T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
EKONOMETRİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

EKONOMİK ZAMAN SERİLERİNDE OYNAKLIĞIN ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH VE SV MODELLERİ İLE ANALİZİ

Verda DAVASLIGİL ATMACA

Danışman
Prof. Dr. Şenay ÜÇDOĞRUK BİRECİKLİ

İZMİR-2016

TEZ ONAY SAYFASI

YEMİN METNİ

Doktora Tezi olarak sunduğum "Ekonomik Zaman Serilerinde Oynaklığın Çok Değişkenli GARCH ve SV Modelleri ile Analizi" adlı çalışmanın, tarafımdan, akademik kurallara ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

..../..../.....

Verda DAVASLIGİL ATMACA

İmza

ÖZET

Doktora Tezi

Ekonomik Zaman Serilerinde Oynaklığın Çok Değişkenli GARCH ve SV Modelleri ile Analizi

Verda DAVASLIGİL ATMACA

Dokuz Eylül Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Ekonometri Anabilim Dalı
Ekonometri Programı

Bu çalışmanın temel amacı çok değişkenli GARCH ve çok değişkenli SV modellerin Bayesyen tahmini ile döviz piyasalarındaki oynaklığın analiz edilmesi, elde edilen sonuçların karşılaştırılarak veriye en uygun modelin seçilmesidir. Bu amaçla öncelikle finansal ve ekonomik zaman serilerinde oynaklığın modellenmesine olanak sağlayan çok değişkenli GARCH ve çok değişkenli SV model yaklaşımları ele alınmıştır. Ardından Türkiye'nin ithalatında önemli paya sahip ilk beş ülkenin para birimi kullanılarak çok değişkenli GARCH modellerden Standart MGARCH, CCC-MGARCH, CCC-t-MGARCH modelleri; çok değişkenli SV modellerden Standart MSV, CCC-MSV, CCC-t-MSV modelleri beş değişkenli yapıda tahmin edilmiştir. Gerek çok değişkenli GARCH gerekse SV modellerin tahmininde Bayesyen analize dayalı MCMC yöntemi kullanılmıştır. Bu sayede tahmin edilen modeller bilgi ölçütüne dayalı olarak karşılaştırılmıştır. Çok değişkenli GARCH ve SV model grupları kendi içinde değerlendirildiğinde kalın kuyruk dağılımına izin veren CCC-t-MGARCH ve CCC-t-MSV modellerin diğer modellere kıyasla veri ile daha iyi uyuma sahip olduğu belirlenmiştir. Çok değişkenli GARCH ve SV modeller veri ile uyum iyiliği ve oynaklık sürecini en iyi tahmin etme bakımından incelendiğinde çok değişkenli SV modellerin GARCH modellere kıyasla daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Veri ile en iyi uyuma sahip model olarak CCC-t-MSV

modeli belirlenmiştir. Bu doğrultuda ikili döviz kurları arasındaki karşılıklı oynaklık yayılmaları CCC-t-MSV model ile tahmin edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Oynaklık, Çok değişkenli GARCH Modeller, Çok değişkenli SV Modeller, MCMC Yöntemi, Döviz Kurları

ABSTRACT

Doctoral Thesis
Doctor of Philosophy(PhD)
The Analysis of the Volotility in Economic Time Series with Multivariate GARCH and SV Models

Verda DAVASLIGİL ATMACA

Dokuz Eylül University
Graduate School of Social Sciences
Department of Econometrics
Econometrics Program

The main aim of this study is to analyze the volatility of foreign exchange markets via Bayesian estimation of multivariate GARCH and multivariate SV models. Comparing the derived results, the most appropriate model in accordance with the data will be assessed. To this end, first of all multivariate GARCH and multivariate SV model approaches which enables modelization of financial and economic time seriesvolatility is discussed. Then, foreign currencies of Turkey's top five trading partners are estimated in five variate structure, using standard MGARCH, CCC-MGARCH, CCC-t-MGARCH models within multivariate GARCH models and Standard MSV, CCC-MSV, CCC-t-MSV models within multivariate SV models. MCMC method which is based on Bayesian analysis is used for multivariate GARCH and SV models estimation. In this regard, estimated models are compared on the basis of information criteria. An assessment of multivariate GARCH and multivariate SV models within themselves presents that CCC-t-MGARCH and CCC-t-MSV models which enables heavy tailed distribution have more goodness to fit to the data in comparison with the other models. Following the examination of multivariate GARCH and multivariate SV models in terms of their goodnes of fit to the data and estimation of volatility process, the study concludes that multivariate SV models are more successful in comparison with GARCH models. The study finds

that CCC-t-MSV model has the most goodness of fit to data. Accordingly, mutual volatility spillovers between dual exchange rates have been estimated by the CCC-t-MSV model.

Keywords: Volatility, Multivariate GARCH Models, Multivariate SV Models, MCMC, Foreign Exchange

EKONOMİK ZAMAN SERİLERİNDE OYNAKLIĞIN ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH VE SV MODELLERİ İLE ANALİZİ

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI ii

YEMİN METNİ iii

ÖZET iv

ABSTRACT vi

İÇİNDEKİLER viii

KISALTMALAR xii

TABLOLAR LİSTESİ xiv

ŞEKİLLER LİSTESİ xv

GİRİŞ 1

BİRİNCİ BÖLÜM

OYNAKLIK VE FİNANSAL ZAMAN SERİLERİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

1.1. OYNAKLIK KAVRAMI VE ÖZELLİKLERİ 4

1.1.1. Oynaklık Kavramı 4

1.1.2. Oynaklık Türleri 5

1.1.3. Oynaklık Değişimlerini Etkileyen Faktörler 7

1.1.4. Yüksek Frekanslı Zaman Serileri ve Oynaklık 8

1.2. GETİRİ SERİLERİ 9

1.3. OYNAKLIK VE FİNANSAL GETİRİ SERİLERİNİN KARAKTERİSTİK ÖZELLİKLERİ 11

1.4. OYNAKLIĞIN MODELLENMESİ 14

İKİNCİ BÖLÜM

BAYESYEN ANALİZ

2.1. MCMC YÖNTEMLERİ İLE SİMÜLASYON 17

2.1.1. Markov Zinciri Simülasyonu 19

2.1.2. Gibbs Örnekleme 20

2.1.3. Bayesyen Çıkarsama 26

2.1.3.1. Ardıl Dağılımlar 27

2.1.3.2. Eşlenik Önsel Dağılımlar 27

2.2. GIBBS ÖRNEKLEMEYE ALTERNATİF MCMC ALGORİTMALARI 28

2.3. MCMC YAKINSAMA KRİTERLERİ 31

2.4. MODEL SEÇİM KRİTERLERİ 36

2.4.1. Bayes Faktör 36

2.4.2. Model Değerlendirmede Bilgi Kriterleri 39

2.4.3. Sapma Bilgi Ölçütü 40

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

3.1. TEK DEĞİŞKENLİ GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELİ 43

3.2. ÇOK DEĞİŞKENLİ GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ 45

3.2.1. VECH-GARCH Model 46

3.2.2. DVECH-GARCH Model 48

3.2.3. BEKK Model 49

3.2.4. Koşullu Korelasyon Modelleri 51

3.2.4.1. Standart MGARCH Model 51

3.2.4.2. Sabit Koşullu Korelasyon MGARCH Model 52

3.2.4.3. Student-t Hatalı Sabit Koşullu Korelasyon MGARCH Model 54

3.2.4.4. Dinamik Koşullu Korelasyon MGARCH Model 55

3.3. GARCH MODELLERİN TAHMİN YÖNTEMLERİ 57

3.3.1. GARCH Modelin En Yüksek Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini 57
3.3.2. GARCH Modelin Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini 59
3.3.3. GARCH Modellerinin Bayesyen Tahmini 61

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

4.1. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELİ 65

4.2. ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ 68
4.2.1. Standart Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli 68
4.2.2. Sabit Koşullu Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli 71
4.2.3. Dinamik Koşullu Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli 71
4.2.4. Student-t Hatalı Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli 73

4.3. STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN TAHMİN YÖNTEMLERİ 73
4.3.1. Tek Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli Tahmincileri 74
4.3.1.1. Zaman Serisinin İstatistiksel Özelliklerini Dikkate Alan Yöntemler 74
4.3.1.1.1. Momentler Metodu 75
4.3.1.1.2. En Yüksek Olabilirlik Tahmincileri 77
4.3.1.1.3. Yardımcı Modele Dayalı Tahminciler 83
4.3.1.2. Zaman Serisinin Karesel Logaritmik Değerlerini (Log (y_t^2)) Dikkate Alan Yöntemler 84
4.3.1.2.1. Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi 84
4.3.1.2.2. Doğrusallaştırmaya Dayalı Diğer Yöntemler 86
4.3.2. Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modellerin Tahmin Yöntemleri 89
4.3.2.1. Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi 89
4.3.2.2. Simülasyon Temelli En Yüksek Olabilirlik Yöntemi 91
4.3.2.3. Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemi 92

4.4. ÇOK DEĞİŞKENLİ OYNAKLIK MODELLERİNDE KORELASYON MATRİSİNİN TAHMİNİ 96

BEŞİNCİ BÖLÜM

DÖVİZ KURU OYNAKLIKLARININ ÇOK DEĞİŞKENLİ MODELLERLE ANALİZİ

5.1. AMAÇ VE KAPSAM 99

5.2. LİTERATÜR 100

5.3. MODEL 106

5.4. UYGULAMA 109

5.4.1. Veri 110

5.4.2. Beş Değişkenli MGARCH Modellerin Bayesyen Tahmini 116

5.4.3. Beş Değişkenli MSV Modellerin Bayesyen Tahmini 133

5.4.4. MGARCH ve MSV Modellerin Karşılaştırılması 153

5.4.5. İki Değişkenli MSV Modellerin Bayesyen Tahmini 154

SONUÇ 168

KAYNAKÇA 174

KISALTMALAR

ABD	Amerika Birleşik Devletleri
AGIS	Hızlandırılmış Gaussyan Önem Örneklemesi
AIC	Akaike Bilgi Kriteri
AR	Otoregresif
ARCH	Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARMA	Otoregresif Hareketli Ortalama
BEKK	Baba, Engle, Kraft ve KronerGenelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
BF	Bayes Faktör
BIC	Bayesyen Bilgi Kriteri
BoE	Birleşik Krallık Merkez Bankası
CCC-GARCH	Sabit Koşullu Korelasyonlu GARCH
CCC-MSV	Sabit Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
CEE	Orta ve Doğu Avrupa Ülkeleri
DCC	Dinamik Koşullu Korelasyon
DCC-GARCH	Dinamik Koşullu Korelasyon GARCH
DCC-MSV	Dinamik Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
DIC	Sapma Bilgi Ölçütü
DVECH-GARCH	Diyagonal Vektörel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ECF	Ampirik Karekteristik Fonksiyon
EIS	Etkin Önem Örneklemesi
EMM	Etkin Momentler Metotu
EMU	Avrupa Ekonomik ve Parasal Birliği
GARCH	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GMM	Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GSYİH	Gayri Safi Yurt İçi Hasıla
LF	Olabilirlik Fonksiyonu
LLF	Logaritmik Olabilirlik Fonksiyonu
Log	Logaritmik

MA	Hareketli Ortalama
MC	Markov Zinciri
MC Hata	Monte Carlo Hatası
MCL	Monte Carlo Olabilirlik
MCMC	Markov Zinciri Monte Carlo
MH	Metropolis-Hastings
ML	En Yüksek Olabilirlik
MM	Momentler Metotodu
MMSLEs	Minimum Ortalama Kare Doğrusal Tahmincileri
MSV	Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
NFML	Doğrusal Olmayan Filitre En Yüksek Olabilirlik
QML	Yarı En Yüksek Olabilirlik
PSRF	Potansiyel Ölçek İndirgeme Faktörü
s.	Sayfa No
SEM	Simüle Edilmiş En Çok Beklenen Maksimizasyon
SV	Stokastik Oynaklık
SML	Simüle Edilmiş En Yüksek Olabilirlik
SMM	Simüle Edilmiş Momentler Metodu
t-MSV	Kalın Kuyruk MSV
VARMA	Vektör Otoregresif Hareketli Ortalama
VECH-GARCH	Vektörel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Bayes Faktör Değerleri s.38

Tablo 2. Logaritmik Bayes Faktör Değerleri **s.**38

Tablo 3. 01/11/2010 -20/11/2015 Dönemi Getiri Serilerinin Özet İstatistikleri **s.**115

Tablo 4. Standart MGARCH Model Tahmin Sonuçları **s.**117

Tablo 5. CCC-MGARCH Model Tahmin Sonuçları **s.**122

Tablo 6. CCC-t-MGARCH Model Tahmin Sonuçları **s.**128

Tablo 7. Standart MSV Model Tahmin Sonuçları **s.**134

Tablo 8. CCC-MSV Model Tahmin Sonuçları **s.**140

Tablo 9. CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları **s.**146

Tablo 10. CCC-MGARCH ve CCC-MSV Modellerinin Korelasyon Matrislerine ait Ardıl İstatistikler s.152

Tablo 11. CCC-t–MGARCH ve CCC-t–MSV Modellerinin Korelasyon Matrislerine ait Ardıl İstatistikler **s.**152

Tablo 12. MGARCH ve MSV Modelleri için Sapma Bilgi Ölçütü Değerleri **s.**153

Tablo 13. EUR- TRY, RUB- TRY, GBP- TRY ve CNY- TRY İkili Getiri Serileri için CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları **s.**155

Tablo 14. EUR-RUB, EUR-GBP ve EUR-CNY İkili Getiri Serileri için CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları **s.**159

Tablo 15. RUB-GBP, RUB-CNY ve GBP-CNY İkili Getiri Serileri için CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları **s.**162

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. 09.02.2015-20.11.2015 Dönemi Döviz Kuru Getirilerinin Zaman Serisi Grafiği s.112
Şekil 2. 01.11.2010-20.11.2015 Dönemi Döviz Kuru Getirilerinin Zaman Serisi Grafiği s.113
Şekil 3. Standart MGARCH Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları s.118
Şekil 4. Standart MGARCH Model Otokorelasyon Grafikleri s.119
Şekil 5. Standart MGARCH Model Gelman-Rubin İstatistiği s.120
Şekil 6. Standart MGARCH Model İz Grafiği s.121
Şekil 7. Oynaklık Sürekliliği için Kutu Grafiği s.121
Şekil 8. CCC-MGARCH Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları s.123
Şekil 9. CCC-MGARCH Model Otokorelasyon Grafikleri s.124
Şekil 10. CCC-MGARCH Model Gelman-Rubin İstatistiği s.125
Şekil 11. CCC-MGARCH Model İz Grafiği s.126
Şekil 12.Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği s.126
Şekil 13.CCC-MGARCH Model için Korelasyonun Matrisi s.127
Şekil 14.CCC-t-MGARCH Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları s.129
Şekil 15. CCC-t-MGARCH Model Otokorelasyon Grafiği s.130
Şekil 16. CCC-t-MGARCH Model Gelman-Rubin İstatistiği s.131
Şekil 17.CCC-t-MGARCH Model İz Grafiği s.132
Şekil 18. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği s.133
Şekil 19. Standart-MSV Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları s.135
Şekil 20. Standart-MSV Model Otokorelasyon Grafiği s.136
Şekil 21. Standart-MSV Model Gelman-Rubin İstatistiği s.137
Şekil 22. Standart-MSV Model İz Grafiği s.138
Şekil 23. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği s.138
Şekil 24. Standart MSV Modelde Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği Arasındaki Korelasyonun Matrisi s.139
Şekil 25. CCC-MSV Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları s.141
Şekil 26. CCC-MSV Model Otokorelasyon Grafiği s.142
Şekil 27. CCC-MSV Model Gelman-Rubin İstatistiği s.143
Şekil 28. CCC-MSV Model İz Grafiği s.144
Şekil 29. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği s.144
Şekil 30. CCC-MSV Modelde Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği Arasındaki Korelasyonun Matrisi s.145
Şekil 31. CCCt-MSV Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları s.147
Şekil 32. CCCt-MSV Model Otokorelasyon Grafiği s.148

Şekil 33. CCC-t-MSV Model Gelman-Rubin İstatistiği 149
Şekil 34. CCC-t-MSV Model İz Grafiği s.150
Şekil 35. Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği için Kutu Grafiği s.150
Şekil 36. CCC-t-MSV Modelde Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği Arasındaki Korelasyonun Matrisi s.151
Şekil 37. RUB –CNY Serileri için CCC-t-MSV Modelden Elde Edilen Oynaklık Yayılım Parametrelerinin İz Grafiği ve Kernel Yoğunlukları s.165
Şekil 38. GBP-TRY Serileri için CCCt-MSV Modelden Elde Edilen Oynaklık Yayılım Parametrelerinin İz Grafiği ve Kernel Yoğunlukları s.166
Şekil 39. GBP-CNY Serileri için CCC-t-MSV Modelden Elde Edilen Oynaklık Yayılım Parametrelerinin İz Grafiği ve Kernel Yoğunlukları s.167

GİRİŞ

Küreselleşme ve dünya piyasaları arasında entegrasyon artışı finansal piyasalardaki karşılıklı bağımlılığı arttırmıştır. Piyasalar arası karşılık etkileşim nedeniyle bir piyasada ortaya çıkan oynaklık sadece piyasa içinde değil aynı zamanda diğer piyasalarda da oynaklığı arttırabilmektedir. Bu nedenle son yıllarda ekonomi ve finans literatüründe oynaklık kavramı giderek artan bir öneme sahiptir.

Finansal zaman serileri literatüründe varlık getirileri oynaklıklarının zaman içinde değiştiği, serisel korelasyonlu olduğu ve bunun ötesinde kümelendiği görülmektedir. Finansal zaman serilerinin bu ampirik davranışlarını modellenmek amacıyla ARCH/GARCH modeller ilk kez Engle (1982) ve Bollerslev (1986) tarafından önerilmiştir. GARCH modellerde zamanla değişen oynaklık önceki dönem getirilerin ve önceki dönem oynaklıkların karesel değerlerinin deterministik bir fonksiyonu olarak modellenmektedir. Dolayısıyla GARCH model yaklaşımında oynaklıklar gözlem kaynaklıdır. Ancak GARCH modellerin ekonomik ve finansal zaman serilerinin modellemesinde yetersiz kaldığı görülmüştür. Böylece zaman içinde değişen oynaklığın modellenmesinde alternatif bir yaklaşım olan SV model ilk kez Taylor (1986) tarafından önerilmiştir. SV tipi modeller GARCH tipi modellere kıyasla daha esnek modellerdir. SV modellerde oynaklık yalnızca gözlemlerin değil aynı zamanda gizil oynaklık sürecinin de bir fonksiyonudur. Bu modellerde zaman içinde değişen oynaklık gözlenemeyen bir bileşen olarak ele alınmakta ve bu bileşenin logaritmik değerinin otoregresif süreç izlemesine izin verilmektedir. Dolayısıyla bu yaklaşımda oynaklıklar parametre kaynaklıdır.

GARCH ve SV modellerin finansal serilerin analizinde sağladığı başarı, finansal varlıkların bir grup olarak analizine imkan sağlayan çok değişkenli modellere olan ilginin artmasını sağlamıştır. Öte yandan çok değişkenli GARCH modeller son derece yaygın olarak tercih edilirken çok değişkenli SV modellere ilişkin çalışmalar sınırlı sayıda kalmıştır. Bu durumun en önemli nedeni SV modellerin klasik istatistiki yaklaşım ile çözümünün son derece karmaşık olmasıdır. Bu nedenle tek ve çok değişkenli SV modellere ilişkin çok sayıda tahmin yöntemi önerilmiştir. Ancak bu yöntemler içinden Bayesyen analize dayalı bir tahmin yöntemi olan MCMC yöntemi ile SV modellerin etkin ve kolay tahminleri elde edilebilmektedir.

Bu doğrultuda çalışmanın temel amacı çok değişkenli GARCH ve çok değişkenli SV modellerin Bayesyen tahmini ile döviz piyasalarındaki oynaklığın analiz edilmesi, tahmin sonuçlarının karşılaştırılarak veriye en uygun modelin seçilmesidir. Bu amaçla ruble, yuan, avro, sterlin ve Türk lirası döviz kuru getiri serilerindekioynaklık süreçlerinin analizi MGARCH ve MSV modellerinin Bayesyen tahmini ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın özgün yanı beş döviz kuruna ait oynaklık sürecinin MGARCH ve MSV modeller çerçevesinde eşanlı olarak ele alındığı ve MCMC yöntemi ile tahmin edildiği herhangi bir çalışmayaliteratürde rastlanmamıştır. Çalışmanın diğer önemli özelliği çok değişkenli oynaklık modellerinin tahminlerinin Bayesyen analize dayalı MCMC yöntemi ile gerçekleştirilmiş olmasıdır. Böylece çok değişkenli GARCH ve SV modelleri DIC kriterine göre karşılaştırılarak elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.Beş değişkenli MGARCH ve MSV modeller çerçevesinde döviz kuru getiri serilerine ait oynaklığın kalıcılığı ve belirsizliği belirlenmiştir. Ancak getiri serileri arasındaki karşılıklı oynaklık yayılım etkileri incelenememiştir. Zira beş değişkenli MGARCH ve MSV modellerin yapısı ve parametre uzaylarının yüksek boyutlu olması mevcut bilgisayar teknolojisi ile oynaklık yayılım parametrelerinin tahminini imkansız kılmıştır. Bu nedenle öncelikle beş değişkenli MGARCH ve MSV modellerden veri ile en iyi uyuma sahip model belirlenmiştir. Ardından seçilen modelin iki değişkenli yapıda tahmini ile döviz kuru getiri serileri arasındaki karşılıklı bağımlı oynaklık etkileşimleri analiz edilmiştir.

Bu doğrultuda çalışmanın birinci bölümde, oynaklık kavramı ve getiri serilerine ilişkin temel kavramlar açıklanarak, oynaklığın modellenmesinde önerilen yöntemler genel bir çerçevede sunulmuştur.

İkinci bölümde MGARCH ve MSV modellerin tahminlerinde kullanılan MCMC yöntemi ve MCMC yöntemine alternatif olabilecek algoritmalar açıklanmıştır. Ayrıca Bayesyen tahmini elde edilen model parametrelerinin yakınsama durumlarının değerlendirilmesi bakımından önem taşıyan yakınsama kriterleri ile tahmin edilen modeller arasında karşılaştırma yapmaya olanak sağlayan model seçim kriterlerine yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde tek değişkenli GARCH modele kısaca değinilerek çok değişkenli GARCH modeller açıklanmıştır. Bu bölümde MGARCH modellerin tahmininde kullanılan alternatif tahmin yöntemlerine ilişkin bilgi sunulmuştur.

Dördüncü bölümünde tek değişkenli SV model ve MSV modeller hakkında bilgi verilerek tek ve çok değişkenli SV modellerin tahmini için önerilen yöntemler açıklanmıştır.

Beşinci bölümde ilk olarak çalışmanın amacı ve kapsamı sunulmuş ve oynaklık modellerine ilişkin literatür araştırmasına yer verilmiştir. Ardından beş değişkenli MGARCH ve MSV modelleri ile iki değişkenli CCC-t-MSV modeli teorik olarak sunulmuştur. Uygulamada, Türkiye'nin ithalatında önemli paya sahip ilk beş ülkenin döviz kuru için MGARCH ve MSV modellerin Bayesyen tahminleri elde edilmiştir. Tahmin edilen oynaklık modelleri çerçevesinde elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak veri ile en iyi uyuma sahip model belirlenmiştir. Ardından seçilen model ile ikili döviz kurları arasındaki oynaklık yayılmaları ve her bir döviz kuruna ait oynaklık sürekliliği tahmin edilerek bulgular değerlendirilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

OYNAKLIK VE FİNANSAL ZAMAN SERİLERİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

Bu bölümde oynaklığın modellenmesine ilişkin ortaya atılan modellerden eldeki veri setine ve amaca uygun modelin seçimi için oynaklık kavramına ilişkin temel kavramlar açıklanmıştır. Bu doğrultuda oynaklık kavramı ve özellikleri, getiri serilerinin tanımları, oynaklık ve finansal getiri serilerinin karakteristik özellikleri sunulmuş ve oynaklığın modellenmesinde kullanılan modellere kısaca yer verilmiştir.

1.1. OYNAKLIK KAVRAMI VE ÖZELLİKLERİ

Çalışmanın bu bölümünde finansal zaman serileri açısından önem taşıyan oynaklık kavramı ve oynaklığa ilişkin temel özellikler ele alınmaktadır. Bu doğrultuda oynaklık türleri, oynaklık değişimlerini etkileyen faktörler, yüksek frekanslı zaman serileri ile oynaklık arasındaki ilişki kısaca sunulmuştur.

1.1.1. Oynaklık Kavramı

Oynaklık, belirli bir zaman periyodunda döviz, hisse senedi vb. piyasalarda fiyat değişiminin ölçüsüdür. Diğer bir ifade ile oynaklık belirli bir zaman periyodunda fiyat indeksindeki veya logaritmasındaki değişimin standart sapması olarak da ifade edilmektedir (Taylor, 2011:189-190).

Bir diğer tanıma göre, oynaklıkdağılımın ikinci momenti olan varyans değerinin karekköküdür. Burada dağılım, logaritmik getiri serilerinin dağılımı anlamına gelmektedir. Böylece varyansın karekökü veya oynaklık, dağılım ortalaması için belirsizliğin ölçüsü olmaktadır. Dağılımın dördüncü momenti ise basıklık olarak tanımlanmakta ve dağılım varyansı için belirsizlik derecesini ölçmektedir. Bu nedenle logaritmik getirilere ait oynaklığının belirsizliği basıklık ile ölçülmektedir.Analizler ise yüksek basıklık dikkate alınarak uygulanmaktadır. Yüksek basıklık değeri pozitif ise oynaklık sabit olmamaktadır. Böylece yüksek basıklık değeri oynaklığın belirsizliği ölçüsü anlamına gelmektedir (Alexander, 2008: 271).

Değişkenlik ve belirsizlik oynaklığın iki temel anlamını oluşturmaktadır. Değişkenlik tüm hareketleri, belirsizlik ise bilinmeyen hareketleri ifade etmektedir (Çiçek, 2010:2). Bu bakımdan oynaklık ve risk kavramları biribiri ile yakından ilişkilidir. Risk, değişken bir piyasada fiyatların değişkenliği ile ölçülmekte ve oynaklık olarak isimlendirilmektedir. Yönetilebilen ve ölçülebilen piyasa riskleri bu bakımdan oynaklık ile yakından ilişkili olmaktadır (Kök, 2012:117). Zira oynaklığın yüksek olması durumunda riskte yüksek olmaktadır. Öte yandan birbirleri ile yakıdan ilişkili oynaklık, belirsizlik, değişkenlik ve dalgalanma kavramları çok küçük temel farklılıklarla birbirinden ayrılmaktadır. Belirsizlik ilgilenilen olayla ilgili bir çokmümkünsonucun varlığı durumunu tanımlamaktadır. Ancak sonuçlar ile ilgili olasılıkların belirlenmesi mümkün değildir. Buna karşın risk farklı sonuçlara ilişkin olasılıkların belirlenmesine izin vermektedir. Oynaklık ise risk ile ilişkili olarak belirli bir ekonomik değişken veya bu değişkene ait bazı fonksiyonların hareketlerinin veya mümkün değişimlerinin ölçümünü sağlamaktadır. Bu ölçüm ise genellikle belirli bir dönem için değişkenin gözlenen değerlerine bağlı olmaktadır (Aizenman ve Pinto 2005: 2).

Finansal anlamda herhangi bir endeksin kısa bir zaman periyodu içinde ortalama değerine kıyasla çok yüksek artış veya azalış göstermesi yüksek oynaklık, küçük artış ya da azalışlar göstermesi ise düşük oynaklık olarak kabul edilmektedir.

1.1.2. Oynaklık Türleri

Oynaklık belirli zaman periyodunda fiyat değişiminin ölçüsü olmakla birlikte genellikle getirilerin standart sapması olarak tanımlamaktadır. Öte yandan oynaklık kavramına ilişkin çeşitli tanımlamalar bulunmaktadır.

Taylor (2011) oynaklık kavramını beş temel sınıfa ayırarak tanımlanmaktadır. İlk olarak oynaklık σ ile ifade edilen standart sapmaparametresidir. Buna göre, herhangi bir t yıllık dönemde getiri serisinin standart sapması $\sigma\sqrt{t}$ olarak tanımlanmaktadır. Bu değer varlık fiyatının geçmiş değerlerine göre değişmemektedir. Öte yandan gelecekteki fiyat değişimleri geçmiş fiyat değişimlerine bağlı olmaktadır. Bu nedenle oynaklığın standart sapma olarak tanımlanması gerçekçi bir yaklaşım olmamakla birlikte özellikle oransal opsiyon fiyatlarının tanımlanmasını sağlayan

parametrelerin tanımlanması gibi çeşitli amaçlar için yararlı bir yaklaşım sağlamaktadır.

Bir diğer oynaklık türü Gerçekleşen Oynaklıkdiğer bir ifade ile Tarihsel Oynaklık'tır. Tarihsel oynaklık önceki getiri değerleri setininstandart sapmasıdır. n işlem dönemi için getiriler $r_{t-n},\ldots,r_{t-1}$ olarak ifade edilsin. Getirilerin ortalaması ise n işlem dönemi için $\bar{r}$ değerine eşit olacaktır. Buna göre (1)nolu denklemde ifade edilen tarihsel standart sapma değeri,

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(r_{t-i} - \bar{r}\right)^2} \qquad (1)$$

t işlem döneminde getirilerin standart sapmalarının kolay bir tahminini sağlamaktadır. Bu oynaklık ölçüsü yıllık birimler için $s\sqrt{N}$ olarak ifade edilebilir. Burada N bir yıl içinde gerçekleşen işlem periyotlarının sayısını ifade etmektedir.

Üçüncü oynaklık türü ise Koşullu Oynaklık'tır. Burada, önceki getirilerin geçmişi gibi bilinen bir bilgi üzerine koşullu gelecek getirilerin standart sapması koşullu oynaklığı oluşturmaktadır.Gerçekleşen oynaklıktan farklı olarak koşullu oynaklıkta bir sonraki periyod için oynaklık beklentisiuygun veri kullanılarak seçilmiş ve tahmin edilmiş zaman serisi modeli ile tahmin edilmektedir. Oynaklık beklentileri için veriye uygun ve doğru denklemleri Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) modeller sağlamaktadır.

Dördüncü oynaklık türü iseStokastik Oynaklık'tır. Stokastik oynaklık sürecinde, oynaklığın sabit olmadığı kabulü altında,oynaklığın zaman içinde nasıl değiştiği ile ilgilenilmektedir.Klasik kesikli zaman stokastik oynaklık modellerinde oynaklığın gözlenemediği varsayımı altında mutlak veya karesel getirilerden hareketle oynaklığın özellikleri belirlenmektedir. Sürekli zaman modelleri ise sabit oynaklık varsayımından uzaklaşıldığında fiyat opsiyonlarını kullanmaktadır.

Son olarak, Algılanan Oynaklıkdeğeri ise opsiyon fiyatı üzerinden hesaplanmaktadır. Bu değer fiyatlandırma formülüne göre teorik fiyat olan primli borsa işlemleri piyasası fiyat denklemi için oynaklık parametresi olan σ' ya eşit olmaktadır(Taylor, 2011:189-191).

Gerçekleşen oynaklık, koşullu oynaklık, gözlenemeyen stokastik oynaklık ve algılanan oynaklık değerleri farklı veri setleri ve varsayımlara bağlı olarak farklı değerler vermektedir.

1.1.3. Oynaklık Değişimlerini Etkileyen Faktörler

Oynaklık sürecinin en temel özelliği küçük ve büyük hareketlerin kümelenmesi olarak ifade edilebilmektedir. Varlık fiyatındaki küçük değişimler küçük değişimler ve varlık fiyatındaki büyük değişimler büyük değişimler tarafından takip edilmektedir. Böylece bugün gerçekleşen bir oynaklık şoku gelecekteki birçok dönem için oynaklık beklentilerinin etkilenmesine neden olabilmektedir. Öte yandan oynaklığın bir diğer önemli özelliği süreklilik göstermesidir. Bugünün getirilerilerinin gelecekteki birçok dönem için varyans tahminini önemli ölçüde etkilemesi durumunda oynaklığın sürekli (kalıcı) olduğu söylenebilmektedir (Engle ve Patton, 2001: 239). Bu bağlamda oynaklığın zaman içinde artış yada azalış yönünde değişen, süreklilik gösteren ve çeşitli faktörlerden etkilenebilen bir yapıda olduğu bilinmektedir.

