımlarıyla öğrenciler özellikle kesir takımlarını görerek neden parçaların eşit olması gerektiğini yani payda eşitlemenin gerekliliğini kavramsal olarak öğrenmiş olabilirler.

Bu alt problemin son alt kategorisi olarak Zeliha öğretmen bir problemin çözümü için temsil biçimlerinden geometriksel modelleme temsilini seçerek cevabı açıklamayı tercih etmiştir. Bunun örneği Şekil 29'da ve geometriksel modellemesi Şekil 30'da veilmektedir.

Şekil 29
Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-8



Şekil 30
Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-9



Şekil 29'daki örneğin Şekil 30 geometriksel modellemesi o problemin cevabının bulunması için doğru bir temsildir. Çünkü bunu sayı doğrusuyla veya başka bir temsil kullanımıyla gösterilmesi öğrencinin kafa karışıklığına sebebiyet verebilirdi.

Zeliha öğretmenin ders işleyişini özetlemek gerekirse, derslerinde kesir takımlarını, geometriksel modellemeyi ve sayı doğrusu temsilini kullandığı görülmektedir. Tablo 7'de belirtildiği gibi bu temsilleri kullanırken Zeliha Öğretmen temsillerin gerektirdiği uygun dil ve gösterimlerde bulunurken asıl temsilleri kullanma şeklinin doğruluğu göze çarpmaktadır. Zeliha Öğretmen temsilleri çok dikkatli bir şekilde kullanarak öğrencileri matematiksel fikirlere ve genellemelere doğru bir şekilde çekmeyi başardığı gözlenmektedir.

Zeliha öğretmenin derslerin kesrin anlamlarında parça-bütün anlamını daha yoğun olarak kullandığı göze çarpsa da, bazı problemlerde oran anlamına da değindiği gözlenmektedir.

Elif Öğretmenin Dersi

Elif Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 8'de belirtilmektedir.

Tablo 8

Elif Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasına ait alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	✓
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	X
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	✓
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	X
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	✓

Tablo 8'e bakıldığında Elif öğretmenin temsil biçimleri tanıdığı, bunları kullanırken uygun dil ve gösterimlerde bulunduğu ve bir matematiksel gerekçeye açıklarken temsillerden doğru temsili seçtiği görülmektedir. Fakat bununla birlikte, matematiksel genellemelere ulaşmak ve matematiksel kural ve işlemleri açıklamak için kullanmayı tercih etmediği belirtilmektedir.

' E: Evet, şimdi geldik konumuz kesirlerde toplama ve çıkarma. İlk olarak kesirlerde toplama işlemini göreceğiz. Alıyoruz kalemlerimizi, açıyoruz defterlerimizi. Renkli kalemle kesirlerde toplama başlığımız.

Kesirlerde toplama işlemi yaparken, kesirlerin paydalarının, burayı renkli yazıyorsunuz, eşit olması gerekir. Mutlak şart budur. Paydalar eşit değilse toplama ve çıkarma yapamayız. Onun için ona göre paydaları eşitlemeyi göreceğiz.

Paydaları eşit kesirleri toplarken paylar toplanıp paya yazılır, ortak paydalardan biri ise paydaya yazılır.

Şimdi kimse hiçbir şey yazmasın. Şimdi şunu kafamıza kazıyacağız. Paydalar eşit olmak zorunda. Toplama ve çıkarmada da aynı şey geçerlidir.'

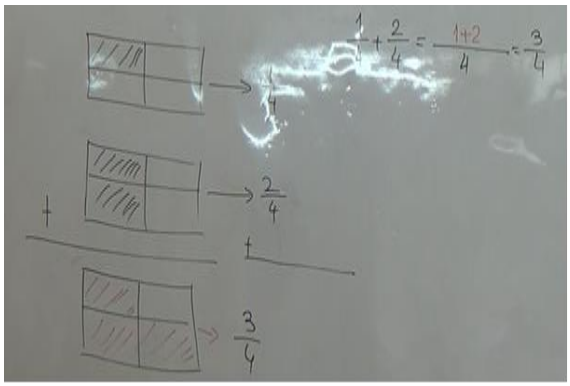
Elif öğretmen geçen derslerde kesirler konusunda gördükleri konuları öğrencilere hatırlatarak derse giriş yapmıştır. Kesir çeşitleri, birim kesir, kesirlerle sıralama, bütünü verilmiş bir çokluğun kesir kadarını bulma veya kesir kadarı verilen çokluğun tamamını bulma konularına hatırlatma yaptıktan sonra kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini işleyeceklerini öğrencilere aktarmıştır.

Elif öğretmen derse genellemeyi öğrencilere kendisi yazdırarak başlamıştır. Burada kesirlerle toplama ve çıkarma işleminin nasıl yapıldığına dair genellemesinde paydalarının eşit olması gerektiğine büyük bir önemle değinmiştir. Sonrasında tahtaya kesirlerin parça-bütün anlamına değinen geometriksel modelleme temsilini çizmiş ve örneklere başlamıştır. Bu örnekler Şekil 31, Şekil 32 ve Şekil 33'de gösterilmektedir.

Elif öğretmen temsilleri kullanırken, *'4 eş parça', '5 eş parça', 'aynı bütünler', '2-3 arasını eşit parçaya bölmek'* gibi kelimeleri öğrencilere aktarmıştır. Bu kelimeler, öğretmenin temsillerin gerektirdiği kuralları bildiğini ve buna uygun bir dil kullandığını göstermektedir

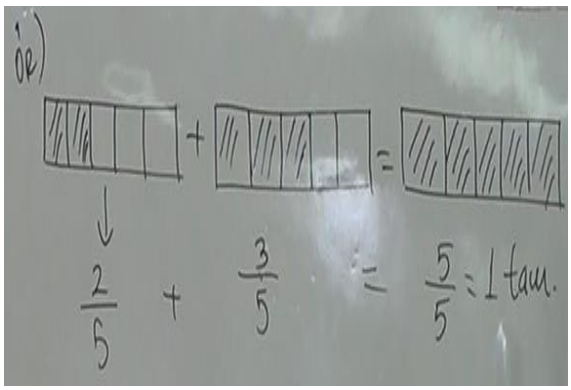
Şekil 31

Elif Öğretmenin Ders örneği-1



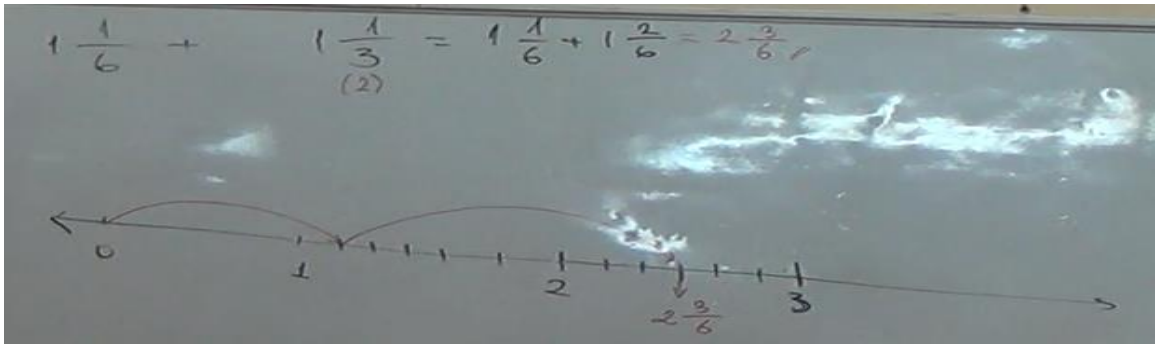
Şekil 32

Elif Öğretmenin Ders örneği-2



Şekil 33

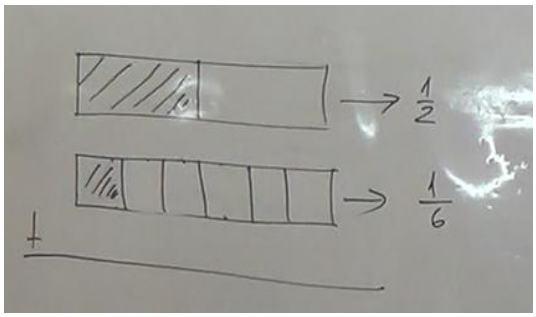
Elif Öğretmenin Ders örneği-3



Bir temsilin kuralları ile birlikte kullanıldığında hangi matematiksel fikir üzerinde durulması gerektiğinin de bilinmesi gerekir. Yani o temsilin bir amacı olduğu öğrenciye hissettirilmeli ve o amacın ne olduğu öğrencilerin keşfetmesi sağlanmalıdır. Elif öğretmenin genellemeyi kendisi söylemesi bu keşfi engellemiştir. Şekil 31, Şekil 32 ve Şekil 33'deki örneklerde Elif öğretmenin kullandığı bir geometriksel modelleme temsilinde, paydaları eşit olmayan kesirlerde toplama veya çıkarma işleminin yapılması için paydalarının eşit olması gerekliliğini öğrencilerine denk kesirlerle temsili bağdaştırarak anlatmaya çalıştığı görülmüştür. Bir kesri diğer kesir gibi yazmak için, yani paydalarını eşitlemek için, denk kesirlerin kullanılabileceğini model üzerinde Şekil 34'teki gibi göstermiştir:

Şekil 34

Elif Öğretmenin Ders örneği-4



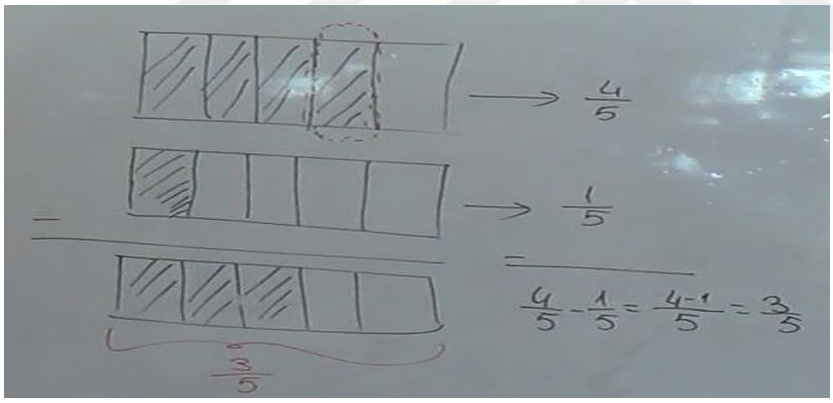
' E: Genişletme ve sadeleştirme yaptığımız kesrin değeri değişmiyordu değil mi? Şimdi, bu $\frac{1}{2}$ *yerine nasıl yazabiliriz dedi 3 ile genişleterek;* $\frac{3}{6}$*. Aynı şekli, 3 ile genişletiyorum. 6 parçaya böleceğim ve 3 tanesini tarayacağım.'*

Şekil 34'teki gösterim şekliyle, paydaları birbirinin katı olan kesirlerde toplama veya çıkarma işlemi yaparken paydalarının nasıl eşitleneceği konusunda öğrencilerde bir kavrayış meydana gelmiş olabilir. Şu ana kadar Elif öğretmenin anlattıklarında paydalarının eşit olması gerektiği, nasıl eşitleneceği yer almasına rağmen neden paydalarının eşit olması gerektiği yer almamıştır. Kesir kavramını çok iyi kavramış olan bir öğrenci için paydalarının eşit olma zorunluluğu kafasında şekillenebilirken, aksini yaşayan bir öğrenci için payda eşitleme gerekliliği o kadar da şeffaf olmayabilir.

Paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işlemi yaparken Elif öğretmen yine geometriksel modelleme temsilini kullanmayı tercih etmiştir. Burada yine Elif öğretmen paydaları eşit olan kesirler için genellemeyi kendisi söylemiş daha sonrasında bunu Şekil 35'teki gibi geometriksel model üzerinde göstermiştir.

Şekil 35

Elif Öğretmenin Ders örneği-5



Şekil 35'teki bu model kullanımlarında öğretmenin iki noktaya değinmediği görülmektedir. Bunlardan birinci neden geometriksel model veya sayı doğrusu kullanımında parçaların eşit olması gerektiği, ikincisi ise kesirlerle toplama veya çıkarma işlemi yapılırken, paylar toplanıp çıkartılırken paydaların neden toplanıp çıkarılmadığı konusudur. Bu da aslında yine yukarıda bahsedilen paydaların eşitliliğini konusuna dayanmaktadır. Öğretmenlerin bu bahsedilenlere önemle değinmeleri beklenmektedir. Çünkü 'payda aynen kalır' ifadesi öğrenciyi bir kavrayışa ulaştırmaz aksine ezbere itebilir. Bunu model veya başka bir temsil

kullanımıyla öğrenciye aktarması öğrencinin konuyu zihninde anlamlandırması için destekleyici unsur olabilir.

Elif Öğretmenin temsiller kullanarak işlediği dersini özetleyecek olursak, öğretmenin temsilleri asıl amacının dışında kullandığı ortaya çıktığı görülmektedir. Yani bir temsili sadece görselleştirmek için kullandığı, bir genelleme veya bir durumu açıklamak için kullanmadığı gözlenmiştir. Konunun ayrıntılarına inmeden öğrencilerin sadece işlemsel bilgileri ortaya koyabilecekleri bir ders ortamı yaratmış, temsillerde bu ortamın sadece resmi olarak kalmıştır.

Ayrıca Elif öğretmenin de, kesrin anlamlarından sadece parça-bütün anlamına değindiği de ortaya çıkmıştır.

Gül Öğretmenin Dersi

Gül Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 9'da belirtilmektedir.

Tablo 9

Gül Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasına ait alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	✓
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	✓
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	✓
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	✓
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	✓

Tablo 9'a bakıldığında Gül öğretmenin (A) temasındaki tüm kategorilere uygun davrandığı görülmektedir.

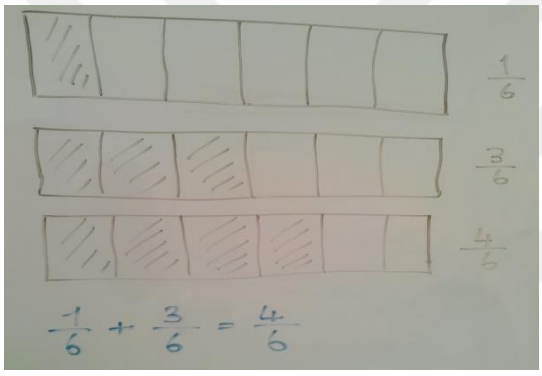
Gül öğretmen dersine paydaları eşit olan kesirlerle toplama işlemine ilişkin bir örnekle başlamıştır. Örnek ve geometriksel modellemesi Şekil 36'da verilmektedir.

$\frac{1}{6} + \frac{3}{6}$ işlemini için;

'G: Şimdi ilk bütünümü aldım 6 eşit parçaya böldüm oradan $\frac{1}{6}$*'sını tarayacağım. Tarıyor herkes defterinde. 6 eşit parça olacak, parçalar eşit olacak. Eşit olacak aralıklar sizin defterleriniz kareli düzgün çizebilirsiniz. Sonrasında bir tane daha çizeceksin ve* $\frac{3}{6}$*'sını tarayacaksın. Evet, şimdi ikisini topladığımızda, toplayın bakalım. Ayrı bir bütün alın ve yine 6 eş parçaya bölün. Şimdi ikisinin toplamını gösterelim.* $\frac{1}{6}$*'yı modelle gösterdik,* $\frac{3}{6}$*'yı da modelle gösterdik. Şimdi bir tane daha çizdik yine 6'ya bölünmüş aynı bütün. Aralıklarım eşit. Peki, topladınız kaç buldunuz sonucu?*

Şekil 36

Gül Öğretmenin Ders Örneği-1

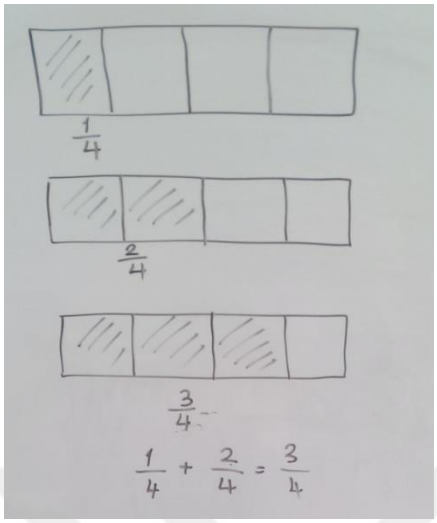


Ö: $\frac{4}{6}$*. '*

Şekil 36'da ve Şekil 37'deki örneği geometriksel model üzerinde göstererek; *'G: Evet şuna bakalım,* $\frac{1}{4}$ *ile* $\frac{2}{4}$ *topla bakalım, modelle ne oldu? Payları topladık 3, ortak paydayı da aynen yazdık. Şimdi, eşit paydalı kesirlerde bir bütün aldım, 4'e böldüm. Ama 4 eş parçaya, bakın dikkat. Pastam hep aynı pasta.'* temsilin kendine özgü olan kurallarını bildiği ve uyguladığı görülmektedir.

Şekil 37

Gül Öğretmenin Ders Örneği-2

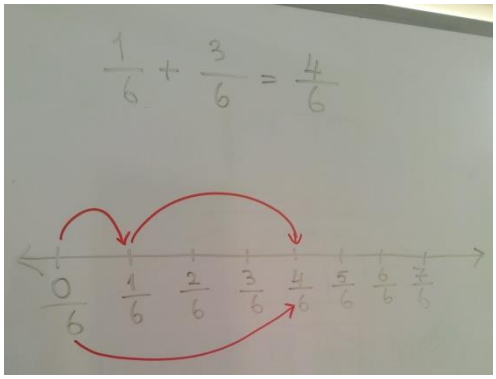


$\frac{1}{6} + \frac{3}{6}$ kesrine geri dönüp bu örneği bir de sayı doğrusu üzerinde göstermiştir. Bu örnek Şekil 38'de verilmektedir. Burada yine Gül öğretmenin sayı doğrusunu kullanırken kurallarına dikkat ettiği görülmektedir.

'Ama dikkat ediyorsun, aralıklar eşit olacak. $\frac{1}{6}$ *ile* $\frac{3}{6}$*'nın toplamının* $\frac{4}{6}$ *olduğunu sayı doğrusunda da görelim. Evet, çizdi mi herkes, görmek istiyorum. Unutmayın, her bir aralığım eşit. Cetvelle çizmenizi istiyorum adı üstünde zaten sayı doğrusu, eğrisi değil. Bakın bir bakalım, biz daha önce 0'nın bir sayıya bölümünün 0 olduğunu biliyoruz değil mi? O yüzden buraya* $\frac{0}{6}$ *yazdık.'*

Şekil 38

Gül Öğretmenin Ders Örneği-3



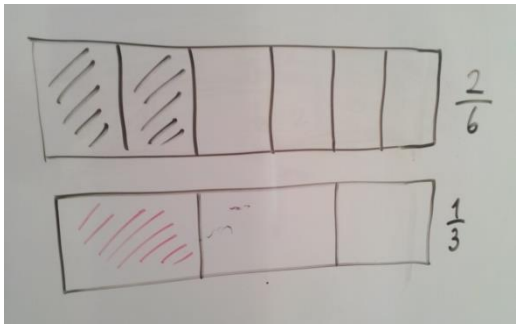
Bir temsil kullanıldığında o temsilin öğrenciyi götürebileceği genellemenin veya temsil ile hangi matematiksel fikir üzerinde durulması gerektiğinin öğretmen tarafından bilinmesi gerekir. Bu sebeple Şekil 37 ve Şekil 38'de Gül öğretmenin de kullandığı geometriksel model veya sayı doğrusu temsiliyle öğrenciyi hangi matematiksel fikre götürdüğünü bilmesi gerekir. Gül öğretmen $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$ işlemini geometriksel model üzerinde gösterdikten sonra *'paydaları eşit olan kesirler toplanırken paylar toplanarak paya yazılır, payda aynen kalır'* genellemesine gitmiştir. Burada Gül öğretmenin çizdiği yol, gitmek istediği nokta doğrudur. Yani geometriksel modelleme temsili ile paydaları eşit olan kesirlerin nasıl toplanması gerektiği genellemesini öğrencilere sunmak istemiştir. Fakat burada Gül öğretmenin dikkat etmediği bir nokta, bu genellemeyi öğrencinin kendisinin keşfetmesini beklemeden kendisinin dile getirmesidir. Eğer Gül öğretmenin bunu öğrencinin kendisinin keşfetmesi için öğrenciye zaman tanısaydı, öğrencinin o temsili neden kullandıklarını ve genellemenin nereden geldiğini daha iyi kavramasına yardımcı olabilirdi.