Oynaklık niçin değişmektedir temel sorusuna ilişkin kesin bir yanıt henüz bulunmamakla birlikte oynaklıktaki değişimi açıklamaya yönelik çeşitli çalışmalar ortaya atılmıştır. Örneğin, hisse senedi piyasalarındaki oynaklık kriz dönemlerinde artmakta ve zaman içinde azalmaktadır. Amerika Birleşik Devletlerin (ABD)'de 1929 yılında başlayan ve Büyük Buhran olarak adlandırılan ekonomik krize bağlı olarak 1929-1934 yılları arasında yüksek oynaklık yaşanmıştır. 1987 yılının Ekim ayında Hong Kong borsasındaki kırılma ile başlayan, Avrupa ve ABD borsalarını etkisi altına alan finansal krizi çok kısa bir zaman periyodunda çok yüksek bir oynaklık takip etmiştir. ABD piyasalarında 11 Eylül 2001 öncesi yüksek seyreden oynaklık bu tarihten altı gün sonra tekrar açılan piyasalarda daha yüksek bir şekilde ortaya çıkmıştır. Öte yandan, enflasyon, işsizlik, Gayri Safi Yurt İçi Hasıla (GSYİH) gibi makro ekonomik değişkenlerde hisse senedi, döviz ve faiz oranı piyasalarındakioynaklık üzerine etki edebilmektedir (Taylor, 2011: 192).

Finans ve makroekonomi açısından belirlenmesi ve açıklanması önem arz eden bir diğer kavram Oynaklık Yayılımı (Taşması)dır. Oynaklık yayılımı farklı varlık veya piyasalar arasında ortaya çıkmaktadır. Hataların temel kaynağının varlıktaki veya piyasaya özgü esaslardaki değişimler olması durumunda oynaklık yayılımı ortaya çıkmamaktadır.Bu durumda büyük bir şok yalnızca belirli bir varlık veya piyasada oynaklık artışına sebep olmaktadır. Öte yandan, oynaklık yayılımının varlığı durumunda büyük bir şok yalnızca ortaya çıktığı varlık veya piyasada değil aynı zamanda diğer varlık veya piyasalarda da oynaklığı arttırmaktadır(Hong 2001: 184).

Oynaklık genellikle bilgi akışı ile ilgili bir kavramdır. Piyasa yeni haberlere tam ve eşanlı olarak uyum sağlasa dahi, bilgivarlığın piyasasındaki kendi getirilerinden veya fiyatlarından kaynaklanıyorsa oynaklık ortaya çıkabilmektedir.Bu nedenle varlıklar ve piyasalar arasındaki karşılıklı bilgi aktarımının nasıl olduğunu anlamak açısından oynaklık yayılımının analizi yararlı olmaktadır. Alternatif olarak, oynaklık yayılımı piyasa dinamikleri ile tutarlı olabilmekte ve özel bilgi veya heterojen kanılara bağlı olarak oynaklık sürekliliği göstermektedir (Hong 2001: 184).

1.1.4. Yüksek Frekanslı Zaman Serileri ve Oynaklık

Yüksek frekanslı finansal veriler finansal değişkenlerden günlük olarak, belirli bir zaman ölçeğinde veya zaman içinde düzensiz aralıklarla elde edilmektedir. Bilgisayar teknolojisi, veri kayıt ve depolama olanaklarındaki gelişmeler sayesinde yüksek frekanslı veriler kolay elde edilebilir hale gelmiştir. Yüksek frekanslı verilerin geniş bir kullanım alanı bulduğu çalışmalar genellikle çeşitli piyasalardaki mikro yapılar ile ilişkili konulardır. Bu konular; ilişkili piyasalar arasındaki rekabet, piyasa katılımcılarının stratejik davranışları ve gerçek zamanlı piyasa dinamiklerinin modellenmesi olarak sıralanabilmektedir (Yan ve Zivot, 2003: 1).

Anderson ve Bollerslev (1988) çalışmalarında, günlük ve düşük frekanslı gözlemlere kıyasla yüksek frekanslı gün içi getiri serilerinin finansal piyasa oynaklığı hakkında oldukça fazla bilgi içerdiğini göstermiştir (Andersen ve Bollerslev, 1998:299-300). Goodhart ve O'Hora (1997)'ya göre yüksek frekanslı veri setleri finansal piyasalara ilişkin birçok önemli konunun araştırılmasına izin vermektedir. Andersen (2000) oynaklığın öngörüsü aşamasında yüksek frekanslı verilerin öngörü performansını oldukça anlamlı düzeyde arttırabildiğini ifade etmiştir (Andersen 2000: 152).

Finansal oynaklık ve oynaklığın dinamik özelliklerine ilişkin bilgiler yüksek frekanslı verilerin varlığı ile elde edilebilmiştir. Oynaklığın tahmini problemi bakımından yüksek frekanslı veriler önemlidir. Zira yüksek frekanslı veriler tahminin doğruluğunu önemli ölçüde arttırmaktadır. Bu veriler sayesinde carioynaklık ve dolayısıyla gelecek oynaklık tahmininin doğruluğu da artmaktadır. Yüksek frekanslı verilerin oynaklık tahmini açısından önemi Hansen ve Lunde (2011) tarafından aşağıdaki gibi sıralamaktadır:

1. Yüksek frekanslı veriler oynaklığın tahmini için kilit öneme sahip dinamik özellikleri anlamayı sağlamaktadır.
2. Gerçekleşen ölçümler gelecektekioynaklığın iyi bir tahmincisi olmaktadır.
3. Gerçekleşen ölçümler daha doğru tahminler veren yeni oynaklık modellerinin gelişmesini sağlamaktadır.
4. Yüksek frekanslı veriler oynaklık tahmininin ölçümündeki önemli adımların ilerletilmesini sağlamıştır.
5. Gerçekleşen ölçümlerSürekli Zaman Oynaklık Modelleri gibi karmaşık oynaklık modellerinin tahminini kolaylaştırabilmekte ve gelişmesini sağlayabilmektedir. Böylece bu gibi modellerde parametre belirsizliğindeki azalmaya bağlı olarak tahminler daha iyi hale gelmektedir.
6. Yüksek frekanslı veriler sayesinde oynaklığı yönlendiren etkenlerin ve bu etkenler arasındaki ilişkinin önemi daha iyi anlaşılmaktadır. Örneğin, haber ilanlarının detaylı analizi yüksek frekanslı veriler ile yapılabilmekte ve finansal piyasalar üzerine etkileri araştırılabilmektedir.

Oynaklığın yüksek frekanslı veriler ile tahmini genel olarak iki grupta toplanmaktadır. Bunlardan ilki İndirgenmiş Form Oynaklık Tahmini diğeri ise Model Temelli Tahmini'dir. İndirgenmiş form yaklaşımı gerçek ölçümlerin zaman serisi modelleri (ARIMA gibi) ile modellendiği durumları ve oynaklık öngörülerini üreten tahmin modellerini kapsamaktadır. Model Temelli yaklaşımlarda ise oynaklık tahmini getiri modellerinden elde edilmektedir. Örneğin, getiri dağılımlarının tümünün belirlendiği Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) tipi modeller Model Temelli'dir. Bu türden tahminler için parametrik model tahmin edilmekte ve tahminlenen bu model oynaklık tahmininde kullanılmaktadır (Hansen ve Lunde, 2011:5).

1.2. GETİRİ SERİLERİ

Finansal çalışmalarda genellikle varlıkların fiyatları yerine getiri değerleri ele alınmaktadır. İstatistiki birçok nedene bağlı olarak doğrudan fiyat serisi ile çalışmak yerine ham fiyat serileri getiri serilerine dönüştürülmektedir. Böylece elde edilen getiri serilerinin ortalaması sıfır olmaktadır.Campbell, Lo ve MacKinlay (1997)getiri serilerinin tercih edilmesini iki temel nedene bağlamaktadır. Bu nedenlerden ilki

ortalama bir yatırımcı için yatırım fırsatı açısından varlık getirisininönemli ve ölçü biriminden bağımsız olmasıdır. Getiri serilerinin tercih edilmesinin ikinci nedeni ise, getiri serilerinin istatistiki özellikleri nedeniyle bu serilerin fiyat serilerine kıyasla daha kolay analiz edilmesidir(Campbell, Lo ve MacKinlay, 1997: 9).

Varlık getirilerine ilişkin birçok tanım bulunmaktadır. P_t, t döneminde varlık fiyatını ifade etmek üzere getiri kavramına ilişkin tanımlar aşağıdaki gibidir: (Tsay, 2005:5)

Tek Dönemlik Basit Getiri

Varlığın $t-1$ döneminden t dönemine kadar elde tutulması durumunda temel toplam getiri,

$$1+R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} \text{ veya } P_t = P_{t-1}(1+R_t).$$

Bir periyod için basit net getiri veya basit getiri

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \text{ olarak tanımlanmaktadır.}$$

Çok Dönemlik Basit Getiri

$t-k$ ve t dönemleri arasındaki k dönem için basit toplam getiri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} 1+R_t[k] &= \frac{P_t}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} \times \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \times \cdots \times \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} \\ &= (1+R_t) + (1+R_{t-1}) \cdots (1+R_{t-k+1}) \\ &= \prod_{j=0}^{k-1} (1+R_{t-j}) \end{aligned}$$

k dönem için basit net getiri

$$R_t[k] = \frac{P_t - P_{t-k}}{P_{t-k}} \text{ olarak ifade edilmektedir.}$$

Logaritmik Getiri veyaSürekli Bileşik Getiri

Basit toplam getirinin doğal logaritması Sürekli Bileşik Getiri veyaLogaritmik Getiriolarak isimlendirilmektedir.

$$r_t = \ln(1+R_t) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = p_t - p_{t-1}, \qquad (2)$$

(2)'nolu eşitlikte $p_t = \ln(P_t)$'dir. Logaritmik getiri serileri r_t, basit net getirilere, R_t, kıyasla bazı avantajlara sahiptir. İlk olarak, çok dönemli getiriler (3) nolu denklemdeki gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} r_t[k] &= \ln(1+R_t[k]) = \ln[(1+R_t)(1+R_{t-1})\cdots(1+R_{t-k+1})] \\ &= \ln(1+R_t)+\ln(1+R_{t-1})+\cdots+\ln(1+R_{t-k+1})] \\ &= r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Çok dönemli getiri değerlerinin her bir döneme ait getiri değerlerinin toplamı olduğu görülmektedir. Böylece, logaritmik getirlerin istatistiki özellikleri daha kolay elde edilmektedir.

Basit getiri R_t ile logaritmik getiri r_t arasındaki ilişki şöyledir:

$r_t = \ln(1+R_t),\ R_t = e^{r_t} - 1.$

R_t ve r_t getirileri yüzde cinsinden ifade edilirse,

$$r_t = 100\ln(1+\frac{R_t}{100}),\ R_t = 100(e^{r_t/100} - 1).$$

Getirilerin zaman içinde toplamı ile aşağıdaki ifade elde edilmektedir.

$1+R_t[k] = (1+R_t)(1+R_{t-1})\cdots(1+R_{t-k+1}),$

$r_t[k] = r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k+1}.$

Finans literatüründegenellikle logaritmik getiri formülasyonu tercih edilmektedir. Zira bu formülasyon kolay hesaplanabilmekte ve varlıklar arasında karşılaştırma yapmaya olanak sağlamaktadır. Örneğin, günlük getiri serilerinin toplanması sonucu haftalık getiri serisi kolaylıkla elde edilebilmektedir (Brooks, 2008:8).

1.3. OYNAKLIK VE FİNANSAL GETİRİ SERİLERİNİN KARAKTERİSTİK ÖZELLİKLERİ

Günlük getiri serilerinin sahip oldukları karakteristik özellikler oynaklığın stokastik bir süreç olması ile açıklanabilmektedir. Bu stokastik süreçte bugünkü oynaklık değeri ile gelecekteki herhangi bir güne ait oynaklık değeri arasında pozitif korelasyon bulunmaktadır. Günlük getiri serisi (4) nolu eşitlikte gösterildiği gibiele alındığında,

$$r_t = \mu + \sigma_t u_t \quad (4)$$

Getiri serisine ilişkin varsayımlar aşağıdaki gibidir(Taylor, 2011:195-196):

- Beklenen getiri değeri μ sabittir;
- σ_t pozitif rassal değişkendir;
- $\{\sigma_t\}$ Durağan stokastik bir süreçtir. $E[\sigma_t^4]$ sonludur. $\{\sigma_t^2\}$ Sürecinin tüm otokorelasyonları pozitiftir;
- u_t standart normal dağılıma sahip rassal değişkendir. Böylece $u_t \sim N(0,1)$;
- u_t bağımsız özdeş dağılıma sahip değişkenlerdir;
- $\{\sigma_t\}$ ve $\{u_t\}$ süreçleri stokastik olarak bağımsızdır. $(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n)$ ve $(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ vektör değişkenleri tüm mümkün n tamsayı değerleri için bağımsızdır.

Bu varsayımlar, getirilere ilişkin temel özelliklerin oynaklık değişimleri tarafından açıklanabilen bölümü için bir çerçeve oluşturmaktadır. $\{\sigma_t\}$ belirli bir stokastik bir süreç olarak ele alınarak bu çerçeve genişletilebilir.

Doğru modelin spesifikasyonu, tahmini ve öngörümlemesi için önem taşıyan ve finansal zaman serilerinin göstermesi gereken belirli özellikler aşağıdaki gibidir:

Kalın Kuyruk. Finansal piyasalarda getirilerin Gaussyan olmadığını gösterenFama (1963, 1965), Mandelbrot (1963) ve Mandelbrot ve Taylor (1967) çalışmalarında finansal serilerde kalın kuyruk özelliğini ortaya koymuştur.

Getiri serilerinin dağılımı normal dağılıma uymamaktadır.(4) nolu denklemden getirilerin dağılımının normal dağılımların karışımı olduğu görülmektedir. Bu karışım oynaklığın dağılımı tarafından belirlenmektedir. Karışım dağılımı normal dağılıma kıyasla daha yüksek basıklık değerine sahiptir. Bu durum aşağıdaki gibi açıklanabilmektedir (Taylor, 2011:195-196):

$$\mathrm{var}(r_t) = E[(r_t-\mu)^2] = E[\sigma_t^2 u_t^2] = E[\sigma_t^2]E[u_t^2] = E[\sigma_t^2],$$

$$E[(r_t-\mu)^4] = E[\sigma_t^4 u_t^4] = E[\sigma_t^4]E[u_t^4] = 3E[\sigma_t^4],$$

$$\mathrm{kurtosis}(r_t) = \frac{3E[\sigma_t^4]}{E[\sigma_t^2]^2} = 3\left(1 + \frac{\mathrm{var}(\sigma_t^2)}{E[\sigma_t^2]^2}\right) > 3.$$

Normal dağılımın standardize dördüncü moment değeri 3 değerine eşittir. Oysaki finansal zaman serilerinde bu değer 3 değerinin üzerindedir. Yüksek sivriliğin modellenebilmesi için dağılımların normal dağılımdan daha kalın kuyruklara sahip olması gerekmektedir (Knight ve Satchell, 2007:3-4).

Otokorelasyon. Getiri serilerinin genellikle korelasyonsuz olduğu bilinmektedir. Tüm pozitif gecikmelerde (τ) otokorelasyon değerleri sıfırdır. Bu durum aşağıdaki gibi ispatlanabilmektedir:

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}(r_t, r_{t+\tau}) &= \operatorname{cov}(\sigma_t u_t, \sigma_{t+\tau} u_{t+\tau}) \\ &= E[\sigma_t u_t \sigma_{t+\tau} u_{t+\tau}] - E[\sigma_t u_t] E[\sigma_{t+\tau} u_{t+\tau}] \\ &= E[\sigma_t \sigma_{t+\tau}] E[u_t] E[u_{t+\tau}] - E[\sigma_t] E[\sigma_{t+\tau}] E[u_t] E[u_{t+\tau}] \\ &= 0 - 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

Son olarak, getirilerin hem mutlak hem de karesel değerleri pozitif otokorelasyonludur. $s_t = (r_r - \mu)^2$ olarak ifade edildiğinde tüm pozitif gecikmeler (τ) için,

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}(s_t, s_{t+\tau}) &= \operatorname{cov}(\sigma_t^2 u_t^2, \sigma_{t+\tau}^2 u_{t+\tau}^2) \\ &= E[\sigma_t^2 u_t^2 \sigma_{t+\tau}^2 u_{t+\tau}^2] - E[\sigma_t^2 u_t^2] E[\sigma_{t+\tau}^2 u_{t+\tau}^2] \\ &= E[\sigma_t^2 \sigma_{t+\tau}^2] E[u_t^2] E[u_{t+\tau}^2] - E[\sigma_t^2] E[\sigma_{t+\tau}^2] E[u_t^2] E[u_{t+\tau}^2] \\ &= \operatorname{cov}(\sigma_t^2, \sigma_{t+\tau}^2)\end{aligned}$$

$\operatorname{cov}(s_t, s_{t+\tau}) > 0$ 'dır.

Oynaklık sürecindeki pozitif bağımlılık karesel artan getirilerdeki pozitif bağımlılık anlamına gelmektedir. Aynı şekilde mutlak artan getiriler için de pozitif bağımlılık geçerli olmaktadır (Taylor, 2011:195-196).

Oynaklık Kümelemesi. Mandelbrot (1963) pamuk fiyatlarındaki günlük değişimi ele alarak Oynaklık Kümelemesi kavramını ortaya atmıştır.Oynaklık kümelemesi, finansal piyasalarda büyük fiyat değişimlerini büyük fiyat değişimlerinin, küçük fiyat değişimlerini küçük fiyat değişimlerinin izlediği anlamına gelmektedir. Finansal serilerin en karakteristik özelliklerinden biri oynaklık periyodlarındaki kümelemedir.Bu da finansal serilerin zaman içinde değişen yapısını göstermektedir. Büyük hareketleri gelecekte büyük hareketler takip etmektedir. Bu

özellik şokların sürekliliğinin işaretidir. Bu durumda, korelogramlar ve Box-Ljung istatistikleri genişletilmiş gecikme uzunluklarında anlamlı korelasyonlara işaret etmektedir (Knight ve Satchell, 2007:3-4).

Kaldıraç Etkisi.Fiyat hareketlerinin oynaklık ile negatif ilişkili olduğunu diğer bir ifade ile negatif şokların oynaklığı pozitif şoklara kıyasla daha fazla arttırdığını ileri süren Kaldıraç Etkisi teorisi ilk kez Black (1976), Christie (1982) ve Nelson (1991) tarafından ortaya atılmıştır. Black (1976) tarafından hisse senedi getiri serileri için ele alınan teoriyi Christie (1982) büyük şirketlere ait veriler ile incelemiştir. Nelson (1991) ise çalışmasında Temmuz 1962- Aralık 1987 dönemi için günlük değer ağırlıklı endeksgetirleri ile kaldıraç etkisine ilişkin amprik bulguları ortaya koymuştur.

Uzun Hafıza. Özellikle yüksek frekanslı verilerde oynaklık yüksek sürekliliğe sahiptir. Bunun kanıtı koşullu varyans sürecindeki birim kökün davranışıdır. Sürekliliğin modellenmesi için iki yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler: birim kök ve uzun hafıza yöntemlerdir. ARCH ve Stokastik Oynaklık (SV) modelleri oynaklığın sürekliliğinde uzun hafıza yöntemini kullanmaktadır (Knight ve Satchell, 2007:3-4).

Oynaklıkta Birlikte Hareketlilik. Farklı piyasalara ait finansal zaman serileri ele alındığında, örneğin farklı para birimleri için döviz kuru getiri serileri, bir para birimindeki büyük bir değişimin bir başka para birimindeki büyük bir değişim ile eşleştiği görülmektedir. Bu durum farklı piyasalar arasındaki çapraz korelasyonun çok değişkenli modeller ile modellenmesinin önemini ortaya koymaktadır (Knight ve Satchell, 2007:3-4).

1.4. OYNAKLIĞIN MODELLENMESİ

Finansal piyasalardaki oynaklığın artması risk artışını da beraberinde getirmektedir. Risk ölçüsü olması bakımından oynaklığın modellenmesi önemli hale gelmektedir. Döviz kurları, faiz oranları ve borsa endeksleri gibi finansal değişkenlerin oynaklığı bu değişkenlerin beklenen değerlerinden ne ölçüde uzaklaştığının ölçüsüdür. Ani ve hızlı değişimlerin neden olduğu oynaklığın modellenmesi riskten korunmak bakımından önemlidir (Gürsakal, 2011: 161).Öte yandan oynaklığın ölçümü fiyat ölçümü gibi değildir. Zira oynaklık gözlenememektedir.

Finansal zaman serileri verileri ekonomik zaman serilerinden farklı sınıflanmaktadır. Bunun nedeni finansal zaman serilerinin ampirik özellikleridir.

Finansal getirilerdeki belirsizlik sermaye piyasası türev ürünleri, risk yönetimi, etkin varlık dağıtımı gibi konuların değerlendirilmesine ilişkin finansal modellerin oluşturulmasında önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle en önemli nokta oynaklığın analiz edilmesidir(Pellegrini ve Rodriguez, 2007: 3). Bu amaçla Engle (1982) tarafından ortaya atılan ARCH modelin ardından Bollerslev (1986) tarafından önerilen Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) model finansal piyasa oynaklığının zaman serisi modellemesi kapsamında araştırılmasını sağlamıştır. Günlük, haftalık, aylık ve çeyrek dönemlik getiri serilerinin dinamik özelliklerinin modellenmesinde standart GARCH veya SVmodelleri uygun olmaktadır.

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0,1) \tag{5}$$

(5)'nolu modele dayalı birçok alternatif oynaklık modeli bulunmaktadır. Ancak bu modeller oynaklık değişkeni σ_t^2'nin modellenmesindeki farklılıklar açısından birbirinden ayrılmaktadır. Dacorogna(2001)'e göre oynaklık modelleri üç temel gruptan oluşmaktadır. Bu modeller kısaca aşağıda gibi sunulmuştur. (Dacorogna, 2001:220)

a. ARCH Tipi Modeller. ARCH tipi modeller getiri serisi y_t'nin varyansı σ_t^2'yi geçmiş getirilerin fonksiyonu olarak tanımlamaktadır. Örneğin, GARCH sürecinde σ_t geçmiş getiri değerlerinin yanı sıra kendi geçmiş değerlerine de bağlı olmaktadır. σ_t doğrudan gözlemlenememektedir. Ancak yeterince uzun bir getiri serisinin elde olması durumunda tahmin edilebilmektedir (Dacorogna, 2001:220).

b. SV Modelleri. SV modellerinde, oynaklık değişkeni σ_t, geçmiş getiri değerlerine bağlı değildir. Oynaklık değişkeni σ_t kendi geçmiş değerlerine bağlı olarak doğrudan gözlenememekteve geçmiş getiri değerlerinden de hesaplanamamaktadır. Bunun sonucu olarak,SV modellerinin tahmini ARCH tipi modellere göre güç olmaktadır. σ_t 'nin istatistiki süreci belleğe sahiptir. Bundan dolayı otoregresif koşullu değişen varyans davranışları SV modelleri ile elde edilebilmektedir. (Dacorogna, 2001:220)

c. Gerçekleşen Oynaklığa Dayalı Modeller.Anderson vd. (2000) gerçekleşen oynaklık ve korelasyonun doğrudan modellenmesi ve tahmini için genel bir çerçeve sunmuştur. Önerilen metotlar kolay ve çok değişkenli durumlara uygulanabilir özellikler taşımaktadır. Bu modeller, σ_t'yi modellemek yerine, σ_t'yi $t-1$ indeksinden

hesaplayarak gerçekleşen oynaklık olarak tanımlamayı önermektedir. Gerçekleşen oynaklık modeli,stokastik hataları düşük seviyede tutmak için, yüksek frekanslı verilerden elde edilmektedir (Anderson vd., 2000: 561; Dacorogna, 2001:220).

İKİNCİ BÖLÜM

BAYESYEN ANALİZ

İstatistiki çıkarsamada iki yaklaşım bulunmaktadır. Bunlardan ilki en yüksek olabilirlik (ML) prensibine dayalı klasik yaklaşım diğeri ise Bayesyen yaklaşımdır. ML yaklaşımında olabilirlik fonksiyonunu maksimizasyonu ile model tahmin edilmektedir. Bayesyen yaklaşımda ise önsel inanç ve veri bir araya getirilerek ardıl dağılımlar elde edilmektedir. Elde edilen istatistiksel sonuçlar ise bu ardıl dağılımlara dayanmaktadır. Her iki yaklaşımda yararlı ve yaygın kabul görülmüş yaklaşımlardır. Ancak klasik istatistiki yöntemlerden farklı olarak Bayesyen yaklaşımda örnekten elde edilen bilgiye ek olarak ön bilgi dağılışları da kullanılmaktadır. Teorik olarak mevcut veri ve ön bilgi dağılışı kullanılarak son bilgi dağılışı kolayca elde edilmektedir. Ancak uygulamada çoğu kez parametreye ait son bilgi dağılımını elde etmek güç olmaktadır. Ancak Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemlerindeki gelişmeler sayesinde Bayesyen analizin uygulanabilirliği büyük ölçüde gelişmiştir (Tsay, 2005: 547).

Çalışmanın bu bölümünde Bayesyen analiz konusuMCMC yöntemleri ile simülasyon, alternatif algoritmalar, MCMC yönteminde yakınsama kriterleri, Bayesyen analizde model seçim kriterleri başlıkları çerçevesinde ele alınmıştır.

2.1. MCMC YÖNTEMLERİ İLE SİMÜLASYON

Bayesyen analizde ardıl dağılımların belirlenmesi önem taşımaktadır. Ancak ardıl momentlerin elde edilmesi için gerekli integrallerin çözümü zor ya da imkansız olmaktadır. Bu nedenle Monte Carlo ve simülasyon tekniklerini bir araya getiren algoritmalar geliştirilmiştir. Bu algoritmalar genel olarak Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) olarak isimlendirilmektedir.MCMC Yöntemi teknikleri Metropolis ve Ulam (1949) tarafından gerçekleştirilen The Monte Carlo Method isimli çalışmadan bu yana bulunmaktadır. Ancak yöntem 1990'lı yıllarda popüler hale gelmiştir.

MCMC yöntemi hedef dağılımdan çoklu gözlem örnekleri üreten bir simülasyon tekniğidir. Markov sürecinin sıfır uzayına geçişi bir özellikle belirlenmektedir. Ardından bilgisayar tabanlı Monte Carlo simülasyonu ile Markov

zinciri çok sayıda tekrarlanmaktadır. Böylece dağılımdan örneklemler çekilmektedir. Elde edilen örneklemlerin ortalamaları beklenen değerin yaklaşık değerini bulmak için kullanılmaktadır. Sonuç olarak, çeşitli koşul setleri altında hedef dağılımdan örnekler elde edilmektedir (Chib ve Greenberg, 1996: 409).

Markov zincirinden tekrarlı örnekler ile verilen çok değişkenli yoğunluktan tesadüfi değişkenler üretilmektedir. Bu amaçla Markov Zincirini oluşturmada birçok farklı yol bulunmaktadır. Bu yöntemler; Gibbs (Geman ve Geman, 1984), Metropolis ve diğerleri (1953) ve Hasting (1970) yöntemleridir (Cengiz vd. 2012: 17; Çetinkaya, 2008:3).

MCMC yöntemleri kapsamında ilk method Metropolis, Rosenbluth, Rosenbluth, Teller ve Teller (1953) tarafından Değiştirilmiş Monte Carlo İntegrasyonu olarak ortaya atılmıştır. Hastings (1970) ise, Metropolis ve diğerleri tarafından geliştirilen örnekleme yönteminin geliştirilmiş halini uygulama teknikleri ile sunmuştur. Metropolis ve diğerleri (1953) tarafından ortaya atılan ve Hastings (1970) tarafından geliştirilen bu yöntem günümüzde Metropolis-Hastings (MH) yöntemi olarak isimlendirilmektedir.

Kim ve diğerleri (1998) çalışmalarında teorik finans literatüründe önemli bir yere sahip olan SV modellerin tahmini bakımından MCMC yöntemini açıklamışlardır. Buna göre kesikli zaman tek değişkenli SV modeli aşağıdaki gibi ele alındığında,

$$
\begin{aligned}
y_t &= \beta e^{h_t/2}\varepsilon_t \\
h_{t+1} &= \mu + \phi(h_t - \mu) + \sigma_\eta \eta_t \\
h_1 &\sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}\right)
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

Modelin bilinmeyen parametreler vektörü $\theta = (\phi, \sigma_\eta^2, \mu) \in (-1,1)$ olmak üzere modelin olabilirlik fonksiyonu $f(y \mid \theta) = \int f(y \mid h, \theta) f(h \mid \theta) dh$'dır. Fonksiyonunun çözümünün zor olması ise SV modelin tahmininde en önemli sorunu oluşturmaktadır. Bu sorunardıl yoğunluk $\pi(\theta \mid y)$'nin MCMC ile doğrudan analizini engellemektedir. Söz konusu bu problemin üstesinden ise $\pi(\theta, h \mid y)$yoğunluğu kullanılarak gelinmektedir. Burada n tane gizil oynaklık vektörü $h = (h_1, ..., h_n)$ olarak ifade edilmiştir. Sonuç olarak, MCMC prosedürleri olabilirlik fonksiyonu $f(y \mid \theta)$

'yıhesaplanmaksızın tekrarlı örnekler üretebilmektedir(Kim, Shephard ve Chib, 1998:364).

MCMC algoritmalarının avantajı, bu algoritmalar ile sonlu sayıda gözlem değerinden sonsuz sayıda örneklem elde edilebilir olmasıdır. MCMC algoritmalarından elde edilen örneklem özellikleri ise değişkenlik göstermektedir. Bu çizimler (örnekler), uygun ergodik teoremlere başvurarak, Markov zincirleri için çıkarımlar yapmanın temeli olarak kullanılabilmektedir. Örneğin, ardıl momentler ve marjinal yoğunluklar ilgilenilen uygun fonsiyonun örneklenen değişkenler üzerine ortalamasıyla tahmin edilebilmektedir. θ 'nın ardıl ortalama değeri simüle edilmiş θ değerlerinin örnek ortalamasından kolaylıkla elde edilmektedir. Bu tahminler simülasyon örnek büyüklüğü arttırılarak "kesin" hale getirilebilmektedir. Zira kötü işleyen algoritmalarda serisel korelasyonun son derece yüksek olduğu görülmektedir Bu nedenle sonuçlanan tahminlerin doğruluğu standart zaman serileri yöntemleri ile belirlenmektedir. Böylece çizimlerdeki serisel korelasyonlar düzeltilebilmektedir (Asai, 2005: 282).

MCMC yöntemleri pratik ve esnek olmalarına karşın bir kısım zorlukları da içermektedir. MCMC yöntemlerine ilişkin iki temel zorluk bulunmaktadır. Bunlar; yakınsama için Markov zincirlerinin yeterince uzun tekrarı ve doğru çıkarımları sağlayacak kadar simülasyonçizimlerine sahip olma olarak sınıflandırılabilir (Gelman ve Shirley, 1996: 164).

- Simülasyonların dağılımı algoritmanın başlangıç değerlerine bağlı olmaktadır. Bu nedenle kayıp veriler ve gözlenemeyen parametreler içinde başlangıç değerleri belirlenmelidir. Simülasyonların yeterli uzunlukta olması durumunda başlangıç değerleri süreç içinde unutulmaktadır. Diğer bir ifade ile başlangıç değerlerinin etkisi ortadan kalkmaktadır.
- Çıkarsamalar deterministik tahminler yerine simülasyonlara dayalıdır. Bunun sonucu olarak yeterli simülasyon sağlandığında Monte Carlo hatası gibi hatalar göz ardı edilmektedir.

2.1.1. Markov Zinciri Simülasyonu

Bayes teoremine göre, P bir olasılık yoğunluk fonksiyonunu gösterirken θ parametre vektörü, $\{X_t\}$ stokastik süreç ve X_t 'nin Θ parametre uzayında bir değer

olduğu varsayılırsa, $\{X_t\}$ sürecinin koşullu dağılım fonksiyonu aşağıdaki koşulu sağlıyorsa $\{X_t\}$ süreci Markov sürecidir.

$$P(X_h \mid X_s, s \le t) = P(X_h \mid X_t),\ h > t$$

$\{X_t\}$ süreci kesikli zaman stokastik süreç ise, önsel özellik aşağıdaki gibidir:

$$P(X_h \mid X_t, X_{t-1}, ...) = P(X_h \mid X_t),\ h > t$$

A, Θ 'nın alt kümesi olarak alındığında,

$$P_t(\theta, h, A) = P(X_h \in A \mid X_t = \theta),\ h > t$$

Fonksiyon Markov sürecinin geçiş olasılık fonksiyonu olarak isimlendirilmektedir. Geçiş olasılık fonksiyonunun $h - t$ 'ye bağlı olması durumunda, süreç durağan geçiş dağılımına sahiptir.

θ parametre vektörü ve X veri matrisi olmak üzere, $\theta \in \Theta$ $P(\theta \mid X)$ dağılımının bilinmesi gerekmektedir. Markov zinciri simülasyonunun temel fikri Markov sürecini Θ 'da simüle etmek ve sürecin durağan geçiş dağılıma yani $P(\theta \mid X)$ 'ye yakınsamasını sağlamaktır.

Markov zinciri simülasyonu için kilit öneme sahip nokta Markov sürecinin oluşturulmasıdır. Bu sürecin durağan geçiş dağılımı ise belirlenmiş $P(\theta \mid X)$ 'dir.Simülasyon yeterince uzun gerçekleştirildiğinde sürecin cari değerlerinin dağılımı durağan geçiş dağılımına yeterince yakın olmaktadır. $P(\theta \mid X)$ verildiğinde istenilen özellikteki birçok Markov süreci oluşturulabilmektedir. Böylece, $P(\theta \mid X)$ dağılımının elde edilmesinde Markov zinciri simülasyonunu kullanan yöntemler MCMC yöntemleri olarak adlandırılmaktadır (Tsay, 2005:543-544).

2.1.2. Gibbs Örnekleme

Gibbs Örnekleme Markov zincirilerini kullanarak gerçekleştirilen stokastik simülasyon yöntemlerinden en yaygın olanıdır. Gibbs örnekleyicisi, iki veya daha fazla değişkenin ortak dağılımından rassal örneklem dizileri çekme yöntemidir. Bu bağlamda örneklemede ilgilenilen ardıl dağılım Gibbs dağılımıdır. Gibbs dağılımı ise aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$f(x_1,\ldots,x_d) \propto \exp\left[-\frac{1}{kT}E(x_1,\ldots,x_d)\right] \qquad i=1,\ldots,d \qquad (7)$$

(7) nolu ifadede k pozitif sabiti; T sistemin sıcaklığını; E pozitif fonksiyonu ve x_i ilgilenilen değişkenin i. elemanını ifade etmektedir. Ancak (7)'de yer alan değişkenler uzaktan algılama süreçlerine uygun olmaktadır (Gamerman, ve Lopes, 2006: 141).

Geman ve Geman (1984)tarafındangörüntü analizi literatüründeortaya atılan en popüler MCMC metotu Gibbs Örnekleme ya da Gibbs Örneklekleyicisi'dir. Geman ve Geman (1984) Gibbs dağılımına dayananBayesyen yaklaşımı kullanarak, Hiyerarşik stokastik modelini tanıtmıştır. Tanner ve Wong (1987) ardıl dağılımın elde edilmesinde Gibbs örnekleme algoritmasının kullanılabileceği yönünde çerçeveyi genişletmiştir. Ardından Carlin, Gelfand ve Smith (1992), Gelfand, Hills, Racine-Poon ve Smith (1990), Gelfand ve Smith (1990) ve Verdinelli ve Wasserman (1991) çalışmalarında Gibbs Örnekleyicisini çeşitli önemli istatistiki problemlerin Bayesyen hesaplamalarını gerçekleştirmek için kullanmışlardır (Ritter ve Tanner, 1992: 861). İstatistik literatüründe ise Gelfand ve Smith (1990) çalışmalarında Bayesyen çerçevede marjinal ardıl dağılımın hesaplanmasında Gibbs örneklemenin de dahil olduğu çeşitli örnekleme yaklaşımlarını karşılaştırmalı olarak ele almışlardır.

Gibbs örneklemesinde geçiş olasılığı tam koşullu dağılımlar ile tanımlanmaktadır. İlgilenilen dağılım $\pi(\theta)$ bileşik dağılımı ve $\theta=(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_d)'$ olarak kabul edilsin. θ 'nın her bir elemanı skaler, vektör ya da matris olabilmektedir. Bu durumda tam koşullu dağılım $\pi_i(\theta_i)=\pi(\theta_i \mid \theta_{-i}), i=1,\ldots,d$ verildiğinde bu dağılımdan örneklem çekilebilmektedir. Bu durumda her bir θ_i için tam koşullu dağılım,

$$\pi_i(\theta_i)=\pi(\theta_i \mid \theta_{-i})=\frac{\pi(\theta_i \mid \theta_{-i})}{\int \pi(\theta_i \mid \theta_{-i})d\theta_i}, \qquad i=1,\ldots,k. \qquad (8)$$

olarak ifade edilmektedir. Gibbs örnekleyicisi için tam koşullu dağılımların bilinmesi önemlidir. Çünkü tam koşullu dağılımların elde edilebilir olması tam koşullu dağılımların "kesin" olarak bilindiği ve bu dağılımlardan örneklem çekilebileceği anlamına gelmektedir. Gibbs örneklemedeamaç tam koşullu dağılım $\pi(\theta)$'dan birbirini izleyen veri üretme süreciile örneklem elde etmektir. Bu amaçla tam koşullu dağılımlardan biribirini izleyen itarasyonlar ile örneklem

çekilmektedir.Değişkenlerden birinin yada bir alt değişken setinin marjinal dağılımına yaklaştırma ile gizil değişkenler veya bilinmeyen parametreler belirlenmektedir.Gibbs örneklemede parametre ifadesi son derece geniş anlamda kullanılmaktadır. MCMC çerçevesinde kayıp gözlemler de parametre olarak dikkate alınmaktadır. Gibbs örneklemesinin adımları aşağıdaki gibidir(Gamerman, ve Lopes, 2006: 142-143; Tanner, 1996: 139; Tsay, 2005: 545):

1. Zincirin iterasyon sayacı diğer bir ifade ile iterasyon sayısı $j=1$ olarakalınır.Başlangıç değeri ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)},\ldots,\theta_d^{(0)})';$$

2. $\theta^{(j)} = (\theta_1^{(j)},\ldots,\theta_d^{(j)})'$'nin yeni değerleri $\theta^{(j-1)}$'den birbirini izleyen üretim süreci ile aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\theta_1^{(j)} \sim \pi(\theta_1 \mid \theta_2^{(j-1)},\ldots,\theta_d^{(j-1)}),$$

$$\theta_2^{(j)} \sim \pi(\theta_2 \mid \theta_1^{(j)},\theta_3^{(j-1)},\ldots,\theta_d^{(j-1)}),$$

$$\vdots$$

$$\theta_d^{(j)} \sim \pi(\theta_d \mid \theta_1^{(j)},\ldots,\theta_{d-1}^{(j)});$$

3. İterasyon sayacı j yerine $j+1$ getirilerek (2)'nolu adıma geri dönülmektedir. Bu iterasyon süreci yakınsama sağlanıncaya kadar devam etmektedir.Böyleceher bir değişken için gözlemler sırasıyla elde edilir.Yakınsama sağlandığında $\theta^{(j)}$'nin sonuç değer π'den elde edilen çekiliştir. Diğer bir ifade ile $\theta^{(j)}$ vektörü $\pi(\theta)$ dağılımından bir örneklem olarak nitelendirilmektedir. İterasyonların sayısı arttıkça zincir kendi denge noktasına yaklaşmaktadır. Bu durumda yakınsamanın yaklaşık olarak sağlandığı varsayılmaktadır (Gamerman ve Lopes, 2006: 142-143; Tanner, 1996: 139).

Gibbs örnekleme yöntemi değişkenlerin ortak dağılımlarından gözlem örneklerini çekmenin zor olduğu durumlarda tercih edilebilmektedir(Kenndy,2003:626). Örneğin x_1 ve x_2 gibi iki değişkeni ele alalım. Gibbs örnekleyicisinin amacı x_1 ve x_2 değişkenlerinin ortak dağılımından, $f(x_1,x_2)$,rassal (x_1,x_2) gözlemlerini çekmektir. x_1 ve x_2 değişkenlerinin ortak dağılımından gözlemleri çekmenin zor ancak x_2'nin x_1 üzerine koşullu dağılımdan, $f(x_2 \mid x_1)$, ve x_1

'in x_2 üzerine koşullu dağılımından, $f(x_1 \mid x_2)$, örnekler çekmenin kolay olduğu durumlar için Gibbs örnekleyicisi uygun bir yöntemdir. Bu yöntem ile x_1'in keyfi olarak belirlenen x_2 başlangıç değeri x_2^0 üzerine koşullu dağılımdan, x_1'e ait ilk gözlem değeriolan x_1^1 elde edilmektedir. Ardından x_2'nin x_1^1 üzerine koşullu dağılımından x_2^1 değeri elde edilmektedir. Bu iterasyon süreci yakınsama sağlanıncaya kadar devam etmektedir. İterasyonlar sonucunda x_1 ve x_2 gözlemler çifti için rassal gözlem örnekleri şeçilmiş olacaktır.Gibbs örneklemesinde koşullu dağılımdan birbirini izleyen veri üretme sürecini aşağıdaki gibidir (Greenberg 2008: 92):

1. x_2^0 başlangıç değeri belirlenir.
2. İlk iterasyon ile,

   $x_1^1, f(x_1 \mid x_2^0)$ dağılımından;

   $x_2^1, f(x_2 \mid x_1^1)$ dağılımından elde edilmektedir.
3. g 'ninci iterasyonda

   $x_1^g, f(x_1 \mid x_2^{g-1})$ dağılımından;

   $x_2^g, f(x_2 \mid x_1^g)$ dağılımından elde edilmektedir.

Üç parametreli durum için Gibbs Örnekleyicisini ele alalım. $\theta_1, \theta_2, ve\, \theta_3$ parametreleri ifade etmektedir. X mevcut verilerin toplamını ve M tahminlenen modeli göstermektedir. Burada amaç parametrelerin tahmin edilmesidir. Böylece tahmin edilen modelden çıkarımlar yapılabilecektir. Modelin olabilirlik fonksiyonunun elde edilmesinin zor olduğunu ancak her bir parametrenin diğer parametrelere göre koşullu dağılımlarının mevcut olduğunu varsayılsın. Diğer bir ifade ile aşağıdaki üç koşullu dağılım bilinmektedir (Tsay, 2005: 545-547):

$$f_1(\theta_1 \mid \theta_2, \theta_3, X, M),\ f_2(\theta_2 \mid \theta_3, \theta_1, X, M),\ f_3(\theta_3 \mid \theta_1, \theta_2, X, M),$$

Veri, model ve diğer iki parametre verildiğinde θ_i parametresinin koşullu dağılımı $f_i(\theta_i \mid \theta_{j \neq i}, X, M)$ olarakifade edilmektedir. Uygulamada koşullu dağılımların kesin formunun bilinmesi gerekmemektedir. Uygulamada istenen bu üç koşullu dağılımın her birinden rassal sayılar çekebilmesidir.

$\theta_2 ve\, \theta_3$ parametreleri için isteğe bağlı olarak $\theta_{2,0}$ ve $\theta_{3,0}$ başlangıç değerleri verilsin. Gibbs örnekleyicisi aşağıdaki adımları izleyerek ilerlemektedir:

1. $f_1(\theta_1 \mid \theta_2, \theta_3, X, M)$ 'den rassal örnek çekilir. Rassal çekiliş $\theta_{1,1}$ ile gösterilir.

2. $f_2(\theta_2 \mid \theta_3, \theta_1, X, M)$ 'den rassal örnek çekilir. Rassal çekiliş $\theta_{2,1}$ ile gösterilir.

3. $f_3(\theta_3 \mid \theta_1, \theta_2, X, M)$ 'den rassal örnek çekilir. Rassal çekiliş $\theta_{3,1}$ ile gösterilir.

Gibbs iterasyonu sonucunda elde edilen parametreler $\theta_{1,1}$, $\theta_{2,1}$ ve $\theta_{3,1}$ parametreleri olmaktadır. Ardından, bu parametreler başlangıç değeri olarak alınarakyukarıdaki iterasyon tekrar edilmektedir. Bu Gibbs iterasyonu da tamamlandığında $\theta_{1,2}$, $\theta_{2,2}$ ve $\theta_{3,2}$ parametreleri elde edilmektedir. Rassal çekiliş dizisini oluşturmak için iterasyonlar m sayıda tekrar edilebilmektedir:

$$(\theta_{1,1}, \theta_{2,1}, \theta_{3,1}), \ldots, (\theta_{1,m}, \theta_{2,m}, \theta_{3,m}).$$

m'nin yeterince büyük olması durumunda $(\theta_{1,m}, \theta_{2,m}, \theta_{3,m})$, üç parametrenin ortak dağılımıolan $f_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3 \mid X, M)$ dağılımından elde edilen rassal çekilişe yaklaşık olarak eşit olmaktadır. Uygulamada, Gibbs iterasyonu yeterince büyük sayıda (n) yapılmakta ve ilk $m$iterasyon Gibbs örneklemi oluşturmak için göz ardı edilmektedir. Bu durumda Gibbs örneği aşağıda gösterildiği gibidir:

$$(\theta_{1,m+1}, \theta_{2,m+1}, \theta_{3,m+1}), \ldots, (\theta_{1,n}, \theta_{2,n}, \theta_{3,n}). \quad (9)$$

(9) nolu Gibbs örneğinden hareketle θ_i parametresinin nokta tahmini ve varyansı aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\theta}_i = \frac{1}{n-m} \sum_{j=m+1}^{n} \theta_{i,j},$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{j=m+1}^{n} (\theta_{i,j} - \hat{\theta}_i)^2.$$

(9)'nolu Gibbs örneği farklı hipotezleri test etmek amacıyla kullanılabilmektedir. Örneğin, sıfır hipotez $H_0 = \theta_1 = \theta_2$ 'nin alternatif hipotez $H_A = \theta_1 \neq \theta_2$ 'ye karşı testi ile ilgileniliyorsa $\theta = \theta_1 - \theta_2$'nın nokta tahmini ve varyansı(10)'daki gibi kolay bir şekilde elde edilebilmektedir.

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n-m} \sum_{j=m+1}^{n} (\theta_{1,j} - \theta_{2,j}),$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{j=m+1}^{n} (\theta_{1,j} - \theta_{2,j} - \hat{\theta})^2. \quad (10)$$

Gibbs örneklemede göz ardı edilen ilk m rassal çekiliş"burn-in" örnek olarak adlandırılmaktadır.[1] (9) nolu Gibbs örneğinin ortak dağılım $f_1(\theta_1,\theta_2,\theta_3 \mid X,M)$ rassal örneğineyeterince yakın olduğundan emin olmak için ilk $m$çekiliş göz ardı edilerek kullanılmamaktadır. Bu yöntem ayrıca Gibbs örneğini elde etmek için tek bir uzun zincirin tekrarını ve göz ardı edilen örneklerden sonraki tüm rassal çekilişlerin saklanması süreçlerini içermektedir. Alternatif olarak, farklı başlangıç değerleri ve n 'den daha az sayıda itarasyon kullanılarak daha kısa zincirler çalıştırılabilir. Bu durumda Gibbs örneğini oluşturmak için her bir zincirin son Gibbs iterasyonundan elde edilen rassal çekilişler kullanılmaktadır.

Gibbs örnekleyicinin avantajıparametrelerin tam koşullu dağılımları aracılığıyla yüksek boyutlu tahmin problemini düşük boyutlu alt problemlere ayrıştırmasıdır. N sayıda parametreye sahip yüksek boyutlu bir problem N sayıda tek değişkenli koşullu dağılım kullanılarak iteratif olarak çözülebilmektedir. Bu özelliği Gibbs örnekleyicisini basit ve yaygın biçimde uygulanabilir kılmaktadır. Bununla birlikte tüm Gibbs çekişlerini tek değişkenli probleme indirgemek etkin bir yol olmamaktadır. Parametrelerin yüksek derecede korelasyonlu olması durumunda birlikte ele alınmaları gerekmektedir. Örneğin üç parametreli örnek tekrar ele alındığında eğer θ_1 ve θ_2 yüksek dereceden korelasyonlu ise $f_1(\theta_1,\theta_2 \mid \theta_3,X,M)$ ve $f_1(\theta_3 \mid \theta_1,\theta_2,X,M)$ koşullu dağılımları kullanılmalıdır (Tsay, 2005: 545-547).

Gibbs örnekleyici kapsamında bir diğer önemli nokta Gibbs örneğinin yakınsama durumudur. Teori yalnızca iterasyon sayısının yeterince büyük olması durumunda yakınsamanın gerçekleşeceğini belirtmektedir. Öte yandaniterasyon sayısınınseçilmesine yönelik spesifik bir ölçüt bulunmamaktadır. Gibbs örneği yakınsamasını kontrol etmeye yönelik birçok metot önerilmiştir. Ancak bu metotlardan hangisinin daha iyi performansa sahip olduğu konusunda bir uzlaşı bulunmamaktadır. Mevcut yöntemlerden hiç biri tüm uygulamalar için Gibbs örneği yakınsamasını tam olarak garanti edememektedir. Yakınsama metotunun performansı genellikle ilgilenilen probleme bağlı olmaktadır. Gibbs örnekleyicisini farklı başlangıç değerleri ile çok sayıda tekrar etmek algoritmanın yakınsamasından emin olmak için

[1] MCMC yöntemlerinde göz ardı edilen iterasyon sayısı "burn-in" olarak adlandırılmaktadır.

uygulamada önem taşımaktadır. Ayrıca, uygulamalarda Gelman ve diğerleri (2003) tarafından önerilen yakınsama kontrol metotlarının uygulanması gerekmektedir. Yakınsama konusu MCMC Yakınsama Kriterleri başlığıaltında ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2.1.3. Bayesyen Çıkarsama

Gibbs örneklemede koşullu dağılımlar önemli rol oynamaktadır. İstatistik literatüründekoşullu dağılımlar koşullu ardıl dağılımlar olarak ifade edilmektedir. Çünkü bu dağılımlar veri, diğer parametre değerleri ve model verildiğinde parametrelerin dağılımıdır.

Bayesyen yaklaşımda parametreler olasılık dağılımına sahip şans değişkenleridir. Bayes teoremine göre; P bir olasılık yoğunluk fonksiyonu, θ parametre vektörü ve y gözlemler vektörü olmak üzere $P(y,\theta)$ birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$P(y \mid \theta)P(\theta) = P(y,\theta) = P(\theta \mid y)P(y)$$

olmak üzere buradan,

$$P(\theta \mid y) = \frac{P(\theta)P(y \mid \theta)}{P(y)} \text{ olarak}$$

elde edilmektedir. y gözlem değerlerini ve $P(y)$ sabitiifade etmektedir. Bu sabit ardıl dağılımın integralini veya toplamını 1 değerine eşitleyen bir normalleştirme sabiti olarak tanımlanmaktadır. Olasılık yoğunluk fonksiyonunun elde etmede kolaylık sağlaması bakımından sabit ortadan kaldırıldığında ardıl olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$P(\theta \mid y) \propto P(\theta)P(y \mid \theta)$$

Bayesyen yaklaşımda parametreler hakkında çıkarsama yapabilmek için öncelikle ardıl dağılım elde edilmelidir. Zaman serisi modellemesinde Bayesyen analiz ilkeleri uygulandığında süreç aşağıdaki gösterildiği gibidir.

$$P(\rho,\sigma \mid y, y_0) \propto P(\rho,\sigma)P(y \mid \rho,\sigma, y_0)$$

Burada y_0, y serisinin başlangıç değeri, ρ otokorelasyon parametresi ve σ standart sapmayı ifade etmektedir (Ekici ve Yorulmaz, 2008: 148-149).

2.1.3.1.Ardıl Dağılımlar

Bayesyen istatistiki analizin temel amacı model parametrelerinin ardıl dağılımlarının elde edilmesidir. Ardıl dağılım veri gözlemlenmeden önceki dağılımparametre bilgisi ile veri elde edildikten sonraki parametre bilgilerinin ağırlıklı ortalaması olarak tanımlanabilmektedir. Ardıl dağılımın elde edilmesi ile birlikte ilgilenilen parametrelere ilişkin nokta ve aralık tahmini, geleceğe ilişkin öngörüler yapılabilmektedir.

θ bilinmeyen parametreleri ve X veriyi ifade etmektedir. Bayesyen analiz parametrelere ilişkin bilgi ile veriyi birleştirerek çıkarım yapmaktadır. Parametrelere ilişkin bilgi parametrelerin önsel dağılımının belirlenmesi ile ifade edilmektedir. Önsel dağılım $P(\theta)$ ile gösterilsin. Bu durumda verilen model için veriye ilişkin olabilirlik fonksiyonu $f(X \mid \theta)$ ile ifade edilmektedir. Sonuçta, koşullu olasılığın aşağıdaki tanımı ile (Tsay, 2005: 547-548),

$$f(\theta \mid X) = \frac{f(\theta, X)}{f(X)} = \frac{f(X \mid \theta)P(\theta)}{f(X)}, \tag{11}$$

marjinal dağılım $f(X)$ aşağıda gösterildiği gibi elde edilebilir.

$$f(X) = \int f(X, \theta)d\theta = \int f(X, \theta)P(\theta)d\theta.$$

(11)'deki koşullu olasılık denkleminde $f(\theta \mid X)$, θ 'nın ardıl dağılımı anlamına gelmektedir. Genel olarak Bayes kuralı ile ardıl dağılım (12)'de olduğu gibi elde edilmektedir.

$$f(\theta \mid X) \propto f(X \mid \theta)P(\theta). \tag{12}$$

(12)'nolu ifadeden olabilirlik fonksiyonu $f(X \mid \theta)$'ya göre yapılan istatistiki çıkarsama sabit önsel dağılım ile Bayesyen yaklaşım kullanılarak yapılan çıkarsama anlamına gelmektedir.

2.1.3.2. Eşlenik Önsel Dağılımlar

Ardıl dağılımın (11)'nolu denklemden elde edilmesi genellikle kolay olmamaktadır. Ancak önsel ve ardıl dağılımların aynı dağılım ailesine ait olduğu bazı durumlar bulunmaktadır. Böyle bir önsel dağılım eşlenik önsel dağılım olarak ifade

edilmektedir. MCMC yöntemlerinde eşlenik önsellerin kullanımı koşullu ardıl dağılımlar için kapalı form çözümünün var olduğu anlamına gelmektedir(Tsay, 2005: 548).

Rassal örneklem $x_1,\ldots,x_n$ 'nin μ vektör ortalamalı ve Σ bilinen kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılımdan elde edildiği varsayılsın. Buna ek olarak, μ 'nün önsel dağılımının μ_o ortalamalı ve Σ_o kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu kabul edilsin. Böylece, μ 'nün ardıl dağılımı μ_* ortalamalı ve Σ_* kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılım olmaktadır. Burada,

$$\Sigma_*^{-1} = \Sigma_o^{-1} + n\Sigma^{-1} \text{ ve } \mu_* = \Sigma_*\left(\Sigma_o^{-1}\mu_o + n\Sigma^{-1}\overline{x}\right),$$

olmak üzere $\overline{x}$ örnek ortalamasını ifade etmektedir. Örnek ortalaması, μ ortalamalı ve Σ / n kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılmaktadır.

2.2. GIBBS ÖRNEKLEMEYE ALTERNATİF MCMC ALGORİTMALARI

Birçok uygulamada koşullu ardıl dağılımların kapalı form çözümleri bulunmamaktadır. Ancak bu zorluğun üstesinden gelinmesi amacı ile istatistik literatüründe çeşitli alternatif algoritmalar önerilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde alternatif algoritmalardan Metropolis Algoritması, MH Algoritması ve Griddy-Gibbs Algoritması ele alınacaktır.

Metropolis Algoritması

Metropolis Algoritması normalizasyon sabiti dışında koşullu ardıl dağılımın bilinmesi durumunda uygulanabilmektedir. $f(\theta \mid X)$ dağılımından rassal örneklem çekilmek istendiği varsayılsın. Bu durumda dağılım karmaşık bir normalleştirme sabiti içermektedir. Bu nedenle örneklem çekmek çok zor veya imkansız hale gelmektedir. Öte yandan, örneklemin kolaylıkla çekilebileceği "yaklaşık" bir dağılım bulunmaktadır. Metropolis algoritmasıyaklaşık dağılımdan dağılımları $f(\theta \mid X)$'e yakınsayan rassal örneklemler dizisi üretmektedir. Algoritmanın adımları aşağıdaki gibidir (Tsay, 2005: 551-552; Jackman, 2009: 201-202):

1. Rassal başlangıç değeri θ_0 seçilir.

2. $t = 1,2,\ldots$ için

a. θ_* olarak ifade edilen aday örnek, θ_{t-1} örneklemi verildiğinde bilinen dağılımdan t 'ninci iterasyonda çekilir. $J_t(\theta_t \mid \theta_{t-1})$ olarak gösterilen bilinen dağılım "önerilen yada aday dağılım" olarak adlandırılmaktadır. Önerilendağılımın simetrik olma zorunluluğu vardır. Yani tüm θ_i, θ_j ve t 'ler için $J_t(\theta_i \mid \theta_j) = J_t(\theta_j \mid \theta_i)$ olmaktadır. Önerilen yoğunluk algoritmada kilit öneme sahiptir.

b. Yoğunluk fonksiyonlarının oranları ile tanımlanan kabul oranı aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$r = \frac{f(\theta_* \mid X)}{f(\theta_{t-1} \mid X)}.$$

r değeri, aday noktanın, θ_*, cari noktaya, θ_{t-1}, oranla olasılığının değerlemesini ifade etmektedir.

c. $\theta_t = \begin{cases} \theta_* & \min(r,1) \quad \text{Olasılığı ile} \\ \theta_{t-1} & \quad \text{Diğer durumlarda} \end{cases}$

Bazı düzenlemeler sonucunda $\{\theta_t\}$ dizisi $f(\theta \mid X)$ dağılımına yakınsamaktadır.Algoritma uygulaması önerilendağılımdan θ_*'ı çekmek için tüm θ_* ve θ_{t-1}'ler için r oranının hesaplanabilir olmasını gerektirmektedir. Ayrıca θ_*'nın kabul veya red durumunu belirlemek amacıyla tekdüze dağılımdan rassal gerçekleşmenin sağlanması için r oranının hesaplanmasıgerekmektedir. Yalnızca oran kullanıldığı için $f(\theta \mid X)$'in normalleştirme sabitinin kullanılmasına gerek yoktur. Eğer $r > 1$ ise, "1" olasılık değeri ile algoritma aday noktayı θ_t olarak kabul etmekte; diğer durumlarda bu kabul r olasılık ile gerçekleşmektedir. Olasılık $1-r$ olduğunda algoritma devam etmemektedir. Bu durumda $\theta_t = \theta_{t-1}$ olmakta ve tekrar bir aday nokta seçilmektedir.

Algoritmanın kabul ve red kuralı şöyle açıklanabilmektedir. Aday noktanın kabul olasılığı $\alpha = \min(r,1)$ olasılığı ile hesaplanmaktadır. θ_{t-1}'den θ_*'a sıçrama koşullu ardıl yoğunluğu arttırıyorsa θ_*, $\theta_t$olarak kabul edilmektedir. Diğer bir ifade ile aday nokta yoğunluk fonksiyonunu artırırsa $\theta_* = \theta_t$ olarak belirlenmektedir. Eğer sıçrama ardıl yoğunluğu azaltıyorsaolasılıkkabul oranı r 'ye eşit olmaktadır.Bu

durumda $\theta_t = \theta_*$ olarak kabul edilmektedir. Diğer durumlarda yani aday nokta reddedilğinde $\theta_t = \theta_{t-1}$ olarak belirlenmektedir.

Bu algoritma θ_t'den θ_{t+1}'e geçiş olasılığının yalnızca θ_t'ye bağlı olduğu bir Markov Zinciri oluşturmaktadır. Göz ardı edilecek iterasyonların sayısı yeterli olarak belirlendiğindezincir durağan dağılıma yakınsamaktadır.Böylece $(\theta_{k+1},\ldots,\theta_{k+n})$ örnek vektöründen elde edilen örneklemler $f(\theta|X)$dağılımından elde edilen örneklere karşılık gelmektedir (Walsh, 2002: 7).

Metropolis-Hastings Algoritması

Hastings (1970) Metropolis algoritmasını iki yönden genelleştirmiştir. Bunlardan ilki için önerilen dağılım simetrik olmak zorunda değildir. İkincisinde ise kabul oranı aşağıda gösterildiği gibi değiştirilmiştir.

$$r = \frac{f(\theta_*|X)/J_t(\theta_*|\theta_{t-1})}{f(\theta_{t-.1}|X)/J_t(\theta_{t-1}|\theta_*)} = \frac{f(\theta_*|X)/J_t(\theta_{t-1}|\theta_*)}{f(\theta_{t-1}|X)/J_t(\theta_*|\theta_{t-1})}.$$

Değiştirilen bu algoritma MH algoritması olarak adlandırılmaktadır.

MH algoritması Gibbs örnekleyiciden daha genel bir algoritmadır. Zira MH algoritması örnekleme için tam koşullu dağılımların tamamının bilinmesini gerektirmemektedir (Greenberg, 2008: 96). MH örnekleme sürecinde iki farklı yol izlenerek örnekleme yapılabilmektedir. Bunlardan ilki parametrelerin birlikte yer aldığı parametre vektöründen örneklem çekilmesi, diğeri ise bileşenleri güncellenen parametre vektöründen örneklem elde edilmesidir. Örnekleme süreçlerinden hangisinin kullanılacağı belirlendikten sonra süreç hataların normal dağılıma sahip olduğu durum gibi devam etmektedir (Ekici, 2010: 119).

Griddy-GibbsAlgoritması

Finansal uygulamalarda model bazı doğrusal olmayan bileşenler içerebilmektedir. Doğrusal olmayan parametrelerin koşullu ardıl dağılımları kapalı formda ifade edilmemektedir. Bu durumda Gibbs örnekleyicisinin uygulanması son derece karmaşıktır (Tsay, 2005:552-553). Ritter ve Tanner (1992) koşullu ardıl dağılımın tek değişkenli olduğu durumlar için Gibbs örnekleyiciden rassal örneklerin elde edilmesi için basit bir prosedür tanımlamıştır. Bu yöntem Griddy-Gibbs

örnekleyici olarak adlandırılmaktadır. Griddy-Gibbs algoritması Gibbs örneklemenin özel bir durumudur.Griddy-Gibbs örnekleyicisin altında yatan fikir,koşullu ardıl dağılımdan örneklemenin güç olması durumunda,koşullu ardıl dağılım noktaların ağına göre değerlemesi ve buradan basit ters kümülatif dağılım fonksiyonuna yaklaşım oluşturmaktır (Ritter ve Tanner, 1992: 863).

θ_i, $f(\theta_i \mid X, \theta_{-i})$ koşullu ardıl dağılımına sahip skaler parametredir. θ_{-i}, θ_i parametresi çıkarıldıktan sonraki parametre vektörüdür. Örneğin, eğer $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)'$ ise $\theta_{-1} = (\theta_2, \theta_3)'$ olarak ifade edilmektedir. Griddy Gibbs algoritması aşağıdaki adımları izleyerek ilerlemektedir (Tsay, 2005:552-553):

1. θ_i'nin, $\theta_{i1} \le \theta_{i2} \le \ldots \le \theta_{im}$ gibi seçilen aralığından,ağ noktaları seçilir. $j = 1, \ldots, m$, $w_{ij} = f(\theta_{ij} \mid X, \theta_{-i})$'yi elde etmek için koşullu ardıl dağılım değerlendirilir.
2. $w_1, \ldots, w_m$ kullanılarak $f(\theta_i \mid X, \theta_{-1})$'nin ters kümülatif dağılım fonksiyonuna yaklaşımı elde edilir.
3. θ_i'nin rassal çekilişinin elde edilmesi amacıyla tekdüze (0,1) dağılımdan rassal değişken örneklenir. Bu örnek yaklaşık ters kümülatif dağılım fonksiyonu aracılığı ile gözleme dönüştürülür.

2.3. MCMC YAKINSAMA KRİTERLERİ

MCMC yöntemlerinin kritik öneme sahip konularından biri uygulamada örnekleme sürecini tamamlamanın nasıl belirleneceği konusudur.Ayrıca elde edilen örneklemin ilgilenilen dağılımın karakteristiklerini tanımlamada kullanımı diğer bir önemli nokta olarak ifade edilebilir. Yakınsamanın sağlanıp sağlanmadığına ilişkin karar genellikle zor olmaktadır.

Simülasyon temelli Bayesyen çıkarımsimülasyon ile elde edilen örneklemden hareketle ardıl dağılımı özetlemekteya da ilgilenilen parametreleri tahmin etmektedir. Bu nedenle simülasyon ile örneklem çekme işlemi iki açıdan önem taşımaktadır.İlk olarak, Markov zincirinin durağanlığına diğer bir ifade ile hedeflenen ardıl dağılımın elde edilip edilmediğine karar verilmesi konusu önem taşımaktadır. İkinci olarak, Markov zincirinin durağanlığını sağlayacak olan iterasyon sayısının

belirlenmesidir.Kuramsal olarak $n \to \infty$ olduğunda yakınsamanın sağlanacağı belirtilmektedir. Öte yandan uygulamada yakınsamayı sağlayacak iterasyon sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Yakınsama gerçekleştikten sonra iterasyonlara devam edilmektedir. Çünkü ilgilenilen parametrelerin ardıl dağılımlarından yaklaşık örneklemler üretilmesi gerekmektedir. Koşullu dağılımların karmaşıklığına bağlı olarak yakınsama hızı farklılık göstermektedir.Markov zincirinin durağan dağılıma yakınsadığını belirleyen kesin testler bulunmamaktadır. Herhangi bir çıkarım yapılmadan önce her bir parametrenin yakınsama durumu kontrol edilmelidir (Cengiz vd., 2013:27; Ersel, 2011: 66).