Aynı şekilde $\frac{3}{6}$ - $\frac{1}{6}$ örneğini geometriksel modelleme temsili üzerinde göstermiş, gösterdikten sonra paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işleminin nasıl olduğunu bu sefer öğrencilere sormuştur. Bazı cevapları aldıktan sonra kendisi de bu genellemeyi dile getirmiştir. Bu öğrenci anlayışı için doğru bir adımdır.

Aynı örnekte $\frac{2}{6}$ kesrini sadeleştirince ne olduğunu öğrencilere sormuştur. Öğrenciler eski bilgileriyle $\frac{1}{3}$ kesrine denk olduğunu söylemişlerdir. Gül öğretmen de geometriksel modelleme temsilini kullanarak bu iki kesrin birbirine denkliğini göstermiştir. Temsil kullanımı Şekil 39'da verilmektedir.

Şekil 39

Gül Öğretmenin Ders Örneği-4



'Bir pasta bütünüm aynı bütün, 6'ya böldüm 2 tanesini aldım. Yine aynı bütün bu sefer 3'e bölüp kaç tanesini alacağım?

Ö: 1.

G: Taradım. Bakın bakalım. Buradaki 1 parça ile diğerinin 2 parçası aynı yerde değil mi?'

Şekil 39'daki temsil kullanımıyla, denk kesirlerin değerinin değişmediği fikri öğrencide oluşmuş olabilir. Çünkü birinin 1 parçasının diğerinin 2 parçasına eşit olduğunu gören öğrenciler denk kesirlerin ne olduğunu bu modelle daha iyi anladıklarını dile getirmişlerdir.

Paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi için öğretmen kesir takımlarını kullanmayı tercih etmiştir.

'Çıkar kesir takımlarını. Bakın bakalım kaç tane $\frac{1}{4}$'ü yan yana koyduğunda $\frac{1}{2}$ elde ediyorsun.

Ö: 2 tane.

G: Evet 2. Çıkar $\frac{1}{2}$'i. Koy bakalım kaç tane $\frac{1}{4}$'ten oluştu, 2 tane. Evet, koyduk onu üstüne. Şimdi $\frac{1}{4}$ bulun ayrıca bir tane daha kesir takımlarınızdan. $\frac{1}{2}$'i kaç tane $\frac{1}{4}$ koyabildik üzerine, 2 tane. Bir tane daha ver bakalım. Hani geçen ders modelledik ya işte şimdi siz onu kesir takımlarıyla görüyorsunuz. Gördük mü? O zaman ben $\frac{1}{2}$ yerine ne yazdım? Artık çizmiyorum kesir takımlarınız önünüzde olduğu için. Ne

yazdık $\frac{1}{2}$ gördüğümüz yere, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$. Evet, gördü mü herkes? Şimdi bu $\frac{1}{2}$ yerine bunu yazdım + $\frac{1}{4}$, ver bir tane daha $\frac{1}{4}$, şunun yanına getirdiğimde kaç tane $\frac{1}{4}$oldu?

Ö: 3.

G: Var mı anlamayan kesir takımlarıyla? Ne oldu şimdi bunlar?

Ö: $\frac{3}{4}$.

G: Evet. Zaten paydaları eşit olan kesirleri toplamayı biliyor muyum, ortak paydayı yazdım, payları toplayıp paya yazıyordum. Kesir takımlarıyla da bunu görmüş olduk. Kesir takımlarıyla ben anlamadım diyen varsa yanına gideceğim beraber yapacağız? Var mı anlamadım diyen?'

'$\frac{1}{2}$'den $\frac{3}{8}$'i çıkarmanızı istiyorum, kesir takımlarıyla. Daha payda eşitlemeye gelmedim, ikinci ders geçeceğiz. Herkes yapsın göreceğim, dolaşıp. $\frac{1}{2}$'yi bulup $\frac{3}{8}$'i çıkarmasını istiyorum. $\frac{1}{2}$'yi koy önüne, kaç tane $\frac{1}{8}$ koyarak $\frac{1}{2}$ bulacaksın, bak bakalım. Herkes yapsın bakalım. Şimdi $\frac{1}{2}$ yerine kaç tane $\frac{1}{8}$ yazdınız?

Ö: 4 tane.

G: O zaman $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$. Herkes koydu mu üzerine $\frac{1}{2}$'nin.

Ö: Evet.

G: Karıştırma, $\frac{1}{2}$ yerine yazdığım için aldım bunları paranteze. Peki, ben şunları biliyor muyum toplamayı?

Ö: Evet.

G: Ortak paydayı yazdım paylar, 1,2,3,4. $\frac{4}{8}$. Şimdi sizin elinizde 4 tane $\frac{1}{8}$'iniz var mı? Çıkarın 3 tanesini. Kaç buldunuz?

Ö: $\frac{1}{8}$.

G: Ben anlamadım diyen var mı, yine yanına gelip izah edeceğim tekrar.

Ö: Öğretmenim kesir takımları ile daha iyi anlaşılıyor.'

Burada Gül öğretmenin öğrencilere göstermek istediği şey, öğrencilerin payda eşitlemeye neden gerek duydukları, neden önemli olduğudur. Payda eşitlemenin nereden geldiğini göstermek adına, payda eşitlemeden hiç bahsetmemiş ve kesir takımlarındaki parçaların aynı olması durumunda toplama ve çıkarma işleminin yapılabileceğini vurgulamıştır. Öğretmen paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yapmak için ilk olarak payda eşitlemeye ihtiyaç olduğu fikrini temsil yardımıyla göstermiştir.

Bunların yanı sıra Gül öğretmenin temsil kullanırken doğru şekilde kullandığı dil ve gösterimler göze çarpmaktadır. Geometriksel modelleme ve sayı doğrusu temsilinde kullandığı *'eş parçalar'*, *'aynı bütün'* kelimeleri ve bunları uygun gösterimleri ve aynı zamanda da kesir takımlarını kafa karışıklığına sebep olmadan doğru kullanımı öğrencinin kavrayışını destekler niteliktedir.

Öğretmenin dersi incelendiğinde matematiksel genellemeleri açıklamak için iki temsil kullanımı göze çarpmaktadır; kesir takımları ve geometriksel modelleme. Geometriksel modelleme temsilini paydaları eşit, kesir takımlarını ise paydaları eşit olmayan kesirlerle kullanmayı tercih etmiştir. Bu seçimler öğrenci kavrayışını destekler nitelikte olduğundan o öğrencilere göre doğru temsillerdir. Fakat bu, paydaları eşit olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi için kullanılacak tek temsil geometriksel modellemedir veya paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi için kullanılacak tek temsil kesir takımlarıdır anlamına gelmez. Öğrencinin düşünme düzeyi, öğretmenin seçimi gibi faktörlere göre temsil seçimleri değişebilir.

Bunların yanı sıra Gül öğretmenin de kesrin anlamlarından sadece parça-bütün anlamına değindiği görülmektedir.

Zafer Öğretmenin Dersi

Zafer Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 10'da verilmektedir.

Tablo 10

Zafer Öğretmenin (A) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma temasına ait alt kategoriler	
1. Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma	✓
2. Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma	✓
3. Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma	✓
4. Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak	X
5. Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme	X

Tablo 10'a bakıldığında, Zafer öğretmenin temsil biçimleri bilip bunlara uygun davrandığı, matematiksel genellemelere ulaşmak için temsilleri kullandığı ve bu kullanımlar sırasında temsillere uygun dil ve gösterimlerde bulunduğu ortaya çıkmıştır. Bunun yanında, matematiksel kurallar veya işlemleri açıklamak için temsil kullanımında bulunmadığı ve bu açıklamalarda bulunmadığından doğru temsil seçimi de gerçekleştirmediği görülmektedir.

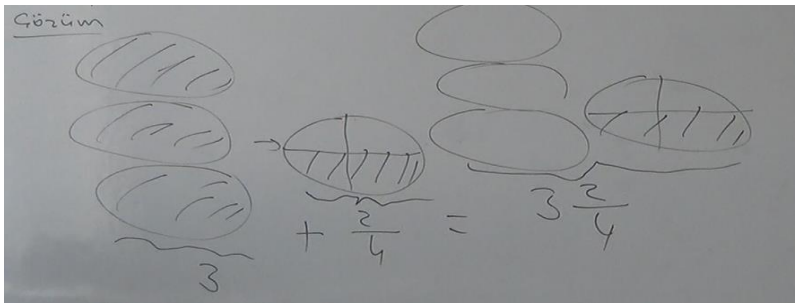
Zafer öğretmen kesirler konusuna başladığında 4. Sınıfta paydaları eşit olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi işlendiği için tekrar aynı konuya çok önem vermemiş ve paydaları eşit olmayan ve bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamına ilişkin örneklerden başlamıştır. Örnek Şekil 40'ta verilmektedir.

' Z: Peki bu soruyu modelle gösterim sonrasında kısa yolunu buluruz.

Evet, birkaç yoldan yaparız. Çocuklar 3 ne, tam değil mi? Biz tam olarak ifade edebilirdik. 3 tam aldık, bütün. Bir de bir bütünü 4 eş parçaya bölüp 2 parçasını aldık. Şimdi cevap olarak yazacağız. Yine ne yapıyoruz, aynısını alıyoruz. 3 tam var ve 4 eş parçadan 2 parçası alınmış. İşte çocuklar o zaman biz bunu nasıl yazıyoruz.3 $\frac{2}{4}$ *olarak yazıyoruz.'*

Şekil 40

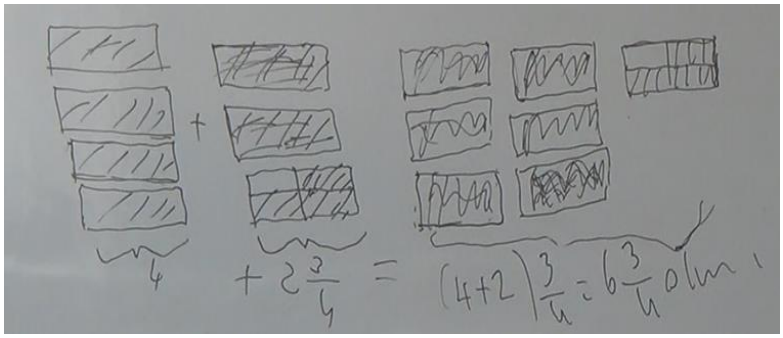
Zafer Öğretmenin Ders Örneği-1



Şekil 40'taki örnek için Zafer öğretmenin geometriksel modelleme temsilini kullandığını görülmektedir. Bütünlerin aynı olmasını ve eş parçalara bölünmeleri ile ilgili öğrencilere bilgiyi vermektedir. Tabi ki bir öğretmenin temsil kullanırken o temsilin kurallarını bilmesi gerekir. Burada da Zafer öğretmenin geometriksel modelleme temsiline ait temsil kurallarını bildiğini ve uyguladığı ortadadır. Zafer Öğretmenin diğer bir geometriksel model kullandığı örneği de Şekil 41'de verilmektedir.

Şekil 41

Zafer Öğretmenin Ders Örneği-2



Şekil 41'de verilmiş olan $4 + 2\frac{3}{4}$ işleminde de geometriksel modelleme temsilini ile göstermeyi tercih etmiş ve bütünleri eş çizmeye, parçaları eşit kullanmaya dikkat etmiştir. Fakat burada Zafer öğretmen bu temsili kullanırken neden parçaların eşit olduğunu veya bütünlerin neden birbirinden farklı olamayacağını öğrencilere belirtmemiştir.

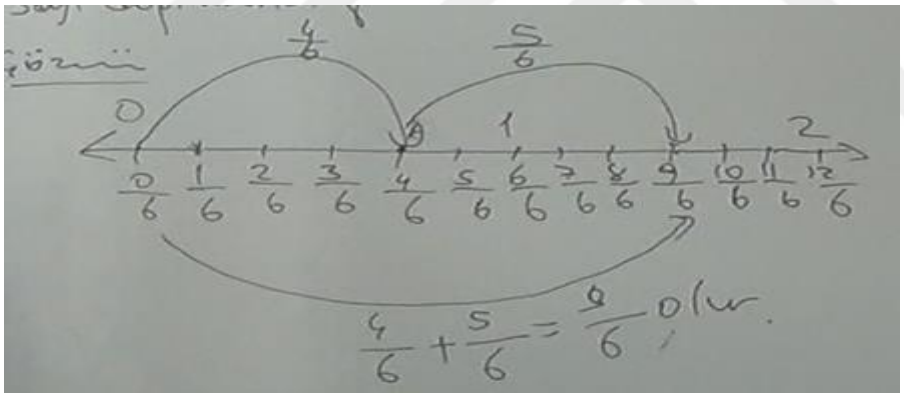
Aynı şekilde Zafer öğretmen bir örnekte sayı doğrusu modelini kullanmayı tercih etmiş, kullanırken sayı doğrusunun gerektirdiği kuralların bazılarını söyleyip bazılarını söylememiştir. Örneği Şekil 42'de verilmektedir.

'Z: Evet. $\frac{0}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$. *Evet.* $\frac{4}{6}$ *var. Ne yapıyoruz, 0 başlangıç noktasından 4'e ilerliyorum. Toplamada ileriye doğru. Devam ediyoruz çocuklar. Buraya A noktası diyelim. Devam edelim şimdi,* $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$. $\frac{6}{6}$, *6'yı 6'a bölersen hangi sayıyı verir, 1 evet.* $\frac{7}{6}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{10}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{12}{6}$. *2'ye kadar geldik. Şimdi geldiğimiz noktadan yani* $\frac{4}{6}$*'dan pay kadar ilerliyoruz. Kaç adım, 5 adım. İki çizgi arası bir adım. 1,2,3,4,5 nereye gelir;* $\frac{9}{6}$*'ya. Zaten toplamlarının* $\frac{9}{6}$ *olduğunu görüyorsunuz.*

Anlamayan var mı?'

Şekil 42

Zafer Öğretmenin Ders Örneği-3



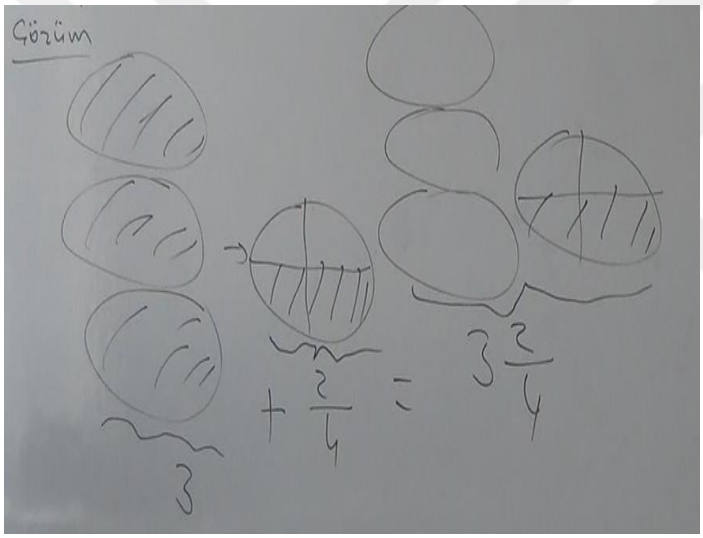
Şekil 42'de verilen örneğin söylemlerinde, Zafer öğretmen bir sayı doğrusunda bir kesrin hangi aralığına denk geleceğini, o aralıkları neye göre eşit parçalara ayrılacağını veya neden payda sayısına ayrılacağını öğrencilere aktarmamıştır. Burada Zafer öğretmenin geometriksel modelleme temsilinin kuralını uyguladığı kadar sayı doğrusunun kuralını da uyguladığı fakat bunların nereden geldiği, neden olduğunu aktarmadığı görülmektedir. Aslında bir temsilin kuralını bilmek kadar temsilin nasıl kullanılacağının üzerinde de durulması gerekmektedir.

Zafer öğretmenin öğrencilerin konuyla ilgili genellemelere varması için temsil kullanmaya başvurduğu görülmektedir. Bu kullanım Şekil 43'deki öğretmenin örneğinde görülmektedir.

'Z: Evet, birkaç yoldan yaparız. Çocuklar 3 ne, tam değil mi? Biz tam olarak ifade edebilirdik. 3 tam aldık, bütün. Bir de bir bütünü 4 eş parçaya bölüp 2 parçasını aldık. Şimdi cevap olarak yazacağız. Yine ne yapıyoruz, aynısını alıyoruz. 3 tam var ve 4 eş parçadan 2 parçası alınmış. İşte çocuklar o zaman biz bunu nasıl yazıyoruz.3 $\frac{2}{4}$ *olarak yazıyoruz.*

Şekil 43

Zafer Öğretmenin Ders Örneği-4



Demek ki, bir doğal sayı ile bir kesri toplarken, doğal sayıyı kesrin önüne yazıyoruz. $3\frac{2}{4}$*. Yazalım o zaman.'*

Şekil 43'de Zafer öğretmen bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamında, toplanan doğal sayının kesrin önüne tam sayı olarak geldiğini model üzerinde göstererek anlatmaya çalışmıştır. Buradaki geometriksel modelleme temsilinin kullanımı konuya uygun görülmektedir. Fakat bu genellemeyi öğrencilerin keşfetmesini beklemeden Zafer öğretmen kendisi dile getirmiştir. Oysaki bunu öğrencinin model üzerinde düşünmesini, irdelemesini, öğrencilerin keşfetmesini sağlasaydı ezberci olmasından sıyrılıp daha anlamlı hale getirebilirdi.

Paydaları eşit olmayan kesirlerle çıkarma işlemi yaparken kullandığı geometriksel modelleme temsilini kesirlerle çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiği genellemesine ulaşmak amacıyla kullanmaya çalışmıştır. Bunu Şekil 44'te verilen örnekler açıklamaya çalışmıştır.

'Evet, hadi bakalım modelleme ile nasıl yapacağız? Sonra da kısaca nasıl yapılacağına bakalım.

Birincisinde bir bütünü kaç eşit parçaya bölüyoruz?

Ö: 3'e.

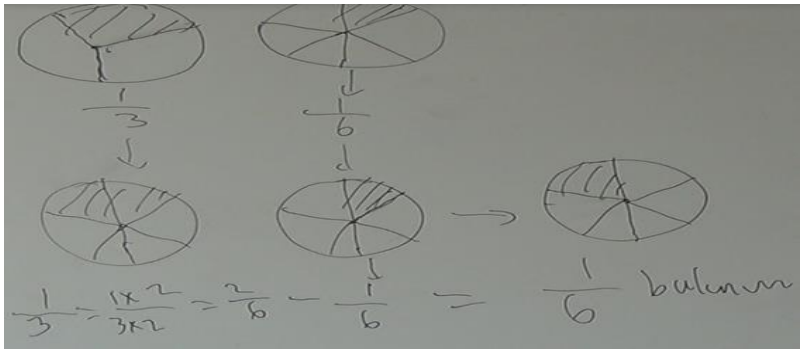
Z: Paydadaki sayı kadar eşit parçaya bölüyoruz, yani 3'e. Birini tarıyorum. Diğerinde bir bütünü 6 eşit parçaya bölüyorum ve ne yapıyoruz çocuklar, 1 tanesini tarıyorum. Bu da $\frac{1}{6}$ *oluyor. Sonra payda eşitliyoruz çocuklar. Bakın şimdi, kesirlerde toplama ve çıkarma yaparken genelde paydalar eşitlenir. Genişletme yapılır. Genişletme kesrin pay ve paydasını aynı sayı ile çarpmaktır. 2 ile genişletirsem ne olur?*

Ö: $\frac{2}{6}$.