Yakınsamanın belirlenmesine ilişkin iki temel yaklaşım bulunmaktadır. Bu yaklaşımlardan ilki teoriktir ve zincir tarafından üretilen dağılım fonksiyonlarının sınırlarını belirlemeyi ve mesafelerini ölçmeyi araştırmaktadır. İkinci yaklaşım ise istatistiksel yaklaşımdır. İstatistiksel yaklaşımda zincirden elde edilen gözlemlerin özellikleri analiz edilmektedir. Bu yaklaşım teorik yaklaşımın tam tersi ampiriktir ve genellikle daha pratiktir. Yaklaşımın zor yanı ise yakınsamayı asla garanti etmemesidir. Bu durum yaklaşımın yalnızca zincirden elde edilen gözlemlere dayalı olmasından kaynaklanmaktadır. Her iki yaklaşımda geçerli ve birbirini tamamlar niteliktedir. Ancak teorik sonuçların elde edilmesi ve pratikte problemlere uygulanması zor olmaktadır (Gamerman ve Lopes, 2006:157).

Yakınsamanın belirlenmesine yönelik çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Zincir otokorelasyonlarının incelenmesi bu yöntemlerden biridir. Otokorelasyon katsayıları, her bir parametre zinciri için ilişki ölçüsünün tespiti amacıyla kullanılmaktadır. Yakınsama sorunu olmayan zincirler için otokorelasyon katsayılarının düşük değerli olması beklenmektedir(Ersel, 2011:66).

Raftery ve Lewis Yöntemi:Raftery ve Lewis (1996)'ya göre MCMC yöntemi uygulandığında simülasyon uzunluğunun ve göz ardı edilecek iterasyonların sayısının belirlenmesi önem taşımaktadır. MCMC iterasyonlarından elde edilen tüm simülasyonların kaydedilmesi büyük bir depolama alanını tüketmektedir. Oysaki bazen sadece k 'nıncı, $k > 1$, iterasyonun saklanması uygun olmaktadır. Bu zincirin seyreltilmesi anlamına da gelmektedir. Seyreltme oranı, zincir otokorelasyonun bir fonksiyonudur. Göz ardı edilen iterasyonlar ve seyreltme işlemi ile birlikteMCMC iterasyonlarından elde edilerek saklanan verinin miktarını azaltılmaktadır. Raftery ve

Lewis önerdikleri yöntemde yakınsama sağlanıncaya kadar geçmesi gereken iterasyon sayısını M 'ninyakınsama sağlandıktan sonra her bir k 'nıncı elemanı saklanan N iterasyon sayısının ve k 'nın değerinin belirlenmesi gerektiğiniifade etmektedir. Buna göre problem, M , N ve k 'nın belirlenmesidir. Zincirdeki noktaların bağımsız özdeş dağılıma sahip olması için gereken minimum iterasyon sayısını N_{min} olarak ifade edilmektedir. Buna göre "I" istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$I = \frac{M+N}{N_{min}}$$

Bu istatistik zincirdeki bağımlılığa bağlı olarak iterasyon sayısındaki artışı ölçmektedir. I 'nın değerinin 1'den büyük olması yüksek seviyede bağımlılığı ifade etmektedir. $I > 5$ olması durumunda zincirde yakınsama sorunu bulunmaktadır. Bu durumda sorun uygulamanın değiştirilmesiyle giderilebilmektedir. Böylesine bir bağımlılık iyi seçilmemiş başlangıç değerlerine, yüksek ardıl korelasyonlara veya Markov zincirindeki yapışkanlığa bağlı olabilmektedir(Raftery ve Lewis, 1996: 115-120).

Geweke Yöntemi: Geweke (1992) tarafından yakınsamanın belirlenmesine yönelik çeşitli yöntemler önerilmiştir. Bu yöntemlerin ilkinde zincir ikiye ayrılmakta ardındanörneklemin baştan %10 ve sondan %50'sinin ortalamaları karşılaştırılmaktadır. Ortalamalar eşitse yakınsama sorunu bulunmamaktadır. Bu bakımdan Geweke testi iki örnek ortalamasının karşılaştırılması testine benzemektedir.Gerçekte Geweke testi tek değişkenli durumlar için önerilmiştir. İki değişkenli durum için ele alındığında değişkenler arasındaki örnek kovaryansı da hesaba dahil edilmektedir(Geweke, 1992: 169-170; Ersel, 2011: 67).

Geweke (1992) tarafından önerilen bir diğer yöntemde ise sayısal standart hatalar ve oransal sayısal etkinlikler hesaplanmaktadır. Bu değerler örneklemin farklı yüzdeliklerine göre hesaplanmaktadır. Tahminler arasında önemli farklar var ise bu otokorelasyonların büyük olduğuna yani yakınsama sorununa işaret etmektedir(Geweke, 1992: 169-170; Ersel, 2011: 67).

Gelman ve Rubin Tanısı:Gelman ve Rubin (1992) tarafından yakınsamanın belirlenmesi amacıyla ortaya atılan yaklaşım iki önemli adımdan oluşmaktadır.Birinci adımda, ardıl dağılımın tahmini oluşturulmaktadır. Tahmin edilen bu dağılım mod değeri/değerleri etrafında merkezileşmiştir. Buna ek olarak, ardıl dağılımdan daha

fazla değişkenliğe sahip olması bakımından aşırı yayılım göstermektedir. Elde edilen bu yaklaşık ardıl dağılım, birçok bağımsız iteratif simülasyon dizisinin başlatılmasında kullanılmaktadır. Kısacası örnekleme süreci başlamadan önce ardıl dağılımın aşırı yayılım gösteren tahmini elde edilmektedir. Ardından bu dağılımdan örnekler üretmek için bağımsız zincirler için istenilen sayısıda başlangıç noktaları seçilmektedir.Bir mod değeri varsa bu değer başlangıç değeri olarak alınabileceği gibi mod değeri birden fazla ise daha fazla başlangıç değeri olarak kabul edilebilmektedir. İkinci adımdagerçekleştirilmiş olan simülasyonlara dayanarak çoklu zincirleranaliz edilmektedir. Dağılımsal tahmin ilgilenilen her bir skaler büyüklük için Student – t dağılımı formundadır.Dağılımsal tahmin, dağılımın kendi başlangıçve ardıl dağılımlarının arasında bir yerde bulunmaktadır. Ayrıca simülasyon sürecinin yakınsamaya ne kadar yakın olduğunu tahmin etmek için temel oluşturmaktadır.Gelman ve Rubin (1992) istatistiğinde kullanılan bileşenler kısaca yedi adımda aşağıdaki gibi açıklanabilmektedir:(Gelman ve Rubin, 1992: 457-465).

1. Tek bir değişken X için ele alındığında, m birbirinden bağımsız olarak simüle edilecek zincir sayısınıifade etmektedir. $m \geq 2$ olmak üzere, her bir zincirin uzunluğu $2n$'dir. Başlangıç değerleri aşırı yayılıma sahip dağılımdan çekilmektedir. Başlangıç dağılımının etkisini azaltmak için her bir zincirden ilk n iterasyon çıkarılmakta ve son n iterasyona odaklanılmaktadır.

2. İlgilenilen her bir skaler parametre için B/n ve W değerleri hesaplanır. B/n m tane zincir arasındaki varyansı ifade etmektedir. W ise, m tane zincirin her biri için hesaplanan zincir içi varyansların ortalamasıdır. Tek bir zincirin simüle edilmesi durumunda B değeri hesaplanamamaktadır.

3. Ardıl ortalama değeri x'in simüle edilen değerlerinden $\hat{\mu} = \bar{x}$ olarak tahmin edilir.

4. Ardıl varyans değeri W ve B'nin ağırlıklı ortalamaları ile aşağıdaki gibi hesaplanamamaktadır.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{n-1}{n} W + \frac{1}{n} B, \qquad (13)$$

Başlangıç dağılımının yaklaşık olarak aşırı yayılım gösterdiği varsayılmaktadır. Bu nedenle (13)'nolu eşitlik σ^2'yi aşırı tahmin etmektedir. Ancak bu tahminci durağanlık varsayımı altında (örneğin, başlangıç dağılımı

ardıl dağılıma eşit ise) ve $n \to \infty$ iken σ^2'nin sapmasız bir tahminidir. Son olarak, $W < \sigma^2$ olmalıdır.

5. X'in bilinenleri tahmin edilir. $\hat{\mu}$ ve σ^2 tahminlerinin örnek değişkenliklerine izin verilerek ardıl dağılımın $N(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ tahmini daha kesin elde edilebilmektedir. Buna göre x, $\hat{\mu}$ ortalamalı, $\sqrt{\hat{V}} = \sqrt{\sigma^2 + B/mn}$ varyanslı ve $df = 2\hat{V}^2 / \hat{V}ar(\hat{V})$ serbestlik dereceli yaklaşık Student $-$ t dağılımına sahiptir.

6. Potansiyel Ölçek İndirgeme Faktörü (PSRF) aşağıdaki gösterildiği gibi hesaplanmaktadır:

$$\sqrt{\hat{R}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{V}}{W}\frac{df}{(df-2)}\right)} = \sqrt{\left(\frac{n-1}{n} + \frac{m+1}{mn}\frac{B}{W}\right)\frac{df}{df-2}},$$

$\hat{R}$, ardıl dağılımın marjinal varyansı $(\hat{v})$, ardıl dağılımın zincir içi varyansoranı(W) ile Student $-$ t dağılımının ilave varyansını hesaba katmak için faktör değerinden elde edilmektedir. Bu değer örnek varyansına odaklanmaktadır. df, t dağılımına yaklaşımın serbestlik derecesini ifade etmektedir. PSRF'nin değeri $n \to \infty$ için 1 değerine yakınsamaktadır. PSRF'nin değeri yüksek olduğunda ardıl dağılımdan çıkarsama yapabilmek için simülasyona devam edilmelidir.

7. Ardıl dağılımın özetlenmesi ve ardıl dağılımın normal olmayan özelliklerinin belirlenmesi için $\hat{R}$ değerinin ilgilenilen tüm skaler tahminciler için 1 değerine yakın olması istenmektedir. Eğer tüm zincirler için yakınsama gerçekleşmiş ise tahminler sapmasız olacaktır. Diğer bir ifade ile zincirler arası varyans değeri zincir içi varyansların ortalamasına eşit olacaktır (Gelman ve Rubin, 1992: 457-465).

Özet olarak, Gelman- Rubin tanısı iki veya daha fazla MCMC zinciri için yakınsamanın gerçekleşip gerçekleşmediğini kontrol etmek amacıyla kullanılabilmektedir. Gelman-Rubin Tanısı her bir zincir için örneklenen parametre değerleri ile zincirler arası varyasyonu karşılaştırmaktadır. İyi tanımlanmamış bir modelden elde edilen parametre örnekleri farklı zincirler için örnek iz çizimlerinde geniş ıraksamagösterecektir. Bu durumda örneklenen parametre değerlerindeki

değişkenlikzincirler arasında herhangi bir zincir içindeki değişkenliği önemli ölçüde aşacaktır(Congdon, 2006: 15).

Son olarak, yakınsamanın tespitine ilişkin alternatif bir yöntem Monte CarloStandart Hata (MC Hata) Yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda tahmin edilen parametrelerin Markov zincirinden elde edilen ardıl standart sapma değerleri ile MC hatası karşılaştırılmaktadır. MC hata değeri parametrenin ardıl standart sapma değerinin yaklaşık %5'inden küçük ise yakınsamanın gerçekleştiği sonucuna ulaşılmaktadır (Cengiz vd., 2013:28).

2.4. MODEL SEÇİM KRİTERLERİ

Zaman serisi analizi uygulamalarında karşılaşılan en büyük zorluklarından biri aday modeller arasından veriyi en iyi karakterize edecek uygun modelin seçilmesidir. Model seçim kriterleri, tahmin edilen modelin uyum iyiliği ile cimrilik prensibi arasında optimum dengenin sağlanıp sağlamadığını belirlemede önemli bir araçtır. Aday modellerin veriye uyum sağlayamayacak kadar basit ya da gereksiz derecede karmaşık olup olmadığı bu kriterler tarafından belirlenmektedir. Çalışmanın bu bölümünde çok değişkenli GARCH ve SV modelleri arasında karşılaştırma ve seçim yapmaya imkan sunan Bayes Faktör, Akaike Bilgi Kriteri, Bayesyen Bilgi Kriteri ve Sapma Bilgi Ölçütü kriterlerine yer verilecektir.

2.4.1. Bayes Faktör

Bayesyen çerçevede alternatif modeller arasında karşılaştırma Bayes Faktör(BF) ile gerçekleştirilmektedir. BFmarjinal olabilirlik fonksiyonunun hesaplanmasını içermektedir (Broto ve Ruiz, 2004: 621).

Bayesyen hipotez testleri açısından BF önem arz etmektedir. Ancak hesaplanması yüksek derceden integral çözümleri gerektirmektedir. Bu nedenle BF klasik hipotez testlerine kıyasla daha az tercih edilmektedir (Terzi ve diğerleri, 2008: 323). BF çalışmanın bu bölümünde oynaklığın modellenmesi bakımından alternatif modeller arasında seçim yapmaya olanak sağlayan yönüyle ele alınacaktır.

y getiri serisi verisi ve θ ilgilenilen modelin parametreleri olarak kabul edilirse, ardıl dağılım $P(\theta \mid y)$'den çıkarımlar yapılabilirken model spesifikasyonuna

ilişkin çıkarımda bulunmak söz konusu değildir. Başka bir deyişle, ardıl dağılım doğrudan ele alınarak verinin temel dinamiklerini modelleme performansı bakımından ilgilenilen model değerlendirilemez. Buna bağlı olarak modeller arasında karşılaştırma da yapılamamaktadır. Alternatif modeller farklı parametrelere sahiptir. Bu nedenle modelin performası $P(y)$ bakımından değerlendirilmelidir (Ekici, 2010: 143).

M_0 ve M_1 gibi iki alternatif model arasında seçim yapmak istediğimiz durum için, hangi modelin daha uygun olduğu bilinmemektedir. Bayesyen bakış açısına göre, bu bilinmeyen bir niceliği $P(M_0 \mid y)$ ve $P(M_1 \mid y)$ ifade etmekte ve modellenebilmektedir (Asseburg, 2007: 3). Zira Bayesyen bakış açısına göre, tüm değişkenlikler olasılık dağılımları ile ifade edilmektedir. Bilinmeyen olmaları bakımından ilgilenilen modellere ait önsel dağılımlara- $P(M_0)$ ve $P(M_1)$ - ihtiyaç vardır. Bayes teoremine göre M_0 ve M_1 modelleri için ayrı ayrı ardıl olasılıklar aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$m_0 = P(M_0 \mid y) = \frac{P(y \mid M_0)P(M_0)}{P(y)}$$

ve

$$m_1 = P(M_1 \mid y) = \frac{P(y \mid M_1)P(M_1)}{P(y)}$$

M_0 ve M_1 modellerini karşılaştırılmak istediğinde her iki modelin ardıl model olasılıkları, (Kass ve Raftery, 1995:776)

$$\frac{m_0}{m_1} = \frac{P(M_0 \mid y)}{P(M_1 \mid y)} = \frac{P(y \mid M_0)}{P(y \mid M_1)} \times \frac{P(M_0)}{P(M_1)}$$

olarakelde edilmektedir. Buradan basit bir transformasyon ile,

$$B_{01} = \frac{P(y \mid M_0)}{P(y \mid M_1)}$$

olarak gösterilen BF elde edilir. BF'nin sözel olarak ifadesi

Ardıl oran=Bayes Faktör x Önsel Oran

şeklindedir.

Ardıl dağılımın parametreye göre integrali alındığında,

$P(y) = \int P(y \mid \theta)P(\theta)d\theta$ elde edilir.

Sonuçta, BF'nin farklı bir gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$B_{01} = \frac{P(y \mid M_0)}{P(y \mid M_1)} = \frac{\int P(\theta \mid M_0)P(y \mid \theta, M_0)d\theta}{\int P(\theta \mid M_1)P(y \mid \theta, M_1)d\theta}$$

Kass ve Raftery (1995), BF'yi verilerden yararlanarak istatistiki bir modelin başka bir istatistiki modele karşı lehine elde edilen bulguların özeti olarak tanımlamaktadır. Jeffreys (1961) BF'nin logaritmik ölçekte yarım birimler olarak yorumlanmasını önermiştir. Buna göre BF değeri Tablo 1'de yer alan birdekategorilere göre yorumlanabilmektedir.

Tablo 1. Bayes Faktör Değerleri

$Log(B_{10})$	B_{10}	M_1 için yorum
0-1/2	1-3.2	Önemsiz
1/2-1	3.2-10	Önemli
1-2	10-100	Güçlü
>2	>100	Çok güçlü

Kass ve Raftery (1995)'e göre olasılığın kendisi bahis oranı sayesinde değerlendirme için anlamlı bir ölçektir. Bu nedenle Tablo 1'de belirtilen kategoriler BF'nin bir düzenlemesi olmamaktadır. Çünkü bu ölçek B_{10} için değerlendirmeye olanak sağlamaktadır. Ancak BF, M_0 lehine ispat sağlamaktadır. Bu nedenle BF'nin bu doğrultuda değerlendirmesi uygun olmamaktadır. BF'nin iki kez doğal logaritmasının alınarak elde edilen sonucun değerlendirilmesi yararlı olacaktır. Bu sayede BF sapma ve olabilirlik oranı test istatistikleri ile aynı ölçekte olmaktadır. Güçlü kanıt için yuvarlama ve 10 yerine 20'nin araç olarak kullanılması yeniden düzenleme gerektirmektedir.Buna nedenle BF değerleri Tablo 2'ye göre değerlendirilmelidir (Kass ve Raftery, 1995: 777).

Tablo 2. Logaritmik Bayes Faktör Değerleri

$2Log_e(B_{10})$	B_{10}	M_1 İçin Yorum
0-2	1-3	Önemsiz
2-6	3-20	Önemli
6-10	20-150	Güçlü
>10	>150	Çok güçlü

BF'e ilişkin en önemli sorun BF'nin hesaplanması noktasında ortaya çıkmaktadır. Zira ardıl dağılımın parametreye göre intagrali, $P(y) = \int P(y \mid \theta) P(\theta) d\theta$, analitik olarak çözülebilmektedir. Ancak bu integral genellikle nümerik metotlar ile çözüm gerektirmektedir. Uygulamada örnek hacminin büyük olması durumunda ve yüksek boyutlu integraller nedeniyle çözümün elde edilmesi son derece güçtür.Bu nedenle BF kısıtlı bir kullanıma sahiptir.(Kass ve Raftery, 1995: 777).

2.4.2. Model Değerlendirmede Bilgi Kriterleri

Model seçim kriteri olarak genellikle Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Bayesyen Bilgi Kriteri (BIC) kullanılmaktadır. Bu standart model değerlendirme kriterleri farklı GARCH tipi modellerin karşılaştırılmasında geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bu kriterler değişken sayısı arttığında serbestlik derecesindeki kaybı cezalandırmaktadır. q tahmin edilen parametre sayısı, N gözlem sayısı olmak üzere AIC ve BIC kriterleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Köksal, 2009:7).

$$AIC = -2\log(\text{likelihood}) + 2q$$

$$BIC = -2\log(\text{likelihood}) + \log(N)q$$

AIC ve BIC kriterleri modellerin veriye uyumunu değerlendirmektedir. AIC ve BIC kriterleriniminimize eden modeller uygun model olarak seçilmelidir. BIC basit modellere kıyasla daha fazla parametre içeren karmaşık modelleri cezaya tabi tutmaktadır. Bu kriterler birden çok modeli aynı anda karşılaştırmaya olanak sağlamaktadır. En yüksek ardıl olasılığa sahip model BIC'yi minimize etmektedir (Namugaya vd., 2014: 218).

Birden fazla model arasından en uygun modeli seçmek amacıyla BIC kriterini bir örnek ile ele alalım. Mümkün modeller seti $\{M_1, M_2, \ldots, M_k\}$ olarak ifade edilsin. Bu durumda k tane alternatif modelden biri doğru modeldir. BIC gözlenen verilere göre ardıl olasılığı en yüksek olan modeli seçecektir. Genel olarak herhangi bir M_i modelinin ardıl olasılığı (14)'deki gibi ifade edildiğinde,

$$P(M_i \mid Y) \propto P(M_i) \int P(Y \mid M_i, \theta_i) P(\theta_i) d(\theta_i) \qquad (14)$$

Y veri matrisini, θ_i model$i$'nin parametrelerini, $P(M_i)$, M_i modelinin önsel olasılığını ve $P(\theta_i)$, M_i parametre vektörünün önsel dağılımını ifade etmektedir. (14)'deki ifadenin Taylor Serisi açılımı ve bazı ufak düzenlemeler ile aşağıdaki ifade elde edilmektedir.

$$\ln P(M_i \mid Y) = \ln P(Y \mid M_i, \theta_i) - \frac{q_i}{2} \ln N + O(1),$$

q, M_i modelinin parametre sayısını, N örnek hacmini ve $O(1)$ gerçek ardıl olasılığa ilaveten sabite yaklaşık yakınsamayı ifade etmektedir. Bu ifadenin -2 değeri ile çarpımıyla BIC'nin bilinen formülasyonu elde edilmektedir.

$$BIC_i = -2 \ln P(Y \mid M_i, \theta_i) + q_i \ln N.$$

$q_i \ln N$ ifadesi tahmin edilen parametre sayısına bağlı model karmaşıklığına ilişkin ceza terimi olarak ifade edilmektedir. Diğer bir deyişle, modelde tahmin edilen her ilave parametre için olabilirlik cezaya tabi tutulmaktadır (Preacher and Merkle, 2012: 2).

2.4.3. Sapma Bilgi Ölçütü

Veri analizinin en önemli noktalarından biri uygun modelin belirlenmesidir. SV modelleri finansal zaman serilerinin yanı sıra makroekonometrik modellemeler bakımından geliştirilen çalışmalar sayesinde giderek artan öneme sahiptir. Bunun sonucu olarak esnek SV modelleri ailesi de büyümektedir. Geniş bir aralığa sahip aday modeller arasında ayrım yapmak önemli hale gelmektedir (Chan ve Grant, 2014:2). Bu nedenle Bayesyen modelleme çerçevesinde model seçim yöntemi olan Sapma Bilgi Ölçütü (DIC) geliştirilmiştir.

Veri dağılımının, $y = (y_1, \ldots, y_n)$, p boyutlu parametre vektörü θ 'ya bağlı olduğu varsayılsın. Genel bakış açısına göre, model belirlenmesi sapmaya bağlıdır. Sapma, tahminlenen ve doymuş model arasındaki log-olabilirlik farkı olarak tanımlanabilir. Doymuş Model ise parametre sayısının gözlem sayısına eşit olduğu model türüdür ve model veriye mükemmel uyum sağlamaktadır. Dempster (1974) Bayesyen model seçiminde $D(\theta) = -2 \ln f(y \mid \theta) + 2 \ln g(y)$ olarak tanımlanan klasik sapmanın ardıl dağılımının incelenmesini önermiştir. Burada $\ln f(y \mid \theta)$ olabilirlik

fonksiyonu yani bilinmeyen parametrelere dayalı gözlemlerin koşullu birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonuve $\ln g(y)$ tam belirlenmiş standartlaştırıcı terimiyani yalnızca verinin fonksiyonunu ifade etmektedir. Dempster (1974), $D(\theta)$'nın ardıl ortalaması gibi grafik ve potansiyel özet istatistiklerin karşılaştırılmasını önermiştir (Berg vd., 2004: 109). Bu öneriyi takiben model seçimi için Spiegelhalter vd. (2002) DIC'yi geliştirmiştir. DIC toplam parametre sayısında etkinliği ve model karmaşıklığını (modeldeki parametre sayısını) dikkate alarak modeller arasında karşılaştırma yapmaya imkan sağlamaktadır. DIC, AIC' nin Bayesyen analoğu olarak düşünülmektedir. AIC ile benzer bir yapıda olan DIC daha geniş bir kullanım alanına sahiptir (Spiegelhalter vd., 2002: 613).

$D(\theta)$'nın ardıl dağılımına dayanan DIC (15)'nolu eşitlikte görüldüğü gibi iki terimden oluşmaktadır. Bu terimlerden ilki uyum iyiliğini, ikincisi ise model karmaşıklığındaki artış için penaltı terimini ifade etmektedir. Diğer bir ifade ile DIC Bayesyen uyum iyiliği ve ilave karmaşıklık terimi p_D 'den oluşan gözlenen veriyi en iyi şekilde açıklayan modeli tanımlamayı amaçlayan bir kriterdir (Spiegelhalter vd.,2002:603;Berg vd., 2004: 109).

$$DIC = \overline{D} + p_D . \tag{15}$$

(15)'deki ilk terim, uyum iyiliğinin Bayesyen ölçüsüdür. Sapmanın ardıl beklenen değeri olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir:

$$\overline{D} = E_{\theta|y}[D(\theta)] = E_{\theta|y}[-2\ln f(y|\theta)].$$

Veri ile daha iyi uyuma sahip olan model olabilirlik fonksiyonu için daha yüksek değerlere sahiptir. -2 kere log-olabilirlik olarak tanımlanan $\overline{D}$, Gibbs örneklemesi iterasyonu sonunda elde edilen log-olabilirliklerin ortalaması anlamına gelmektedir. $\overline{D}$ daha iyi modeller için daha küçük değerler almaktadır.

(15)'nolu eşitlikteki ikinci terim p_D ise etkin parametre sayısı olarak ifade edilmektedir. p_D model parametre sayısının yaklaşık değerini vermekte ve model karmaşıklığını ölçmektedir.

$$\begin{aligned} p_D &= \overline{D} - D(\overline{\theta}) = E_{\theta|y}[D(\theta)] - D(E_{\theta|y}[\theta]) \\ &= E_{\theta|y}[-2\ln f(y|\theta)] + 2\ln f(y|\overline{\theta}) \end{aligned} \tag{16}$$

(16)'nolu denklem *ortalama sapma eksi ortalamaların sapması*olarak düşünülebilmektedir. Bu farktan elde edilen değer testin serbestlik derecesinin tahmin edilmesinde önemli olmaktadır. $-2\ln f(y|\theta)$ belirsizliğe ilişkin ölçü olarak yorumlanmaktadır. Buna göre p_D, tahmine bağlı belirsizlikte beklenen düşüş olarak ifade edilmektedir. (16)'daki ifade $\overline{D} = D(\overline{\theta}) + p_D$ olarak yeniden düzenlenebilir. Bu durumda DIC (17)'nolu eşitlikte gösterildiği gibi tanımlanabilmektedir: (Spiegelhalter vd., 2002:613; Berg vd., 2004: 109)

$$DIC = D(\overline{\theta}) + 2p_D, \qquad (17)$$

Bu durumda DIC uyum iyiliği ölçüsü ve karmaşıklık ölçüsü toplamı olarak ifade edilebilmektedir. Böylece Bayesyen uyum ölçüsü $\overline{D} = D(\overline{\theta}) + p_D$ model karmaşıklığı için penaltı terimini içermektedir (Berg vd., 2004: 109).

DIC pozitif değerlerin yanısıra negatif değerler de alabilmektedir. Küçük standart sapma değerine sahip olabilirlik fonksiyonu $\ln f(y|\theta)$, 1 değerinden büyük değerler alabilir. Bu durum sapmanın ve dolayısıyla DIC'nin negatif değerler almasına yol açmaktadır. Sonuç olarak,alternatif modeller arasından en küçük DIC değerine sahip model en iyi model olarak seçilmelidir (Spiegelhalter, 2006: 15).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

Ekonomik ve finansal zaman serilerinde ortaya çıkan belirsiz davranışların analizi belirsizliğin analitik çerçevede ele alınması ile gerçekleştirilmiştir. Belirsizliğin analitik olarak ele alınmasında temel nokta serinin ikinci ya da daha yüksek dereceden momentlerinin modellenmesidir. İkinci momentlerin modellenmesinde en fazla öne çıkan model Engle (1982) tarafından önerilen ARCH modelidir. Bollerslev (1986) ise, cari geçmiş koşullu varyans değerlerini koşullu varyans denklemine dahil ederek doğrusal ARCH modelini genişletmiş ve GARCH modelini ortaya atmıştır.

Çalışmanın bu bölümünde tek değişkenli GARCH model kısaca sunularak birden fazla serinin oynaklık ve oynaklık etkileşim süreçlerinin birlikte modellendiği çeşitli çok değişkenli GARCH modelleri açıklanmıştır. Ardından GARCH modellerin tahmininde kullanılan alternatif tahmin yöntemlerine yer verilmiştir.

3.1. TEK DEĞİŞKENLİ GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELİ

Geleneksel ekonometrik modeller oynaklığın bir ölçüsü olan varyansın zaman içinde sabit olduğu varsayımına dayanmaktadır. Ancak finansal zaman serilerinin varyansları genellikle zaman içinde değişkenlik göstermektedir. Bu nedenle finansal zaman serilerinin analizinde geleneksel zaman serisi modelleri yetersiz kalmaktadır. Finansal serilerin dinamik özelliklerinin daha iyi modellenmesi ve değişen varyansın tahmini amacıyla ilk olarakARCH modelardından GARCH modelleri geliştirilmiştir (Özden, 2008: 340). GARCH spesifikasyonu doğrudan ekonomik teoriden doğmamaktadır. Ancak GARCH modelleri, geleneksel otoregresif hareketli ortalama zaman serisi analoguna benzer olarak ekonomik zaman serisi verilerindeki farklı varyans yapısına yakın ve cimri bir yaklaşım sağlamaktadır (Bollerslev, Engle ve Wooldridge, 1988: 119).

Tek değişkenli standart GARCH model, finansal zaman serilerinin zaman içinde değişen oynaklık yapısını modellemede başarı sağlamıştır. Tek değişkenli ARCH modeli literatürde Engle(1982) ile ortaya çıkmıştır. Bu modeli Bollerslev

(1986) tarafından öne sürülen GARCH genellemesi takip etmiştir (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012:4). GARCH model ARCH modelin otoregresif hareketli ortalama modeline dönüştürülmüş halidir. Geçmiş dönem hata karelerinin ağırlıklandırılmasına dayanan GARCH (p,q) süreci aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Tsay, 2010:132).

$$y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2),$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t,$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2, \qquad (18)$$

ψ_{t-1}, $t-1$ döneminde eldeki bilgi setini ifade etmektedir. Böylece ψ_{t-1} $\{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \cdots\}$ olarak ifade edilebilir. $\{v_t\}$ sıfır ortalamalı birim varyanslı standart normal yada standardize Student $-$ t dağılıma sahip bağımsız, özdeşrassal değişkendir. $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\beta \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{mak(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$'dir. $\alpha_i + \beta_i$ kısıtı koşulsuz varyansın sonlu olduğunu işaret etmektedir. Öte yandan koşullu varyans σ_t^2 zaman içinde değişmektedir. ε_t'nin standart normal, standart Student $-$ t dağılımı veya genelleştirilmiş hata dağılımı gösterdiği kabul edilmektedir. $q = 0$ olmasıdurumunda,(18)'nolumodel pür ARCH(q) modeline indirgenmiş olacaktır. α_i ve β_i sırasıyla ARCH ve GARCH parametrelerini ifade etmektedir (Tsay, 2010:132). GARCH (p,q) süreci doğrusal olmayan bir süreci ifade etmektedir.

Doğrusal olmayan GARCH (p,q) sürecinde ε_t'nin koşulsuz dağılımı Gaussyan değildir. Bu nedenle sapmalar sıklıkla ortaya çıkabilmektedir. Ayrıca, bir sapma olduğunda bu sapma bir süre için koşullu oynaklığı arttırmaktadır. Bu özellik birçok finansal zaman serisinin özelliği olarak görülmektedir (http://people.stern.nyu.edu).

Öte yandan, $\{\varepsilon_t\}$'nin bağımsız özdeş Gaussyan şoklar cinsinden tanımlanması durumunda GARCH(p,q) modelini tanımlamak mümkündür. Yani şoklar sıfır ortalamalı birim varyanslı normal dağılıma sahip olmalıdır. Bu durumda $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ olarak tanımlanmaktadır. $\{\varepsilon_t\}$ yukarıda tanımlandığı gibi GARCH(p,q) süreci izlemektedir. Böylece $E[\varepsilon_t \mid \psi_{t-1}] = 0$ ve $var[\varepsilon_t \mid \psi_{t-1}] = \sigma_t^2$ varsayımlarını sağlamaktadır (http://people.stern.nyu.edu).

Gözlenen getiriler genellikle kalın kuyruk dağılımına sahiptir. Bu doğrultuda geliştirilen Student-t GARCH modelde şoklar t dağılımına sahip olmaktadır (Danielsson, 2011: 40).

GARCH modellerinin en basit hali olan GARCH (1,1) modeli eşitlik (19)'dakigibidir:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2. \quad (19)$$

(19)'nolu denklemde σ_t^2 koşullu varyansı ifade etmektedir. σ_t^2'nin pozitif olma koşuluna ilişkin kısıtlar $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0$ ve $\beta \geq 0$ olarak belirlenmiştir. Ancak $\alpha_1 = 0$ olduğunda $\beta = 0$ olmalıdır. Aksi durumda σ_t^2 dizisi sabit olma eğilimindedir. Bu durumda β tayin edilememektedir (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012:4). GARCH modelkoşulsuz varyansın uzun dönem ortalama değerinin (α_0), önceki dönemoynaklığının ($\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$) ve önceki döneme ait modelden tahminlenen varyansın $\left(\beta \sigma_{t-1}^2\right)$ağırlıklı fonksiyonudur (Brooks, 2008: 392). Bir diğer ifade ile GARCH öngörü varyansı üç farklı varyans öngörüsünün ağırlıklı ortalamasıdır. Bunlardan ilki sabit varyans olup uzun dönem ortalamaya karşılık gelmektedir. İkincisi önceki dönem öngörüsüdür. Üçüncüsü ise "yeni bilgidir". Bu bilgi bir önceki dönem öngörüsü yapıldığında elde bulunmayan bilgi anlamına gelmektedir. Yeni bilgi bir dönemlik bilgiye dayalı varyans öngörüsü olarak düşünülebilir.(Engle, 2003: 329).

3.2. ÇOK DEĞİŞKENLİ GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

Literatürde Vektörel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (VECH-GARCH), Diyagonal Vektörel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (DVECH-GARCH) ve Baba, Engle, Kraft ve KronerGenelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (BEKK) modellerinin de dahil olduğu birçok çok değişkenli GARCH formülasyonu ile genişletilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde VECH-GARCH, DVECH-GARCH ve BEKK modeller ile koşullu korelasyonlu değişen varyans modelleri ele alınmaktadır.

3.2.1. VECH-GARCH Model

Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tarafından önerilen VECH-GARCH(p,q) modelin genel formu aşağıdaki gibi gösterilmektedir:(Bollerslev, Engle ve Wooldridge, 1988: 119).

$$y_t = b + \delta H_t \omega_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{vech}(H_t) = C + \sum_{i=1}^{q} A_i \text{vech}\left(\varepsilon_{t-i}\varepsilon_{t-i}^{'}\right) + \sum_{j=1}^{p} B_j \text{vech}\left(H_{t-j}\right) \quad (20)$$

$$\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, H_t),$$

VECH(·) operatörü simetrik matrisin alt bölümünün sütunlarını kümeleyen operatördür. y_t $N \times 1$ boyutlu stokastik süreç vektörünü, b $N \times 1$ boyutlu sabit vektörü, ε_t $N \times 1$ hata vektörünü ifade etmektedir. C, $1/2\,N(N+1) \times 1$ boyutlu vektörü ve A_i, $i = 1, \ldots, q$ ile B_j, $j = 1, \ldots, p$ $1/2\,N(N+1) \times 1/2\,N(N+1)$ matrislerini, ψ_{t-1} $t-1$ döneminde bilgi setini ifade etmektedir. H_t koşullu varyans-kovaryans matrisini göstermektedir(Bollerslev, Engle ve Wooldridge, 1988: 119-120).

İki değişkenli VECH-GARCH(1,1) modeli ele alındığında model için,

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix},\ \varepsilon_t = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}, \text{ olarak tanımlanmaktadır.}$$

VECH operatörü matrisin üst üçgensel bölümünü oluşturmakta ve her bir eleman tek kolonlu bir vektörde gösterilmektedir. Örneğin iki değişkenli modelde $\text{VECH}(H_t)$ (21)'de gösterildiği gibidir:

$$\text{VECH}(H_t) = \begin{bmatrix} h_{11t} \\ h_{22t} \\ h_{12t} \end{bmatrix} \quad (21)$$

(21)'deki gösterimde yer alan h_{iit}, t dönemindeiki getiri serisinin $(i = 1,2)$ arasındaki koşullu varyansı, h_{ijt} ise $i \neq j$ için koşullu kovaryansı ifade etmektedir. Bu gösterim $VECH(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ için aşağıdaki gibidir:

$$VECH(\varepsilon_t \varepsilon_t') = VECH\left(\begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_{1t} & u_{2t} \end{bmatrix}\right)$$

$$= VECH\begin{pmatrix} u_{1t}^2 & u_{1t}u_{2t} \\ u_{1t}u_{2t} & u_{2t}^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} u_{1t}^2 \\ u_{2t}^2 \\ u_{1t}u_{2t} \end{bmatrix}$$

Bu durumda VECH-GARCH model gösterimi şöyledir:

$$h_{11t} = c_{11} + a_{11}u_{1t-1}^2 + a_{12}u_{2t-1}^2 + a_{13}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{11}h_{11t-1} + b_{12}h_{22t-1} + b_{13}h_{12t-1}$$

$$h_{22t} = c_{21} + a_{21}u_{1t-1}^2 + a_{22}u_{2t-1}^2 + a_{23}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{21}h_{11t-1} + b_{22}h_{22t-1} + b_{23}h_{12t-1} \quad (22)$$

$$h_{12t} = c_{31} + a_{31}u_{1t-1}^2 + a_{32}u_{2t-1}^2 + a_{33}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{31}h_{11t-1} + b_{32}h_{22t-1} + b_{33}h_{12t-1}$$

(22)'deki gösterimden koşullu varyans ve kovaryans değerlerininkoşullu varyans ve koşullu kovaryansların gecikmeli değerlerine, gecikmeli artık karelere ve artıkların çapraz çarpımlarına bağlı olduğu görülmektedir. İki değişkenli olmasına rağmen bu türden bir modelintahmin edilmesi son derece güçtür olmaktadır (Brooks, 2008: 433).

VECH-GARCH modelin dezavantajı kovaryans matrisinin pozitif yarı tanımlı olduğunu garanti etmemesidir. Varyans-kovaryans matrisi veya korelasyon matrisi daima pozitif yarı tanımlı olmak zorundadır. Ancak belirli bir serideki tüm getirilerin aynı olması durumunda varyansları sıfır olacağından bu durum göz ardı edildiğinde, matris pozitif tanımlı olacaktır (Brooks, 2008: 434). Öte yandan VECH-GARCH model oldukça genel bir model olmakla birlikte çok sayıda parametre içermektedir. Bunun nedeni koşullu varyans ve kovaryans denklemlerinin kısıtlı olmamasıdır. Böylece VECH-GARCH modelin içerdiği parametre sayısı $(N+1)+1/2\,N(N+1)+1/4\,N^2(N+1)^2(p+q)$ olarak belirlenmektedir (Bollerslev, Engle ve Wooldridge, 1988: 119-120). Bu durum pratikte VECH-GARCH modelin yalnızca iki değişkenli durumlarda kullanılabilir olmasına neden olmaktadır. Bu

problemin üstesinden gelmek için sadeleştirme amacıyla çeşitli varsayımlar yapılmaktadır. Bu bağlamda Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) DVECH-GARCH modeli önermişlerdir (Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 82).

3.2.2. DVECH-GARCH Model

Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tarafından geliştirilen DVECH-GARCH modelinde, VECH-GARCH modelindeki A ve B matrislerinin köşegen olduğu varsayılmaktadır. Her bir kovaryans diğer bir ifade ile VECH(h) yalnızca kendi gecikmeli değerlerine ve $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}$ 'nin önceki değerlerine bağlıdır. Bu kısıtlama parametre sayısını VECH-GARCH modele kıyasla azaltmaktadır. Bu model ile $(q+p+1)(N(N+1))/2$ sayıda parametre tahmin edilmektedir.

DVECH-GARCHmodelinde köşegenlik varsayımına rağmen modelin pratikte tahmini zor olmaktadır (Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 82). $p=q=1$ için A ve B matrislerinin diyagonal olduğu varsayımı altında DVECH-GARCH(1,1) modeli (23)'de gösterildiği gibidir.

$$
\begin{aligned}
&y_{it} = b_i + \delta \sum_j \omega_{jt} h_{ijt} + \varepsilon_{it}, \\
&h_{ijt} = \gamma_{ij} + \alpha_{ij}\varepsilon_{it-1}\varepsilon_{jt-1} + \beta_{ij} h_{ijt-1}, \qquad i,j = 1,\ldots,N, \qquad (23) \\
&\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, H_t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} h_{11,t} & \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11,0} & \\ A_{21,0} & A_{22,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11,1} & \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix} \Theta \begin{bmatrix} \varepsilon^2_{1,t-1} & \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon^2_{2,t-1} \end{bmatrix}
$$

$$
+ \begin{bmatrix} B_{11,1} & \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix} \Theta \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix}
$$

Alt üçgen bölümü aşağıda gösterildiği gibidir:

$$h_{11,t} = A_{11,0} + A_{11,1}\varepsilon^2_{11,t-1} + B_{11,1}h_{11,t-1},$$

$$h_{21,t} = A_{21,0} + A_{21,1}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + B_{21,1}h_{21,t-1},$$

$$h_{22,t} = A_{22,0} + A_{22,1}\varepsilon^2_{11,t-1} + B_{22,1}h_{22,t-1},$$

i. ilgili vektörün i. elemanını, γ_{ij}, α_{ij} ve β_{ij} parametreleri ve ij ilgili matrisin ij 'ninci elemanını ifade etmektedir (Bollerslev, Engle ve Wooldridge, 1988: 121).

3.2.3. BEKK Model

VECH-GARCH modelde parametreler üzerine güçlü kısıtlamalar getirmeksizin H_t matrisinin daima pozitif tanımlı olması son derece güç olmaktadır. Bu nedenle Baba, Engle, Kraft ve Kroner (1990) ve Engle ve Kroner (1995) H_t'nin pozitiflik koşulunu kolayca sağlayabileceği yeni bir parametre tanımlama süreci geliştirmişlerdir (Engle ve Kroner, 1995:122)

Dışsal etkileri de içeren BEKK model aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$H_t = C_0'C_0 + \sum_{k=1}^{K} C_{1k}' x_t x_t' C_{1k} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{q} A_{ik}' \varepsilon_{t-i}\varepsilon_{t-i}' A_{ik} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{p} B_{ik}' H_{t-i} B_{ik},$$

A_{ik} ve B_{ik} parametre matrisleri; C_0 üçgensel parametre matrisi; C_{1k} parametre matrisi; toplamın en üst limiti K modelleme sürecinin en fazla ne kadar genellenebileceğini göstermektedir. Bu model zayıf koşullar altında dahi pozitif tanımlı olmaktadır (Engle ve Kroner, 1995:127).

BEKK modeli açıklamak için $K = 1$ alındığında ve egzojen değişken etkileri göz ardı edildiğinde, BEKK (1,1,K) modeli aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Engle ve Kroner, 1995:127):

$$H_t = C_0'C_0 + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'A + B'H_{t-1}B$$

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{12,0} \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{12,0} \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} A_{11,1} & A_{12,1} \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11,1} & A_{12,1} \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix} \qquad (24)$$

$$+ \begin{bmatrix} B_{11,1} & B_{12,1} \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11,1} & B_{12,1} \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix}$$

(24)'deki iki değişkenli BEKK modelinde H_t koşullu kovaryans matrisini ifade etmektedir. $A_{12,1}, A_{21,1}, B_{12,1}$ ve $B_{21,1}$ parametreleri iki değişken yada piyasa arasındaki oynaklık yayılımı ve oynaklık kümelemesi hakkında bilgi vermektedir. BEKK modelin diyagonal gösteriminde koşullu varyans değerleri, gecikmeli koşullu varyans değerleri ile gecikmeli getiri karelerin bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Bu durumda koşullu kovaryans değerleri,gecikmeli kovaryans değerleri

ilegetirilerin gecikmeli çapraz çarpımlarının bir fonksiyonu olmaktadır (Wang ve Wu, 2012:2169).

BEKK (1,1,1) modelinin parametre sayısı $N(5N+1)/2$ formülü ile hesaplanmaktadır. Tahmin edilen parametre sayısını ve sürecin genellenebileceği üst limiti azaltmak amacıyla diyagonalBEKK modelden yararlanılabilmektedir. Bu durumda (24)'nolu denklemdeki A ve B diyagonal parametre matrisleri olarak tanımlanmaktadır. Bu bakımdan diyagonal BEKK model DVECH-GARCH model ile aynı olmaktadır. DVECH-GARCH model H_t koşullu varyans-kovaryans matrisinin pozitif tanımlılığını garanti etmemektedir. Ancak diyagonal BEKK modelde H_t pozitif tanımlı olmaktadır. Örneğin iki değişkenli model dikkate alındığında DVEC model dokuz parametre BEKK model ise yedi parametre içermektedir. Tahmin edilen parametre sayısını azaltmanın bir diğer yolu ise skaler BEKK modeli uygulamaktır (Bauwens, Laurent ve Rombouts,2006:83-84).

$K=1$ için egzojen değişken etkilerini göz ardı eden iki değişkenli diyagonal BEKK-GARCH(1,1) model aşağıdaki gibidir(Engle ve Kroner, 1995: 127):

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11,0} & 0 \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{12,0} \\ 0 & c_{22,0} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} A_{11,1} & 0 \\ 0 & A_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11,1} & 0 \\ 0 & A_{22,1} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} B_{11,1} & 0 \\ 0 & B_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11,1} & 0 \\ 0 & B_{22,1} \end{bmatrix}$$

$$h_{11,t} = c_{11}^2 + A_{11}^2\varepsilon_{1,t-1}^2 + B_{11}^2 h_{11,t-1}$$

$$h_{21,t} = c_{11}c_{21} + A_{11}A_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + B_{11}B_{22}h_{21,t-1}$$

$$h_{22,t} = \left(c_{21}^2 + c_{22}^2\right) + A_{22}^2\varepsilon_{2,t-1}^2 + B_{22}^2 h_{22,t-1}$$

BEKK model VECH-GARCH modele kıyasla parametreler açısından daha ekonomik bir yaklaşımdır. VECH-GARCH modelde olduğu gibi, BEKK model parametreleri de farklı gecikmeli terimlerin H_t'nin elemanları üzerine doğrudan etkisini temsil etmemektedir. BEKK model VECH-GARCH modelin özel bir hali olarak ifade edilebilmektedir (Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 83).

BEKK modelin yanı sıra, VECH-GARCH model gösteriminde pozitif tanımlı varyans kovaryans matrisini garanti eden bir başka model Kawakatsu (2003) tarafından geliştirilen Cholesky faktör GARCH modelidir. Bu modelde H_t'nin fonksiyonel formu yerine $H_t = L_t L_t'$ eşitliği modellenmektedir. Bu spesifikasyonun en genel formu (25)'de gösterildiği gibidir:

$$\underset{k^* \times 1}{\text{vech}(L_t)} = h_t = c_0 + \sum_{i=1}^{p} A_i h_{t-1} + \sum_{j=1}^{q} B_j \varepsilon_{t-j} \tag{25}$$

(25)'nolu modelde, $k^* = k(k+1)/2$ olmak üzere c_0, A_i ve B_j $k^* \times 1, k^* \times k^*$ ve $k^* \times k^*$ boyutlu parametreleri ifade etmektedir. Bu spesifikasyonun avantajı parametreler üzerine herhangi bir kısıt getirmeksizin pozitif tanımlı varyans-kovaryans matrisinin elde edilmesidir. Bu modelin dezavantajı ise parametre yorumlarının güç olmasıdır.

3.2.4. Koşullu Korelasyon Modelleri

Çok değişkenli GARCH modeller kapsamında yalnızca koşullu varyansların değil aynı zamanda koşullu korelasyonların da dikkate alındığı modeller Bollerslev (1990), Tse ve Tsui (2002) ve Engle (2002) tarafından önerilmiştir. Bu doğrultuda çalışmanın bu bölümünde Standart MGARCH, Sabit Koşullu Korelasyon MGARCH, Dinamik Koşullu Korelasyon MGARCH ve Student-t Hatalı Sabit Koşullu Korelasyon MGARCH modelleri ele alınmıştır.

3.2.4.1. Standart MGARCH Model

Standart MGARCH model spesifikasyonu tek değişkenli GARCH model yapısının çok değişkenli çerçevede genişletilmiş hali olarak tanımlanmaktadır. Çok değişkenli normal dağılıma sahip y_t, $N \times 1$ boyutlu zaman serisi vektörünü, H_t pozitif tanımlı koşullu kovaryans matrisini ve ψ_{t-1}, $t-1$ dönemindeki bilgi setini ifade etmektedir.Buna göre, y_t'nin ilk iki momenti (26) ve (27)'deki gibi tanımlanmaktadır:

$$y_t = E(y_t \mid \psi_{t-1}) + \varepsilon_t \tag{26}$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t \mid \psi_{t-1}) = H_t \tag{27}$$

Böylece, ε_t'nin dağılımı ve H_t'nin fonksiyonel formu ilgilenilen temel konulardır. H_t koşullu kovaryans matrisi (28)'deki gibi bileşenlerine ayrıştırılabilmektedir:

$$H_t = D_t \Gamma D_t \tag{28}$$

D_t, $\sigma_{1t},\ldots,\sigma_{Nt}$ elemanlı $N \times N$ boyutlu stokastik diyagonal matris ve Γ, ρ_{ij} elemanlı $N \times N$ boyutlu simetrik pozitif tanımlı sabit korelasyonmatrisi olarak tanımlanmaktadır. Standart MGARCH model için korelasyon matrisinin elemanları, $i = 1,\ldots,N$ olmak üzere tüm $i \neq j$ için, $\rho_{ii} = 1$ ve $\rho_{ij} = 0$ olarak tanımlanmaktadır.Böylece, her bir koşullu varyansın tek değişkenli GARCH(1,1) süreci izlediği varsayılan Standart MGARCH model (29)'daki gibi ifade edilmektedir:

$$h_{iit} = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{ii,t-1} \qquad i = 1,\ldots,N \tag{29}$$

(29)'nolu gösterimde yer alan modelin sağlaması gereken kısıtları $\omega_i, \alpha_i, \beta_i > 0$'dır. Bu kısıtlara ek olarak, y_{it} gözleminin koşullu varyansının sonlu olabilmesi için $\alpha_i + \beta_i < 1$ olmalıdır.

3.2.4.2. Sabit Koşullu Korelasyon MGARCH Model

Koşullu korelasyonların sabit olduğu Sabit Koşullu Korelasyon Çok Değişkenli GARCH (CCC-MGARCH) model Bollerslev (1990) tarafından önerilmiştir. Koşullu korelasyonların sabitliği sonucu koşullu kovaryanslar karşılık gelen koşullu standart sapmaların çarpımlarının oranı olmaktadır. Bu kısıtlama bilinmeyen parametrelerin sayısını azaltmakta ve model tahminini kolaylaştırmaktadır (Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 88).

N tane finansal varlığın t dönemindeki getiri değerlerine ilişkin seriyi ifade eden y_t vektörünün ilk iki momenti (26) ve (27)'deki gibi ifade edildiğinde y_t modeli koşullu ve/veya koşulsuz farklı varyansa izin vermektedir. Ayrıca h_{ijt}, H_t matrisinin ij'ninci elemanını, y_{it} ve ε_{it} sırasıyla y_t ve ε_t'nin i'inci elemanını ifade etmektedir.Tüm dönemler (t) için $-1 \leq \rho_{ijt} \leq 1$ olmak üzere koşullu korelasyon $\rho_{ijt} = h_{ijt} \Big/ \sqrt{(h_{iit} h_{jjt})}$ olarak tanımlanmaktadır.Ancak ρ_{ijt} genellikle H_t'nin zaman

içinde değişimine bağlı olarak zamanla değişen bir yapıya sahip olmaktadır. Bazı uygulamalarda ise zamanla değişen koşullu kovaryans, karşılık gelen iki koşullu varyans çarpımlarının karekköküne oranı şeklinde (30)'nolu eşitlikte olduğu gibi tanımlanmaktadır (Bollerslev, 1990: 499):

$$h_{ijt} = \rho_{ij}\left(h_{iit}h_{jjt}\right)^{1/2}, \qquad j = 1,\ldots,N,\ i = j+1,\ldots,N, \tag{30}$$

Böylece, koşullu korelasyon zaman içinde sabit olmaktadır. Sabit koşullu korelasyon modelinin en cazip özelliği kolay tahmin edilebilir ve yorumlanabilir olmasıdır. Son olarak her bir koşullu varyans tekrar yazılırsa,

$$h_{iit} \equiv \omega_i \sigma_{it}^2,\ i = 1,\ldots,N \tag{31}$$

ω_i pozitifve zaman içinde sabit skaleri ifade etmektedir. Ayrıca σ_{it}^2 tüm dönemler için pozitif değerler almaktadır. Diğer bir ifade ile $\sigma_{it}^2 > 0$ 'dır.

(30) ve (31)'nolu denklemler verildiğinde, koşullu kovaryans matrisi H_t ,

$$H_t = D_t \Gamma D_t \tag{32}$$

olaraktanımlanmaktadır.

D_t , $\sigma_{1t},\ldots,\sigma_{Nt}$ elemanlı $N \times N$ boyutlu stokastik diyagonal matris ve Γ , $\rho_{ij}\sqrt{(\omega_i\omega_j)}$ elemanlı $N \times N$ boyutlu zaman içinde değişmeyen korelasyon matrisi olarak tanımlanmaktadır.

Genel olarak CCC-MGARCH(p,q) süreci (33)'deki gibi tanımlanmaktadır:

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^{q} A_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{p} B_j h_{t-j} \tag{33}$$

Orijinal CCC-MGARCH(1,1) modeli spesifikasyonu aşağıdaki gibidir (Bollerslev, 1990: 501):

$$h_{iit} = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{ii,t-1} \qquad i = 1,\ldots,N \tag{34}$$

(34)'nolu gösterimde yer alan CCC-MGARCH modelin sağlaması gereken kısıtlarıStandart MGARCH modelin kısıtları ile aynıdır. Bu modelde H_t , tüm koşullu varyansların pozitif olması ve Γ 'nın pozitif tanımlı olması durumunda pozitif tanımlı olmaktadır. Koşulsuz varyanslar kolaylıkla elde edilebilirken, koşulsuz kovaryansların hesaplanması (32)'nolu denklemdeki doğrusal olmama durumu nedeniyle zor olmaktadır(Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 89).

3.2.4.3. Student-t Hatalı Sabit Koşullu Korelasyon MGARCH Model

Getiri serilerindeki yüksek basıklığı açıklamak üzere bilinmeyen serbestlik derecesi v ile kalın kuyruk çok değişkenli Student-t dağılımı kullanılmaktadır. Bu model kısaca CCC-t-MGARCH model olarak adlandırılmaktadır. Zira y_t getiri serisi vektörünün ilk iki momenti (26) ve (27)'de gösterildiği gibi ele alındığında, bu modeli CCC-MGARCH modelden farklı kılan nokta ε_t'nin dağılımıdır. CCC-t-MGARCH modelde ε_t çok değişkenli Student-t dağılımına sahiptir.

Student t hatalarına sahip GARCH(1,1) modelini aşağıdaki gibi ele alalım (Bauwens ve Lubrano, 1998: 24-26).

$$h_t = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \qquad \varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim \text{Student} - t(0,1,v) \tag{35}$$

ε_t'nin bağımsız olduğu varsayılmaktadır. y_t'nin geçmiş bilgiye (I_{t-1}) bağlı şartlı dağılımı, sıfır ortalamalı ve $h_t v/(v-2)$ varyanslı , $v > 2$ varsayımı ile Student-t dağılımıdır. Başlangıç varyansı h_0 bilinen sabit olarak ele alınmaktadır. h_t'nin pozitif tanımlı olmasını sağlamak amacıyla varyans denkleminin parametrelerine $\omega \geq 0$, $\alpha > 0$ ve $\beta \geq 0$ kısıtları getirilmektedir. v ekstra serbestlik derecesi parametresi anlamına gelmektedir. Bu parametre sonsuzluk eğilimde olduğunda, Student yoğunluğu normal dağılıma yakınsamaktadır. Parametre sıfır değerine yakınsadığında ise yoğunluğun kuyrukları giderek kalın kuyruk şeklini almaktadır. Bu parametre değeri aynı zamanda momentin derecesini belirtmektedir. Örneğin, $v = 2$ olması durumunda ikinci dereceden moment yoktur. Ancak birinci mertebeden moment bulunmaktadır. Bu nedenle $v > 2$ varsayımının kabul edilmesi uygun olacaktır. Bu sayede H_t her zaman koşullu kovaryans matrisi olarak yorumlanabilecektir (Bauwens ve diğerleri, 2006: 97).

$v > 2$ varsayımı ile,

$$0 \leq \alpha \frac{v}{v-2} + \beta < 1 \tag{36}$$

olmak üzere (36)'da ifade edilen bu kısıt y_t sürecinin kovaryans durağanlığını sağlamak amacıyla uygulanmaktadır. Nelson (1990) y_t sürecinin kovaryans durağanlık sağlanmaksızın güçlü durağan olma özelliğini koruduğunu belirtmektedir. Çünkü güçlü durağanlık koşulu $E\log(\alpha\varepsilon_t^2 + \beta) < 0$ zayıf durağanlık koşulundan daha

az bağlayıcı olarak değerlendirilmektedir. $\beta < 1$ zayıf ve güçlü durağanlık için gerekli olan kısıtı ifade etmektedir (Bauwens ve Lubrano, 1998: 24-26).

3.2.4.4. Dinamik Koşullu Korelasyon MGARCH Model

Christodoulakis ve Satchell (2002), Engle (2002) ile Tse ve Tsui (2002) koşullu korelasyon matrisinin zamana bağlı olduğu Dinamik Koşullu Korelasyon Çok değişkenli GARCH (DCC-MGARCH) modeli önermişlerdir. Bu modellerde koşullu korelasyon matrisi zamana bağlı olarak farklı değerler alabilmektedir. DCC-MGARCHmodelin güç tarafı ise zamana bağlı koşullu korelasyon matrisinin pozitif tanımlı olma zorunluluğudur. Ancak bu koşul DCC-MGARCH model parametreleri üzerine konan kolay kısıtlamalar ile garanti edilmektedir (Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 89).

Bauwens'ın aktardığına göre, Christodoulakis ve Satchell (2002) tarafından geliştirilen DCC-MGARCH modelinde korelasyon katsayısının Fisher dönüşümü kullanılmaktadır. Korelasyon katsayısının spesifikasyonu $\rho_{12,t} = \left(e^{2r_t} - 1\right) / \left(e^{2r_t} + 1\right)$ şeklindedir. Bu ifadede yer alan r_t terimi, $\varepsilon_{1t}\varepsilon_{2t} / \sqrt{h_{11t}h_{22t}}$ hata terimini kullanan herhangi bir GARCH model olarak tanımlanabilmektedir. Bu model kolay uygulanabilmektedir. Zira Fisher dönüşümü ile koşullu korelasyon matrisinin pozitif tanımlılığı garantilenmektedir. Ancak bu model yalnızca iki değişkenli durumlar için kullanılabilmektedir. Çok değişkenli ve yüksek boyutlu veri setleri için Tse ve Tsui (2002) ve Engle (2002) tarafından önerilen DCC-MGARCH modeller uygulanmaktadır.

Tse ve Tsui (2002) DCC veya DCC$_t$(M) Model

Tse ve Tsui (2002) çalışmalarında koşullu korelasyon matrisine odaklanmışlardır. Böylece zamanla değişen koşullu korelasyon matrisi Γ_t yinelemeden (37)'de gösterildiği gibielde edilmiştir.

$$\Gamma_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)\Gamma + \theta_1\Gamma_{t-1} + \theta_2\Psi_{t-1} \qquad (37)$$

$\Gamma = \{\rho_{ij}\}$zaman içinde sabit,diyagonal elemanları birden oluşan, $\rho_{ii} = 1$, $N \times N$ boyutlu pozitif tanımlı parametre matrisini ifade etmektedir. Ψ_{t-1} ise $N \times N$ boyutlu

gecikmeli korelasyon matrisini tanımlamaktadır. θ_1 ve θ_2, $\theta_1 + \theta_2 \leq 1$ kısıtı altında negatif olmayan parametrelerdir. Sonuçta Γ_t, Γ_{t-1} ve Ψ_{t-1}'in ağırlıklı ortalamasıdır. Böylece Ψ_{t-1} ve Γ_0 iyi tanımlanmış[2] korelasyon matrisleri ise Γ_t de iyi tanımlanmış olacaktır. Ψ_{t-1} gecikmeli standardize artık değerlerine (ε_t) bağlıdır. $\Psi_t = \{\psi_{ij}\}$ şeklinde gösterilmektedir. Ψ_{t-1} ise(38)'nolu eşitlikte olduğu gibi tanımlanmaktadır.

$$\psi_{ij,t-1} = \frac{\sum_{h=1}^{M} \varepsilon_{i,t-h}\varepsilon_{j,t-h}}{\sqrt{\left(\sum_{h=1}^{M} \varepsilon_{i,t-h}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{M} \varepsilon_{j,t-h}^2\right)}}, \qquad i \leq i \leq j \leq N \tag{38}$$

$\{\varepsilon_{t-1}, \ldots, \varepsilon_{t-M}\}$'nin örnek korelasyon matrisi Ψ_{t-1} olarak ifade edilmektedir. $E_{t-1} = (\varepsilon_{t-1}, \ldots, \varepsilon_{t-M})$ verildiğinde, E_{t-1} $N \times M$ boyutlu matris olarak tanımlanmaktadır. Eğer B_{t-1}, $N \times N$ boyutlu diyagonal matris ve matrisin i'inci diyagonal elementi $\left(\sum_{h=1}^{M} \varepsilon_{i,t-h}^2\right)^{1/2}$ $i = 1, \ldots, N$ ise, $\Psi_{t-1} = B_{t-1}^{-1} E_{t-1} E_{t-1}' B_{t-1}^{-1}$ olarak elde edilmektedir. Ψ_{t-1}'in pozitif tanımlı olabilmesi için gerekli koşul $M \geq N$'dir.Pozitif tanımlılık koşulu sağlandığında Ψ_{t-1} iyi tanımlanmış korelasyon matrisi olmaktadır (Tse, 2002: 352-353).

Engle(2002) DCC veya DCC$_E$(1,1) Model

Engle (2002) tarafından önerilen alternatif DCC-MGARCH model koşullu korelasyon matrisi,

$$R_t = \text{diag}\left(q_{11,t}^{-1/2} \ldots q_{NN,t}^{-1/2}\right) Q \text{diag}\left(q_{11,t}^{-1/2} \ldots q_{NN,t}^{-1/2}\right) \tag{39}$$

olaraktanımlanmaktadır. S, $N \times N$ boyutlu ε_t'nin koşulsuz varyans matrisi, α, β parametreleri $\alpha + \beta < 1$ kısıtını sağlayan negatif olmayan skaler parametreler, ε_t standardize artık değerleri olmak üzere $N \times N$ boyutunda simetrik ve pozitif tanımlı Q_t matrisi,

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)S + \alpha\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}' + \beta Q_{t-1} \tag{40}$$

şeklinde gösterilmektedir (Engle, 2002:342).

---

[2] İyi Tanımlanmış Korelasyon Matrisleri: Diyagonal elemanları bir değerinden oluşan pozitif tanımlı korelasyon matrisleri anlamına gelmektedir.

DCC_E model, DCC_T modelden farklı olarak,koşullu korelasyonu geçmiş korelasyonların ağırlıklı toplamı olarak formüle etmemektedir. Q_t matrisi GARCH denklemindeki gibi yazılmakta ardından korelasyon matrisine dönüştürülmektedir. DCC_E ve DCC_T modellerindesabit koşullu korelasyonların ampirikolarak uygunluğusırasıyla $\theta_1 = \theta_2 = 0$ veya $\alpha = \beta = 0$ ile test edilebilmektedir (Bauwens, Laurent ve Rombouts, 2006: 90).

3.3. GARCH MODELLERİN TAHMİN YÖNTEMLERİ

GARCH modeller doğrusal formda olmadığı için bu modellerin tahmininde en küçük kareler yöntemi kullanılamamaktadır. Bu durumun birçok nedeni bulunmaktadır. Ancak en basit ve temel nedeni EKK yönteminin koşullu ortalama denklemine ait artık kareler toplamını minimize etmesidir. Oysaki koşullu varyans denkleminin artık kareler toplamı EKK yöntemi ile minimize edilememektedir. Böylece minimum artık kareler toplamının sağlanması amaç olmaktan çıkmaktadır (Brooks, 2008:394-394). Bu nedenle GARCH modellerin tahminine yönelik çeşitli yöntemler önerilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde En Yüksek Olabilirlik, Yarı En Yüksek Olabilirlik ve Bayesyen Tahmin yöntemleri kısaca sunulmuştur.

3.3.1. GARCH Modelin En Yüksek Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini

GARCH model ailesine ait modellerin tahmininde kullanılan en yaygın yöntemlerden biri ML yöntemidir. Bu yöntem özellikle gerçek veriler kullanıldığında parametre değerlerine çok yakın değerler tahmin edilmesini sağlamaktadır. ML yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan modellere ilişkin parametre tahminlerinde kullanılabilmektedir (Brooks, 2008:394-395).