Z: Evet, $\frac{2}{6}$. *Burası zaten,* $\frac{1}{6}$*'ydı. Eşittir, sonuç olarak, 6'ya böldük, paylar farkı paya yazılır, ortak payda aynen yazılır. Burada şu parçalardan 1 tanesini çıkartırsak, sadece 1 parça kalmaz mı çocuklar? O zaman 1 tanesini tanıdım. O zaman* $\frac{1}{6}$. *Anlamayan var mı?'*

Şekil 44

Zafer Öğretmenin Ders Örneği-5



Model kullanımı incelendiğinde, öğretmenin temsilin kurallarını bildiği ve buna uygun davrandığı görülmektedir. Fakat bir genellemeye ulaşmak için etkili kullanmamıştır. Çünkü temsil kullanıldığında hangi matematiksel fikir üzerinde durulması gerektiğini ve bunun öğrenciye nasıl aktarılması gerektiğinin bilinmesi gerekmektedir. Buradaki matematiksel fikir paydaların eşit olması ve neden eşit olması gerektiğidir. Eğer ki Zafer öğretmen burada '*Sonra payda eşitliyoruz çocuklar. Bakın şimdi, kesirlerde toplama ve çıkarma yaparken genelde paydalar eşitlenir. Genişletme yapılır. Genişletme kesrin pay ve paydasını aynı sayı ile çarpmaktır. 2 ile genişletirsem ne olur?'* diyerek direkt 2 ile çarpmak gerektiğini söylemek yerine, ne yapılması gerektiğini öğrencilere sorup öğrencilerin model üzerinde her bir parçanın yine 2 eş parçaya ayrılması gerektiğini bulsalardı o zaman öğrencide kavrayış oluşabilirdi. 2 ile genişletmek o modeli bağımsızlaştırmış ve kesir üzerinde işlem yaparak modelde bunu uygulamaya yönlendirmiştir. Oysaki tam tersi işlem olmalı modelden yola çıkarak öğrencinin 2 ile genişletme yapacağını bulması gerekliydi.

Diğer yandan Zafer öğretmenin temsil kullanırken uygun dil kullanıma dikkat ettiği görülmektedir. *'Aynı bütün', 'eş parçalar'* kelimelerini vurgulamış ve temsilin gerektirdiği kuralları temsili kullanırken dile getirmiştir. Geometriksel modelleme gösterimlerinde de bu kurallara dikkat ederek çizimler yapmıştır.

Fakat Zafer öğretmenin bu temanın diğer alt kategorilerini içeren temsil kullanımı veya temsil kullanımının altında yatan fikirlere değinen matematiksel fikirlere odaklanan sözleri bulunamamıştır.

Ayrıca diğer öğretmenlerin daha çok odaklandıkları kesrin anlamlarından parça-bütün anlamına Zafer öğretmenin de üzerinde durduğu görülmektedir.

Birinci alt probleme ilişkin genel olarak, öğretmenlerin temsilleri bir amaç olarak değil, bir araç olarak gördükleri ortaya çıkmıştır. Bu araç olarak gördükleri temsillerin belirli özelliklerini bildikleri, temsillerin gerektirdiği dil ve gösterimde bulundukları görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin kullandıkları temsiller genellemelere ulaşmak amacıyla kullanılsa da sonunda genelleme ile temsilin birbirine bağlanılmadan kaldığı görülmüştür.

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi; ‘Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirleri çoklu temsillerle gösterimleri arasında ilişki kurma şekilleri nasıldır?’ şeklindedir. Her bir öğretmenin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini öğretmede kullandıkları çoklu temsilleri nasıl ilişkilendiğini Tablo 11’deki kategoriler bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 11

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (B) Teması

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasındaki alt kategoriler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	

Taner Öğretmenin Dersi

Taner Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 12’de belirtilmektedir.

Tablo 12

Taner Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasındaki alt kategoriler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	X
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	X

Tablo 12’ye bakıldığında Taner öğretmenin bu temanın alt kategorilerindeki hiçbir görevi yerine getirmediği görülmektedir.

Taner öğretmenin ders analizinde konu anlatımı için geometriksel modelleme ve sayı doğrusu temsillerini kullanmayı tercih ettiği ortaya çıkmıştır. Bu temsil kullanımları örneklere bağlı kalmış, öğrenciyi bir amaca taşıyamamıştır. Aynı şekilde kullandığı temsiller arasındaki benzerlik veya farklılıkları tanımlamamış, bunları öğrenci için daha anlaşılır hale getirmemiştir.

Diğer yandan Taner öğretmenin öğrencinin bir temsili anlaması için başka bir temsile başvurmadığı da ortaya çıkmıştır. Bu şekildeki davranışı yani eş zamanlı temsil kullanmaması öğrenciyi konu için soyut düşünme düzeyine çıkmasını zorlaştırıcı nitelikte olabileceği söylenebilir. Bir diğer temsil matematiği öğrenciler için daha anlamlı veya daha erişebilir kılabilir ve öğrenci yanılgılarını ön plana çıkarabilecekken, tek bir temsil kullanımı daha ezbere veya temsil kullanımını taklide yöneltebilir.

İlker Öğretmenin Dersi

İlker Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 13'te belirtilmektedir.

Tablo 13

İlker Öğretmenin (B) Temasına Göre Uyguladığı Kategoriler

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasındaki alt problemler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	X
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	X

Tablo13'e bakıldığında İlker öğretmenin (B) temasındaki kategorileri içeren bir ders anlatımında bulunmadığı ortaya çıkmıştır.

İlker öğretmen kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi öğretirken sadece geometriksel modelleme temsilini kullanmayı tercih etmiştir. Diğer temsil biçimlerinden öğrencilere bahsetmemiştir. Oysaki bir ders esnasında İlker öğretmen aynı anda iki farklı temsil kullansaydı öğrencilerin kavrayışı daha sağlam veya daha ezberden uzak olabilirdi. Tabi burada öğretmenin birden fazla temsil kullanırken net ve kesin bağlantılar kurması gerekir. Öğretmenin yaptığı temsiller arası bağlantılar yerinde, doğru ve öğrencinin kavrayışını destekler niteliktedir. Burada İlker öğretmen temsiller arasındaki ilişkiyi kuramayacağını veya başka bir temsil kullanmanın kendi sınıf profilindeki öğrenciler için kafa karıştırıcı olabileceğini düşünmüş olabilir. Bu nedenlerle de öğretmen tarafından temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıklardan bahsedilmemiş, bir temsilin anlaşılması için başka bir temsil kullanımı gerçekleşmemiştir.

Zeliha Öğretmenin Dersi

Zeliha Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 14'te belirtilmektedir.

Tablo 14

Zeliha Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

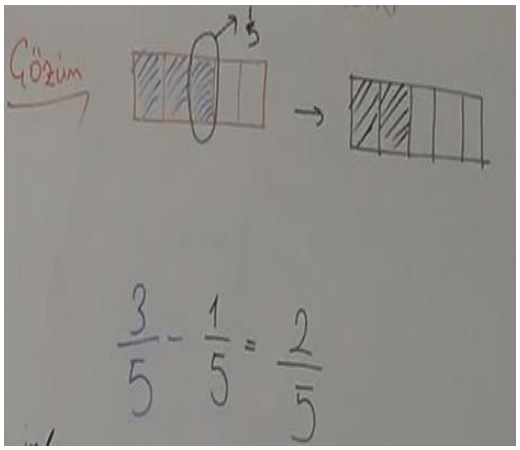
(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	✓
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	X

Tablo 14'e bakıldığında Zeliha öğretmenin temsillerin arasındaki benzerlik ve farklılıklara değindiğini ama bunun yanında bir temsili açıklamak için başka bir temsil kullanımı gerçekleştirmediği görülmektedir.

Zeliha öğretmenin yedi ders saati boyunca kullandığı temsiller kesir takımları, geometriksel modelleme ve sayı doğrusudur. Zeliha öğretmenin izlediği yol, toplama ve çıkarma işlemlerine başladığında ilk olarak öğrencilerin kesir takımları ile kendilerinin görmesini sağlamak ve bundan sonra da kesir takımını anlayabilmesi için geometriksel modelleme, kesir takımı ve geometriksel modellemeyi anlayabilmeleri için de sayı doğrusunu kullanmak şeklinde olmuştur. Bu Şekil 45 ve Şekil 46'da verilmektedir.

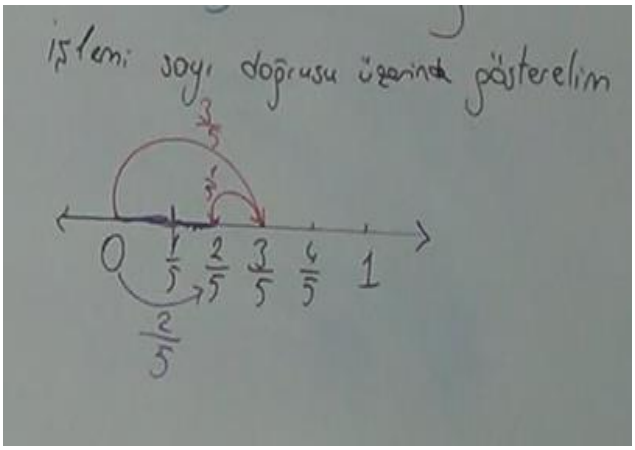
Şekil 45

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-10



Şekil 46

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-11



Şekil 45 ve Şekil 46'da öğretmenin öğrencilerin geometriksel modellemeyi anlayabilmeleri için sayı doğrusunu temsilini kullandığı görülmektedir. Burada Zeliha öğretmen asıl kesir takımları ile geometriksel modelleme temsili arasında benzerliklere değinmeye çalışmış, fakat bunun yanında farklılıklara önem vermemiştir.

Zeliha öğretmen bir örnekte ise üç temsil biçimini de kullanmış fakat kullandığı bir temsilin anlaşılması için diğer temsil kullanımı yönünde bir girişimi olmamıştır.

Elif Öğretmenin Dersi

Elif Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 15'te belirtilmektedir.

Tablo 15

Elif Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	X
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	X

Tablo 15'e bakıldığında Elif öğretmenin bu temadaki iki kategoriyi sağlayan ders anlatımında bulunmadığı görülmektedir. Ders gözlemlerinden yola çıkılarak öğretmenin derslerde geometriksel modelleme temsili ve sayı doğrusu temsilinin kullanımı ortaya çıkmıştır. İlk olarak bu kullanılan temsillerin, amaç öğrenciyi temsil yardımıyla bir genellemeye ulaştırmaksa, amaca hizmet etmediği, yüzeysel bir kullanımın söz konusu olduğu açıktır. Bunun yanı sıra Elif öğretmen, temsillerin birbirlerine olan benzerliğinden veya farklılığından yola çıkılarak öğrencinin içsel olarak temsil ettiğini ortaya çıkarmakta yetersiz kalmıştır. Temsiller arasındaki bu benzerlik veya farklılıklara değinmek öğrencilere aslında aynı şeyi farklı şekillerde göstermenin yolu olduğunu gösterebilmekte ve öğrenciyi temsillerden bağımsız olarak düşünmeye sevk edebilmektedir.

Elif öğretmenin öğrencinin ders işleniş sürecinde kullanılan bir temsili anlayabilmesi için diğer bir temsil kullanıma başvurmadığı da görülmüştür. Bunun yerine o temsilini tekrar anlatmayı tercih etmiştir:

'Ö: O 20 nerden geldi ben onu anlamadım.

E: Bir bütünün 20 parçaya bölündüğünü düşün. O 20 parçanın 19 tanesi toplanmış. Geriye ne kalır; $\frac{1}{20}$*. Gene anlamadın.*

Bak şimdi. Bu bütün kaç parçaya ayrılmış?

Ö: 20.

E: Kaç tanesi toplanmış,19 tanesi. $\frac{19}{20}$*'si toplandı. Geriye ne kaldı?*

Ö: 1.

E: O zaman burası $\frac{1}{20}$*. Bir bütün,* $\frac{20}{20}$*. Bir bütün nasıl ifade edilir? Payı ve paydası aynı olarak.* $\frac{5}{5}$ *bir bütündür.* $\frac{100}{100}$*,* $\frac{40}{40}$ *bir bütündür.* $\frac{1}{1}$*. Pay ve paydası eşit olan kesirler birer bütündür. Biz bütün nasıl algılıyoruz burada,* $\frac{20}{20}$*. Niye?* $\frac{19}{20}$*'si gittiğine göre tamamı* $\frac{20}{20}$*. Geriye kaç parçası kalıyor,* $\frac{1}{20}$*.* $\frac{17}{20}$*'si toplansaydı geriye ne kadar kalacaktı?* $\frac{3}{20}$*'si kalacaktı. Anladın mı?'*

Gül Öğretmenin Dersi

Gül Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 16'da belirtilmektedir.

Tablo 16

Gül Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	X
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	✓

Tablo 16'ya bakıldığında Gül öğretmenin temsiller arası benzerlik ve farklılıkları tanımlamazken, öğrencilerin bir temsili anlayabilmesi için başka bir temsil kullanımında bulunduğu gözlenmektedir.

Gül öğretmenin dersi incelendiğinde kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri için kullandığı temsiller olarak, geometriksel modelleme, kesir takımları, sayı doğrusu ve günlük yaşamdan somut örnekler olduğu görülmüştür.

Kullandığı temsillerden yola çıkarak, öğretmenin sadece bir örneği hem geometriksel modelleme hem de sayı doğrusu üzerinde gösterdiği görülmektedir. Tabi ki eş zamanlı temsil kullanımı öğrenciyi temsilden bağımsızlaştırıp daha soyut bir düşünce düzeyine taşıyabilir. Fakat burada eş zamanlı kullanılan temsiller genellemeye varmak için değil, öğrencilerin sayı doğrusu temsilini tanısınlar diye tercih edilmiştir. Bununla birlikte bu kullandığı temsiller arasında benzerlik veya farklılıktan da bahsetmemiştir.

Bundan ayrı olarak Gül öğretmen paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işleminde geometriksel modelleme temsilini anlamayan bir öğrenciye günlük hayattan somut örnekler vererek öğrencinin geometriksel modelleme temsilini anlamasına yardımcı olmuştur.

'Ben ne yaptım sonra $\frac{1}{2}$*'yi 2tane olduğu için bir kere daha ikiye böldüm. Burada* $\frac{2}{4}$*,* $\frac{1}{2}$*'ye denk geldi o yüzden burada* $\frac{1}{2}$ *yerine* $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ *yazdık. Anladın? Anladın mı, anlamadın mı?*

Ö: Tam anlayamadım.

G: Tamam peki, yarım ekmekten sen kaç tane çeyrek ekmek çıkartırsın?

Ö: 2 tane çıkartırım.

G: Tamam işte ben de bu yarım ekmekten 2 tane çeyrek ekmek çıkarttım. Yani buraya $\frac{1}{2}$ *yerine* $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ *yazabilirim değil mi? Evde yarım ekmek var. Döner yapacaksın çeyrek abine çeyrek kendine, ne yaptın ekmeği yarıya böldün. Ben de burada aldım bu*

ekmeği 2'ye paylaştırdım $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ *e birde* $\frac{1}{4}$ *daha var benim topladım kaç etti,* $\frac{3}{4}$. *Şimdi anladın mı?*

Ö: Evet.'

Farklı temsillerin kullanıma ilişkin gözlemlerden Gül öğretmenin paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi için bir ders geometriksel modelleme temsilini kullanmış, diğer ders ise kesir takımlarıyla aynı örnekleri göstermeyi tercih etmiştir. Burada aynı örneklere farklı zamanlarda farklı temsil kullanımı öğrenci için anlamlı olmamış olabilir. Asıl aynı zamanda farklı temsil kullanımı öğrenciyi temsilden bağımsız kılabilir. Öğrenci öğretmenin bu yaklaşımıyla temsili, bir konunun kavrayışı için bir araç olarak görmekten ziyade o temsili başlı başına bir etken olarak görebilir. Öğrencide oluşacak bu düşünce, öğretmenin öğrenciyi soyut düzeyde düşünme yeteneğine yükseltecek hedefi arasında yer almamalıdır.

Zafer Öğretmenin Dersi

Zafer Öğretmenin ders işleyişine ilişkin analizler Tablo 17'de verilmektedir.

Tablo 17

Zafer Öğretmenin (B) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama	X
2. Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma	X

Tablo 17'ye bakıldığında Zafer öğretmenin bu temadaki davranışları içeren bir ders anlatımında bulunmadığı görülmektedir.

Zafer öğretmenin derslerinde geometriksel modelleme temsilini ve sayı doğrusu temsilini kullanmayı tercih ettiği görülmektedir. Fakat bu temsilleri ayrı ayrı olarak ele almış ve örneğe bağlı tutmuştur. Öğrencinin bir genellemeyi anlaması için iki veya daha fazla temsil kullanımı veya bir temsili anlamak için diğer bir temsil

kullanımı veya temsiller arasındaki benzerlik veya farklılıkları üzerinde durmamıştır. Aynı zamanda bir diğer temsilin kullanımı konuyu ve matematiği daha erişebilir hale de getirebilir. Bu bakımdan Zafer öğretmenin bunu atlaması öğrencinin kavrayışı bakımından eksik kalmış olabilir.

İkinci alt probleme ilişkin genel olarak, sadece bir öğretmenin temsiller arası ilişki kurmaya çalıştığı ortaya çıkmış, diğer öğretmenlerin temsilleri sadece örneği farklı bir biçimde gösterme eğilimde oldukları görülmüştür. Ayrıca bazı öğretmenler sadece bir tane temsil kullanmayı tercih ederken, bazıları da temsilleri eş zamanlı fakat birbirinden bağımsız veya farklı zamanlı olsa da temsilleri birbirine bağlamayı tercih etmişlerdir. Bu alt probleme ilişkin kullanılan kesrin anlamları aynı kalırken, tercih ettikleri temsillerden sadece Gül öğretmenin değişiklik yaptığı görülmektedir. Bir temsili anlayamayan öğrenci için Gül öğretmen günlük yaşam örneklerini kullanmıştır.

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi; 'Ortaokul matematik öğretmenleri çoklu temsilleri kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri ile ilgili genelleme yapma süreçlerinde nasıl kullanmaktadırlar?' şeklindedir. Her bir öğretmenin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini öğretirken çoklu temsillerle genelleme süreçlerinin nasıl olduğu Tablo 18'deki kategoriler bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 18

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (C) teması

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	
2. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	
3. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	

Taner Öğretmenin Dersi

Taner Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 19'daki kategoriler bağlamında verilmektedir.

Tablo 19

Taner Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	X
2. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	✓
3. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	X

Tablo 19'a bakıldığında Taner öğretmenin sadece öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyici örnekleri seçip sıralayabildiğini görülmektedir. Bunun yanında temsilleri genellemeleri kurgulamak için veya öğrencilerin bir matematiksel işlemin altında yatan matematiksel fikri anlayabilmeleri için kullandığı gözlenmemektedir.

Taner Öğretmen öğrencilerin genellemelere ulaşması için geometriksel modelleme temsiliyle yola çıkmayı uygun görmüştür. Fakat tek temsil kullanımı öğrenciyi temsile bağlı kılabilmektedir. Nitekim ki öğrencilerin genellemeye ulaştıklarından sonra her soru için geometriksel modelleme temsilini çizdiği görülmüş, soyut düzeyde düşünme yeteneğine ulaşamadıkları gözlemlenmiştir.

Taner öğretmenin dersindeki konu sıralamasına bakıldığında öğrenci tarafınca biraz karmaşık olarak görünmüş olabilir. Çünkü 4. Sınıfta paydaları eşit olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gördükleri için bu yılın müfredatında olsa dahi bunu işlememiş ve ilk olarak paydaları aynı olmayan kesirlerle toplama işlemi gerektiren bir problemle derse başlamıştır. Kesirlerle toplama ve çıkarma işleminden önce kesirlerle sıralama konusunda payda eşitlemeyi öğrendiklerini öğrencilere hatırlatan Taner öğretmenin ilk olarak bir problemle başlaması öğrenci için zorlayıcı

bir etken olmuş olabilir. Ders sürecinin sıralaması karmaşık gibi görünse de verdiği örnekler ile öğrencinin kavrayışını desteklemiştir.

İlker Öğretmenin Dersi

İlker Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 20'deki kategoriler bağlamında verilmektedir.

Tablo 20

İlker Öğretmenin (C) Temasına Göre Uyguladığı Kategoriler

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasının alt kategorileri	
1. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	✓
2. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	✓
3. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	X

Tablo 20'e bakıldığında öğretmenin temsillere genellemeleri kurgulayabildiği, ayrıca öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçip sıralayabildiği gözlenmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin bir matematiksel işlem veya kural altında yatan matematiksel fikri anlayabilmeleri için temsil kullanımında bulunmadığı görülmektedir.