ML yöntemini açıklamak amacıyla AR(1)-GARCH(1,1) modelini(41)-(42)'degösterildiği gibi ele alalım:

$$y_t = \mu + \varphi y_{t-1} + u_t, \qquad u_t \sim N\left(0, \sigma_t^2\right) \tag{41}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \tag{42}$$

ML tahmini ile gözlenen veriyi en yüksek olasılık ile üretecek parametre değerler seti seçilmektedir. Bu süreç ilk olarak olabilirlik fonksiyonunun (LF)

belirlenmesi ile başlamaktadır. LF gerçek verilerin çarpımsal fonksiyonu olacaktır. Bu fonksiyonun parametrelere göre maksimizasyonuise güç olmaktadır. Bu nedenle LF'nun logaritması (LLF) alınarak örneklem verisinin toplamsal fonksiyonu olarak dönüştürülmektedir. Gerçekte ML tahmincilerini elde edilme süreci LLF'nin parametrelere göre türevlenmesini içermektedir (Brooks, 2008: 395-398).

$u_t \sim N(0, \sigma_t^2)$yani zamanla değişen koşullu varyansa ve normal dağılımlı hatalara sahipGARCH (1,1) modeli için LLF (43)'deki gibi ifade edilmektedir (Brooks, 2008: 395-398):

$$L = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu - \varphi y_{t-1})^2 / \sigma_t^2 \qquad (43)$$

Koşullu farklı varyans modelleri için düşünüldüğünde hata varyansı sabit olma varsayımından çıkartılarak zamanla değişen hata varyansı olarak yeniden düzenlenmektedir. Bu nedenle,

$$\frac{T}{2}\log\sigma^2$$

ifadesi yerine zamanla değişen varyans için eşdeğer olarak,

$$\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log\sigma_t^2$$

ifadesi kullanılmaktadır. LLF 'nin geri kalan kısmında paydada yer alan σ^2 ifadesi yerine de σ_t^2 ifadesi getirilmektedir (Brooks, 2008: 395-398).

Sezgisel olarak, LLF'nin maksimizasyonu için

$$\sum_{t=1}^{T}\log\sigma_t^2$$

ve

$$\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu - \varphi y_{t-1})^2 / \sigma_t^2$$

ifadelerinin minimize edilmesi gerekmektedir. Çünkü bu terimler fonksiyonda negatif işaretli olarak bulunmaktadır. $\frac{T}{2}\log(2\pi)$terimi ise parametrelere göre sabittir. Bu terimler birlikte minimize edildiğinde hata varyansı da minimize edilmiş olacaktır (Brooks, 2008: 395-398).

LLF'den en temel GARCH tipi model örnekleri için parametrelere göre analitik çıkarımlar elde edilmiştir. Ayrıca sonuç formülasyonları son derece karmaşık olmaktadır. Bu nedenle log-olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonu yerine nümerik prosedür kullanılmaktadır (Brooks, 2008: 395-398).

Gerçekte tüm yöntemler log olabilirlik fonksiyonunu maksimize eden parametre değelerini parametre uzayı üzerinden bulma-araştırma temeline dayanmaktadır. GARCH model gibi doğrusal olmayan modellerde, LLF birçok yerel maksimumlara sahiptir. Bu nedenle LLF için farklı algoritmalar farklı yerel maksimum değerleri bulabilmektedir. Cebirsel olarak GARCH modelin ML tahmincilerinin elde edilmesi zor olmaktadır (Brooks, 2008: 395-398). Bu yönteme ilişkin çeşitli optimizasyon teknikleri ve tahmincilerin elde edilmesi konuları bu çalışmanın kapsamı dışında yer aldığı için burada yer verilmemiştir.

3.3.2. GARCH Modelin Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini

ML yönteminde anlatıldığı gibi u_t için koşullu normallik varsayımı olabilirlik fonksiyonunun belirlenmesi için önemlidir. Normal dağılmamaya ilişkin test aşağıdaki ifade için mümkün olmaktadır (Brooks, 2008:399).

$$u_t = v_t \sigma_t, \qquad v_t \sim N(0,1) \tag{44}$$

$$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2} \tag{45}$$

(44)'nolu ifadede u_t'nin normal dağılıma sahip olması beklenmemektedir. Çünkü regresyon modelinden elde edilen hata teriminin dağılımı sıfır ortalamalı, zamana bağlı olarak değişen varyanslı normal dağılımdır. Kısaca $u_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ şeklinde gösterilen bu dağılımın kalın kuyruklara sahip olması muhtemel bir durumdur. Bu durumda normalik testi için uygun olan yöntem istatistiği,

$$v_t = \frac{u_t}{\sigma_t} \tag{46}$$

şeklindeifade edilmektedir.

(46)'nolu gösterimde, t dönemi model artık değerleri aynı döneme ait koşullu standart sapma değerlerine bölünmektedir. Böylece u_t yerine v_t'nin normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Örnek için formülasyon,

$$\hat{v}_t = \frac{\hat{u}_t}{\hat{\sigma}_t}$$

şeklinde ifade edilmekte ve standardize artıklar olarak isimlendirilmektedir. $\hat{v}_t$ değerleri normal dağılıma sahip olduğundan Jarque-Bera gibi standart normallik testleri kullanılabilmektedir. Genellikle, $\hat{u}_t$ değerleri kadar olmasa dahi $\hat{v}_t$'nin kalın kuyruk özelliği görülmektedir. Sonuçta GARCH model varlık getirilerinin koşulsuz dağılımlarındaki yüksek basıklığı kısmen modelleyebilmektedir.

Diğer bir önemli nokta $\hat{v}_t$ değerlerinin normal dağılım göstermemesi durumudur. Bu durum sorun teşkil etmemektedir. Zira koşullu normallik varsayımı sağlanmasa dahi ortalama ve varyans denklemlerinin spesifikasyonunun doğru belirlenmesi durumunda ML parametre tahminleri tutarlı olacaktır. Ancak normal dağılmama bağlamında bilinen standart hata tahminleri geçerli olmamaktadır. Bu durumda Bollerslev ve Wooldridge (1992)'nin çalışmalarına bağlı olarak normal dağılmamaya karşı dirençli farklı varyans-kovaryans matris tahmincileri kullanılmalıdır. Bu prosedür Bollerslev- Wooldrigde standart hataları ile ML diğer bir ifade ile yarı en yüksek olabilirlik (QML) olarak bilinmektedir.

QML yöntemi özellikle GARCH modeller için önem taşımaktadır. Zira kesin durağan GARCH model için QML tutarlı ve asimptotik normal tahminciler sağlamaktadır (Francq ve Zakoian, 2010: 141). Bollerslev ve Wooldridge (1992) dinamik modellerde koşullu ortalama ve kovaryansların birlikte parametrizasyonu için QML yöntemi tahmincisinin ve ilişkili test istatistiklerinin özelliklerini ele almışlardır. QML tahmincisi ve ilgili test istatistikleri normal logaritmik olabilirlik fonksiyonunun maksimize edildiği ancak normallik varsayımının sağlanamadığı durumlar için geçerli olmaktadır. Normal dağılmama durumunda geçerli olan asimptotik standart hatalar için kolayca hesaplanabilen formülasyonlar önermişlerdir. Monte Carlo denemeleri asimptotik sonuçların sonlu örneklemler için geçerliliğini koruduğunu göstermiştir. Buna ek olarak çeşitli AR ve AR-GARCH zaman serisi modellerine ait tahmin sonuçları birçok durumda güçlütest istatistiklerinin, Wald ve LM güçlü olmayan testlerine göre daha iyi olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca, GARCH modeller ile örnek büyüklüklerine ilişkin analizlere göre QML tahmincilerindeki sapma göreli olarak küçük olmaktadır.

Denklem (19)'daki GARCH (1,1) modeli için, $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ parametre vektörü θ ile gösterilmek üzere t gözlemi için sabit terimsiz yarı- koşullu LLF aşağıdaki gibidir: (Bollerslev ve Wooldridge, 1992: 148)

$$l_t(\theta) = \log(\sigma_t^2) + (y_t - \mu - \varphi y_{t-1})^2 / \sigma_t^2 \tag{47}$$

T dönemi için maksimize edilecek yarı-LLF,

$$L_T = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} l_t(\theta) \tag{48}$$

şeklindeifade edilmektedir. Sonuçta elde edilecek olan tahminci QML tahmincisi olarak isimlendirilmektedir. Bilinmeyen parametrelerin tahmini için sıklıkla kullanılan prosedür $u_t \sim N(0, \sigma_t)$ varsayımı altında LF'nin maksimizasyonudur. QML yönteminde de koşullu normal dağılım varsayımı yapılmaksızın LF'nin maksimizasyonu söz konusu olmaktadır.

3.3.3. GARCH Modellerinin Bayesyen Tahmini

GARCH model parametreleri ML Yöntemi ile tahmin edilebilmektedir. Ancak GARCH tipi modellerdeki eşitsizlik kısıtları diğer bir ifade ile durağanlık kısıtı Bayesyen tahminde ML yöntemine kıyasla çok daha kolay sağlanmaktadır. MCMC model parametrelerinin ve fonksiyonlarının ardıl dağılımlarını bulmada esneklik sağlamaktadır. MCMC yöntemi ile model parametrelerinin ve fonksiyonlarının olasılık dağılımları elde edilebilmektedir (Güriş ve Saçıldı, 2011: 155,157).

GARCH hatalarına sahip bir regresyon modeline Bayesyen tahmin sürecini uygulamak amacıyla hataların dağılımının normal olduğu GARCH(1,1) modelini ele alalım. Ardia (2008)'nın gösterimiyle normal dağılıma sahip GARCH (1,1) modeli (49) ve (50)'nolu eşitlikteki gibi ele alındığında (Ardia, 2008: 17-18; Fioruci ve diğerleri, 2014: 320-323),

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}, \; t = 1,2,\ldots,T \qquad \varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0,1) \tag{49}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \tag{50}$$

$\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ ve $\beta \geq 0$ kısıtları pozitif koşullu varyans için sağlanmalıdır. $h_0 = y_0 = 0$ kısıtı ise çözüm bakımından kolaylık sağlamaktadır; $N(0,1)$ standart

normal dağılımı ifade etmektedir. Bu düzenleme ile koşullu varyans h_t geçmiş gözlem değerleri ile geçmiş varyansın karelerinin doğrusal bir fonksiyonu olmaktadır. LF'nin yazılabilmesi için $y=(y_1\cdots y_t)'$ ve $\alpha=(\alpha_0\alpha_1)'$ vektörleri tanımlanmaktadır. Model parametreleri $\psi=(\alpha_0,\alpha_1,\beta)$ vektörü ile gösterilmektedir. Buna ek olarak $T\times T$ boyutlu diyagonal matris,

$$\Sigma=\Sigma(\psi)=\text{diag}\left(\{h_t(\psi)\}_{t=1}^{T}\right)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada, $h_t(\psi)=\alpha_0+\alpha_1 y_{t-1}^2+\beta h_{t-1}(\psi)$ şeklinde ifade edilmektedir. ψ için LF aşağıdaki gibidir:

$$L(\psi\mid y)\propto(\det\Sigma)^{-1/2}\exp\left[-\tfrac{1}{2}y'\Sigma^{-1}y\right]$$

(50)'nolu model tahmin edilmeden önce $(\alpha_0,\alpha_1,\beta)$ parametrelerine ait uygun önsel değerler (51)'de olduğugibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned}p(\alpha_0)&\propto N(\alpha_0\mid\mu_\alpha,\Sigma_{\alpha_0})I_{\{\alpha_0>0\}}\\ p(\alpha_1)&\propto N(\alpha_1\mid\mu_\alpha,\Sigma_{\alpha_1})I_{\{\alpha_1>0\}}\\ p(\beta)&\propto N(\beta\mid\mu_\beta,\Sigma_\beta)I_{\{\beta>0\}}\end{aligned}\qquad(51)$$

μ ve Σ ilgili parametrelerin ön dağılımların hiperparametreleridir. Gösterge fonksiyonu olan I; kısıtı sağlanması durumunda 1'e, sağlanmaması durumunda 2×1 boyutlu 0 vektörüne eşit olmaktadır. N normal dağılımı ifade etmektedir. Buna ek olarak α_0, α_1 ve β parametreleri arasında "önsel bağımsızlığı" varsayımı kabul edilmektedir. Bu varsayım $p(\psi)=p(\alpha)p(\beta)$ anlamına gelmektedir. Böylece Bayesyen kurala göre, ortak ardıl yoğunluk (52)'nolu fonksiyonda gösterildiği gibi tanımlanmaktadır.

$$p(\psi\mid y)\propto L(\psi\mid y)p(\psi)\qquad(52)$$

GARCH hatalarına sahip bir regresyon modeline Bayesyen tahmin sürecini uygulamak amacıyla Student t hatalarına sahip GARCH(1,1) modelini (35)'nolu eşitlikte gösterildiği gibi ele alalım. Bu durumda, $(\omega,\alpha,\beta,\nu)$parametre vektörü θ ve gözlem sayısı T ile ifade edildiğinde ardıl olasılık yoğunluk fonksiyonu (53)'de gösterildiği gibidir.

$$\varphi(\theta\mid y)\propto\varphi(\theta)l(\theta\mid y)\qquad(53)$$

$v > 2$ için geçerli $l(\theta \mid y)$ olabilirlik fonksiyonu,

$$l(\theta \mid y) \propto \prod_{t=1}^{T} \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} (vh_t)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{y_t^2}{vh_t}\right]^{-\frac{v+1}{2}} \tag{54}$$

şeklinde ifade edilmektedir. θ önsel olasılık yoğunluk fonksiyonu parametreler üzerine konan pozitif olma kısıtları ile $\beta < 1$ kısıtını sağlamalıdır. Bayesyen çıkarsama konusunda en önemli nokta ardıl yoğunluğun integralinin alınabilir olmasıdır. Uygun bir önsel kullanılması ve olabilirlik fonksiyonunun anlamsız[3] olmaması durumunda doğru ardıl dağılım elde edilmiş olacaktır (Bauwens ve Lubrano, 1998: 24-26).

(54)'nolu gösterimde tanımlanan olabilirlik fonksiyonu için koşullu varyans parametrelerini, $(\omega, \alpha, \beta, v)$ olarak ele aldığımızda eğer tüm h_t değerleri tam olarak pozitif ise parametre değerleri sınırlı değerler alacaktır. Bu koşullar altında Student yoğunluğu sonlu ve pozitif olma özelliğine sahip olmaktadır. Bu parametrelerin her biri için parametre uzayı ne olursa olsun tekdüze dağılım uygun olacaktır. Ancak serbestlik derecesini ifade eden v parametresi için durum biraz daha farklıdır (Bauwens ve Lubrano, 1998: 24-26). Hataların Student-t dağılıma sahip olması durumunda bu dağılımın serbestlik derecesi parametresi v için tekdüze önsel dağılım uygun değildir. Tekdüze önsel dağılımın seçilmesi durumunda ardıl yoğunluk integrali alınabilir olmamaktadır. Bu durum olasılık yoğunluk fonksiyonunun integralinin sonsuz çıkması anlamına gelmektedir.

Sonuç olarak, v için yeterli ön bilginin sağlanması gerekmektedir. Böylece ardıl yoğunluk, kuyrukta hızlı bir şekilde sıfıra yaklaşacak ve integrali alınabilir olacaktır. Bauwens ve Lubrono (1998) v için kullanılabilecek dağılımları aşağıdaki gibi sıralamaktadır; (Bauwens ve Lubrono, 1998: C26)

msabiti 0.001 gibi küçük değerli olmak üzere, (m,∞) aralığında kırpılmış önsel,

— Sağ yarı tarafı sıfıra merkezileştirilmiş Cauchy ön dağılımı v>0 için $\varphi(v) \propto \left(1 + v^2\right)^{-1}$,

— (0,M) sonlu aralığında tekdüze önsel dağılım ve

[3] Olablilirlik fonksiyonunun anlamsız olması bazı parametre değerlerinin sonsuz olması gibi bir durum anlamına gelmektedir.

— Geweke (1993)'ün önerdiği üstel dağılım.

Önsel dağılımların berlirlenmesinin ardından simülasyon süreci ile Bayesyen tahmin gerçekleştirilebilir. Ardıl dağılımın elde edilmesinde Geweke (1989) ile Kleibergen ve van Dijk (1993) önem örneklemesi, Geweke (1994) MH algoritması, Bauwens ve Lubrano (1998) Griddy-Gibbs örnekleyicisi yöntemlerini uygulamışlardır.

Ritter ve Tanner (1992) tarafından ortaya atılan Griddy-Gibbs örnekleyicisi GARCH modeller içinilk kez Bauewns ve Lubrano (1998) tarafından uygulanmıştır. Ancak gerçek uygulamada yöntemin etkin olmama durumu söz konusu olmaktadır

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

Finansal getiri serilerinin oynaklığının modellenmesinde GARCH tipi modellere alternatif olarak oynaklığın daha esnek bir çerçevede modellenmesini sağlayan SV modelleri ortaya atılmıştır. Çalışmanın bu bölümünde öncelikle tek değişkenli SV modelleri kısaca açıklanmıştır. Ardından çalışmanın amacı ve kapsamı bakımından ilgilenilen çok değişkenli stokastik oynaklık (MSV) modelleri sunulmuştur. Daha sonra SV modellerinin tahminine yönelik ortaya atılan çeşitli tahmin yöntemleri anlatılmıştır.

4.1. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELİ

Stokastik oynaklık modelleri GARCH tipi modeller içerisinde yer almamakta ancak finansal getirilerdeki koşullu farklı varyansı modellemek üzere alternatif sunmaktadır (Fan ve Yao, 2003:179).Son 20 yıllık süreçte yüksek frekanslı finansal getiri serilerinin oynaklık değişimlerini modellemede SV modellerine artan bir ilgi bulunmaktadır. SV modellerinin en temel özelliği oynaklığın gözlenemeyen gizildeğişken olarak modellenmesidir. SV modelleri popüler hale getiren nokta ise bu modellerin finansal teoride kullanılan modellere yakın olmasıdır. Buna ek olarak, SV modellerinin istatistiki özellikleri log-normal dağılımın iyi bilinen sonuçları kullanılarak elde edilebilmektedir.(Broto ve Ruiz; 2004:613).

SV modellerinin özü matematiksel finans ve finansal ekonometriye dayanmaktadır. Taylor (1986)kesikli zaman SV modelini ARCH modele alternatif olarak geliştirmiştir (Ghysels, Harvey ve Renault, 1995:1). GARCH tipi modellerde getirilerin koşullu varyanslarının geçmiş getirilerin deterministik fonksiyonu olduğu kabul edilmektedir. Oysaki SV modellerinde oynaklık süreci rassaldır(Asai, McAleer ve Yu, 2006:146). Böylece GARCH modeller ile karşılaştırıldığında SV modelleri günlük finansal getiri serilerinin temel ampirik özelliklerini daha isabetli olarak yakalamaktadır

SV modelleri iki tip hata sürecine sahiptir. Bunlar; gözlenebilen oynaklık ve "gizil" oynaklık olarak adlandırılmaktadır. Gözlem hataları ölçüm ve örnekleme

hatalarından, gizil oynaklık ise süreç hatalarından kaynaklı ortaya çıkmaktadır. Gözlenemeyen oynaklığın zaman içinde stokastik olarak değiştiği kabul edilmektedir. Gizil oynaklık, SV modelleri ARCH tipi modellere kıyasla daha esnek hale getirmektedir (Ersel, Atılgan ve Günay, 2011: 63). Bu sayede SV modellerin varlık getirileri ile daha iyi uyuma sahip olduğu ve elde edilen artıkların standart normal dağılıma daha yakın olduğu görülmektedir. Getiri dağılımlarının kalın kuyruk özelliği göstermesi, otoregresif parametreler ile oynaklıkta sürekliliğin yakalanması, gözlem ve varyans denklemlerine ait hataların korelasyonu bakımından SV modeller getiri oynaklıklarının istatistiki özlelliklerini daha iyi tanımlamaktadır. Bu bakımdan SV modeller finansal zaman serilerinin analizi bakımından önem taşımaktadır.

(19)'nolu denklemdeki GARCH(1,1) modeli ε_t için ARMA modeline, σ_t^2 için AR(1) modele benzemektedir. Gerçekte AR(1) modeli gözlenemeyen hata terimi içermektedir. Ancak, GARCH(1,1) model gözlenebilen ε_{t-1}^2'yi içermektedir. Sıfır ortalamalı hata terimi yerine $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ teriminin getirilmesi σ_t^2'nin negatif değerler alabilmesine neden olmaktadır. Bu dezavantajın üstesinden gelmenin bir yolu σ_t^2 yerine $\log \sigma_t^2$ terimini kullanmaktır (Lai ve Zing, 2008: 225). Böylece koşullu varyans eşitliğinin "pozitif tanımlı olma" kısıtının sağlandığından emin olunmaktadır. Bu yaklaşım da stokastik oynaklık modeli yaklaşımını beraberinde getirmektedir.

Kesikli zaman Gaussyan Otoregresif Stokastik Oynaklık modeli ilk olarak Taylor (1986) tarafından aşağıdaki gibi önerilmiştir (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012:25):

$$y_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t,\ t = 1,\ldots,T, \qquad \varepsilon_t \sim NID(0,1) \tag{55}$$

$$\log h_t = \omega + \phi \log h_{t-1} + \eta_t, \tag{56}$$

(55) ve (56)'nolu gösterimde yer alan bu model Taylor Stokastik Oynaklık Modeli olarak da isimlendirilmektedir. (56)'nolu eşitlikte oynaklık süreci logaritmik olarak ele alınmaktadır. ε_t ile η_t birbirinden bağımsız hata terimlerini ifade etmektedir. ε_t hata teriminin yanı sıra ikinci bir hata terimi olan η_t'nin eklenmesi h_t oluşumunu tanımlama açısından modelin esnekliğini büyük ölçüde arttırmaktadır. Ancak bu durum parametre tahminini zorlaştırmaktadır. SV modelin tahmin zorluğu

ε_t ve η_t olmak üzere iki hata terimininkullanılmasından kaynaklanmaktadır (Tsay, 2010: 153).

Gizil süreç $\log h_t$, rastsal ve beklenmeyen bilgi akışını ifade etmektedir. Bu rastsal ve beklenmeyen bilgi akış süreci oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu nedenle heteroskedastik varyasyonun sadece gecikmeli y_t değerlerinin bir fonksiyonu olarak modellenmesi son derece karmaşıktır (Fan ve Yao, 2003:179). Bu nedenle SV modellerinde varyasyon gecikmeli y_t değerleri yerine gizil sürece dayalı bir fonksiyon olarak ifade edilmektedir.

Tek değişkenli stokastik oynaklık modelinin bir diğer gösterimi aşağıdaki gibidir: (Asai, 2005: 281)

$$y_t = \varepsilon_t \beta \exp(h_t / 2), \tag{57}$$

$$h_t = \mu + \phi(h_{t-1} - \mu) + \eta_t \tag{58}$$

ε_t ve η_t sıfır ortalamalı, sırasıyla 1 ve σ_η^2 varyanslı bağımsız Gaussyan süreçleri ifade etmektedir. Modelde β veya $\exp(\mu/2)$parametreleri sabit ölçekleme faktörü rolü oynamaktadır. Ayrıca bu parametrelerin anlık oynaklığı modellediği düşünülebilmektedir. (56) ve (58)'nolu eşitliklerde yer alan ϕ parametresi oynaklıktaki sürekliliğini, σ_η parametresi ise log-oynaklığın oynaklığını ifade etmektedir. (57) ve (58)'nolu eşitlikler ile tanımlanan SV modelidaha kolay tanımlamak amacıyla iki alternatif bulunmaktadır. Bunlardan ilki(57)'deki β parametresinin değerinin1 değerine eşitlenmesi diğeri μ 'nün değerinin 0 olarak kabul edilmesidir.

SV modelin tahmin ve yorumu GARCH tipi modellere kıyasla daha zor olmaktadır. SV modelin ekonomik motivasyonu dağılım karışımınları hipotezine dayanmaktadır. Diğer bir ifade ile (55)'nolu eşitlikte olduğu gibi finansal getiriler iki rassal değişken tarafından hareket ettirilmektedir. Bu iki değişkenden biri bağımsız hata terimi diğeri stokastik süreci ifade eden bilgi varış sürecidir. Bu modelde logaritmik oynaklık birinci dereceden Gaussyan otoregresif süreç izlemektedir. Bu model pozitif ϕ parametresi sayesinde, GARCH modelde olduğu gibi, modelde oynaklık kümelemesine izin vermektedir. SV modelin (55) ve (56)'nolu denklemleri ile standart GARCH(1,1) modele göre daha esnek olduğu söylenebilir. Öte yandan her

iki modelde aynı sayıda parametre içermektedir. SV modelde hataların normallik varsayımını sağlaması gerekmemektedir (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012: 25-26).

Durum uzay formundaki SV model bazı avatanjlara sahiptir. Bu avantajlar; açıklayıcı değişkenlerin varyans denklemine kolaylıkla dahil edilebilmesi, gizil değişkenin oluşumu için daha genel ARMA süreçlerinin varsayılabilmesi, kayıp veya düzensiz aralıklı gözlemlerin ele alınabilmesi ve çok değişkenli duruma genelleştirmede kolaylık olarak sıralanabilir (Sandmann ve Koopman, 1998:274).

4.2. ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

Tek değişkenli SV modellerin finansal serilerin analizinde yakaladığı başarı, finansal varlıkların bir grup olarak analizineimkansağlayan MSVmodellerin geliştirilmesini sağlamıştır. Literatürde ilk çok değişkenli kesikli zaman SV modeli Harvey, Luiz ve Sheppard (1994)'ın çalışmalarına dayanmaktadır. Harvey, Ruiz ve Shephard (1994) MSV modelini istatistiki olarak ele almışlardır. Bu ek olarak modelin gerçek veriler ile uyumunu araştırmışlardır (Harvey, Ruiz ve Shephard; 1994:248).

MGARCH modellerinin çok sayıda ve yararlı uygulamaları olmasına rağmen, MSV modellerine ilişkin teorik literatüryaklaşık son onbeş yıllık süreçte veri kayıt, depolama ve bilgisayar teknolojilerindeki ilerlemelere bağlı olarak gelişme gösterebilmiştir. Öte yandan ekonomik ve ekonometrik nedenlere bağlı olarak MSVmodelleri önem taşımaktadır. Zira finansal uygulama ve karar alma süreçlerinde korelasyon yapısına ilişkin elde edilen bilgi yaşamsal öneme sahip olmaktadır (Asai, McAleer ve Yu; 2006:146).Temel olarak üç farlı MSV modeli bulunmaktadır. Bunlar: Standart MSV modelleri, Faktör MSV modelleri ve Dinamik Korelasyonlu MSV (DCC-MSV) modelleridir. Bu çalışmada Standart MSV, Sabit Korelasyonlu MSV, Student-t Hatalı MSV ve Dinamik Korelasyonlu MSV modelleri sunulmuştur.

4.2.1. Standart Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli

Standart iki değişkenli MSV modeli iki tane tek değişkenli SV modelin bir arada bulunduğu model olarak düşünülebilir. Standart MSV model, kalın kuyruk getiri dağılımları ve oynaklık kümelemesine olanak sağlarken getiriler veya oynaklıklar arasındaki korelasyonu hesaba katmamaktadır (Yu ve Meyer, 2006:365). Tek

değişkenli SV modelleri ile her bir getiri serisi ve buna karşılık gelen logaritmik oynaklıklar bireysel olarak ayrı ayrı karakterize edilmektedir. Öte yandan, finansal seriler genellikle eş zamanlı olarak düşüş veya sıçrama gibi ortak özellikler sergilemektedirler. Bu ortak özelliklerin tek değişkenli SV modelleri ile analizi uygun olmamaktadır. Bu nedenle standart MSV model formüle edilmiştir. Tek değişkenli SV modelin çok değişkenli durumlar için genişletilmiş bir uzantısı olan standart MSV modelde hatalar arasındaki korelasyonlar tanımlanmaktadır.

Standart MSV modeli Harvey ve diğerleri (1994), Danielsson (1998), Smith ve Pitts (2006), Chan ve diğerleri (2006) tarafından farklı açılardan ele alınmıştır.

Harvey ve diğerleri (1994) çalışmalarında varyanstaki değişimlerin diğer bir ifade ile oynaklığın, varyansın gözlenemeyen stokastik bir süreç olarak modellenmesi yoluyla tahmin edilebileceğini öne sürmüştür. Literatürde Harvey, Ruiz ve Shephard (1994) tarafından önerilen ilk MSV modeli aşağıdaki gösterildiği gibi tanımlanmaktadır:

$$y_t = H_t^{1/2}\varepsilon_t, \tag{59}$$

$$H_t^{1/2} = \operatorname{diag}\{\exp(h_{1t}/2),\ldots,\exp(h_{mt}/2)\} = \operatorname{diag}\{\exp(h_t/2)\}, \tag{60}$$

h_t için en basit AR(1) modeli aşağıdaki gibidir:

$$h_{t+1} = \mu + \varphi \circ h_t + \eta_t \tag{61}$$

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_t\\ \eta_t\end{pmatrix} \sim N\left[\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}P_\varepsilon & O\\ O & \Sigma_\eta\end{pmatrix}\right] \tag{62}$$

$y = (y_1,\ldots,y_m)'$ $m$tane finansal varlığın getiri vektörünü ifade etmektedir. y vektörünün koşullu ortalamasının sıfır olduğu varsayılmaktadır. $\exp(\cdot)$ ve $\log(\cdot)$ sırasıyla üstel ve logaritmik operatörleri ifade etmektedir. $H_t^{1/2}$ $m\times m$ boyutlu diyagonal standart sapma matrisidir. $h_t = (h_{1t},\ldots,h_{mt})'$ $m\times 1$ boyutlu gözlenemeyen log-oynaklık vektörü, μ ve φ $m\times 1$ boyutlu parametre vektörü, $\circ$ operatörü Hadamard çarpımı, ε_t gözlem diğer bir ifade ile ortalama denkleminin çok değişkenli normal dağılıma sahip hata terimi, η oynaklık denkleminin çok değişkenli normal dağılıma sahip hata terimi olarak tanımlanmaktadır. $\Sigma_\eta = \{\sigma_{\eta,ij}\}$ pozitif tanımlı kovaryans matrisini ve $P_\varepsilon = \{\rho_{ij}\}$ korelasyon matrisini ifade etmektedir. $i, j = 1,\ldots,m$

olmak üzere $\rho_{ii}=1$ ve $|\rho_{ij}|<1\ i\neq j$ olması durumunda korelasyon matrisinin pozitif tanımlı olma kısıtı sağlanabilmektedir (Asai, McAleer ve Yu, 2006: 148).Korelasyon matrisi gözlem ve oynaklık denklemlerinin hata terimleri olan ε_t ile η_t arasındaki korelasyon değerlerini ifade etmektedir.

Harvey vd. (1994) tarafından önerilen model h_t için VARMA yapısında (63)'nolu eşitlikteki gibi genişletilebilmektedir:

$$\Phi(L)h_{t+1}=\mu+\Theta(L)\eta_t \tag{63}$$

L gecikme operatörü olmak üzere, $\Phi(L)$ ve $\Theta(L)$

$$\Phi(L)=I_m-\sum_{i=1}^{p}\Phi_i L^i, \tag{64}$$

$$\Theta(L)=I_m-\sum_{j=1}^{q}\Theta_i L^j, \tag{65}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

ε_t'nin Student-t dağılımına sahip olması GARCH modelde geçerli olabilmektedir. Bu durum önem taşımaktadır. Çünkü finansal serilerin birçoğunda basıklık Gaussyan sürecindeki basıklıktan daha fazladır. GARCH model için geçerli olan bu durum SV model için de genellenebilmektedir (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994:258). Böylece Gaussyan varsayımına göre daha fazla basıklığa olanak sağlayan çok değişkenli t dağılımı ε_t için geçerli olabilmektedir. Pozitif tanımlı H_t matrisinin ve cimrilik ilkesinin sağlanabilmesi için, H_t'nin diyagonal matris olması kısıtı ile Gaussyan vektör $AR(1)$ sürecinin üstel fonksiyonunun diyagonal elementi olması gerekmektedir. Standart modelde $2m+m^2$ sayıda parametre bulunmaktadır (Asai, McAleer ve Yu, 2006: 148).

Σ_η'nın köşegen dışı elemanlarının sıfıra eşit olması durumunda model çok değişkenli GARCH model çerçevesinde Bollerslev (1990) tarafından önerilen CCC-MGARCH modele karşılık gelmektedir. Σ_η'nın köşegen dışı elemanların sıfıra eşit olmaması durumunda h_t'nin elemanları bağımsız olmayacaktır (Asai, McAleer ve Yu, 2006: 149). h_t elemanlarının bağımsız olmayıp, zamana bağlı olarak değişmesi durumunda DCC-MSV modeli söz konusu olmaktadır (Ding ve Vo, 2012:17).