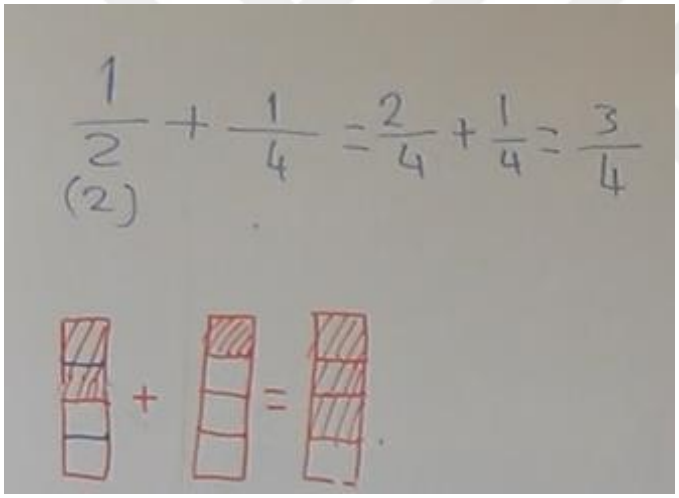
Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydalarının eşit olması gerektiğini İlker öğretmen ilk örnekte temsil kullanarak öğrencilere aktarmıştır. Aynı zamanda $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$ işleminde çıkarma işleminde *'Parçalar eşit olmak zorunda, yani bütünü parçaladığınız sayı aynı olmak zorundadır. Aynı büyüklükteki parçalar ile ancak toplama ve çıkarma işlemi yapabilirsiniz.'* Sözleriyle genellemenin nereden geldiğini geometriksel modelleme yaparken vurgulamaya çalışmıştır.

Aynı şekilde paydaları eşit olmayan kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi yapmak için paydalarının eşit olması gerektiği genellemesini İlker öğretmen geometriksel modelleme üzerinden öğrencilerine aktarmıştır. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ toplama işlemini yaparken; *'Birincisinde 2'ye böldüm 1 parçasını aldım. İkincisini 4'e böldüm 1*

parçasını aldım. Ben bunları toplamaya kalkarsam, parçaların büyüklükleri eşit olmadığı için toplayamam. O yüzden benim toplayacağım parça büyüklükleri ne olmak zorunda, eşit olmak zorunda. O yüzden ben birincideki parçayı kaça bölersem ikincideki parçaya eşit olur, 2'ye. O yüzden 2 ile genişletiyorum. O yüzden ben bunu ortadan ikiye böldüğümde, mecburen aşağısını da 2'ye bölüyorum. Bakın kırmızı ile taradığımız yer 2 parça oldu, şimdi parçaları toplayabilirim, çünkü bütün parçalarım birbirine eşit. Toplam taralı kısım kaç, 3. O zaman sonucumda $\frac{3}{4}$*.'* Sözleriyle öğrencinin genellemeyi zihninde kurgulaması ve daha soyut düşünebilmesini etkili hale getirmeye çalışmıştır. Bu temsilin gösterimi Şekli 47'de verilmektedir.

Şekil 47

İlker Öğretmenin Ders Örneği-4



Öğrencinin genelleme yeteneklerini destekleyecek örnekleri doğru ve zamanında seçmek öğrencinin konuyu zihninde anlamlandırabilmesi için önemli bir etkendir. İlker öğretmen de verdiği örnekleri doğru sıralama ile öğrencilerin kavrayışlarını destekler niteliktedir. İlk olarak geometriksel modelleme temsili ile paydaları eşit olan kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerine örnekler vermiştir. Paydaları eşit olan kesirlerle toplama ve çıkarma işleminden sonra paydalarını eşit olmayan kesirlerde toplama ve çıkarma işlemini yine geometriksel modelleme temsili ile kendisi anlatmış daha sonrasında yine öğrencinin kavrayışını destekler nitelikte örnekler seçip, sıralamıştır. Paydaları eşit olan ve olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaptıktan sonra bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamına ve farkına

değinmiş yine bunları model üzerinde göstermeye çalışmıştır. Son olarak da kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi gerektiren problemlere değinmiş ve konuyu bitirmiştir. İlker öğretmenin örnekler seçiminde ve her örneğe yine model üzerinden anlatımına dikkat etmesi öğrencinin konuyu anlaması için uygun olmuştur. Hatta öğrencilerden '*Şekil üzerinde daha iyi anladım.', 'Şekil daha anlaşılır oldu az önce kuralı hiç anlamamıştım .'* sözleri de bu tahminimizi desteklemektedir.

Örnek soruların doğru seçimi ve doğru sıralanışına koyulması öğrencilerin zihninde konuyu düzene sokmaktadır. Yanlış dizilim veya soruların yanlış, kafa karıştırıcı ve konuyu daha yeni zihninde canlandırmasını engelleyecek nitelikte olması öğrenci de kafa karışıklığına ve öğrenirken kavram yanılgılarına neden olabilir.

Fakat İlker öğretmen örneklerdeki sıralamaya verdiği önemi, bir matematiksel fikirde yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma için vermemiştir. İlker öğretmenin en büyük eksiği bu noktadadır. Eğer ki geometriksel modelleme temsili ile yaptığı zihindeki öğrenci kavrayışını başka bir temsil veya temsillerle bu kavrayışı destekleyecek şekilde kullansaydı bu öğrenci için kalıcı olacak ve matematik kariyeri boyunca süregelen diğer konularla dâhil olmak üzerine sağlam temellere dayanmış bağlantılara sahip olacaktı.

Zeliha Öğretmenin Dersi

Zeliha Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 21'deki kategoriler bağlamında verilmektedir.

Tablo 21

Zeliha Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	✓
2. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	✓
3. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	X

Tablo 21'den Zeliha öğretmenin temsillerle genellemeleri kurgulayıp öğrencileri daha soyut bir düşünceye erişmelerine yardımcı olduğu ve öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçip sıralayabildiği anlaşılmaktadır. Bunun yanı sıra öğretmenin bir matematiksel kural altında yatan matematiksel fikri anlamlandırmada temsilleri kullanmadığı gözlenmektedir.

Zeliha öğretmen paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işlemini anlatırken, örneği ilk olarak kesir takımlarıyla öğrencilere yaptırmış daha sonra bunu geometriksel modelleme ile tahtada göstermiş saha sonrasında da sayı doğrusu üzerinde aynı işlemi tekrarlamıştır. Burada Zeliha öğretmen öğrencilerin paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işlemi yapılırken paydaların aynı kaldığı ve payların çıkarıldığı genellemesine ulaşmalarını amaçlamıştır. Eş zamanlı iki temsili kullanmak öğrencilerin konuyu belirli temsillerden bağımsız olarak ele almalarına yardımcı olabilmektedir. Bu yüzden Zeliha öğretmenin eş zamanlı birden çok temsil kullanması öğrencilerin soyut düzeyde kavrayışlarını destekleyebilir.

Aynı şekilde paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işlemi yaparken seçtiği örnekte kesirlerin paydalarını eşitlemenin nereden geldiğini ilk olarak kesir takımlarıyla öğrencilere yapmalarını istemiş ve öğrencilere bunu yaparken kendisi de yol göstermiş sonrasında da aynı örneği geometriksel modelleme temsili üzerinde de göstermeye çalışmıştır. Bu Şekil 48'de ve Şekil 49'da verilmektedir.

'$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ işleminin sonucunu kesir kartlarından faydalanarak bulunuz. O zaman şimdi kartlarınızdan bir tane $\frac{1}{2}$ ve bir tane de $\frac{1}{4}$ çıkarıyorsunuz. $\frac{1}{2}$ aldınız ve bir de $\frac{1}{4}$ aldınız ama baktınız ki bu parça diğerinden küçük. Eşit bölmelere ayrılmamış. O zaman $\frac{1}{2}$'yi $\frac{1}{4}$ cinsinden yazmak için kaç tane $\frac{1}{4}$ kullanmam lazım, üst üste koyarak görelim. Kaç tane?

Ö: 2 tane.

Z: Bakalım.

Üst üste koyalım. Baktık tam çakıştı üst üste geldi.

Şekil 48

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-12



$\frac{1}{2}$ demek yarım kesir demektir, $\frac{2}{4}$ demek de yine yarım kesir demektir. O halde bunların değerlerin değişmediğine göre, $\frac{1}{2}$ yerine 2 tane $\frac{1}{4}$ alabilirim. Sizde alın sıranızın üzerine koyunca daha iyi göreceksiniz. $\frac{1}{2}$ değil de $\frac{2}{4}$'ü kullandınız. O zaman $\frac{2}{4}$ ile kaçı toplayacağız; $\frac{1}{4}$'ü. Toplayın bakalım. Kaç tane $\frac{1}{4}$ oldu?

Ö: $\frac{3}{4}$ olacak.

Z: Evet, 3 tane $\frac{1}{4}$ oldu. O da $\frac{3}{4}$ demektir. Şimdi modelleyelim.

Bu bütün $\frac{1}{2}$'yi göstersin. O yüzden 2'ye böldüm 1 tanesini taradım. Diğer parçam $\frac{1}{4}$'ü göstersin o yüzden 4'e böldüm 1 tanesini taradım. Bu iki kesri toplayacağız. Fakat parçalar aynı değil. Parçaların aynı olması için bunu bir daha 2'ye bölelim. O zaman her bir parça kaç oldu?

Ö: $\frac{1}{4}$ oldu.

Z: Evet. Çünkü bütünü 4'e bölmüş gibi oldum. O zaman burada taradığım kısım kaçı gösterdi?

Ö: $\frac{2}{4}$.

Z: Evet. Peki, $\frac{1}{2}$ ile $\frac{2}{4}$ denk kesirler mi?

Ö: Evet.

Z: Nasıl anladınız? $\frac{1}{2}$'nin $\frac{2}{4}$ olması için nasıl bir işlem yapmalısınız?

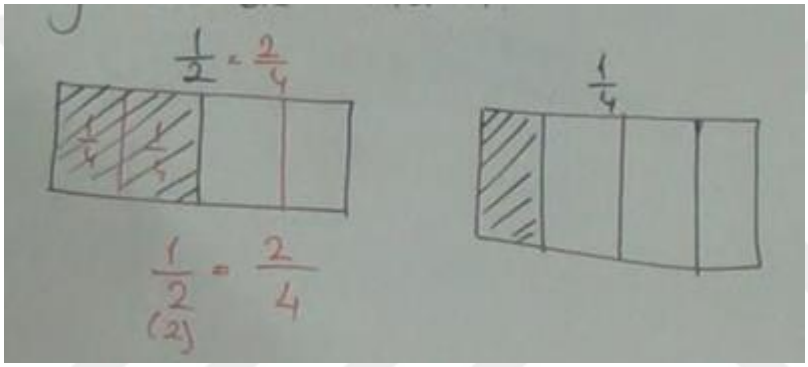
Ö: 2 ile genişletme yaparız.

Z: 2 ile genişleterek $\frac{2}{4}$ elde edebilirsiniz. $\frac{1}{2}$'nin altına 2 yazarız, 2 ile genişleteceğiz anlamına gelir, 2 ile 1'i çarparız; 2 ve 2 ile 2'yi çarparız 4. Yani $\frac{1}{2}$ demek ne demek?

Ö: $\frac{2}{4}$ demek.

Şekil 49

Zeliha Öğretmenin Ders Örneği-13



Z: $\frac{2}{4}$ demek. Buradan kaç tane parça gelecek bu bütüne; 2 tane. Buradan; 1 tane. Ve toplam; $\frac{3}{4}$.

Z: Paydalarını eşit hale getirip sonra topluyoruz.'

Zeliha öğretmen Şekil 48 ve Şekil 49'da öğrencilerin temsillerden bağımsız olarak konuyu ele alarak genellemeye varmalarını sağlamaya çalışmıştır. Aynı anda kullanılan temsiller öğrencilerin daha soyut bir düzeyde düşünmelerine yardımcı olmuş olabilir. Burada bir diğer temsil konuyu öğrenciler için daha erişebilir hale de getirmiş olabilir. Zeliha öğretmen bu yaklaşımıyla bizim beklentimizin yönünde bir süreç sergilemiştir.

Diğer bir alt kategori olan öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama için Zeliha öğretmenin örneklerinin seçimini ve sıralamasını incelediğimizde bu kategoriye girdiği görülmektedir. Çünkü konuyu adım adım ele almış ve öğrencide hiçbir karışıklığa sebep vermeden

örneklerini seçmiştir. İlk olarak paydaları eşit olan kesirlerle toplama işleminden başlayarak ilk örneğini yine kesir takımları, geometriksel modelleme ve sayı doğrusunda gösterdikten sonra bu genellemeye ulaştıklarında paydaları eşit kesirlerle toplamaya uygun örnekler seçmiştir. Sonrasında paydaları eşit olan kesirlerle çıkarma işleminde de aynı süreci uygulamıştır. Paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işlemi içinde uygun örnek seçerek bunu kesir takımları ve geometriksel modelleme yoluyla gösterdikten sonra bunlara uygun örnekler sıralamıştır. Sonrasında paydaları eşit olmayan kesirlerle çıkarma işleminde aynı süreci uygulamıştır. En sonda da bir doğal sayı ile basit kesrin toplamı ve farkı, tam sayılı iki kesrin toplamı ve farkı ve kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi gerektiren problemlerle ilgili örneklerini sıralayıp konuyu bitirmiştir.

Elif Öğretmenin Dersi

Elif Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 22'deki kategoriler bağlamında verilmektedir.

Tablo 22

Elif Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	X
2. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	✓
3. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	X

Tablo 22'ye bakıldığında bu temada Elif öğretmenin sadece ikinci kategoriyi yerine getirdiği görülmektedir. İlk olarak Elif öğretmenin ilk yapmaması gereken nokta, genellemeleri dersin girişinde kendisinin söylemesidir. *' Kesirlerde toplama işlemi yaparken, kesirlerin paydalarının, burayı renkli yazıyorsunuz, eşit olması gerekir. Mutlak şart budur. Paydalar eşit değilse toplama ve çıkarma yapamayız. Onun için ona göre paydaları eşitlemeyi göreceğiz.*

Paydaları eşit kesirleri toplarken paylar toplanıp paya yazılır, ortak paydalardan biri ise paydaya yazılır.' Elif öğretmen bu genellemeyi yazdırdıktan sonra örneklere başlamış, ve her konu için çözdüğü ilk örnekte geometriksel modelleme temsilini göstererek bunu öğrencilere aktarmıştır. Fakat öğretmenin bu şekildeki davranışı öğrencinin *'paylar toplanıp paya yazılır, ortak paydalardan biri ise paydaya yazılır.'* genellemesinin nedenini anlaması için yeterli olmayabilir. Paylar toplanırken, neden paydalarının da toplanmadığını veya neden paydalarının eşit olması gerektiği hakkında bir bilgi vermemiştir. Sadece bunun işlem için mutlak şart olduğunu dile getirmiştir. Fakat örneklerde göstermiş olduğu temsil biçimleri öğrencilerin belki de bu genellemeyi zihinlerinde oluşmasına yardımcı olmuş olabilir.

Burada göze çarpan bir diğer nokta ise Elif öğretmenin, öğrencilerin genellemeleri kavramaları adına kullandığı tek bir temsil tercih etmesidir. Eğer ki öğretmen sadece geometriksel modelleme temsilini kullanmak yerine başka bir temsil daha kullanmış olsaydı anlayış için daha da yardımcı olabilirdi. Çünkü birden çok temsil kullanımı öğrenciyi temsilden bağımsızlaştıracak ve daha soyut bir noktada düşünmeye sevk edebilecekti.

Bu temada Elif öğretmenin uyguladığı kategoriye bakıldığında, dersini öğrencilerin genellemelere ulaşabilme ve konuyu zihinlerinde bir tablo halinde anlamlandırabilme adına uygun bir şekilde düzene koymuş ve bunlara uygun örneklerle bu düzeni desteklemiştir. İlk olarak kesirlerle toplama işlemini daha sonrasında çıkarma işlemini ele almıştır. Bu işlemleri de paydaları eşit olan ve paydaları eşit olmayan olmak üzere iki grupta işlemiştir. Bundan sonra tam sayılı kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi ve en son da toplama ve çıkarma işlemi gerektiren kesir problemlerini işlemiştir.

Gül Öğretmenin Dersi

Gül Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 23'deki kategoriler bağlamında verilmektedir.

Tablo 23

Gül Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
1. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	✓
2. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	✓
3. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	X

Tablo 23'e bakıldığında Gül öğretmenin bu temadaki sadece matematiksel kuralların altında yatan matematiksel fikirleri öğrencin anlayabilmesi için temsil kullanma kategorisini yerine getirmediği görülmektedir.

Gül öğretmen paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken öğrencilerin bulmasını istediği genelleme için kesir takımı kullanmıştır. Paydaları eşit olan kesirler için de geometriksel modelleme temsilini kullanmıştır. Örneklerinin birinci alt problemin bulgularında verildiği gibi temsilleri, öğrenciyi yönlendirerek doğru şekilde kullanmalarını sağlamıştır. Fakat ikinci alt problemin bulgularında da bahsedildiği üzere bu temsillerin eş zamanlı kullanılmaması öğrencinin soyut düşünme yeteneğine sahip olmasını zorlaştırabilir.

Gül öğretmenin örnek seçimlerine ve sıralamasına bakıldığında öğrenciyi genellemeye ulaştırabilecek düzeyde olduğu görülmektedir. İlk olarak paydaları eşit olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini, sonrasında paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini, tam sayılı kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini ve kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi gerektiren problem çözümlerini ele almış ve bunlara uygun örnek seçimleriyle konuyu desteklemiştir.

Gül öğretmenin çoklu temsil kullanma yaklaşımı öğrencinin matematiksel fikri anlamasından ziyade örneği diğer bir temsille öğrenciye göstermek yönündedir. Tabi ki bu matematiksel fikirleri öğrencilerin yakalaması adına temsil kullanımında bu amaca hizmet etmeye yakınlaşmıştır. Fakat bir önceki alt problemlerde bahsedildiği üzere tam hedef sağlanamamış olabilir.

Zafer Öğretmenin Dersi

Zafer Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 24'teki kategoriler bağlamında incelenmektedir.

Tablo 24

Zafer Öğretmenin (C) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak temasına ait alt kategoriler	
3. Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma	✓
4. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama	✓
5. Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma	X

Tablo 24 incelendiğinde Zafer öğretmenin (C) temasınındaki genellemeleri kurgulamak için temsil kullanma ve öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama kategorilerine uygun davrandığı gözlenmektedir.

Zafer öğretmen birinci alt problemin analizinde üstünde durulduğu üzere öğrencinin temsil üzerinde genellemeye ulaşmasını istemiştir. Fakat bununla birlikte öğrenciye keşfi için verilmesi gereken zamanı atlayıp genellemeleri kendisi söylemiştir.

Aynı şekilde tek bir temsil üzerinde genelleme yaptırmaya çalışması öğrencinin o temsilden sıyrılıp daha soyut bir düzeyde düşünmesini engellemiş olabilir. Burada öğrenci Zafer öğretmenin bu davranışından dolayı bir temsili kullanmanın, genelleme yapmak adına mantık yürütmek için mi yoksa öğretmenin gösterdiğini taklit etmek için mi olduğunu kavrayamamış olabilir.

Zafer öğretmenin dersinde öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini desteklemek için seçtiği örnekler ve koyduğu sıralama genel itibariyle doğrudur. Konunun işleniş dizilimi öğrencinin kavrayışını destekler niteliktedir. Fakat bir örnek üzerinde genellemeyi açıkladıktan sonra onunla ilgili bir örnekten sonra başka bir genelleme gerektiren bir örneğe geçmek öğrencideki o desteği sarsmış olabilir. Bir

örnek yerine daha fazla örnek verilmesi öğrenci anlayış ve kavrayış bakımından daha iyi olabilir.

Üçüncü alt probleme ilişkin genel olarak, öğretmenlerin temsilleri, genellemelere ulaşmak amacına uygun kullanmadıkları görülmüştür. Genellemeyi kurgulamayı başardıkları fakat öğrencinin soyut düşünceye adım atmasına yardımcı olmada eksik kaldıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca genellemeleri genellikle kendileri dile getiren öğretmenlerin, genellemeyi destekleme konusunda örnekleri iyi bir şekilde sıraladıkları görülmüştür.

Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın dördüncü alt problemi; 'Öğrenciler çoklu temsillerle çalışırken ortaokul matematik öğretmenleri nasıl rehberlik etmektedir?' şeklindedir. Her bir öğretmenin çoklu temsil kullanırken öğrencilere rehberlik etme süreçleri Tablo 25'teki kategoriler bağlamında analiz edilmiştir.

Tablo 25

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formunun (D) teması

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme Temasına ait alt kategorilere	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma	
2. Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	
3. Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme	
4. Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	
5. Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	
6. Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	
7. Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	
8. (a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	

Taner Öğretmenin Dersi

Taner Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 26'daki alt kategoriler bakımından incelenmektedir.

Tablo 26

Taner Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme Temasına ait alt kategorilere	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma	✓
2. Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	✓
3. Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme	X
4. Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	✓
5. Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	X
6. Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	X
7. Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	X
8. (a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	X

Tablo 26'a bakıldığında Taner öğretmenin öğrencilerin yanılgılara inmeye çalıştığı ve temsil kullanımına anlam katmak için onlara yeterli zaman verdiği görülmektedir.

'T: Tamam. Bu örneği de siz yapın bakalım.

Modelleyerek yapmanızı istiyorum. Tam kısımdan tam kısmı veya bileşik kesre çevirerek yapmanızı değil. Şimdi bu soruda ne var, biraz bakın bakalım ipucu vereyim size. Normalde 2 tamdan 1 tamı çıkarıp 1 tamı bulursunuz, doğru değil mi. Ama burada bir sorun var, $\frac{1}{3}$ *kesri* $\frac{2}{3}$ *kesrinden küçük bir sayı. Ve* $\frac{1}{3}$*'den* $\frac{2}{3}$*'yi ne yapamazsın, çıkaramazsın.*

Ö: Bu işlem yapılamaz o zaman.

Ö1: Genişletme yapsam?

T: Yapamazsın zaten paydaları eşit.

Ö2: Sadeleştirme?

T: Zaten en sade hali. Ezbere yöntem istemiyorum. Ne yaparsın?

Ö3: Öğretmenim 1 tamı onun üstüne koyarım.'

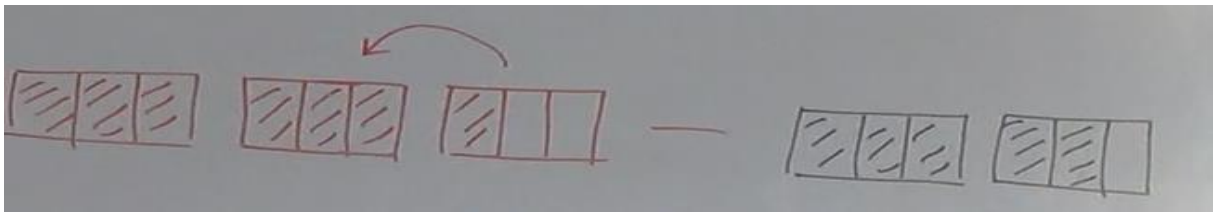
Burada Taner öğretmen öğrencilere kesirleri bileşik kesre çevirmeden nasıl yapılacağını sorduğunda bazıları bu işlemin yapılamaz olduğunu söylemişlerdir. Kesir kısmı küçük olan bir tam sayı kesrinden, kesir kısmı daha büyük olan daha küçük bir tam sayılı kesrin çıkamayacağını o yüzden sorunun yanlış olduğunu düşünenler de vardı. Taner öğretmen geometriksel modelleme temsilini kullanmalarını istemiş ve bir öğrenci geometriksel modelleme yaparken tam sayı kısmından bir tamı kesir olarak aktarabileceğini öğretmene anlatmıştır. Bunu üzerine Taner öğretmen geometriksel modelleme ile bu kesirlerin çıkarma işleminin yapılamaz olduğunu Şekil 50, Şekil 51 ve Şekil 52'deki gibi çürütmüştür:

'T: Evet, evet. Doğal sayılarda çıkarma işlemi yaparken eğer yukarıdaki sayı çıkaracağın sayıdan küçükse ne yapıyordun, komşuya gidiyorduk. Komşudan ne alıyordun, bir 10luk alıyordun. Ama burada gidip ne alacaksın? Bir tam sayı alacaksın. Çok güzel.

Şimdi, burada basit olan kısımlar, biz bu modelin neden yaptık, tamları birbirinden çıkarabiliyoruz fakat basit kesir olan kısımları çıkartamıyoruz. O zaman ben ne yapacağım buradan 1 tamı alacağım, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$'den küçük ya $\frac{1}{3}$'i arttırmam lazım. Bu gidecek komşuya bir tane bütün alacak kendine. Şimdi bu alınca ne oldu? 1 tam $\frac{1}{3}$ veya bileşik kesir olarak yazarsak $\frac{4}{3}$. Az önce yapmıştık sorularda. Şimdi, bu 1 tamdan 1 tam çıkacak, elimizde tam sayılı kesir kalmayacak. Buradaki $\frac{4}{3}$'ten de $\frac{2}{3}$ çıkacak, burada 2 tanesi çıkınca ne kaldı elimde; neresi kaldı üzerini çizdiğim, şuradaki 2 parça kaldı elimde. O da $\frac{2}{3}$ oldu.'

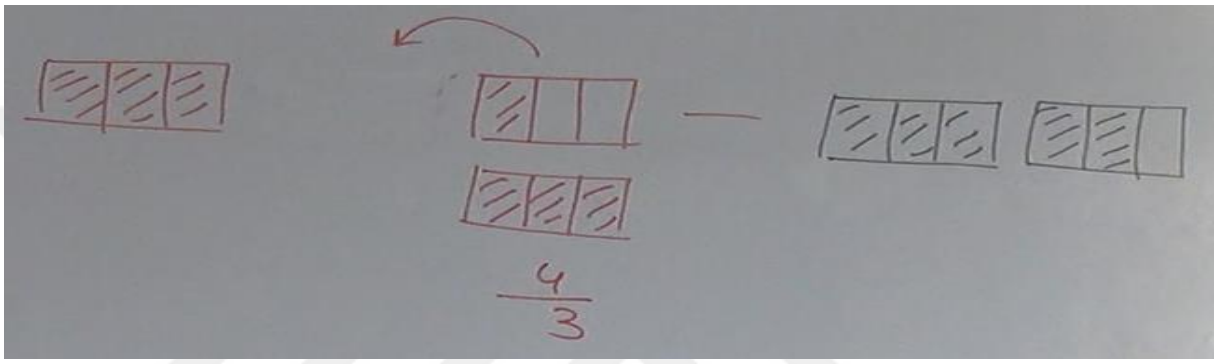
Şekil 50

Taner Öğretmenin Ders Örneği-7



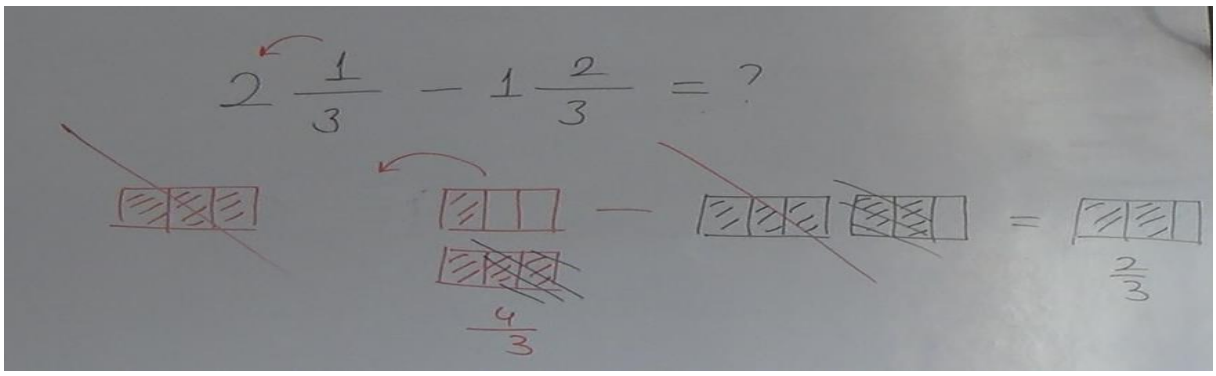
Şekil 51

Taner Öğretmenin Ders Örneği-7



Şekil 52

Taner Öğretmenin Ders Örneği-7



Taner öğretmen Şekil 50, Şekil 51 ve Şekil 52'de adımları gösterilen soruyu sorduktan sonra öğrencilerden gelen cevapları dinleyerek ilk olarak öğrencide olabilecek yanılgısını tetikleyip ortaya çıkarmış, daha sonrasında ise model temsilinin doğru kullanımı ile bu yanılgıyı çözüme ulaştırmıştır. Bu süreçte öğrencileri dikkatlice dinleyip onların temsil ile zaman geçirmesi için de öğrencilere yeterli zamanı tanımıştır. Bu yeterli zaman süreci öğrenci keşfi için oldukça önemlidir. Çünkü temsiller kendi içlerinde veya dışarıya karşı şeffaf değildirler. Yani

bir geometriksel modelleme temsili öğrenci için sadece bir geometrik şekildir. O temsilin asıl amacının öğrenimi yani temsilin öğrenci için şeffaflaşması adına öğrenciye o zamanın verilmesi gereklidir.

İlker Öğretmenin Dersi

İlker Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 27'deki alt kategoriler bakımından incelenmektedir.

Tablo 27

İlker Öğretmenin (D) Temasına Göre Uyguladığı Kategoriler

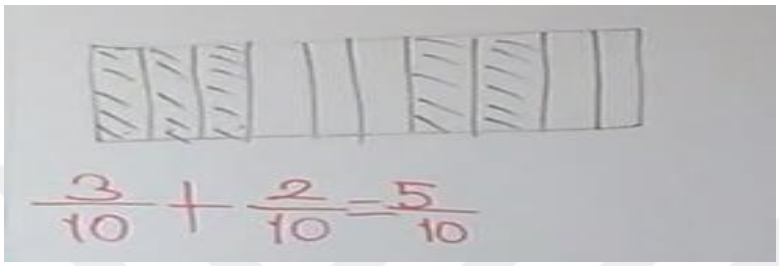
(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme temasının alt kategorileri	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma	X
2. Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	X
3. Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme	X
4. Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	✓
5. Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	✓
6. Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	X
7. Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	X
8. (a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	X

Tablo 27'ye bakıldığında İlker öğretmeninin bu temada sadece iki kategoriye uygun davrandığını görüyoruz. İlkinde, temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama kategorisiyle ilgili olarak şu sözleri örnek olabilir: *'2 +* $\frac{2}{5}$ *= hadi bakalım bunun hem işlemlerini yapın, hem de sembolize edin şekille. Önce defterinizde yapıyorsunuz, sonra tahtaya çıkarsınız.'* . Veya Şekil 53'de gösterildiği *'*$\frac{3}{10}$ + $\frac{2}{10}$ *kesirlerinin*

toplama işlemini defterlerinize yapın ve sembolize edin bakalım. Birisi de gelsin tahtada yapsın…. Evet, arkadaşınız aynı bütün üzerinde toplama işlemini göstermeyi tercih etti. Ayrıca bunu nasıl gösterebilir; bu kesirlerin gösterimlerini ayrı ayrı bütünlerde çizer ve sonucu da üçüncü bir bütünde gösterebilirdi. Zaten onu da en başta göstermiştik.' Örnek de verilebilir.

Şekil 53

İlker Öğretmenin Ders Örneği-5



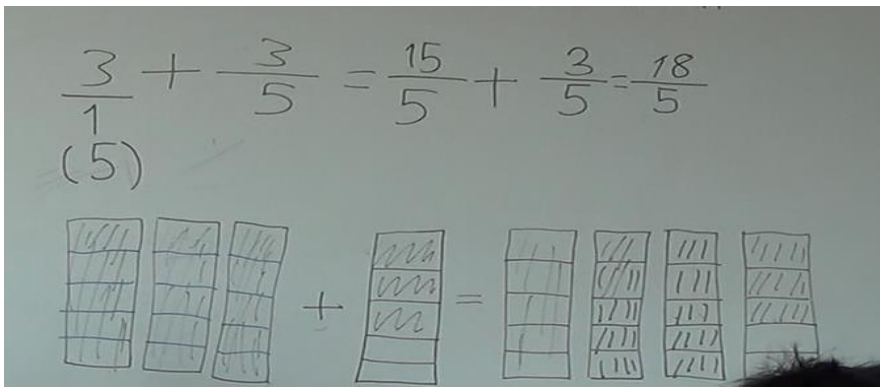
Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemedikleri için de Şekil 54'te gösterilen, *' 3 + $\frac{3}{5}$ işlemini arkadaşınız sembolize ediyor. Bakın tahtaya. Şimdi ilk önce 3 tamı buraya sembolize ediyorsun. 3 tam olduğu için kaç bütün çizeceğiz, 3 tane. Evet şimdi ne yapacağız, tamam karala. Araya artı, diğerini sembolize et. Kaç parçaya böleceğiz Rabia? Evet, 5 eşit parçaya. Sonra ne yapacağız sence Hasan?*

Ö: Öğretmenim 3 bütünü de diğer parçaya benzetmek için 5'e bölmemiz gerekiyor.

İ: Evet. Dikkat ediyorsunuz. Bölerken eşit parçalar olması gerekiyor…' Sözleri örnek olabilir.

Şekil 54

İlker Öğretmenin Ders Örneği-6



İlker öğretmenin dersi genel olarak incelendiğinde, öğretmenin tek bir temsil kullanmayı tercih ettiği, birden fazla temsil kullanmadığı için temsiller arası ilişkilere önem vermediği, öğrenci yanılgılarına dikkat etmeyip, yanılgıları ortaya çıkarmak için veya tetiklemek için temsil kullanmadığı ayrıca öğrencilere temsil kullanımıyla çıkan genellemeyi veya matematiksel anlamı dile getirmek için onlara zaman tanımadığı ve temsil kullanırken öğrencilere eğitsel rehberlikte eksik olduğu ortaya çıkmıştır.

Zeliha Öğretmenin Dersi

Zeliha Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 28'deki alt kategoriler bakımından incelenmektedir.

Tablo 28

Zeliha Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme Temasına ait alt kategorilere	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma	X
2. Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	X
3. Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme	✓
4. Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	✓
5. Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	✓
6. Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	X
7. Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	X
8. (a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	X

Tablo 28'e bakıldığında öğretmenin temsiller arası geçişleri iyi yaptığı, öğrencilerine genellemelere ulaşmak için gerekli alan ve zamanı verdiği ve öğrencilerin bu süreçte doğru şekilde izleyip izlemediklerini takip ettiği ortaya çıkmaktadır.

Yukarıda verilen örneklerde Zeliha öğretmenin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken gerekli olan genellemeyi öğrencilerine kesir kartları, geometriksel modelleme ve sayı doğrusu temsilleri ile göstermişti. Öğrenci kesir kartlarıyla gösterirken aynı zamanda bunu tahtaya çizdiği geometriksel modelleme ile veya sayı doğrusu ile göstererek öğrencinin kavrayışını desteklemek adına Zeliha öğretmen temsiller arası esnek geçişler yapmayı ihmal etmemiştir. Temsiller arası esnek bir şekilde çalışabilmek için öğretmenin aslında temsiller arası ilişkiyi kavramış olması ve temsil kullanımıyla hangi önemli matematiksel fikirlere açıklık getireceğini ve bu fikirleri öğrencilerle tartışmak adına temsilleri tekil ya da birbiri ardına nasıl kullanacağının farkında olması gerekir. Zeliha öğretmenin de örnekten bağımsız olarak aslında matematiksel fikre vurgu yapmaya çalıştığı bunun için de öğrencilerin sadece bir temsili kullanarak o temsile bağlı kalıp genellemeye ulaşamamalarını engellemeye çalıştığı yorumu yapılabilir.

Zeliha öğretmenin temsilleri kullanırken dikkat ettiği diğer bir nokta ise öğrencilerin temsille uğraşması için gerekli olan zamanı vermesidir. Özellikle kesir kartlarına çok önem veren Zeliha öğretmenin paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yapmak için denk kesirlerden yararlanmak adına bunun nereden geldiği göstermek için öğrencilerin kesir takımlarıyla uğraşarak hangi kesir ile hangi kesrin birbirine denk olduklarını göstermek istemiştir. Bu yüzden her bir öğrencinin yapmasını bekleyecek kadar da önem vermiştir. $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{4}$ işlemi için; *'Hadi bakalım. Buyurun sıranın üstünde kesir takımları ile çalışın. Koyun* $\frac{1}{2}$ *kesrini sıranızın üzerine ve* $\frac{1}{4}$ *kesrini de koyun. Hadi bakalım, ne olacak şimdi. Herkes düşünüyor.'* Demiş ve öğrencilerine yaklaşık olarak 5 dakika vererek öğrencilerin $\frac{1}{2}$ yerine $\frac{2}{4}$ yazabileceklerini görmelerini sağlamıştır.

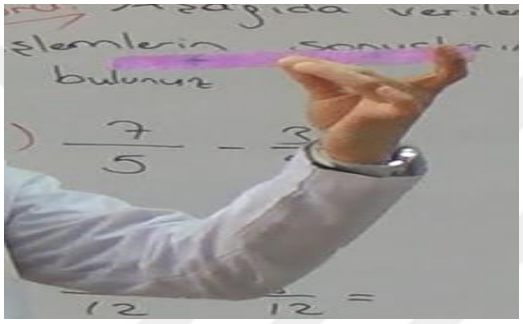
Burada bu zamanın verilmesi öğrenci bakımından çok önemlidir. Aslında kesir kartları öğrenci için öğretmen kadar şeffaf değildir. Yani öğrenci için bu kesir takımı sadece çubuklardan ibarettir ve bu çubuklarla kesirleri bağlamak hatta bunları toplayıp çıkarmak onlar için o kadar da kolay olmayabilir. Öğretmenin öğrencinin temsili keşfedip sonrasında işlemler için kullanması adına öğrenciye gerekli olan zamanı vermesi mutlak derecede gereklidir.

Zeliha öğretmenin dikkat ettiği noktalardan birisi de temsilleri kullanırken kurallara uyup uymadıklarını kontrol etmektir. Bu Şekil 55 ve Şekil 56'da gösterilmektedir: *'Buraya bakar mısınız? Kesir takımlarını kullanırken kafanıza bir şey takılmış onu göstereceğim.* $\frac{2}{3}$ *kesrini kesir kartlarınızdan alır mısınız elinize, yani 2 tane* $\frac{1}{3}$ *alacaksınız. Diyor ki* $\frac{2}{3}$*'ten* $\frac{2}{3}$*'ü çıkart. Ne kaldı geriye?*

Ö: A sıfır kaldı geriye, tamam anladım.'

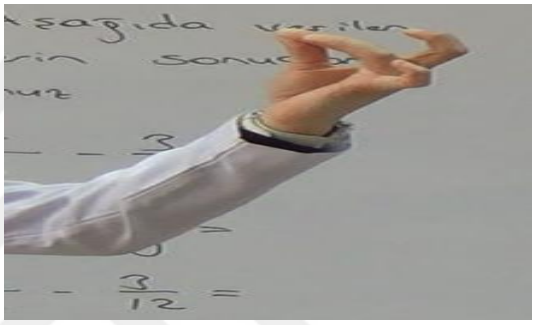
Şekil 55

Zeliha Öğretmenin Temsil Gösterimi-1



Şekil 56

Zeliha Öğretmenin Temsil Gösterimi-2



Zeliha öğretmen Şekil 54 ve Şekil 55'te gösterildiği gibi öğrencilerin kesir kartlarıyla çıkarma işlemi yaptıklarında sonucun 0 olduğunu göremediklerini gözlemlemiş ve burada kendisi kartları göstererek bunu anlamlı hale getirmeye çalışmıştır. Öğrencilerin bu süreçte dikkatlice incelenmesi gerekmektedir. Çünkü öğrencinin temsil kullanımında ortaya çıkabilecek yanılgılarına o anda müdahale etmek öğrencinin o yanılgısını gidermek için önemlidir.

Elif Öğretmenin Dersi

Elif Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 29'daki alt kategoriler bakımından incelenmektedir.

Tablo 29

Elif Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme Temasına ait alt kategorilere	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri	X

	vurgulamak için temsilleri kullanma	
2.	Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	✓
3.	Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme	X
4.	Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	X
5.	Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	X
6.	Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	X
7.	Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	X
8.	(a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	X

Tablo 29'a bakıldığında Elif öğretmenin bu temadaki sadece öğrenci yanılgılarını tetikleme kategorisine uygun davranış sergilediği görülmektedir.