4.2.2. Sabit Koşullu Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli

CCC-MSV model getiri şoklarının korelasyonuna olanak sağlamaktadır. Bu yönden CCC-MSV model Bollerslev(1990) tarafından önerilen CCC-GARCH modele benzemektedir. Bu modelde, getiriler çapraz bağımlı olmaktadır (Yu ve Meyer, 2006:365). CCC-MSV model aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$y_t = H_t^{1/2}\varepsilon_t, \tag{66}$$

$$\varepsilon_t \sim N\left[\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & \rho\\ \rho & 1\end{pmatrix}\right] \text{ veya } \quad \varepsilon_t \sim N(0,\Sigma_\varepsilon) \tag{67}$$

$$h_{t+1} = \mu + \phi \circ (h_t - \mu) + \eta_t \;\; \eta_t \sim N(0_{2\times 1}, \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2)) \tag{68}$$

$h_t = (h_{1t},\ldots,h_{mt})'$ $m \times 1$ boyutlu gözlenemeyen log-oynaklık vektörü, μ $m \times 1$ boyutlu h_t'nin koşullu olmayan ortalama vektörü, ϕ boyutlusüreklilik ve piyasalar arası etkileşimi ifade eden parametre vektörü olarak tanımlanmaktadır. η iseoynaklık denkleminin çok değişkeli normal dağılıma sahip hata terimidir.(66) ve (68)'nolu denklemlerin stokastik kısımları ortak olarak normal dağılıma sahiptir. İki seri arasındaki korelasyonun, ρ , sabit olduğu varsayıldığında (68)'nolu denklem serilerin zamanla değişen karşılıklı bağımlı oynaklıklarını modellemektedir. (68)'nolu gösterimde yer alan ϕ matrisinin köşegen elemanları her bir piyasadaki sürekli oynaklığı yakalamaktadır. Köşegen dışı parametreler ise bir piyasanın diğer bir piyasaya koşullu oynaklık bağımlılığını ölçmektedir (Ding ve Vo, 2012:17).

4.2.3. Dinamik Koşullu Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli

Dinamik koşullu korelasyon modeli, sabit koşullu korelasyonlu MSV modelden farklı olarak, iki seri arasındaki korelasyonun zaman içinde değişmesine izin vermektedir. DCC-MSV gösterimi aşağıdaki gibidir (Ding ve Vo, 2012:17):

$$y_t = H_t^{1/2}\varepsilon_t, \tag{69}$$

$$\varepsilon_t \sim N\left[\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & \rho_t\\ \rho_t & 1\end{pmatrix}\right] \qquad \text{veya} \quad \varepsilon_t \mid H_t^{1/2} \overset{iid}{\sim} N(0,\Sigma_{\varepsilon,t}) \tag{70}$$

$$h_{t+1} = \mu + \phi \circ (h_t - \mu) + \eta_t \qquad \eta_t \sim N(0_{2\times 1}, \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2)) \tag{71}$$

$$\rho_t = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1}, \tag{72}$$

$$q_t = \omega + \beta(q_{t-1} - \omega) + \sigma_q z_t, \; z_t \overset{iid}{\sim} N(0,1) \tag{73}$$

Bu model ile iki piyasa arasındaki dinamik korelasyonlarelde edilebilmektedir. DCC-MSV modelde yalnızca oynaklıklar değil aynı zamanda korelasyon katsayıları da zaman içinde değişebilmektedir. $|\rho_t| < 1$ koşulu sağlandığında H_t'nin pozitif tanımlı olma kısıtı sağlanmış olmaktadır. ρ_t, -1 ile 1 arasında değerler alma kısıtı Tsay (2002) ve Christodoulakis ve Satchell (2002) tarafından çok değişkenli çerçevede önerilen Fisher-z dönüşümü ile sağlanmaktadır. Korelasyon katsayılarına Fisher-z dönüşümü uygulanarak ρ_t, q_t'nin fonksiyonu olarak ifade edilmektedir (Christodoulakis and Satchell, 2002:355).

$N > 2$ olmak üzere N boyutlu yapıda zaman içinde değişen korelasyonlara izin veren model $\{Q_t\}$ matrisler dizisine göre aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$\begin{aligned} Q_{t+1} &= S + B \circ (Q_t - S) + A \circ (v_t v_t' - S) \\ &= (\iota\iota' - A - B) \circ S + B \circ Q_t + A \circ z_t z_t', \end{aligned} \tag{74}$$

(74)'nolu ifadede $z_t \sim N(0, I)$ olmak üzere, ι bir değerlerinden oluşan vektörü ve $\circ$ Hadamard çapımını ifade etmektedir. Bu ifadede A, B ve $\iota\iota' - A - B$ pozitif yarı tanımlı olduğunda, Q_t pozitif yarı tanımlı olmaktadır. Sonuç olarak, Q_t^{-1} elde edilebilmektedir. Q_t^{-1}'in Cholesky ayrıştırması $Q_t^{-1/2}\left(Q_t^{-1/2}\right)' = Q_t^{-1}$ olarak tanımlanmaktadır. Son olarak, ε_t için kovaryans matrisler dizisi aşağıdaki ifadeye göre oluşturulmaktadır.

$$\Sigma_{\varepsilon,t} = \text{diag}(Q_t^{-1/2}) Q_t \text{diag}(Q_t^{-1/2}).$$

Böylece, $\Sigma_{\varepsilon,t}$ -1 ve 1 değerleri arasında sınırlandırılmakta, $\Sigma_{\varepsilon,t}$'nin tüm ana diyagonal elemanları 1 değerlerinden oluşmakta ve $\Sigma_{\varepsilon,t}$ pozitif yarı tanımlı olmaktadır. Ancak Q_t'nin yorumu kolay olmamaktadır (Yu ve Meyer, 2006: 366-367).

4.2.4. Student-t Hatalı Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli

Çok değişkenli SV model kapsamında Student- t hata dağılımı ilk kez Harvey ve diğerleri (1994) tarafından ortaya atılmıştır. Kalın kuyruk dağılımına izin veren modeller finansal serilerin analizi bakımından önemlidir. Zira birçok finansal zaman serisinde basıklık Gaussyan sürece göre daha fazla olmaktadır. Buna göre, kalın kuyruk MSV (CCC-t-MSV) model aşağıdaki gibidir:

$$y_t = H_t^{1/2}\varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim t(0,\Sigma_\varepsilon,v), \tag{75}$$

$$h_{t+1} = \mu + \phi \circ (h_t - \mu) + \eta_t, \qquad \eta_t \sim N(0_{2\times1}, \mathrm{diag}(\sigma_1^2,\sigma_2^2)) \tag{76}$$

$h_0 = \mu$ olmak üzere çok değişkenli t dağılımı için iki genelleme yapmak mümkündür. İlk olarak, her bir değişkenin kendi serbestlik derecesi ile tek değişkenli t dağılımına sahip olduğu varsayılabilir. Böyle bir model t-MSV modele kıyasla kötü ampirik sonuçlar vermektedir. İkinci olarak, çok değişkenli t dağılımının çok değişkenli normal dağılım ve ters gamma dağılımlarının karışımı olarak ifade edilebileceği gerçeği ile çok değişkenli t dağılımı çok değişenli genelleştirilmiş hiperbolik dağılımşeklinde genelleştirilebilir. Bu şekilde çok değişkenli dağılım yalnızca kalın kuyruklara değil ayrıca koşullu çarpıklığa da izin vermektedir (Yu ve Meyer; 2006: 367).

4.3. STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN TAHMİN YÖNTEMLERİ

SV modeli tahminine dayalı çalışmaların sayısı GARCH model tahminine dayalı çalışmalara göre daha az sayıda bulunmaktadır. Bunun nedeni SV model tahmininde standart bir paket programın bulunmamasıdır. Bu modeller teorik olarak çok ilgi çekmelerine karşın etkin tahminlerin elde edilmesi kolay olmamaktadır. Öte yandan, SV modelin GARCH modele kıyasla daha az sayıda varyasyonu bulunmasına rağmen tahmin yöntemleri daha fazla çeşitlilik göstermektedir. Bu tahmin yöntemlerinden hiçbirinin kolaylık ve etkinlik bakımından farklı olduğu söylenememektedir. Buna ek olarak metotlar arasındaki ilişki de açık değildir (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012:148). Bu sorun gizil oynaklık sürecinin modele doğrusal olmayan bir yapıdadahil olmasından kaynaklanmaktadır. Doğrusal olmayan yapı olabilirlik fonksiyonun yüksek boyutlu integrallere bağlı olmasına yol

açmaktadır. Çeşitli tahmin prosedürleri bu durumun üstesinden gelinmesi amacıyla önerilmiştir (Liesenfeld ve Richard, 2003: 506).

4.3.1. Tek Değişkenli Stokastik Oynaklık Modeli Tahmincileri

SV model parametrelerinin tahmini zor olmaktadır. Bu durum olabilirlik fonksiyonunun kolay çözümlenebilir yapıda olmamasından kaynaklanmaktadır. SV model parametrelerinin tahmininde bazı klasik yöntemler uygulanmıştır. Bu yöntem genelleştirilmiş momentler metotu (Melino and Turnbull ve Sorensen); yarı en çok benzerlik yöntemi (Harvey, Ruiz ve Shephard); etkin momentler metodu (Gallant, Hsieh and Tauchen); yaklaşık MLyöntemi (Fridman and Harris) olarak sıralanabilir. SV model parametrelerinin tahmininde bu yöntemlere alternatif olarak Jacquier, Polson ve Rossi, Shephard ve Pitt, Kim, Shephard ve Chib tarafından MCMC yöntemi önerilmiştir (Soldatov, 2013: 51).

Standart bir SV modelinin parametrelerine ilişkin tahmin yöntemleri genel olarak iki grupta toplanmaktadır. Bunlardan ilki doğrudan y_t serisinin istatistiksel özellilerini dikkate alan tahmin yöntemleridir. Bu grupta yer alan tahminciler: Momentler Metotoduna Dayanan Tahminciler; ML Yöntemine Dayalı Tahminciler ve Yardımcı Modele Dayalı Tahminciler olarak temel üç gruptan oluşmaktadır. İkinci grupta yer alan yöntemler ise Logaritmik Karesel Getirilerin $\left(\log\left(y_t^2\right)\right)$ İstatistiki Özelliklerini Dikkate Alan Tahmin Yöntemleridir. QML, Simüle Edilmiş En Çok Beklenen Maksimizasyon, KSC, Monte Carlo Olabilirlik ve Ampirik Karekteristik Fonksiyon ikinci grupta yer alan tahmincilerdir (Broto ve Ruiz, 2004: 618).

4.3.1.1. Zaman Serisinin İstatistiksel Özelliklerini Dikkate Alan Yöntemler

SV modellerin tahminine ilişkin çok sayıda yöntem önerilmiştir. Bu yöntemlerden ele alınan zaman serisinin istatistiki özelliklerini dikkate alan yöntemler genel olarak üç grup altında toplanabilmektedir. Bu yöntemler momentler metodu,ML yöntemi ve yardımcı modele dayalı tahminciler olarak sıralanabilmektedir. Çalışmanın bu bölümünde her bir yöntem grubu içinde yer alan altenatif tahmin yöntemleri ele alınmaktadır.

4.3.1.1.1. Momentler Metodu

SV modellerlin tahmini için önerilen Momentler Metodu başlığı altında Momentler Metodu (MM), Genelleştirilmiş Momentler Metodu (GMM) ve Simüle Edilmiş Momentler Metodu (SMM) yer almaktadır. Ancak bu bölümde Momentler Metodu ve Genelleştirilmiş Momentler Metodubirbiri ile yakından ilişki olduğu için aynı başlık altında sunulmuştur.

MM ve GMM

Momentler Metodu grubunda yer alan tahmincilerinin en temel olanıMomentler Metodu olarak isimlendirilmktedir.Bu yöntem ilk kez Taylor(1986) tarafından önerilen klasik SV modelin tahmininde kullanılmıştır. Ardından Melino ve Turnbull (1990) spot döviz opsiyonlarının fiyatlandırılmasında stokastik oynaklık sonuçları için GMM'yi önermiştir. MM ve GMM tahmincileri seçilen örnek momentlerinin koşulsuz beklenen değerlerine yakınsamalarına dayanmaktadır. Bu prosedürmoment farklılıklarının bağımsız ve özdeş olmayan özelliklerini dikkate alarak ağırlıklandırılmış matrisin tahminini kapsamaktadır.

Anderson ve Sørensen (1996) değiştirilmiş ağırlıklandırılmış matrisi ve modelin durağanlığından emin olmak için kullanılan ceza fonksiyonu ile MM prosedürünü geliştirmişlerdir. Bu alternatif GMM prosedürünün özeliklerini logaritmik normal stokastik otoregresif oynaklık modeli için ele almışlardır (Broto ve Ruiz, 2004: 619).

SMM

SMMekonomik modeller için McFadden (1989) ve Pakes ve Pollard (1989), zaman serileri analizi için Lee ve Ingram (1991) tarafından önerilmiştir. McFadden (1989) SMM'yi kesikli tepki modelleri için ele alarak yüksek boyutlu multinomial probit modelin parametre tahmininde kullanmıştır. Pakes ve Pollard (1989) analizlerinde simülasyon tahmincilerinin asimptotik özelliklerini elde etmeye çalışmıştır.

Duffie ve Singleton (1993) tarafından GMM yönteminden daha geniş bir kullanım alanına sahip olan SMM önerilmiştir. SMM yönteminde analitik momentler yerine simüle edilmiş sürecin momentleri ele alınmaktadır. Duffie ve Singleton (1993) gösterimi ile β_0'ın bilinmeyen parametre vektörünü ve Y_t durum vektörünün varlık fiyatlarını ifade etmektedir. Böylece durum ve parametre vektörleri için fonksiyon verildiğinde,varlık fiyatı ve mümkün ilgili veri $f(Y_t,\beta_0)$şeklinde gözlemlenecektir. Buna paralel olarak ekonomik modelden simüle edilmiş durum süreci $\{Y_s^{\beta}\}$ vesimüle gözlemler $f(Y_s^{\beta},\beta_0)$ şeklinde elde edilmektedir.Sonuçta veriden, $f(Y_t,\beta_0)$, elde edilen örnek momentleri ile simüle edilmiş serilerin, $f(Y_s^{\beta},\beta_0)$, momentleri arasındaki mesafenin minimizasyonu sağlayan β parametresi seçilmektedir.

SMM'nin altında yatan genel fikir, model similasyonu ile yapısal model parametrelerinin tahmin edilmesi ve model verisi ile gerçek verinin karşılaştırılmasıdır. Bu tahmin sırasında momentler yöntemine benzer bir metodoloji kullanılmaktadır. SMM tahmininde model momentlerini oluşturmak için verinin bazı karakteristik özellikleri ve model parametreleri seçilmektedir. SMM metodu GMM metoduna benzer olarak model ile veri momentleri arasındaki mesafeyi minimize etmeyi hedeflemektedir. Ancak GMM'ye kıyasla sayısal olarak çok daha fazla işlem gerektirmektedir. Şöyleki, tahmin edilecek her bir parametre için model çözülmektedir. Ayrıca, model ve veri arasındaki mesafeyi en aza indirmek için çok sayıda iterasyon gerçekleştirilmektedir (DeBacker, 2015: 1).

SV modelin log-olabilirlik fonksiyonu $\ln P_{SV}(Y;\theta)$'nın kapalı formunun mevcut olması durumunda bu parametrelerin ortalama skorları sıfıra ayarlanarak optimizasyon sağlanabilmektedir. Skor fonksiyonu ise (77)'nolu eşitlikte gösterildiği gibi hesaplanmaktadır:

$$s_{SV}(Y;\theta) = \frac{1}{T}\frac{\partial \ln P_{SV}(Y;\theta)}{\partial \theta} \tag{77}$$

(77)'de yer alan skor fonksiyonunun değerlendirilmesi doğrudan yapılamamaktadır. Bu nedenle SMM'de yardımcı model kullanılmaktadır. Bu model verilerin en önemli karakteristik özelliklerine yakından uyum sağlamaktadır. Bu nedenle SV model için bazı GARCH modeller yardımcı model olarak kullanılabilir. Bu yardımcı modelin yardımcı parametre tahminleri $\hat{\theta}_{Aux}$'leri verdiğini farz edelim.

Bu tahminlerde yardımcı modelin log olabilirlik $\ln P_{AUX}\left(Y,\hat{\theta}_{AUX}\right)$ skoru cariveri seti için sıfıra eşittir. Ancak eğer veriler SV modelden üretilmiş ise $\hat{\theta}_{Aux}$ yardımcı model için iyi uyum sağlamaktadır. Böylece SMM değer tahmini (78)'nolu eşitlikteki gibidir:

$$s_{Aux}(Y^*(\theta),\hat{\theta}_{Aux}) = \frac{1}{T_{Aux}} \frac{\partial \ln P_{Aux}\left(Y^*(\theta),\theta_{Aux}\right)}{\partial \theta_{Aux}}\Bigg|_{\theta_{Aux}=\hat{\theta}_{Aux}} \tag{78}$$

Böylece $\hat{\theta}_{Aux}$ parametreleri için yardımcı modelin skoru elde edilmektedir. T_{Aux} gözlemleri için θ parametrelerini kullanarak SV model tarafından $Y^*(\theta)$ simüle edilmektedir. Yardımcı modelin parametre sayısı ve çeşiti doğru modele göre farklılık göstermektedir. Bu nedenle yardımcı modelin skor vektörü modelin bilgi matrisi ile ölçeklendirilmelidir (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012:152-153).

$$Q\left(\theta;\hat{\theta}_{Aux}\right) = s_{Aux}\left(Y*(\theta),\hat{\theta}_{Aux}\right)' I^{-1}\left(\hat{\theta}_{Aux}\right) s_{Aux}\left(Y*(\theta),\hat{\theta}_{Aux}\right)$$

$$I\left(\hat{\theta}_{Aux}\right) = \frac{1}{T}\sum \frac{\partial \ln P_{Aux}\left(y_t;\theta_{Aux}\right)}{\partial \theta_{Aux}} \frac{\partial \ln P_{Aux}\left(y_t;\theta_{Aux}\right)}{\partial \theta'_{Aux}}\Bigg|_{\theta_{Aux}=\hat{\theta}_{Aux}} \tag{79}$$

Verinin önemli karakteristiklerinin yardımcı model tarafından kapsanması ve T_{Aux} 'un yeterince büyük olması durumunda $Q\left(\theta;\hat{\theta}_{Aux}\right)$ fonkiyonunun optimizasyonu ile SV model Q parametrelerinin etkin tahminleri sağlanmaktadır (Bauwens, Hafner ve Laurent, 2012:153).

Genel olarak momentler metoduna dayalı tahmincilerin kolay elde edilebilir oluşu SV modellerinin tahmininde yaygın bir kullanım alanına sahip olmasını sağlamıştır. Ancak momentler metodu tahmincilerinin sonlu örneklem özellikleri ve etkinlikleri bakımından ML yöntemine dayalı tahmincilere kıyasla yetersiz olduğu söylenebilmektedir.

4.3.1.1.2. En Yüksek Olabilirlik Tahmincileri

Çalışmanın bu bölümünde SV modellerin tahmininde kullanılan ML yöntemine dayalı Simüle Edilmiş En Yüksek Olabilirlik, Doğrusal Olmayan Filitrelenmiş En Yüksek Olabilirlik, Etkin Önem Örneklemesi, Markov Zinciri Monte Carlo yöntemleri sunulmuştur.

Simüle Edilmiş En Yüksek Olabilirlik

Danielsson ve Richard (1993) tarafından geliştirilen Simüle Edilmiş En Yüksek Olabilirlik (SML) Yöntemi dinamik gizil değişkenli modellerin tahmini için genel bir yöntemdir. Bu yöntem Danielsson (1994) tarafından tek değişkenli stokastik oynaklık modelinin tahmininde kullanılmıştır.

Doğrusal Olmayan Filitrelenmiş En Yüksek Olabilirlik

Watanabe (1999) tarafından önerilen Doğrusal Olmayan Filitrelenmiş En Yüksek Olabilirlik (NFML) yönteminde doğrusal olmayan filitre aracılığı ile SV model için kesin olabilirlik fonksiyonu elde edilmektedir. Bu yöntemde oynaklık tahmini için düzgünleştirme algoritması da oluşturulmuştur. Monte Carlo denemelerine göre, bu yöntemin performansı hem parametre hemde oynaklık tahminleriiçin başarılı bulunmuştur.

EtkinÖnem Örneklemesi

Liesenfeld ve Richard (2003) ML yaklaşımına dayanan Etkin Önem Örneklemesi (EIS)yöntemini günlük finansal getiri serilerinin SV modelleri ile tahmini için önermiştir. EISyüksek boyutlu intagrallerin çözümünü sağlayan Monte Carlo tekniğidir. Öte yandan bu yöntem SV modellerin olabilirlik fonksiyonlarının çözümü için uygun olmaktadır.

EIS yöntemi integral çözümünde en doğru global yaklaşımı sağlamak için basit düşük boyutlu en küçük kareler regresyonları dizisine dayanmaktadır. Bu yaklaşım ile Monte Carlo örnekleyicisi LF'nin son derece doğru Monte Carlo tahminlerini üretmektedir (Liesenfeld ve Richard, 2003: 506). EIS prosedürü kolaylıkla Hızlandırılmış Gaussyan Önem Örneklemesi (AGIS)yöntemine genellenebilmektedir. Yüksek boyutlu yoğunluk fonksiyonlarının sayısal çözümü için oldukça etkin olan AGIS yöntemi Danielsson ve Richard (1993) tarafından önerilmiştir. Bu yöntem geniş bir model grubunu oluşturan dinamik gizil değişkenli modellere ait olabilirlik fonksiyonlarının çözümü için önemli olmaktadır (Danielsson ve Richard, 1993: S153).

AGIS tekniği özellikle gizil Gaussyan süreç içeren modeller için tasarlanmıştır. EIS prosedürü ise gizil değişkenlerin dağılımlarının rastgele sınıflarını içeren modeller için uygulanan en genel formdur.

QML ve GMM yaklaşımlarının aksine EIS yöntemi tam parametrik modeller için asimptotik olarak etkin tahminlere izin vermektedir. Buna ek olarak, EIS algoritması çok genelleyici ve basit yapısı ile belirli bir modele bağlı değildir. Bu nedenle modeldeki değişiklikler algoritmadaki ufak düzenlemeler ile kolaylıkla değiştirilerek analiz edilebilmektedir. Son olarak, EIS gizil oynaklık süreci fonksiyonunun filitrelenmiş tahminlerinin hesaplanmasında kullanılabilmektedir. Bu tahminler ise diyagnostik testlerin temelini oluşturmaktadır (Liesenfeld ve Richard, 2003: 507).

Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemi

Jacquier vd. (1994) SV modelin tahmini için MCMC tahmincisini geliştirmişdir. Bayesyen teoriye dayanan MCMC tahmincisi ile tahmin edilen SVmodeli (80)'deki gibi ifade edilsin,

$$y_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t,\ t = 1,\ldots,T \tag{80}$$

$$\ln h_t = \alpha + \delta \ln h_{t-1} + \sigma_v v_t \qquad (\varepsilon_t, v_t) \sim \text{iid}(0,1)$$

Buna göre, h, $p(h|\omega)$ olasılık modelinden elde edilen ve gözlenemeyen oynaklığı ifade etmektedir. Gözlenen verinin, h dağılımı üzerindeki yoğunluk fonksiyonu $p(y|\omega) = \int p(y|h)p(h|\omega)dh$ olarak tanımlanmaktadır (Jacquier, Polson ve Rossi, 1994: 372).

SV modelin MCMC yöntemi ile tahmin edilebilmesi için birleşik önsel yoğunluk fonksiyonu ile birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonunun çarpılması gerekmektedir. Model parametrelerinin bağımsızlığı varsayımı altında, zincir kuralı ile birleşik önsel yoğunluk fonksiyonu (Ekici, 2010: 133),

$$P(\alpha,\delta,\sigma_v,h_0,h_1,\ldots,h_n) = P(\alpha,\delta,\sigma_v)P(h_0|\mu,\sigma_v)\prod_{t=1}^{T} P(h_t|h_{t-1},\alpha,\delta,\sigma_v) \tag{81}$$

şeklinde ifade edilmektedir. LF ise,

$$P(y_1,\ldots,y_n|\alpha,\delta,\sigma_v,h_0,\ldots,h_n)$$

olarak gösterilmektedir.

(80)'nolu eşitliklerde gösterilen SVmodeli koşullu dağılımların hiyerarşik yapısı olarak tanımlanmaktadır. Bu hiyerarşi üç dağılımın bir dizisi tarafından belirlenmektedir. Bu dağılımlar : $y|h$ ve $h|\omega$ koşullu dağılımları ile ω'nın marjinal ve önsel dağılımıdır. Yani parametrelerin marjinal ön dağılımlarıdır. Bu bakımdan stokastik oynaklık denklemi, $p(h|\omega)$ tarafından yönlendirilmekte olan hiperparametreler ω ile önseldir. h ve ω'nin birleşik ardıl dağılımı bu üç dağılımın çarpımı ile orantılıdır. Bayes teoremine göre birleşik ardıl yoğunluk fonksiyonu (82)'nolu fonksiyondaki gibidir:

$$\pi(h,\omega|y) \propto p(y|h)p(h|\omega)p(\omega) \tag{82}$$

Birleşik ardıl yoğunluk fonksiyonun farklı bir gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$P(\alpha,\delta,\sigma_V,h_0,h_1,\ldots,h_n|y_1,\ldots y_n) \propto P(\alpha)P(\delta)P(\sigma_V)P(h_0|\alpha,\sigma_v) \tag{83}$$

$$\prod_{t=1}^{T} P(h_t|h_{t-1},\alpha,\delta,\sigma_v)\prod_{t=1}^{T} P(y_t|h_t) \tag{84}$$

(82) nolu gösterimdeki birleşik ardıl yoğunluk fonksiyonundan hareketle SV modeli parametreleri hakkında çıkarsamalarda bulunmak mümkündür. Bunun için marjinal $\pi(\omega|y)$ dağılımı kullanılmaktadır. Marjinal $\pi(h|y)$ dağılımı gözlenemeyen oynaklık ile ilgili çıkarsamada "düzgünleştirme" sorununa çözüm sağlamaktadır. Bu marjinal dağılımların hesaplanması için değişmeyen π dağılımı ile Markov zinciri kurulmaktadır (Jacquier, Polson ve Rossi,1994: 371-389). Markov zincirinin değişmez dağılımı ilgilenilen hedef yoğunluktur. MCMC yönteminin ardında yatan düşünce, Markov zincirinin tekrarlanan örnekleri ile verilen çok değişkenli yoğunluktan diğer bir ifade ile Bayesyen uygulamalardaki ardıl yoğunluktan değişkenler üretmektir (Asai, 2005: 282). $p(\omega)$ oynaklıksürecindeki parametreler hakkında inançları yansıtmaktadır. Regresyon modellerinin standart Bayesyen analizde olduğu gibi SV model tahmininde $p(\omega)$ için Normal-Gamma önseli kullanılmaktadır. σ_v için, $v_0 = 1$ serbestlik dereceli $p(\sigma_v) \propto e^{-v_0 s_0^2/2\sigma^2} / \sigma^{v_0+1}$ ters gamma dağılımı ve $s = 0.005$ gibi en küçük kareler toplamı değeri kullanılmaktadır. Bu ilgili ardıl aralık üzerine çok düz bir önseldir. $\alpha \sim N(0,100)$ ve $\delta \sim N(0,10)$ olmak üzere α ve δ önsel bağımsızdır. δ

önseli $[0,1]$ aralığında yer almaktadır. $\ln h_t$'nin durağanlığının sağlanmasında δ önselinin kırpılmasından yararlanılmaktadır (Jacquier, Polson ve Rossi, 2004: 187).

Bu varsayımların ardından Markov zincirini oluşturabilmek için öncelikle $p(\omega|h,y)$ dağılımdan doğrudan ardından $p(h|\omega,y)$dağılımından dolaylı olarak örneklem elde edilmektedir. Zinciri oluşturmak için parametrelere aşağıdaki gibi standart eşlenik ön dağılım belirlenir;(Jacquier, Polson ve Rossi,1994: 374).

(β,σ_v) için $\beta'=(\alpha,\delta)$,

$p(\beta,\sigma)=p(\beta,\sigma),p(\sigma),\beta|\sigma\sim N(\overline{\beta},\sigma^2A^{-1})$,

$\sigma\sim IG(v_0,s_0^2)$

Belirlenen eşlenik ön dağılımlar sayesinde ardıl dağılımlar ile ön dağılımlar aynı dağılım ailesine sahip olmaktadır.

Gizil oynaklığın bileşik koşullu dağılımı,koşullu örnekleme yoğunluğunun normal dağılımı ile oynaklık denklemlerinin logaritmik normal fonksiyonlarının çarpımıdır. Böylece gizil oynaklığın bileşik koşullu dağılımı aşağıda gösterildiği gibidir: (Jacquier, Polson ve Rossi,1994: 374):

$$p(h_t|h_{t-1},h_{t+1},\omega,y_t)\propto p(y_t|h_t)p(h_t|h_{t-1})p(h_{t+1}|h_t) \quad (85)$$

$$p(h_t|h_{t-1},h_{t+1},\omega,y_t)\propto h_t^{-0.5}\exp\left\{-0.5y_t^2/h_t\right\}1/h_t\times\exp\left\{-(\ln h_t-\mu)^2/(2\sigma^2)\right\}$$

(85)'nolu fonksiyonda yer alan μ_t ve σ^2 terimleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\mu_t=\frac{(\alpha(1-\alpha)+\delta(\ln h_{t+1}+\ln h_{t-1}))}{(1+\delta^2)}$$

$$\sigma^2=\frac{\sigma_v^2}{(1+\delta^2)}$$

(85)'nolu gösterimde log normal terimler ile $\ln h_t$'nin karesel değerleri birleştirilmektedir. (85)'deki fonksiyona göre oynaklıkların simülasyonu MH veya Griddy Gibbs örneklemesi ile yapılabilmektedir (Jacquier, Polson ve Rossi,1994: 374). p dağılımından etkin çizimler elde edilmektedir. Bu çizimler MCMC algoritmaları bakımından önemli olmaktadır.

MCMC algoritmasından elde edilen örneklemözelliği ilgilenilen hedef yoğunluğun örneklem özellikleri ile yüksek derecede ilişkili olmaktadır. Bu nedenle

MCMC algoritmasından elde edilen örneklem özellikleri değişmektedir. Markov zincirleri için uygun ergodik teoremlere başvurulması ile bu çizimler çıkarsamalarda bulunmada temel olarak kullanılabilmektedir. Örneğin ardıl momentler ve marjinal yoğunluklar, ilgilenilen değişkenlerin örneklenmesi sonucunda ilgili fonksiyonun ortalaması ile tahmin edilebilmektedir. ω''nın ardıl ortalaması simüle edilen ω' değerlerinin örnek ortalaması ile kolaylıkla elde edilebilmektedir. Bu tahminler, isteğe bağlı olarak, simülasyon örnek hacmi arttırılarak "kesin" hale getirilebilmektedir. Tahmin sonuçlarının doğruluğu standart zaman serisi yöntemleri ile belirlenebilmektedir. Bu yöntemler çizimlerdeki serisel korelasyonlar için doğru sonuçlar vermektedir.Kötü işleyen algoritmalarda serisel korelasyon oldukça yüksek görünmektedir (Asai, 2005: 282).

SV modellerin tahmininde alternatif bir diğer yöntem MCMCyöntemine dayalı MH ve Gibbs Örnekleme algoritmalarıdır (Kim, Shephard ve Chib, 1998: 363). Gibbs ve MH gibi MCMC algoritmaları gözlenen veriler için denge dağılımına eşit parametrelerin birleşik ardıl dağılımları ile Markov zincirini oluşturmaktadır (Jacquier vd.,2004:188).

Jacquier vd. (2004) çalışmalarında temel SVmodelleri için geliştirilen Bayesyen MCMC yöntemini kalın kuyruk ve korelasyonlu hatalar için genişletmişlerdir. Temel SV modelin kalın kuyruk ve korelasyonlu hatalar gibi versiyonlarının örneklem özelliklerinin ölçümü için Bayes faktörleri sunmuşlardır. Ayrıca,kabul /ret algoritması ile MH algoritmalarını bir araya getirerek yeni bir tahmin algoritması sunmuşlardır. Buna göre pür MHve kabul/ret MH yöntemleri aynı teorik yakınsama değerlerine sahip olmaktadır. Ancak uygulamaya bakıldığında bu yakınsama değerleri arasında az oranda bir farklılık bulunmaktadır(Jacquier, 2004:189).