Bir öğretmen temsil kullanırken öğrencinin içinde olabileceği yanılgıların farkında olması ve aynı zamanda öğrencinin söylediklerindeki yanılgıları ortaya çıkarmak adına dikkatlice dinlemeleridir. Öğrencinin söylediklerini ve sorularını onun yanılgıya düşmesini engelleyecek, tetikleyecek veya çözümleyecek cevaplar vermek kavrayış adına can alıcı nokta olacaktır. Bununla ilgili örnek Şekil 57'de verilmektedir.

E: Evet, paydalar ne olmuş olacak bu şekilde, eşit. Peki, ben size ne söylemiştim. Genişletme ve sadeleştirme yaptığımız kesrin değeri değişmiyordu değil mi? Şimdi, bu $\frac{1}{2}$ *yerine nasıl yazabiliriz dedi 3 ile genişleterek;* $\frac{3}{6}$*. Aynı şekli, 3 ile genişletiyorum. 6 parçaya böleceğim ve 3 tanesini tarayacağım. Zaten diğeri aynı. Şimdi topladım, ne oldu?*

Ö: $\frac{4}{6}$*.*

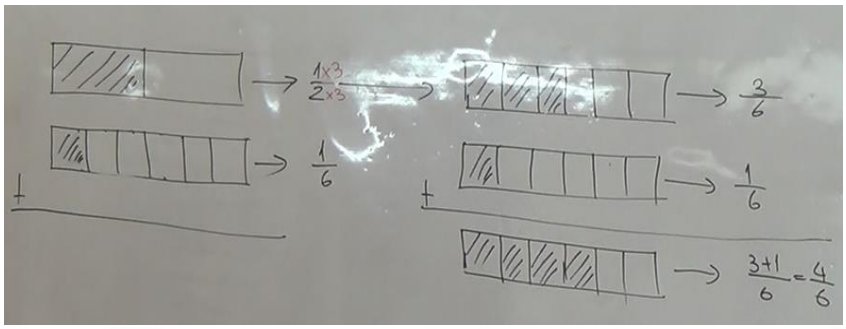
Ö: Öğretmenim bir şey sorabilir miyim? O $\frac{1}{2}$*'nin değeri değişti mi?*

E: Bak bakalım değişti mi sence? Bak aynı parçayı gösteriyor. Furkan, bir pastanın yarısını yedin. 2'ye böldün ve 1 parçasını yedin. Yarısını yemiş oluyorsun. Pastayı

6'ya böldün 3 tanesini yedin, yine yarısını yemiş oldun mu? Yani kesrin değeri değişmiyor. Sadece farklı gösteriyoruz. Yalnız siz parçaları eşit bölün tamam mı?'

Şekil 57

Elif Öğretmenin Ders Örneği-6



Şekil 57'de Elif öğretmen öğrencinin genişletme yapıldığında kesrin değerinin değişip değişmediğine ilişkin sorusuna model üzerinde göstererek ve o modeli pasta olarak nitelendirerek öğrencinin genişletme yapıldığında kesrin değerinin değişmediği fikrini anlamlandırmasına yardımcı olmuş olabilir.

Elif öğretmenin bu temada başka bir kategoriyi içerecek bir davranışta bulunmadığı görülmektedir. Elif öğretmen, öğrencilerin matematiksel fikirlerini dile getirmeleri ve ürünlerini ortaya çıkarmaları için fırsat vermeli, eğitsel rehberliğini bunlara göre yönlendirmeliydi.

Gül Öğretmenin Dersi

Gül Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 30'daki alt kategoriler bakımından incelenmektedir.

Tablo 30

Gül Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme Temasına ait alt kategorilere	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma	✓
2. Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	✓
3. Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde	✓

	hareket etme	
4.	Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	✓
5.	Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	✓
6.	Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	X
7.	Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	X
8.	(a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	X

Tablo 30'a bakıldığında Gül öğretmenin bu temadaki beş kategoriyi sağlayacak davranışlarda bulunduğu görülmektedir.

Gül öğretmenin bu alt probleme ilişkin ilk olarak öğrenci yanılgılarına ait bilgisine bakılmıştır. Daha ilk örnekte geometriksel modelleme temsiliyle $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$ örneğini gösterirken; *'Paydayı ne yaptık bakıyorsunuz, payları topladım modelle de gösterdim payları topladım nereye yazdım? 1 ve 3'ü topladım nereye yazdım? Paya. Paydayı ne yaptım, aynen yazdım. Sakın sınavlarda 6 ile 6'yı toplayıp 12 yazmayın. Paydalar eşitse aynen yazılır. Ama paydalar eşit değilse, eşit duruma getirmeye çalışacağız. Ama paydalar eşitse aynen ne yapıyorum, yazıyorum. Bakın testlerde sınavlarda 6 ile 6'yı toplayıp 12 yazıyorsunuz, yapmayın.'* Sözlerinden öğrencilerin kesirlerin paydalarını toplamaya ilişkin yanılgısından haberdar olduğu görülmüştür. Bir öğretmenin temsil kullanırken öğrencinin içinde olabileceği veya temsil kullanımından kaynaklanabilecek bir kavram yanılgısı olabileceğinin farkında olması gerekir. Gül öğretmen de, model üzerinden paydaların toplanmamasının nedenini öğrencilere açıklamasa da en azından öğrencilerin bu yanılgılarını tetiklemiştir.

Sayı doğrusu temsilini kullanırken de öğrencilerin her bir aralığı payda sayısını kadar bölmediklerini aksine payda sayısı kadar sayı doğrusunu ilerlettiklerini ve bu yüzden aralıkları bölmeyi unutup yanlış çizimler yaptıklarını *'Şimdi şu $\frac{3}{4}$ kesrini sayı doğrusunda gösterdiniz ya, çoğu herkesin yaptığı hata. 0 ile 1 aralığını 4'e bölerken buraya geliyor 1 yazıyor, şuraya 2, şuna 3. Böyle bir şey yok sakın ha. Duyuyor*

musunuz? O zaman sen. 1,2,3,4, 0 ile 1 aralığının şu küçücük yer senin şurayı bölmen lazım 4 parçaya. Lütfen dikkat edin, baktım şimdi birkaç kişinin defterinde öyle.' Sözleriyle dile getirmiştir. Burada öğrenciler her bir aralığın bir bütün olduğunu fark etmemiş, aksine sayı doğrusunun tamamını bir bütün olarak almışlardır. Burada öğretmen de bu yanılgıyı öğrencilerine aktararak çözüm olmaya çalışmıştır.

Gül öğretmen ikinci alt problemin bulgularında değinildiği üzere, birden fazla temsil kullanmıştır. Bunlardan bazıları hedefe görev yaparken, bazıları örnekleri sadece farklı şekilde göstermekten ileri gidememiştir. Tabi ki öğrenci kavrayışı için eş zamanlı temsil kullanımı önemlidir ve bu önemin yanında bu kavrayış için kullanılan temsiller arasında da esnek bir geçişte söz konusudur. Gül öğretmen de paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama işlemi ile ilgili bir örneği model üzerinde gösterirken bir anda günlük yaşamdan bir örneğe geçiş ile öğrencinin hem o modeli anlamasını hem de konuyu kavramasını desteklemiştir. *'G: Tamam peki, yarım ekmekten sen kaç tane çeyrek ekmek çıkartırsın?*

Ö: 2 tane çıkartırım.

G: Tamam işte ben de bu yarım ekmekten 2 tane çeyrek ekmek çıkarttım. Yani buraya $\frac{1}{2}$ *yerine* $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ *yazabilirim değil mi? Evet yarım ekmek var. Döner yapacaksın çeyrek abine çeyrek kendine, ne yaptın ekmeği yarıya böldün. Ben de burada aldım bu ekmeği 2'ye paylaştırdım* $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$. *'*

Temsiller arası çalışabilmek için temsiller arası bağlantının, ilk olarak öğretmen tarafından kavranmış olması ve önemli matematiksel fikirlere açıklık getirebilmesi gerekir. Gül öğretmenin model temsilini bir anda günlük yaşamla bağlaması, bu temsiller arası bağlantının tarafınca kurulabildiğini gösterebilmektedir.

Öğretmenin öğrencilere temsilleri tanıması ve bu temsillerin altında yatan fikri öğrencilerin keşfetmesi için zaman ve alan vermesi önemli ve gereklidir. Bu gereklilik temsillerin öğrenciler için şeffaf olmamasından doğmaktadır. Öğrencilerin temsilleri anlamlandırması ve yatan mantığı bulması için öğrenciye bu noktada

zaman ve keşfettiklerini aktarması için söz hakkı verilmelidir. Gül öğretmenin dersi bu noktada incelendiğinde bunu uyguladığı görülmektedir.

' $\frac{1}{2}$*ile* $\frac{1}{4}$ *kesrini toplayın bakalım. Diyeceksiniz ki şimdi, öğretmenim bunların paydaları birbirinden farklı. Hiç payda eşitlemesini düşünmeyin şimdi. Öyle bir şey bilmiyorsunuz, duymadınız. Sadece modelleyerek bu kesirlerin nasıl toplarsınız.'*

'Şimdi kesir takımlarıyla 1 tamı bulun. Bir de $\frac{1}{2}$ *ile toplamanızı istiyorum.*

Ö: $\frac{3}{2}$.

G: $\frac{3}{2}$ *olduğunu nasıl gördünüz? Şule nasıl gördün anlat.*

Ö: Öğretmenim 1 tane tamın üstüne $\frac{1}{2}$ *koyunca 2 tane* $\frac{1}{2}$ *olduğunu gördüm. Bir tane daha ekleyince 3 tane* $\frac{1}{2}$ *yaptı. O da* $\frac{3}{2}$.

G: Al kesir takımlarını göster arkadaşlarına.

Ö: 1 tamın üstüne $\frac{1}{2}$ *koyunca 2 tane olduğunu gördüm. Sonra* $\frac{1}{2}$ *daha koyunca,* $\frac{3}{2}$ *oluyor.'*

Gül öğretmen bunun yanı sıra öğrencilerin temsil kullanımlarını doğru şekilde uygulayıp uygulamadıklarını kontrol etmek adına aralarında dolaşıp temsil kullanmalarına anlam vermeye çalışmıştır.

'Evet, hadi bakalım yapmanızı istiyorum, dolaşacağım nasıl yaptığınıza. $\frac{1}{2}$*'nin içinde 2 tane* $\frac{1}{4}$ *olduğunu söylediniz, toplamlarını bulun bakalım. Evet, hadi bakalım. Kesir takımlarıyla çalışmayı öğrenmenizi istiyorum. Nasıl yapacağını bilemeyen varsa yanına çağırsın mutlaka.'*

Zafer Öğretmenin Dersi

Zafer Öğretmenin dersine ilişkin analizler Tablo 31'deki alt kategoriler bakımından incelenmektedir.

Tablo 31

Zafer Öğretmenin (D) Temasındaki Uyguladığı Kategoriler

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme Temasına ait alt kategorilere	
1. Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma	X
2. Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma	X
3. Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme	X
4. Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama	X
5. Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma	X
6. Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama	X
7. Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma	X
8. (a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma	X

Tablo 31'den Zafer öğretmenin dersi gözlemlerinin analizinden bu temasındaki hiçbir kategoriye ait bir işleyişi gerçekleştirmediği ortaya çıkmıştır.

Bir öğretmen temsil kullanırken öğrencinin içinde olabileceği belirli yanılgılarının farkında olması gerekir. Bu sebeple temsil kullanırken o yanılgıyı ortaya çıkaracak, tetikleyecek veya çözümleyecek hareketlerde bulunması gerekir. Zafer öğretmenin ise bu yönden yola çıkarak temsil kullanımı yapmadığı görülmektedir.

Aynı şekilde bir öğretmen öğrencinin kavrayışını temsiller arasında esnek geçişler yaparak desteklemelidir. Zafer öğretmenin temsilleri tek başına, birbirinden bağımsız olarak düşünmeye sebebiyet verecek şekilde kullandığını görmekteyiz. Oysaki öğrenci bir temsil ile genellemeye ulaşmaya çalışırken diğer bir temsilin

kullanımıyla öğrenciyi desteklemek onun o konudaki kavrayışını sağlam temellerde olmasını sağlayabilir. Veya bir temsil kullanımı sırasında az önce bahsedilen öğrenci yanılgıları oluşacakken diğer bir temsile geçiş yapılması ve bir yandan da bu şekilde anlatılması öğrencinin o andaki yanılgısını silip atacaktır.

Temsiller ve bunların ışık tutması beklenen matematiksel fikirler için ve aynı zamanda bu gösterimler hakkında öğrencinin mantık yürütmesi önemlidir. Fakat öğrencinin mantık yürütmesi kadar önemli olan bir diğer şey ise bu mantığı yürütmesi için ona zaman ve alan verilmesidir. Zafer öğretmenin, öğrencilerin temsil üzerinde mantık yürütmeleri veya o temsilin altında yatan mantığı anlamlandırmaları ve genellemelere ulaşmaları için öğrencilere yeterli zamanı vermediği görülmektedir.

Son olarak da Zafer öğretmenin temsil kullanırken öğrencilerin doğru şekilde izleyip izlemediklerini incelemediği, genellemeler için öğrencileri dinlemediği ve temsilin öğrenci için şeffaf olmasını sağlayacak zamanı ve rehberliği göstermediği görülmüştür.

Dördüncü alt probleme ilişkin genel olarak, öğretmenlerin temsil kullanmada iyi bir şekilde eğitsel rehberlikte bulunmadıkları ortaya çıkmıştır. Genel olarak, öğrenci yanılgılarını ortaya dökmek, tetiklemek veya çözümlemek adına temsillerden yararlanmadıkları görülmüştür. Aynı zamanda öğrenciye her ne kadar temsillerle zaman geçirmesini sağlayacak alan ve zaman tanımış olsalar da, öğrencilerin çıkardıkları anlamları dile getirmeleri için böyle bir imkân tanımamışlardır.

Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu *bölümde 'Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsillerle işledikleri derse yönelik görüşleri nelerdir?'* sorusuna cevap aranmış ve her bir öğretmenin kesirler konusunda çoklu temsil kullanımına ilişkin görüşleri Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formundaki sorulara göre alınmış ve içerik analizi ile bu görüşler analiz edilmiştir.

İçerik analizi ile yapılan analiz için ilk olarak öğretmenlerin görüşlerinden yola çıkarak benzer görüşler aynı kategori altında toplanmıştır, farklı görüşler de

karşılaştırılmıştır. Bu benzerlik ve farklılıklara göre temalar ve bu temaların kapsadığı alt kategoriler oluşturup bu tema ve kategorilere göre analizler yapılmıştır. Bu analiz Tablo 32'de gösterilmektedir.

Tablo 32

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Görüşme Formuna Göre Öğretmenlerin Görüşlerinin Analizi

	Kesirler Konusunda Çoklu Temsil Kullanamaya Bakış Açıları		Kesirlerin Paydalarının Eşit Olup Olmamasına Göre Temsil Biçiminin Farklılaşması		Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri Konusunda Daha Anlaşılır Temsil Biçiminin Farklılaşması						Çoklu Temsiller Arası İlişki		
	Yararlı Olması	Gerekli Olması	Aynı Temsil Kullanımı	Farklı Temsillerin Kullanımı	Geometriksel Modelleme	Sayı Doğrusu	Şeffaf Kesir Kartları	Günlük Yaşam Modelleri	Kesir Takımları	PC Yazılımları	İlişkiye Önem Verme	Haberdar Olmama	İlişkiyi Yanlış Yorumlama
Taner	✓		✓		✓							✓	
İlker	✓		✓					✓			✓		
Zeliha		✓	✓						✓				✓
Elif	✓			✓	✓						✓		
Gül	✓		✓						✓				✓
Zafer				✓		✓						✓	

Tablo 32'ye bakıldığında ilk olarak kesirler konusunda çoklu temsil kullanmalarına yönelik ortaokul matematik öğretmenlerinin bakış açılarının değiştiği görülmektedir. Zeliha öğretmen dışındaki diğer öğretmenler kesirler konusunda çoklu temsil kullanmanın yararlı olduğunu düşünmektedir. Kesirler konusu ortaokul

matematik öğretmenleri için temsil kullanmaksızın da anlatılabilir ve bu anlatım öğrencinin zihninde konuyu anlamlandırma açısından yeterli olabilir. Fakat temsil kullanımı bu anlamlandırma noktasında faydalı olabilir. Zeliha öğretmen için ise '*Kesinlikle gerekli*''dir. Kesir takımları ile kesirler konusunu anlatmayı tercih eden Zeliha öğretmen çoklu temsilin gerekli olduğunu '*Çünkü bazı öğrenciler kesir takımlarıyla anlamıyor bazen sayı doğrusunu kullandığımda anlayabiliyor.*' şeklinde dile getirmiştir.

Kesirlerle toplama ve çıkarma işleminin anlatımında kesirlerin paydalarının eşit olup olmamasına göre çoklu temsil kullanımının değişip değişmediği ortaokul matematik öğretmenlerine sorulduğunda Elif ve Zafer öğretmen hariç diğer öğretmenler temsil seçiminde farklılık olmadığını dile getirmişlerdir. Bunu Taner öğretmen '*Aslında değişmiyor ama bazen öğrencinin o anki durumuna göre veya konunun gidişatına göre değişebiliyor.*', İlker öğretmen '*Değişmiyor, aynı şekilde kullanıyorum.*', Zeliha öğretmen '*Yok hayır, genel olarak kesir takımlarını her ikisinde de yeterli oluyor. Yani şunda bu olsun şunda şu olsun diye bir şey yok. Kullandığım bir temsili paydası aynı olan da olmayanda da kullanabiliyorum.*', Gül öğretmen ise, '*Değişmiyor. Kesir takımlarını her ikisinde de kullanıyorum.*' diye dile getirmişlerdir. Bunun yanı sıra Elif ve Zafer öğretmen kesirlerin paydalarının eşit olup olmamalarına göre temsil kullanımının değiştiğini söylemişlerdir. Elif öğretmen '*Paydaları eşit ise istediğim her türlü temsili kullanabiliyorum. Paydaları eşit değil iken tahta üzerinde daha çok geometrik şekilleri kullanıyorum ki, bölmeleri kolay olsun. Mesela bir dikdörtgen çizebiliyorum.*', Zafer öğretmen ise '*Paydaları eşit olan kesirlerde sayı doğrusunu kullanmak daha kolay, bakıldığında sonucun görülmesi daha kolay. Paydaları eşit olmayan kesirlerde ise onu model üzerinde göstermek daha iyi oluyor.*' öne sürmüşlerdir.

Kesirler konusunda hangi temsilin öğrenciler için daha anlaşılır olduğu düşüncesinde ortaokul matematik öğretmenlerinin fikirlerinde değişiklik olduğu gözlenmiştir. Taner, Elif ve Zafer öğretmen geometriksel modelleme temsilinin, Zeliha ve Gül öğretmen kesir takımlarının, yine Zafer öğretmen sayı doğrusunun ve İlker öğretmen günlük yaşam modellerinin daha anlaşılır olduğunu düşünmektedir. Geometriksel modelleme temsilinin daha anlaşılır olduğunu düşünen ortaokul

matematik öğretmenlerinin, görsel olarak hitap ettiğini ve aynı zamanda geometriksel modelleme temsilinin daha kolay kullanıma sahip olduğunu dile getirmişlerdir. Zeliha öğretmen '*Kesir takımları. Daha görsele hitap ediyor. Çünkü çocuklar dokunabildikleri için somut olarak düşündükleri için daha anlaşılır olduğunu düşünüyorum.*' kesir takımlarının daha anlaşılır olduğunu bu sözleriyle dile getirmiştir. Zafer öğretmen ise '*Yine paydaları eşit olup olmamasına göre değişiyor. Paydaları eşit olan kesirlerde sayı doğrusunu kullanmak daha iyi. Çünkü çocuk baktığında sonucu yakalaması daha kolay oluyor. Paydaları eşit olmayanlarda yine model üzerinden göstermek daha iyi oluyor.*' sözleriyle sayı doğrusu ve geometriksel modelleme temsilinin daha anlaşılır olduğunu öne sürmektedir. İlker öğretmen ise diğer öğretmenlerden farklı olarak kullanmadığı temsil olan günlük yaşam modellerinin daha anlaşılır olduğunu düşünmektedir. '*Kesinlikle ve kesinlikle çocuğun günlük hayatta o çocuğun sevdiği bir şeyden paylaşım yaparsak onun daha yararlı olduğunu düşünüyorum.*'

Çoklu temsil kullanımı denildiğinde birden fazla temsil kullanımının yanı sıra bu temsiller arası ilişkinin de öğrenci tarafından anlamlandırılması gerekmektedir. Bu noktada da öğretmenlerin ilk olarak çoklu temsil arasındaki ilişkiyi bilmesi ve buna göre öğretimini planlaması gerekir. Ortaokul matematik öğretmenlerine çoklu temsiller arasındaki ilişkiye dair soru sorulduğunda bazı öğretmenlerin ilişkiden haberdar olmadıkları, bazılarının ise ilişkiyi yanlış yorumladıkları ortaya çıkmıştır. Taner öğretmen '*Kurmaya çalışıyorum. En azından kendim anlamaya çalışıyorum. Yani burada sistemimiz daha çok soru çözmeye pratik yoldan konuları öğretmeye dayalı olduğu için bunları biz çok fazla anlaşılması sırasında kullanmaya çalışıyoruz. Çocukların matematiğin mantığını anlamaları için sadece teste odaklı düşünmüyorum, kendimde bazen aralarda anlamaya çalışıyorum. Kendim de sorguluyorum, öğrencilerime de anlatmaya çalışıyorum. Üzerinde düşünüyorum.*' Sözleriyle çoklu temsiller arası ilişkinin ne olduğunu ve nasıl kurması gerektiğini daha tam anlamlandıramadığını ve bu yüzden temsil kullanımında ilişkiye yer veremediğini dile getirmiştir. Zafer öğretmenin '*Öğrenci hangi temsili kendine daha yakın görüyorsa bence onu seçerse daha iyi olur.*' Sözlerinden birden fazla temsil kullandığında temsiller arası ilişkiden haberdar olmadığı ortaya çıkmıştır. Çünkü öğrencinin kendine yakın hissettiği temsili seçmesi temsiller arası ilişkinin kurulması

anlamına gelmemektedir. Bunların yanı sıra Zeliha ve Gül öğretmenin ilişkiyi yanlış yorumladığı ortaya çıkmıştır. Zeliha öğretmen '*Tabi. Önce sayı doğrusunu veriyorsam sonra kesir takımlarıyla gösteriyorum sonra modellemeyle gösteriyorum arkasından ekmekle bağlıyorum. Böyle arka arkaya bağladığımızda ilişkiyi daha iyi anlıyor.*' Sözlerini dile getirmiştir. Zeliha öğretmenin temsilleri ardı ardına dizmesi temsiller arası ilişkiyi kurması anlamına gelmemektedir. Aynı şekilde Gül öğretmenin de '*Tabi. Kullandığım modelleme ilk ise sonra kesir takımlarını kullanıyorsam bunları şöyle yapmıştık deyip birbiriyle mutlaka ilişkilendiriyoruz.'* sözleri Zeliha öğretmen gibi düşündüğünü ortaya çıkarmıştır. Fakat Elif öğretmen ilişkiyi şu sözleriyle açıklamıştır. '*Modellemede çocuklar her zaman bir şeyi bir şeye böleceklerini düşünüyor, ama bunun aynı zamanda sayı doğrusunda da bir yere sahip olduklarını anlayamayabiliyorlar. Daha çok somut bakıyorlar. Bu yüzden elmayı böldüm, şunu böldüm diyorlar. Ama aslında bunun da bir değer, bir sayı olduğunu sayı doğrusunda ekstra olarak gösteriyorum. Yani ilişkilendirmek zorundayım onu*.' Bu sözleri Elif öğretmenin temsiller arası ilişkiye önem verdiğini ortaya koymuştur. Aynı şekilde İlker öğretmenin şu sözleri de ilişkiye önem verdiğini göstermektedir: '*Tabi ki orada kaça böldüğünüzü gösteriyorsunuz. Mesela* $\frac{1}{2}$ *ile* $\frac{1}{3}$ *kesrinin toplamını göstermek için sayı doğrusunu kullandığımızda 0-1 arasını 6 eş parçaya bölerek bunu gösterebiliyoruz. Bunu da aynı şekilde modelleme ile de aynı mantıkta yapıldığı için herhangi bir problem olmuyor yani.*'

Gözlem ve görüşme formlarından ortaya çıkan bulguları özetlemek gerekirse, öğretmenlerin temsilleri nasıl kullandıklarının yanı sıra hangi temsilleri kullandıkları da ortaya çıkmıştır. Aşağıda Tablo 33'te verilmektedir.

Tablo 33

Öğretmenlerin Derslerinde Kullandıkları Kesir Temsilleri

Kesir Temsilleri				
	Geometriksel Modelleme	Sayı Doğrusu	Günlük Yaşam Modelleri	Kesir Takımları
Taner Öğ.	✓	✓		
İlker Öğ.	✓			
Zeliha Öğ.	✓	✓		✓
Elif Öğ.	✓	✓		
Gül Öğ.	✓	✓	✓	✓
Zafer Öğ.	✓	✓		

Tablo 33'e bakıldığında Taner öğretmen, Elif öğretmen ve Zafer öğretmen geometriksel modelleme ve sayı doğrusunu olmak üzere iki temsil türünü kullanmışlardır. Zeliha öğretmen ve Gül öğretmen geometriksel modelleme ve sayı doğrusunu temsilinin yanında bir de kesir takımlarını kullanmayı tercih ederken, İlker öğretmenin sadece geometriksel modellemeyi seçtiği görülmektedir. Zeliha Öğretmen ayrıca PC yazılımlarıyla öğrencileri konuya motive ederken, Gül Öğretmen de öğrencilerin anlamadıkları noktalarda günlük yaşam örnekleri vermeyi tercih etmiştir.

Bu temsillerin kullanımı, kesir kavramının oluşması ve sonrasında gelen diğer kesir konularının daha kolay öğrenilmesi aynı zamanda da öğrencilerin kesirlerle ilgili işlemleri kolayca yapmaları için somut işlemler döneminde bulunan bu öğrenciler için kesirleri somut bir hale getirmekte önemli olabilir. Bu kesirleri modelleme, öğrencilerin somut deneyimler geçirerek kesirler için akıl yürütmesine geçişini kolaylaştırabilir.

Tüm bunların yanı sıra, öğretmenlerin kesrin anlamlarına odaklanmalarına bakıldığında, çok büyük oranda parça-bütün anlamı üzerinde ders işleyişi gerçekleştirdikleri ortaya çıkmıştır. Taner ve Zeliha öğretmenin ise ders süreçlerinde kullandıkları temsil değiştiğinde veya başka bir soru yazdıklarında oran ve ölçü

anlamlarına değindikleri de gözlenmiştir. Öğretmenlerin ders süreçleri boyunca üzerinde durdukları kesir anlamları aşağıdaki Tablo 34'te verilmektedir.

Tablo 34

Öğretmenlerin Derslerinde Üzerinde Durdukları Kesir Anlamları

Kesrin Anlamları					
	Parça-Bütün	Oran	İşlemci	Bölüm	Ölçü
Taner Öğ.	✓				✓
İlker Öğ.	✓				
Zeliha Öğ.	✓	✓			
Elif Öğ.	✓				
Gül Öğ.	✓				
Zafer Öğ.	✓				

Tablo 34'e tüm öğretmenlerin kesrin anlamlarından parça-bütün anlamına yoğunlaştıkları görülmüştür. Farklı olarak Taner öğretmen sayı doğrusu temsilini kullanırken parça-bütün anlamından uzaklaşıp kesrin ölçü anlamına doğru kaydığı ders sürecinde göze çarpmıştır. Aynı şekilde Zeliha öğretmenin de paydaları birbirinin katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini kesir kartlarıyla gösterirken anlatımında kesrin oran anlamına vurgu yaptığı görülmüştür. Benzer durum, Toluk (2001) çalışmasında karşımıza çıkmaktadır. Öğretmenlerle çalışmayı yürüten araştırmacının öğretmenlerin parça-bütün anlamına odaklandıklarını, kesir öğretiminde sadece parça-bütün anlamının temel alınmasının zengin bir kesir kavramı oluşturmada yeterli olmayacağını ortaya koymuştur. Buna benzer olarak Durmuş (2005) yaptığı çalışmada, öğretmen adaylarının rasyonel sayıların belirli anlamlarına (parça-bütün, oran ve ölçme) vurgu yaptıklarını ve bunun gibi yine belirli temsil biçimlerine (alan ve sayı doğrusu) odaklandıklarını gözlemlemiştir. Aynı şekilde Zembat (2007), öğretmen adaylarının kesir anlamlarıyla ilgili kavramsal zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuştur.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmanın tartışıldığı bu bölümde bulguların sonuçları gözlem formunun temalarına göre ele alınmıştır.

Çeşitli temsillerin altında yatan "kurallar" çerçevesinde yapılan araştırmalar, öğretmenlerin temsilleri kullanarak öğretmeye başlamadan önce temsillerin düzenlerini, olanaklarını ve sınırlamalarını anlamış olması gerektiğini savunur (Kinach , 2002,Solomon,1989). Yani her şeyden önce bir öğretmenin her bir temsilin kuralını biliyor olması gerekmektedir. Araştırmanın bulgularına bakıldığında, 6 ortaokul matematik öğretmeninin de kullanmayı seçtikleri her bir temsilin kurallarını bildiği ortaya çıkmıştır. Genellikle modelleme temsili kullanan her bir öğretmenin "eş parçalar" veya "aynı bütün" kurallarını bilip, bunlara uygun bir biçimde davrandıkları görülmüştür.

Bu temsil kurallarının yanı sıra öğretmen o temsilde hangi matematiksel fikirlerin üzerinde durulması gerektiğini ve temsil kullanırken bunların öğrencilere nasıl aktarılması gerektiğini bilmesi gereklidir(Mitchell, Charalambous, Hill, 2013). Öğretmenlerin temsiller ile bunların altında yatan matematiksel fikirler arasındaki bağlantıları kavramış olmaları (Kaput, 1985) ve temsil kullanım şeklini bu bağlantıları vurgulayacak şekilde yapılandırabilmeleri gereklidir. Bu araştırmada öğretmenlerin bu noktada yetersiz oldukları görülmüştür. İlker, Elif ve Zafer öğretmenin temsili sadece görsel olması amacıyla kullandığı, temsilin altındaki matematiksel dayanağı hiçbir şekilde sağlayamadıkları görülmüştür; fakat Zeliha öğretmenin kesirlerle toplama işlemi yaparken "paylar toplanır, payda aynen kalır." kuralını kesir kartlarıyla öğrenciye çok iyi kavrattığı görülmektedir. Her bir öğrencinin kesir kartıyla tek tek $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$ işleminin neden $\frac{3}{15}$ olmadığını, neden $\frac{3}{5}$

olduğunu bir sonraki örneklerde hiç hata yapılmamasından konuyu kavradığı çıkartılabilir. Buna benzer olarak Toluk-Uçar (2011)'ın çalışmasında da görülmektedir. Öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu, kavramsal düzeyde açıklama yapan aday sayısının çok az olduğunu gözlemlemişlerdir. Aynı zamanda, neredeyse hiçbir öğretmen adayının işlemlerin kurallarının altında yatan anlamaları bilmedikleri ve nedenlerini açıklayamadıklarını görülmüştür.

Bir matematiksel fikri veya işlemleri açıklamak için faydalı olan temsili seçmek de öğrencinin konuyu iyi anlaması için önemlidir. Burada öğretmenlerin bu noktaya fazla dikkat etmedikleri, sadece modelleme yoluyla göstermeyi tercih ettiklerinden böyle bir faydalı seçimde bulunmadıkları ortaya çıkmıştır. Fakat burada Gül ve Zeliha öğretmeni ayrı tutmak gerekir. Çünkü özellikle matematiksel fikirleri açıklamada kesir kartları faydalı bir seçim olmuş olabilir. Çünkü öğrencilerin bir sonraki örneklerde zorlanmadıkları görülmüştür. Ayrıca Gül öğretmenin bir işlemi anlamayan öğrenci için günlük hayat örneklerinden vermesi de işlemi açıklamak için o anda faydalı olmuştur.

Bunların yanı sıra öğrenci kavrayışını geliştirmek için birden fazla temsil kullanmak gerekmektedir. Çoklu temsil kullanırken, temsiller arası net bağlantılar kurmak gerekir. Bu bağlantılar doğru ve yerinde ise, öğrenci kavrayışını destekler, fakat hatalı ise öğrencide kafa karışıklığına yol açar (Mitchell, Charalambous, Hill , 2013). İlker öğretmen dışında diğer tüm öğretmenler birden fazla temsil kullanmışlardır. Taner, Elif ve Zafer öğretmenin birden fazla temsil kullanımı sadece o an ki örneği farklı bir görselde göstermekten öte gidememiştir; ancak Gül ve Zeliha öğretmen derslerinde temsiller arası bağlantı kurmaya çalışmışlardır. Zeliha öğretmenin öğrencilerin kesir kartlarıyla işlemleri göstermeleri sırasında onun da sayı doğrusu üzerinde gösterimi bağlantıyı sağlamış olabilir. Aynı şekilde Gül öğretmenin işlemler sırasında kesir kartı ve modellemeyi veya modelleme ile günlük yaşam örneği bağlantısını kurması da doğru olabilir. Çünkü öğrencilerin takıldığı noktalarda farklı bir temsille bağlantı kurmaya çalıştıkları görülmüştür. Diğer bir ifadeyle öğrencinin bir temsili anlamadığında diğer bir temsili kullandıkları söylenebilir. Fakat bunun yanında hiçbir öğretmenin kullandıkları bu temsiller

arasındaki benzerlik veya farklılıklara değinmedikleri ve temsiller arası esnek geçişlerde bulunmadıkları görülmüştür. Benzer durum, Çelik ve Sağlam-Arslan (2012)'ın çalışmasında da görülmektedir. Araştırmacılar, öğretmen adaylarının temsilleri içselleştiremedikleri ve temsil biçimleri ile aralarındaki geçişi sağlamada zorluklar yaşadıklarını gözlemlemişlerdir. Aynı şekilde öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerini inceleyen Delice ve Sevimli (2010), temsiller arası geçiş gerektiren sorularda başarının düştüğünü ve farklı temsil kullanma becerinde eksik oldukları ortaya çıkmıştır. Bununla ilgili İpek ve Okumuş (2012), öğretmen adaylarının temsil oluşturamama, temsiller arası geçiş yapamama ve temsille soruyu ilişkilendirememe gibi sorunlar yaşadıklarını ortaya koymuşlardır.

Temsil kullanmanın en önemli vurgularından biri öğrenciyi genellemeye ulaştırmaktır. Bu yüzden öğretmen genellemeleri kurgulayıp öğrencileri daha soyut bir düşünce düzeyine çıkartmaya yardımcı olmalıdır (Mitchell, Charalambous, Hill , 2013). Yani öğretmen ders sonunda öğrencinin kendi başına ve kullanılan temsillerden bağımsız olarak işlem yapabilmelerini sağlamak amacıyla öğrenciyi genellemeye ulaştırmalıdır. (Kesirlerle çıkarma işleminde paylar çıkarılır paya yazılır, payda aynen kalır.) ifadesini genelleme olarak düşündüğümüzde yine öğretmenlerin birçoğunun öğrenciye bunu fark ettirmediği, hatta genellemeyi kendisinin dile getirdiği görülmüştür. Bunun örneği olarak Elif öğretmenin derse ilk olarak öğrencilerin defterlerine bu genellemeyi yazdırarak başlaması verilebilir.

Öğrencilerin genellemeye ulaşmasını sağlamak da başarısız görünen öğretmenlerin, öğrencilerin genellemeyi kavraması ve sürdürebilmesi için örnekleri iyi seçip sıralamada başarılı oldukları gözlenmiştir. Kilit fikirlerin altını çizecek örnekleri özenle seçmek ve sıralamak temsil ile öğrenmenin öğrenci için daha anlaşılabilir hale getirmekte önemlidir (Mitchell, Charalambous, Hill , 2013). Bu noktada araştırmadaki öğretmenlerin çoğunun bu basamağı yerine getirdiği görülmüştür.

Öğretmenin temsiller kullanırken öğrencinin içinde olabileceği belirli yanılgıların farkında olması gerekir (Mitchell, Charalambous, Hill , 2013). Aynı zamanda öğrencinin kavram yanılgısı olabileceğini bilip bunu tetiklemesi ve çözümlemesi gerekmektedir. Araştırmaya bakıldığında Gül öğretmen hariç bunu

hiçbir öğretmenin dile getirmediği ortaya çıkmıştır. Gül öğretmen ise modelleme ve kesir kartlarını beraber kullandığı bir örnekte öğrencilerin paydalarla da işlem yaptığını bir çok kez gördüğünü bunun hata olduğunu ve neden paydaları toplayıp çıkarılmadığını tekrar dile getirip öğrencinin hem olabilecek yanılgısını tetiklemiş hem de buna çözüm getirmiştir.

Öğretmenler ayrıca öğrencilerin materyalleri ne yetişkinler gibi kavrayabildiklerini ne de görsel temsiller ile analitik düşünce arasında bağ kurabildiklerini bilmelidirler (Meira 1998, Sacrista'n Rock 2002, Solomon 1989). Yani Meira (1998)'nın da belirttiği gibi temsiller öğretmenler için şeffaf olsalar da, öğrenciler için aynı şekilde şeffaf olmayabilir. Bu sebeple öğrencilere temsil kullanımı için yeterli zaman ve alan yaratılmalıdır. Araştırmada her bir öğretmen soyut anlamda kalan modelleme temsili için öğrencilere zaman tanımışlardır. Ama asıl olan yine Zeliha ve Gül öğretmenin yaptığı gibi daha somut halde bulunan kesir kartlarıyla öğrencilerin zaman geçirmesini sağlamaktır. Bu iki öğretmen de her öğrencinin sırasındaki kesir kartlarıyla gerek tek başına, gerek grup halinde, gerekse de öğretmen-öğrenci olarak zaman geçirmesini sağlamışlardır. Bu zaman, öğrencilerin bu temsillerden ve matematiğin bu konusundan ne anlam çıkarttığını öğretmenin anlamasını sağlaması bakımından önemlidir.

Öğrenciye tanınan zaman ve alanın yanında öğrencilerin kendi fikirlerini dinlemek veya temsil kullanımından çıkardıkları sonuçları söylemeleri için teşvik etmek de öğretmenin eğitsel rehberliğinin diğer bir bileşenidir. Öğrenciler sadece öğretmen tarafından verilen temsili taklit ediyor olabilecekleri için öğrencilerin çıkarımlarını sorgulama eğiliminde olmak önemlidir (Mitchell, Charalambous, Hill , 2013). Araştırmada öğretmenlerin kısmen bunu yerine getirdikleri söylenebilir. Çünkü her öğretmen, öğrencilerin gerek sorularını gerek anlamlandıramadıkları yerlerde öğrencileri teşvik etmişlerdir.

Bunların yanı sıra, araştırma katılımcıların Milli Eğitim Bakanlığının mesleki deneyimleri göz önüne alınarak yürütülmüştür. Fakat bulgulardan öğretmenlerin temsil seçiminin veya genellemeye ulaşma sürecinin öğretmenlerin mesleki deneyimlerine göre farklılaşmadığı ortaya çıkmıştır.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara bağlı olarak aşağıda bazı önerilere yer verilmektedir.

Öğretmenlerin kesir kavramına ilişkin kavramsal bilgilerini, kesrin anlamlarına ilişkin bilgilerini ve bir işlemin altında yatan asıl matematiksel fikrin neler olduğuna ilişkin bilgilerini sorgulayabilecekleri eğitimlere yer verilebilir. Bu eğitimler sürece yayılıp temsil kullanımıyla ilişkilendirilip bu eğitimlere uygun etkinlikler gerçekleştirilebilir.

Her bir temsil ele alınarak o temsilin hangi matematiksel fikre veya kesrin anlamlarından hangisine daha uygun olacağına ilişkin eğitimler gerçekleştirilebilir.

Araştırmada hiçbir öğretmenin teknoloji kullanımına yer vermediği düşünüldüğünde, teknoloji ile temsil kullanımının birleştirildiği çalışmalara yer verilebilir.

Temsiller arası ilişkilerin gözlenmediği görüldüğünde, bu ilişkilerin asıl anlamının öğretmenlerce kavranması adına çeşitli eğitim, seminer veya çalıştaylar gerçekleştirilebilir.

Bu çalışma altı ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Farklı okullardaki görev yapan öğretmenlerin sayısı genişletilerek gerçekleşmesi farklı temsil biçimlerinin farklı kullanımlarını ortaya çıkarabilir.

Çalışmanın verileri ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle işlemler alt öğrenme alanı için ayrılan süreye kadar, yaklaşık 2-3 hafta gibi kısa bir sürede toplanmıştır. Bu süre biraz daha uzatılarak temsiller ile kesir öğretiminin nasıl süreçlerden geçtiği, öğretmenlerin temsil kullanımının nasıl bir gelişme gösterdiği incelenebilir.

Bu çalışma ortaokul matematik öğretmenlerinin 5. Sınıf düzeyindeki kesirlerle işlemler alt öğrenme alanı ile yürütülmüştür. Çalışmanın kapsamı, farklı sınıf düzeylerinde ve farklı alt öğrenme alanlarıyla gerçekleştirilebilir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller kesir öğretimine ilişkin görüşlerinin alındığı görüşme soruları arttırılabilir. Bu şekilde öğretmenlerin görüşleri hakkında daha detaylı sonuçlar elde edilebilir.

Gözlem formunun her bir alt kategorisi üzerine çalışılıp bu görevlerin yerine getirilebilmesi için çalışmalar başlatılabilir.

Öğretmenlerin göreve başlamadan önce, öğretmenlere matematiksel bilgilerini kavramsal bilgilere dönüştürülebilecekleri hizmet öncesi eğitimler verilebilir.

Öğretmenlere kesrin farklı anlamlarına ve farklı temsil biçimlerine yönelik bilgilerini derinleştirmeleri için hizmet için eğitimler verilebilir.

Öğretmenler için kesrin her bir farklı anlamına yönelik olarak farklı temsil biçimlerinin kullanılabileceği gösteren etkinlikler veya bilgisayar yazılımları hazırlanabilir.

Bu çalışma, pedagojik alan bilgisi kuramsal çerçevesine dayandırılarak hazırlanmıştır. Farklı bir kuramsal çerçeve kullanılarak çalışma farklılaştırılabilir.

KAYNAKÇA

Aksu, M., (1997). **Students Performance in Dealing With Fractions, The Journal of Educational Research**, 90(6): 375- 380.

Altun, M. (2012). **Matematik Öğretimi.** (8.Baskı). Bursa: Erkam Matbaası

Alacaci , C. "Öğrenciler Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları", (Ed: Bingölbali,E. , Özmantar, M.F.) **İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri.** Pegem Akademi, Ankara. 2010, 64 – 95

Aslan-Tutak, F., Köklü,O. 'Öğretmek İçin Matematik Bilgisi'(Ed: Bingölbali,E., Arslan, S., Zembat, İ.). **Matematik Eğitimde Teoriler.** Ankara, 2016: Pegem Akademi, 702-719

Ball,D.L., Thames, M.H., Phelps,G.(2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Theacher Education**, 59(5),389-407

Baloğlu, M. Balgalmış, E.(2010). Matematik kaygısını değerlendirme ölçeği, ilköğretim formunun Türkçe'ye uyarlanması, dil geçerliliği ve psikometrik inceleme. **Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri/ Educational Sciences: Theory and Practice.** 10 (1) 77-110

Baily, K.D. (1982**). Methods of social research.** New York: The Free Press.

Başkan ,T. Bizim, O., Cangül, İ.N.(2006). **Metrik uzaylar ve genel topolojiye giriş.** Ankara: Nobel Yayınevi.

Baykul, Y., (2004). **İlköğretimde Matematik Öğretimi 6.-8. Sınıflar**, Pegem Yayıncılık, Ankara.

Baykul, Y., (2014). **Ortaokulda Matematik Öğretimi 5.-8. Sınıflar**, Pegem Yayıncılık, Ankara.

Behr, M. , Lesh, R. , Post, T. Ve Silver, E.A, (1983). Rational Number Concepts . In R. Lesh, M. Landau (Eds) . **Rational Numbers: An Integration of Research.**(91 – 125) . Newyork , NY: Academic Press.

Bingölbali, E. (2008). **Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler**. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Edt.), Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri içinde (223-255). Ankara: PegemA.

Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2009). **İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri.** Ankara: Pegem A Yayıncılık

Briggs, C. (1986).**Learning how to ask: A sociolinguistic approisal of the role of the interview in social science research**. Cambridge: Cambridge University Press.

Bulut, S., Çömlekoğlu, G., Seçil, S.Ö., Yıldırım, H.H. ve Yıldız, B.T.,(2002) **Matematik Öğretiminde Somut Materyallerin Kullanılması.** "V.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi", s.188, ODTÜ, Ankara.

Bütün,M., Demir,S.B. (2014). **Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri**. Ankara: Pegem Akademi

Büyüköztürk,Ş., Kılıç-Çakmak,E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., Demirel, F. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri.** Ankara: Pegem Akademi

Charalambous , C.Y. & Pitta – Pantazi , D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: implications for teaching and research . In Chick, H.L. and Vincent J.L. (Eds.) **Proceedings of the 29th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education** (233- 240) Melbourne, Australia.

Çelik, B.(2006). **Temel Matematik**. Nobel Yayın: Ankara.

Çelik,D., Sağlam-Arslan,A.(2012). The analysis of teacher candidates' translating skills in multiple representations. **Elementary Education Online** 11(1). 239-250.

Davis,B.,Simmt,E. (2006). Mathematics for teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**, 61(3),293-319

Delice, A., Sevimli, E. (2010). Öğretmen Adaylarının Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin Problem Çözme Başarıları Yönüyle İncelenmesi: Belirli İntegral Örneği. **Educational Sciences: Theory & Practice**. 10(1). 111-149.

Durmuş, S. (2005). **İlköğretim matematik adaylarının rasyonel sayıları anlama düzeylerinin belirlenmesi**. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri 639-666

Goldin, G. A. (2004). Representations in school mathematics: A unifying research perspectives. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), **A research**

companion to principles and standards for school mathematics (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.

Haser, Ç., (2001) **Effects of sociocultural learning environments on 5th grade students' performance on the fractions concept**, Unpublished Master Thesis, Middle East Technical University, Ankara.

Haser, Ç. ve Ubuz, B., (2003) **Öğrencilerin Kesirleri Anlaması: 5. Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Çalısma**. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24: 64-69.

Hiebert,J. Carpenter, T.P.(1992). **Learning and Teaching with Understanding**. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (65-97). New York: Macmillon Publishing Company

Işıksal Bostan,M., Osmanoğlu, A. 'Pedagojik Alan Bilgisi' (Ed: Bingölbali,E., Arslan, S., Zembat, İ.). **Matematik Eğitimde Teoriler.** Ankara, 2016: Pegem Akademi, 678-699,

İpek A. S., Okumuş, S. (2012). **İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller.** Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi. 11(3):681-700

Kaput,J.J. (1985). Representation and problem solving: Issues related to modeling. In E. A. Silver (Ed.). **Teaching and Learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives**.(381-398). Hillside, NJ:Erlbaum

Kaput, J.J. (1989). Linking representations in the symbolic systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), **Research agenda for mathematics education: Research issues in the learning and teaching of algebra** (pp.167- 194). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscripions, descriptions and learning: **A kaleidoscope of windows. Journal of Mathematical Behavior**, 17 (2), 265-281

Kar, T.(2014). Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim için matematik bilgisinin problem kurma bağlamında incelenmesi: kesirlerle toplama işlemi örneği. Yayınlanmış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Keller, B. A., & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. **International Journal in Mathematics Education Science Technology**, 29 (1), 1-17.

Kieren, T. E. (1980). The rational number construct – its elements and mechanisms. **Recent research on number learning**. (pp.125-150). Colombus: Eric/Smeac.

Kieren, T. E. (1993).Rational and fractional numbers : from quatiet fields to recursive understanding . In T.P. Carpenter, E. Fennema and T.A. Ramberg (Eds.) **Rational Numbers : An Integration of Research.** (49-84) New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates.

Kurt, G. ve Çakıroğlu, E., (2009) **Middle grade students' performances in translating among representations of fractions**: A Turkish perspective, Learning and Individual Differences , 19: 404-410.

Lamon , S.J. (1999) **Teaching fractions and ratios for understanding.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates

Lamon , S.J. (2007) Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a thearetical Framework for Research. In F.K. Lester (Ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** (629 – 667)

Mack, K. N., (1990) "**Learning Fractions with Understanding: Building on Informal Knowledge**." Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 21,No. 1., pp. 16-32.

Marshall , S.P. (1993) . Asessment of rational number understanding : A schema – based approach. In T.P. Carpenter , E. Fennema and T.A. Ramberg (Eds.) **Rational Numbers : An Integration of Research.** (261- 288) New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). **Ortaokul Matematik Dersi 5.,6.,7. ve 8. Sınıflar İçin Öğretim Programı.** Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı

Mitchell,R., Charalambous, C.Y., Hill, H.C.(2013). Examining the task and knowledge demands needed to teach with representations. **Journal Math. Teacher Education**

Monaghan, J. D., Sun, S., & Tall, D. O. (1994). Construction of the limit concept with a computer algebra system. **Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, (July 29-August 3), Vol. 3, 279- 286, Lisbon: Portugal.

National Council of Teachers of Mathematics Commission on Standards for School Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston VA: The Council**.**

National Council Of Teachers Of Mathematics, (2000), Pnnciples And Standarts For School Mathematics, Reston, Va.: NCTM

Newell, A. (1980). **Physical symbol systems. Cognitive Science,**4, 135-183

Niven, I.(1961). Numbers: Rational and irrational. Washington D.C.: Mathematical Association of America.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2004) **Matematik Öğretimi**, Anı Yayıncılık, Ankara.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z., (2006) **İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdas Yaklasımlar**, Ekinoks Yayınları, Ankara.

Olkun, S., Toluk,Z. U. (2004). **İlköğretim Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.** (3.Baskı)Ankara: Anı Yayıncılık.

Patton, M.Q. (1987). **How to use qualitative methods in evaluation.** Newbur y Park, CA: Sage

Patton, M.Q.,(1990**). Qualitative evaluation and research methods**. Newbury Park, CA: Sage

Pesen,C.(2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. **İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** Cilt:9. Sayı:15 (157-168)

Senemoğlu, N.(2000). **Gelişim Öğrenme ve Öğretim**. Ankara: Gazi Kitapevi.

Shepard,R.N. (1982). Perceptual and analogical bases of cognition. In J.Mehler, E.C.T. Walker, M.Garrett (Eds.). **Perspectives on mental representation:**

Experimental and therical studies of cognitive processes and capacities. (49-67) Hillsale, NJ: Lawrence Erlbaum

Shulman, L.S.(1986). Those who understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**. 15(2),4-14

Shulman, L.S.(1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harward Educational Rewiew**, 57(1), 61-77

Skemp, R. R. (1987). The Psychology Of Learning Mathematics, NJ**: Lawrence Erlbaum, Hillsdale**

Siap, İ. ve Duru, A., (2004) **Kesirlerde Geometriksel Modelleri Kullanabilme Becerisi**, Kastamonu Eğitim Dergisi 1: 89-96.

Soylu, Y. ve Soylu, C.,(2005) **İlköğretim Besinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Kesirlerle İlgili Problemler**". Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 7(2): 101-117.

Stewart,C.J. and Cash,W.B.(1985). **Interviewing: Principles and practices**. Dubuque, IQ: Wm. C. Brow Pub.

Temur , E.D. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri : Fenomenografik araştırma. **Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.** Sayı: 29

Thompson, P. W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. **Educational Studies in Mathematics**, 25(3), 165-208.

Thompson , P. , (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concept or rate . In G. Harel and J. Confrey (Eds.) **The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics** (179- 234) . Newyork, Albany: Newyork Press.

Thompson,A.G. and Thompson, P.W. (1996). Talking about rates conceptually, part II: Mathematical knowledge for teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**, 27,2-24

Toluk, Z., (2001) **Eşit Paylaşım Ortamlarının Kesir Öğretiminde Kullanımı**, Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi 1: 191-203.

Toluk, Z.(2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. **Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi 2**: 81-103.

Toluk-Uçar,Z.(2011). **Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar.** Turkish Journal of Computer and Mathematics Education. 87-102.

Umay,A.(1996). Matematik Egitimi Ve Ölçülmesi, **Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**,12,145-149.

Wiersma,W.(2000). **Research Methods in Education: An Introduction.** USA: Allyn and Bacon.

Yanık, H. B. " Rasyonel Sayılar". (Ed: Zembat, İ.Ö. ,Özmantar, M.F. , Bingölbali E. Şandır, H. , Delice, A.) . **Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar.** Pegem Akademi, Ankara 2013, 95- 109

Yıldırım,A., Şimşek,H. (2006). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri**. Ankara: Seçkin Yayıncılık

Yıldırım,A., Şimşek,H. (2013). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri**. 9. Cilt. Ankara: Seçkin Yayıncılık

Zembat İ. Ö. (2007). Working on the Same Problem – Concepts; With the Usual Subjects – Prospective Elementary Teachers. **Elementary Education Online**, 6(2),305-312, 2007.

Zembat,Ö., Özmantar,F., Bingölbali,E., Şandır,H.,Delice,A. (Ed.).(2013).**Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar.** Ankara: Pegem Akademi

EK 1

Çoklu Temsillerle Kesirlerin Öğretimine İlişkin Gözlem Formu

(A) Problemleri betimleme ve çözme/matematiksel işlemler yapma

•Temsillerin biçimlerini tanıma ve bunlara uyma

•Temsilleri, bir prosedür içinde bulunan belirli matematiksel fikirlere (genellemelere) ışık tutma için kullanma

•Temsilleri kullanırken uygun dil ve uygun gösterim kullanma

•Temsilleri dikkatli bir şekilde kullanarak matematiksel kuralları ve işlemleri çürütmek ve açmak

•Bir matematiksel prosedürü açıklamak için doğru olan temsilleri seçme

(B) Çoklu temsilleri bağlamak için bir içerik oluşturmak

•Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tanımlama

•Öğrencilerin bir temsili anlayabilmeleri için başka bir temsili kullanma

(C) Prosedürleri genellemek için bir içerik oluşturmak

•Genellemeleri kurgulama ve öğrencilerin daha soyut bir düşünce düzeyine erişmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanma

•Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerini destekleyecek örnekleri seçme ve sıralama

•Bir matematiksel prosedürün altında yatan mantığı anlayabilmelerinde öğrencilere yardımcı olmak için çoklu temsilleri kullanma

(D) Öğrencilerin temsilleri ve matematiği kullanımlarına eğitsel rehberlik etme

•Öğrenci yanılgılarını ortaya çıkarmak ve önemli matematiksel fikirleri vurgulamak için temsilleri kullanma

•Öğrenci yanılgılarını tetiklemek ve çözümlemek için temsilleri kullanma

•Öğrenci kavrayışını desteklemek için temsiller arasında esnek şekilde hareket etme

•Temsil kurallarını açıklama ve öğrencilere temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında mantık yürütmeleri için gerekli alan ve zamanı verme arasındaki dengeyi sağlama

•Öğrencilerin temsil kurallarını doğru şekilde izleyip izlemediklerini inceleme ve temsil kullanımına anlam katma

•Öğrencilerin temsil kullanımından çıkardıkları matematiksel anlamı dile getirmelerini sağlama

•Öğrencileri dinleme ve temsil kullanımına ilişkin onların (önemli) ürünlerini ortaya çıkarma

•(a) temsilin beklenen şeffaflık düzeyi ve (b) öğrencilerin farklılık gösteren ihtiyaçları ve öğrencilerin temsiller ve bunların ışık tutması istenen matematiksel gösterimler hakkında soyut düşüncedeki ilerleyişlerine bağlı olarak öğrencilere aktarılan eğitsel rehberliği farklılaştırma

EK 2

Çoklu Temsillerle Kesir Öğretimine İlişkin Görüşme Formu

1. Matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımı deyince aklınıza ne geliyor?
2. Kesirler konusunda çoklu temsil kullanmaya bakış açınız nedir?
3. Kesirlerle toplama işleminde paydaların eşit olup olmamasına göre kullandığınız temsil biçimleri değişiyor mu? Nasıl?
4. Kesirlerle çıkarma işleminde paydaların eşit olup olmamasına göre kullandığınız temsil biçimleri değişiyor mu? Nasıl?
5. Kesirlerin öğretiminde kullandığınız temsillerden hangisinin daha anlaşılır olduğunu düşünüyorsunuz? Neden?
6. Kesirlerin öğretiminde yararlandığınız çoklu temsiller arasında ilişki kuruyor musunuz? Nasıl?
7. Sizce çoklu temsil kullanımının kesirler konusunun anlamı için etkisi nedir?

EK 3

permission slip

Charalambos Charalambous (charalambous.y.charalambos1@ucy.ac.cy) Kişilere ekle 25.05.2014 Eylemler

Kime: 'gonca yılmaz'

Yes, you do have our permission to use the paper/appendix.

Kind regards,
Charalambos

Gonca Yılmaz 25.05.2014 Eylemler

Kime: charalambous.y.charalambos1@ucy.ac.cy

Dear Charalambos,
My thesis name is "Investigating Middle School Teachers' Use of Multiple Representations Regarding Addition and Substraction of Fractions" and my purpose; I will examine teachers with this observation form and I view tearchers how use multiple representation in fraction. I want to benefit your article. (Examining the task and knowledge demands needed to teach with representations, Journal of Mathematics Teacher Education, in 2013) I read appendix (Tasks entailed in teaching with representations) part of the items for this your paper. And I thought these items can be used in fractions, not only in integers. These items created fort he use of multiple representations and my subject is use to multiple representation;
I want to allow you to use your items in part of appendix in your article by the name of 'Examining the task and knowledge demands needed to teach with representations'.

Best Regards,

EK 4

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877/604.01.02/5389053 17/11/2014
Konu:**Gonca YILMAZ**
Araştırma İzni

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)
Buca/İZMİR

İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 07/03/2012 tarihli ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı yazısı (Genelge 2012/13)
b) 04/11/2014 tarih ve 2152 sayılı yazınız.
c)17/11/2014 tarih ve 12018877/604.01.02/5380407 sayılı Valilik Onayı

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Gonca YILMAZ'ın "**Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Çoklu Temsilleri Kullanarak Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemlerini Öğretme Yaklaşımlarının İncelenmesi**" konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Aliağa, Buca, Bornova, Karabağlar, Menemen ilçelerinde bulunanek listedeki okullarda görev yapan matematik dersi öğretmenlerine uygulamak istediği ilgi (c) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı doldurulup, araştırmanın CD'ye aktarılması sağlanarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinize ve gereğini arz ederim.

Metin ENDER KARABULUT
Müdür a.
Şube Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı ile Aynıdır.

EKLER:
1- Valilik Onayı (1 sayfa)
2- Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)
3- Taahhüt Formu (1 sayfa)
4-Onaylı Veri Araçları(..... sayfa)

Hükümet Konağı C Blok Kat:8 Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr
Tel: (0 232) 477 21 37
Faks: (0 232) 477 21 07

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresindenc8ef-0d07-30ef-be57-f3e9 kodu ile teyit edilebilir

EK 5

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877/604.01.02/5380407
Konu: Gonca YILMAZ
Araştırma İzni

17/11/2014

VALİLİK MAKAMINA

İlgi:a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 07/03/2012 tarihli ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı yazısı (Genelge 2012/13)
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün 04/11/2014 tarih ve 2152sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Gonca YILMAZ'ın **"Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Çoklu Temsilleri Kullanarak Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemlerini Öğretme Yaklaşımlarının İncelenmesi"** konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Aliağa, Buca, Bornova, Karabağlar, Menemen ilçelerinde bulunanek listedeki okullarda görev yapan matematik dersi öğretmenlerine uygulamak istediği ilgi (b) yazı ile belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin uygulanmasının, yukarıda adı geçen İlçelerin ek listede bulunan okullarında, 2014-2015 öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde yapılmasına oybirliği ile karar verilmiştir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınızı arz ederim.

Vefa BARDAKCI
Müdür

OLUR
17/11/2014
Fatih DAMATLAR
Vali a.
Vali Yardımcısı

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı ile Aynıdır.

Hükümet Konağı C Blok Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr
Tel: (0 232) 477 21 38
Faks: (0 312) 477 21 07

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresindeki 7ea-d424-3e6f-800a-ab17 kodu ile sorgulanabilir.