MCMC yöntemlerinin en cazip tarafı bu yöntemlerin eş zamanlı olarak parametreler hakkında örnek çıkarımlarına, gözlenemeyen varyansların düzgünleştirme tahminlerine ve oynaklığın çok adımlı tahmilerinde tahmin dağılımlarının elde edilmesine izin vermesidir. Bu avantajlarının ötesinde simülasyon sayısı arttıkça MCMC tahmincileri asimptotik olarak ML tahmincileri ile aynı dağılıma sahip olmaktadır. MCMC tahmincilerinin en önemli avantajı sonuç çıkarsamanın sonlu örneklem dağılımlarına dayalı olmasıdır. Bu sayede asimptotik

yaklaşıma ihtiyaç duyulamamaktadır.Bu tahmincilerin en büyük dezavantajı ise uygulanmasının son derece karmaşık olmasıdır (Broto ve Ruiz, 2004:621).

4.3.1.1.3. Yardımcı Modele Dayalı Tahminciler

SV modellerin tahmininde kullanılan Dolaylı Çıkarsama Yöntemi ve Etkin Momentler Metodu yardımcı modele dayalı tahmin yöntemleri sınıfında yer almaktadır. Çalışmanın bu bölümünde her iki yöntem kısaca sunulmuştur.

Dolaylı Çıkarsama

Simülasyon temelli bir tahmin yöntemi olanDolaylı Çıkarsama yöntemi Gourieroux ve diğerleri (1993) tarafından ortaya atılmıştır. Bu yöntemde ilk olarak yardımcı parametre tanımlanarak tahmin edilmektedir. Ardından, parametrelerin sırasıyla gözlemlerden elde edilen tahminleri ile simülasyonlardan hesaplanan yardımcı parametre tahminleri karşılaştırılarak ilgili parametreye ilişkin düzenleme yapılmaktadır (Gourieroux ve diğerleri, 1993: 86).

Bu yöntem,simülasyon temelli diğer yöntemlerde olduğu gibi, ekonomik modelin farklı parametre değerleri için veri simülasyonunun mümkün olmasını gerektirmektedir. Ancak diğer simülasyon temelli yöntemlerden farklı olarak ölçüt fonksiyonu oluşturmak için yardımcı modeli kullanmaktadır. Uygulamada, yardımcı modelin kendisi parametreler seti tarafından karakterize edilmektedir. Bu parametrelerin kendileri ya gözlenen veri ya da simüle edilmiş veri kullanılarak tahmin edilebilmektedir. Dolaylı çıkarsama yöntemi, gözlenen ve simüle edilen iki veri seti için yardımcı model parametre tahminlerinin mümkün olduğunca birbirine yakın değerli olması durumunda ekonomik model parametrelerini seçmektedir (Smith, 2008:1).

Etkin Momentler Metodu

Etkin Momentler Metotu (EMM), Bansal vd. (1995) ve Gallant ve Tauchen (1996) tarafından ortaya atılmıştır. Gallant ve Tauchen (1996) EMM'yi dolaylı çıkarsama yönteminin sayısal terimleri bakımından geliştirilmiş hali olarak ifade

etmektedir. Yöntem yapısal model parametrelerinin GMM tahminlerinin moment koşullarını üreten basit ve sistematik bir yaklaşımdır. EMM, GMM kriterini tanımlamak için analitik bir ifade olan yoğunluk skorunu kullanmaktır. Yardımcı model tarafından üretilen skor, gözlenen verinin dağılımına çok yakın olarak yakınsamalıdır. Yardımcı modelin yapısal modelde yuvalandığı durumlar için EMM ML yöntemi kadar etkin olmaktadır (Gallant ve Tauchen, 1996: 657).

EMM'yiSV modellerin tahmini için Gallant ve diğerleri (1997) tarafından ele alınmıştır. EMM simülasyona dayalı moment eşleştirme prosedürüdür. Eşleşen momentler yardımcı modelin skorlarıdır ve skor üretici olarak isimlendirilmektedir. Skor üreticinin veri dağılımına iyi derecede yakınsaması durumunda SV modelinin parametre tahminleri ML yöntemi tahminleri kadar etkindir. Moment eşleştirme hatası ise istatistiksel spesifikasyon hatası olarak kabul edilmektedir. Daha önemlisi bu hata SV modeli ile uyumu sağlanamayan verinin özelliklerini göstermek amacıyla kullanılabilir (Gallant ve diğerleri1997:159-160).

4.3.1.2.Zaman Serisinin Karesel Logaritmik Değerlerini (Log (y_t^2)) Dikkate Alan Yöntemler

Zaman serisinin istatistiki özelliklerini dikkate alan tahmin yöntemlerinin yanı sıra zaman serisinin karesel logaritmik değerlerini dikkate alan yöntemler de bulunmaktadır. Bu tahmin yöntemlerinde karesel getirilerin logaritmik değerleri durum uzay modeller olarak tahmin edilmektedir. Bu yöntemlerden QML Yöntemi ve Doğrusallaştırmaya Dayalı Yöntemler ele alınmıştır.

4.3.1.2.1. Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi

SV modellerinin tahmini momentler metodunun çeşitli türleriyle uygulanmıştır. Harvey ve diğerleri (1994) tarafından önerilen QMLyöntemi Kalman filitreleri kullanılarak hesaplanmaktadır (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 248-250). QMLyöntemi ise karesel logaritmik getirileri doğrusal durum uzayında modellemektedir. Gaussyan beyaz gürültü sürecinin standart sapma değeri (σ_t)ile çarpım halinde bulunduğu seri aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t,\ t = 1,\ldots,T, \qquad \varepsilon_t \sim \text{NID}(0,1) \qquad (86)$$

$$\log \sigma_t^2 = h_t$$

h_t için basit AR(1) modeli,

$$h_t = \mu + \varphi \circ h_{t-1} + \eta_t, \qquad \eta_t \sim \text{NID}\left(0, \sigma_\eta^2\right)$$

(87) $y_t = \varepsilon_t \exp\left(\frac{1}{2} h_t\right)$ olmasına rağmen modelin dinamik özellikleri logaritmik karesel dönüşüm ile daha açık görülmektedir. Bu durumda model aşağıdaki gibidir:

$$\log y_t^2 = h_t + \log \varepsilon_t^2, \qquad t = 1, \ldots, T, \tag{88}$$

Orijinal ortalama denklemindeki ε_t'nin standart normal dağılıma uyması durumunda ξ, -1.27 ortalamalı, $\pi^2/2$ varyanslı $\ln\left(\chi_1^2\right)$ dağılımına uymaktadır. $\log \varepsilon_t^2$'nin ortalama ve varyans değerleri sırasıyla -1.27 ve $\pi^2/2 = 4.93$'tür. μ, ϕ ve σ_η^2 parametrelerinin tahmini için (49) ve (50)' nolu denklemlerden elde edilen durum uzay model ele alındığında(Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 248-250),

$$\log y_t^2 = -1.27 + h_t + \xi_t \tag{89}$$

$$h_t = \mu + \varphi \circ h_{t-1} + \eta_t \tag{90}$$

$$\xi_t = \log \varepsilon_t^2 + 1.27 \text{ ve } \text{Var}\left(\xi_t\right) = \pi^2/2$$

Modelin genel formunda, (86) ve (87)'nolu denklemlerde, orijinal hata terimleri arasında korelasyonun olma ihtimali bulunmaktadır. Oysaki (89) ve (90) nolu denklemlerde yer alan hata terimleri ξ_t ve η_t arasındakorelasyon bulunmamaktadır.

(89) ve (90)'da gösterilen doğrusal Gaussyan durum uzay modele Kalman filitreleri uygulanarak Minimum Ortalama Kare Doğrusal Tahmincileri (MMSLEs) elde edilememektedir. Buna ek olarak modelin koşullu Gaussyan olmaması durumunda "kesin" olabilirlik fonksiyonu, sonuç öngörü hatalarından elde edilemez. ξ_t sıfır ortalamalı, $\pi^2/2$ varyanslı normal dağılıma sahipmiş gibi işleme alınmakta ve sonuç yarı olabilirlik fonksiyonun maksimizasyonu sağlanarak tahminler elde edilmektedir (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 248-250).

φ'nin 1değerine eşit olması durumunda Kalman filitreleri yaklaşımı halen geçerlidir. Tek fark ilk gözlemin Kalman filitresi başlangıcı olarak kullanılmasıdır. Oysaki $|\varphi| < 1$ olması durumunda h_t'nin koşulsuz dağılımı $t = 0$'da mevcuttur.

Parametrelerin tahmininden sonra gelecekteki oynaklık öngörüleri $\log y_t^2$'nin öngörü değerlerinden elde edilebilmektedir (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 248–250).

Ruiz (1994) tek değişkenli SV model için QML tahmincilerinin asimptotik ve sonlu örnek özelliklerini Kalman filtresine dayanarak analiz etmiştir. Buna göre, QML tahmincisinin sonlu örneklem özellikleri etkindir. Özellikle yüksek frekanslı finansal zaman serilerinin analizinde QML tahmincisi, GMM prensibine dayalı tahmincilere nazaran parametre değerlerini belirlemede daha etkin bir yöntemdir. Asai ve diğerleri (2006) ise tek değişkenli SV model bağlamında yapılan Monte Carlo denemelerine göre QML metodunun Bayesyen MCMC tekniğine ve Monte Carlo simülasyonuna dayalı olabilirlik yaklaşımına göre daha az etkin olduğunu ifade etmektedir.

4.3.1.2.2. Doğrusallaştırmaya Dayalı Diğer Yöntemler

Durbin ve Koopman (1997) ve Shephard ve Pitt (1997) tarafından önerilen Monte Carlo Olabilirlik (MCL) Yöntemi Monte Carlo tekniklerini kullanarak genel durum uzay modelleri için benzerlik fonksiyonunun oluşturulmasına dayanan bir tahmin yöntemidir.Ardından Sandmann ve Koopman (1998) MCL yöntemini SV modellerin tahmininde kullanmıştır. MCL tahminlerinin özellikleri Monte Carlo denemeleri ve ampirik örnekler aracılığıyla diğer tahmin yöntemleri ile karşılaştırılabilmektedir (Sandmann ve Koopman, 1998: 272).

Sandmann ve Koopman (1998) MCL yöntemini tek değişkenli SV model için ele almışlardır. MCL modelinde ele alınan SV model aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \bar{\sigma} e^{0.5h_t} \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad E(\varepsilon_t, \eta_t) = \rho\sigma_\eta, \tag{91}$$

$$h_t = \varphi h_{t-1} + \eta_t, \qquad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2)$$

$y_t = R_t - \mu_t$ ortalamadüzeltilmiş getiriyi ifade etmektedir. Çünkü birçok finansal zaman serisi az ya da çok ortalamada dinamik davranış sergilemektedir. Öte yandan varyanstaki serisel bağımlılık belirgin olarak bulunmaktadır. Ortalama oynaklık seviyesi $\bar{\sigma}$ ile ifade edilmektedir. Ortalama ve varyans denklemlerine ait hata terimleri (ε_t ve η_t) arasında eş zamanlı korelasyon bulunmaktadır.

(91)'nolu SV modelin en ilgi çeken özelliği modelin doğrusallaştırılabilme olasılılığıdır. Karesel ortalama düzeltilmiş getirilerin logaritması alındığında aşağıdaki model elde edilmektedir:

$$\ln y_t^2 = \ln \sigma^2 + h_t + \xi_t, \qquad \xi_t = \ln \varepsilon_t^2,\ E(\xi_t, \eta_t) = 0 \tag{92}$$

$$h_t = \phi h_{t-1} + \eta_t, \qquad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2),$$

(91)'nolu eşitlikte artık karelerin logaritmalarının alınmasıyla doğrusal durum uzay SV model (92) nolu gösterimde olduğu gibi elde edilmektedir. Ancak bu durum farklı bir zorluğa neden olmaktadır. Bu da ölçüm denkleminde hata terimi ξ_t'nin Gaussyan olmayan bir özellik göstermesidir. MCL yöntemi, SV model gibi, Gaussyan olmayan modeller için önem örneklemesi tekniklerine dayanmaktadır. Gaussyan olmayan ξ_t ile uzay durum modelin log benzerlik fonksiyonu aşağıda gösterildiği gibidir:

$$\ln L(m \mid \psi) = \ln L_G(m \mid \psi) + \ln E_G\left[\frac{p_{doğğ}(\xi \mid \psi)}{p_G(\xi \mid \psi)}\right] \tag{93}$$

$m = \ln y_t^2$ olarak ele alınmıştır. $m = (m_1, m_2, \ldots, m_T)'$, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_T)'$ olarak tanımlanmaktadır. $\ln L_G(y \mid \psi)$ Gaussyan modele yaklaşan log benzerlik fonksiyonunu, $p_{doğğ}(\xi\psi)$ ölçme hatalarının yoğunluk fonksiyonunu, yani temel SV modelinde $\ln(\chi_1^2)$ yoğunluğunu, $p_G(\xi\psi)$ yaklaşım modelinin ölçme hatalarının Gaussyan yoğunluğunu ve E_G yaklaşım modeli ile ilişkili $p_G(\xi m\psi)$ önem yoğunluk fonksiyonuna göre beklenen değeri ile ifade etmektedir. (93)'nolu denklem Gaussyan olmayan log benzerlik fonksiyonunun, Gaussyan yaklaşım modelinin log benzerlik fonksiyonu ve gerçek model ile ilişkili Gaussyan varsayımlardan ayrılan bir düzeltme ile ifade edilebileceğini göstermektedir. (93)' nolu denklemin yansız tahmini aşağıdaki gibidir(Sandmann ve Koopman, 1998:277):

$$\ln \hat{L}(\psi) = \ln L_G(m \mid \psi) + \ln \overline{w} + \frac{s_w^2}{2N\overline{w}^2} \tag{94}$$

$\overline{w}$ ve s_w^2 Durbin ve Koopman (1997) tarafından dört adımda sıralanan algoritma ile hesaplanmaktadır.

1. $p_G(\xi \mid \psi)$ Önem yoğunluluk fonksiyonuna dayalı uygun örnekleme şemasından elde edilebilen Gaussyan yaklaşım modeli seçilir.

2. $\ln L_G(m \mid \psi)$Kalman filitresi yöntemi kullanılarak hesaplanır.

3. $p_G(\xi \mid \psi)$önem yoğunluk fonksiyonundan simülasyon düzgünleştirmeile simülasyon örneklemi $\xi^{(i)}$, i=1,…,T,elde edilir.

4. Her bir i için $w_i^* = w_i - \hat{w}\left(a_i - \frac{1}{8}\sum_{t=1}^{n} \hat{I}_t^{nn} v_t^2\right)$ve w_i yerine w_i^* getirilerek (94)'nolu denklemden $\ln \hat{L}(\psi)$ hesaplanmaktadır (Durbin ve Koopman, 1997: 676).

MCL yaklaşımının en temel özelliği ölçüm denklemindeki hataların $\ln(\chi^2)$ dağılımına sahip olduğu SV modelin doğrusal durum uzay formülasyonunda ifade edilmesidir. Sandmann ve Koopman (1998) çalışmalarında doğrusal durum uzay formunda en etkin MCL tahmincisinin nasıl elde edilebileceğini araştırmışlardır. Böylece MCMC tekniğine alternatif uygulanabilir bir yöntem olan MCL yönteminigöstermişlerdir. MCL yöntemine ilişkin elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi sıralanabilmektedir;

- MCL parametre tahmincilerinin sonlu örneklem özellikleri en az MCMC tahmincilerinden elde edilen tahminciler kadar iyidir.
- MCL yöntemin hesaplanmasına yönelik gereksinimlerMCMC yöntemine kıyasla daha azdır.
- Standart SV modelin ilgilenilen yönde geliştirilmesi durumunda MCL yönteminde sadece küçük değişiklikler yeterli olmaktadır.
- SV modelden sonuç çıkarım olabilirlik oranı test istatistiği aracılığı ile uygulanabilir (Sandmann ve Koopman, 1998: 278).

MCL yöntemi kalın kuyruk, modele ilave açıklayıcı değişkenlerin eklenmesi ve doğrusal olmama problemi için kolaylıkla genelleştirilebilmektedir. Buna ek olarak hatalar arasındaki sıfır olmayan korelasyon için MCL yöntemi kullanılabilmektedir. Son olarak, çok değişkenli ve ilave bağımsız değişenli modelleriçin MCL yöntemi genişletilebilmektedir.

QML ve MCL yöntemlerinin yanı sıra getiri serisinin karesel logaritmik özelliklerini dikkate alan yöntemlerden bir diğeri Simüle Edilmiş Beklenen Maksimizasyon (SEM) yöntemi ve SEM tahmincisinin birçok açıdan geliştirilmiş hali KSC yöntemleridir.

Broto ve Ruiz (2004) tek değişkenli SV modelinin tahmini için çeşitli yöntemleri etkinliklerine, asimptotik özelliklerine, sonlu örneklem özelliklerine ve avantaj/dezavantajlarına göre sıralamıştır. Buna göre, MCMC, NFML ve ML yöntemleri GMM veya QML yöntemlerinden daha etkindir. ML yöntemi, SML, MCMC ve SEM ile benzer sonlu örneklem özelliklerine sahiptir. EMM yöntemi ise sonlu örneklem özellikleri bakımından GMM den üstün olmakla birlikte MCMC den daha üstün değildir (Broto ve Ruiz, 2004:625).

4.3.2. Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modellerin Tahmin Yöntemleri

Çok değişkenli GARCH modelde t dönemindeki koşullu kovaryans t-1 dönemindeki bilgi setine bağlı olarak belirlenebilmektedir. Ancak MSV modelde koşullu kovaryans gizildir. Buna ek olarak, MSV modelde koşullu kovaryans getiri serilerinin ve koşullu kovaryansın birleşik benzerlik fonksiyonuyla bütünleşik olmak zorundadır. Sonuç olarak, MSV modelleri olabilirlik fonksiyonu bakımından kapalı forma sahip değildir. Bu nedenle "kesin" olabilirlik fonksiyonu kolaylıkla elde edilememektedir. Literatürde önerilen tahmin yöntemleri ise standart değildir. Bu bakımdan belirli bir tahmin yönteminin seçiminde en önemli nokta yöntemin istatistiki etkinliğidir. Seçilen yöntemin etkinlik özelliğine ek olarak dikkat edilmesi gereken diğer özellikler şöyledir; giziloynaklığın tahmini, en uygun süzme, düzgünleştirme ve öngörümleme yönteminin belirlenmesi, sayısal etkinlik, esnek modelleme için uygulanabilirlik olarak sıralanmaktadır (Asai, McAleer ve Yu, 2006:162).

MSV modellerin tahmininde kullanılan yöntemleri üç grupta incelemek mümkündür. Bunlar;

- Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi,
- Simülasyon Temelli En Yüksek Olabilirlik Yöntemi,
- Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemidir.

4.3.2.1. Yarı En Yüksek Olabilirlik Yöntemi

SVmodelleri çok değişkenli seriler için genelleştirildiğinde y_{it}, $N \times 1$ boyutlu vektörün elamanları aşağıdaki gibidir: (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 251)

$$y_{it} = \varepsilon_{it} \left(\exp\{h_{it}\}\right)^{1/2}, \qquad i = 1,\ldots,N, \qquad t = 1,\ldots,T, \qquad (95)$$

y_{it} $i$serisinden $t$döneminde elde edilen gözlemi, $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t},\ldots,\varepsilon_{Nt})'$ sıfır ortalamalı, Σ_ε kovaryans matrisli çok değişkenli normal vektörü ifade etmektedir. Kovaryans matrisinin diyagonal elemanları birim değerlidir. Matrisindiyagonal dışı elemanları ise ρ_{ij} olarak ifade edilmektedir. Buna göre, varyansın AR(1) süreci tarafından üretilmesi durumunda varyans denklemi (96)'nolu eşitlikteki gibidir:

$$h_{it} = \gamma_i + \phi_i h_{it-1} + \eta_{it}, \qquad i = 1,\ldots,N, \tag{96}$$

$\eta_t = (\eta_{1t},\ldots,\eta_{Nt})'$ sıfır ortalamalı ve Σ_η kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılıma sahip vektörü ifade etmektedir. $y_{it} = \varepsilon_{it}(\exp\{h_{it}\})^{1/2}$, $i = 1,\ldots,N$, $t = 1,\ldots,T$, olmak üzere model kovaryansın zaman içinde değişimine izin vermemektedir. Model bu kısıtı ile CCC-MGARCH modele benzemektedir.

$$h_{it} = \gamma_i + \phi_i h_{it-1} + \eta_{it}, \qquad i = 1,\ldots,N,$$

h_t 'nin çok değişkenli rassal yürüyüş süreci olması durumunda model (97) ve(98)'nolu eşitliklerde görüldüğü gibi dönüştürülmektedir.

$$w_t = -1.27t + h_t + \xi_t \tag{97}$$

$$h_t = h_{t-1} + \eta_t \tag{98}$$

w_t ve ξ_t $w_{it} = \log y_{it}^2$ ve $\xi_{it} = \log \varepsilon_{it}^2 + 1.27$, $i = 1,\ldots,N$, elemanlı $N \times 1$ boyutlu vektör, t ise $N \times 1$ boyutlu birlerden oluşan vektördür. Model Gaussyan durum uzay model olarak ele alındığında, QML tahmincileri Kalman filitreleri aracılığıyla bulunabilmektedir. Tek değişkenli modelde olduğu gibi ξ_t ve η_t arasında,orijinal dağılımları korelasyonlu olsa dahi, korelasyon bulunmamaktadır (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 251). Transformasyonun en önemli özelliklerinden biri ε_t ve η_t arasında korelasyon bulunsa dahi ξ_t ve η_t arasında korelasyonun olmamasıdır. Kaldıraç etkisi ε_t ve η_t arasında negatif korelasyon olduğunu varsaymaktadır. Transformasyon ile kaldıraç etkisine ilişkin bu bilgi göz ardı edilmektedir (Asai, McAleer ve Yu, 2006: 163).

Σ_{ξ_t} ile gösterilen ξ_t 'nin kovaryans matrisinin ij 'ninci elemanı $(\pi^2/2)\rho_{ij}^*$, $\rho_{ij}^* = 1$ ve $\rho_{ij}^* = \frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)!}{(1/2)_n n}\rho_{ij}^{2n}$, $i \neq j$, $i, j = 1,\ldots,N$ olmak üzere

$(x)_n = x(x+1)\cdots(x+n-1)$'dir. ρ_{ij}^*değerinin bulunması durumunda, Σ_ε yer alan bilinmeyen parametrelerin mutlak değerleri, örneğin ρ_{ij}'ler yani farklı ε_{ij}'ler arasındaki çapraz korelasyon tahmin edilebilmektedir. Ancak korelasyonlara ilişkin değerlerin işaretleri tahmin edilemeyebilir. Çünkü gözlem değerlerinin kareleri alındığında ilgili bilgi kaybedilmektedir. İşaretlerin tahmini dönüştürülmemiş gözlemlerin ele alınmasıyla elde edilebilmektedir. Bu durumda, $\varepsilon_i \varepsilon_j$ $i, j = 1, \ldots, N$,çiftlerine ait işaretlerin hiç biri karşılık gelen $y_i y_j$ gözlem değerlerinin işaretine eşit olmayacaktır. Böylece $y_i y_j$ çiftlerinin yarısından fazlasının pozitif olması durumunda ρ_{ij}'nin işareti pozitif tahmin edilecektir (Harvey, Ruiz ve Shephard, 1994: 251).

4.3.2.2.Simülasyon Temelli En Yüksek Olabilirlik Yöntemi

MSV modeli literatüründe kullanılan üç farklı simülasyon temelli en yüksek olabilirlik yöntemi bulunmaktadır. Bu yöntemler AGIS, EIS ve MCL yöntemi olarak sıralanabilir.

Simülasyon temelli en yüksek olabilirlik yöntemi grubunda yer alanAGIS yaklaşımının ilki Danielsson ve Richard (1993) tarafından tek değişkenli SV model için geliştirilmiştir. Bu yöntem gizil değişkenin Gaussyan süreç izlediğidinamik modellerin tahmini için önerilmiştir.Danielsson (1998) çok değişkenli MSV modeller çerçevesinde AGIS yaklaşımını Harvey vd (1994) tarafından önerilen MSV model parametrelerinin tahmini için uygulanmıştır. Ancak AGIS yaklaşımının daha esnek SV modelleri için kullanımı güç görünmektedir. Çünkü bu yöntem özellikle gizil Gaussyan süreç izleyen modeller için önerilmiştir (Asai vd.,2006: 165).

AGIS yöntemi sınırlı uygulama alanına sahipken AGIS yöntemi ile yakından ilişkili ancak daha esnek EIS yöntemiLiesenfeld ve Richard (2003, 2006) tarafından önerilmiştir. Bu yöntem gizil değişkenin dağılımının daha esnek sınıfları için uygulanabilmektedir. AGIS tekniğinde olduğu gibi EIS yöntemi de yüksek boyutlu integrallerin çözümü için bir Monte Carlo tekniğidir. EIS yöntemi integralin doğru küresel çözümü için düşük boyutlu en küçük kareler regresyonlar dizisine dayanmaktadır. Bu yaklaşım olabilirlik fonksiyonunun son derece doğru Monte

Carlotahminlerini üretenMonte Carlo örnekleyicisini beraberinde getirmektedir (Asai vd.,2006: 165).

Bir diğer simülasyon temelli en yüksek olabilirlik yöntemi, MCL yöntemi olarak bilinmektedir. MCL yöntemi doğrusal Gaussyan olmayan durum uzay modellerin olabilirlik fonksiyonlarının çözümü için önerilmiştir.

Gaussyan olmayan ölçüm hatalarına sahip durum uzay modelinin LLF'si aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\ln L(y \mid \theta) = \ln L_G(y \mid \theta) + \ln \frac{p_\xi(\xi \mid \theta)}{p_G(\xi \mid y, \theta)} \tag{99}$$

(99)'nolu eşitlikte yer alan LLF'de $y = (y_1, \ldots, y_T)'$, $y_t = (y_{1t}, \ldots, y_{mt})'$ ve $\xi = (\xi_1, \ldots \xi_T)'$ ölçüm denkleminin hatalarını, θ tahmin edilecek parametreleri ve $L_G(y \mid \theta)$yaklaşık Gaussyan modelin LLF'sini ifade etmektedir. $p_\xi(\xi \mid \theta)$orijinal yoğunluk fonksiyonunu, $p_G(\xi \mid y, \theta)$yaklaşık modelin ölçüm hatalarının Gaussyan yoğunluğunu ve E_G Gaussyan yoğunluğa göre beklenen değerini ifade etmektedir.Bu ifade yalnızca Gaussyan olabilirlikten sapma gösteren olabilirliğin tahmini için simülayonu gerektirmektedir(Asai vd 2006: 166; Durbin ve Koopman,1997: 672).

MCL yönteminin diğer simülasyon temelli yöntemlerden farklı en önemli özelliği LF'nin küçük bir kısmının simülasyon gerektirmesidir. Bu nedenle yöntem az sayıda simülasyona ihtiyaç duyması bakımından sayısal olarak etkin olmaktadır. Yöntemin zor tarafı ise ise çözüm için modelin doğrusal Gaussyan olmayan durum uzay gösterimini gerektirmesidir. (Asai vd,2006: 166).

θ parametrelerinin MCL tahminleri (57)'noludenklemin sapmasız tahmininin sayısal optimizasyonu ile elde edilmektedir. Yaklaşık modelin LLF'si, $L_G(y \mid \theta)$, başlangıç değerlerini elde etmek için kullanılmaktadır.

4.3.2.3. Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemi

MCMC yöntemi Bayesyen analize dayalı bir tahmin yöntemidir. SV literatürüne ilgi MCMC yönteminin kullanımı ile artış göstermiştir. MCMC yöntemi ile birleşik ardıl dağılıma dayalı tahminler elde edilmektedir. Standart SV model bağlamında Anderson vd. (1999) çeşitli yöntemlere ilişkin sonlu örneklem

özelliklerini karşılaştırmıştır. Sonuçta MCMC yöntemini en etkin tahmin aracı olarak tespit etmişlerdir.

Smith ve Pitts (2006) iki değişkenli MSV modeli kullanarak Japon Merkez Bankası müdahalelerinin dolar/yen döviz piyasası günlük getiri ve hacmi üzerine etkisini incelemiştir. Smith ve Pitts (2006) tarafından önerilen MCMC algoritması, eşik spesifikasyonu ve kayıp gözlem özellikleri göz ardı edilerek açıklanmıştır. $Y_t = \{y_1, \ldots, y_n\}$ gözlem setini ifade etmek üzereele alınan iki değişkenli SV model:

$$y_t = H_t^{1/2} e_t, \tag{100}$$

$$h_t - Z_t\alpha = \Phi(h_{t-1} - Z_{t-1}\alpha) + u_t \tag{101}$$

(100)'nolu gösterimde yer alan $y_t = (y_{1t}, y_{2t})'$, $H_t^{1/2} = \text{diag}(\exp(h_{1t}), \exp(h_{2t}))$ve $h_t = (h_{1t}, h_{2t})'$ iki değişkenli sistemde gizil oynaklıkların logaritmasını ifade etmektedir. Açıklayıcı değişkenler geçiş denklemine blok diyagonal matris $Z_t = \text{bdiag}(z'_{1t}, z'_{2t})$ ve $\alpha = (\alpha'_1, \alpha'_2)$ katsayıları ile eklenmektedir. Otoregresif katsayı matrisinin $\Phi = \text{diag}(\phi_1, \phi_2)$ diyagonal olduğu varsayılmaktadır. Gözlem ve geçiş denklemlerinin hata terimleri birbirinden bağımsız dağılmaktadır. $e_t \sim N(0, C)$ ve $u_t \sim N(0, \Omega)$ olmak üzere korelasyon matrisi C ile kovaryans matrisi Ω (102)'deki gibi ifade edilmektedir:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}, \ \Omega = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{pmatrix}, \tag{102}$$

Buna göreSmith ve Pitts (2006) tarafından önerilen algoritma aşağıdaki gibidir (Smith ve Pitts, 2006: 430-431; Chib, Omori ve Asai, 2009: 371):

1. $\{h_t\}_{t=1}^n \mid \rho_{12}, \phi_1, \phi_2, \alpha, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n$.

   $\{h_t\}_{t=1}^n$ birçok bloğa ayrılmakta ve bir blok belirli bir zamanda diğer bloklar verildiğinde örneklenmektedir. $h_{a:b} = (h'_a, \ldots, h'_b)$ iken, $h_{a:b}$ bloğunu örneklemek için diğer h_j'ler verildiğinde MH algoritması kullanılmaktadır.

2. $\rho_{12} \mid \{h_t\}_{t=1}^n, \phi_1, \phi_2, \alpha, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n$ MH algoritması ile örneklenir.

3. $\phi_1, \phi_2 \mid \{h_t\}_{t=1}^n, \rho_{12}, \alpha, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n$ MH algoritması ile örneklenir.

$$4.\ \alpha \mid \{h_t\}_{t=1}^{n}, \rho_{12}, \phi_1, \phi_2, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n \sim N_2(\delta, \Sigma)$$

$$\delta = \Sigma \sum_{t=2}^{n} (Z_t - \Phi Z_{t-1})' \Sigma_{\eta\eta}^{-1} (h_t - \Phi h_{t-1}) + Z_1' \Sigma_0^{-1} h_1,$$

$$\Sigma^{-1} = \sum_{t=2}^{n} (Z_t - \Phi Z_{t-1})' \Sigma_{\eta\eta}^{-1} (Z_t - \Phi Z_{t-1}) + Z_1' \Sigma_0^{-1} Z_1,$$

$5.\ \Sigma_{\eta\eta} \mid \{h_t\}_{t=1}^{n}, \rho_{12}, \phi_1, \phi_2, \alpha, Y_n$ MH algoritması ile örneklenir.

Bos ve Shephard (2006) ise standart Gaussyan doğrusal durum uzay modeline ait Gaussyan hataları SV süreci olarak modellemiştir. Klasik MCMC algoritmalarının bu tip modeller için etkin olmadığı tespit edilmiştir. Bu problem modelin yeniden parametrize edilmesi ile giderilebilmektedir. Bos ve Shephard (2006) gözlenemeyen varyans serilerini doğrudan örneklemek yerine artıklar uzayında örneklemeyi önermişlerdir. Bu yöntem örnekleyicide korelasyonun azalmasını ve böylece Markov zincirinin kalitesinde artışı sağlamaktadır.

Koşullu Gaussyan durum uzay formu izleyen gözlem seti $y = \{y_1, \ldots, y_n\}$ Bos ve Shephard (2006)'nın gösterimi ile aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{pmatrix} y_t \\ \alpha_{t+1} \end{pmatrix} \mid \alpha_t, \sigma_t^2 \sim N\left\{ \begin{pmatrix} Z_t \alpha_t \\ T_t \alpha_t \end{pmatrix}, R_t \operatorname{diag}(\sigma_t^2) R_t' \right\}, \tag{103}$$

Burada,

$$y_t = Z_t \alpha_t + G_t u_t, \tag{104}$$

$$\alpha_{t+1} = T_t \alpha_t + H_t u_t, \tag{105}$$

(104) ve (105)'nolu eşitliklerde yer alan Z_t, T_t ve R_t stokastik olmayan matrislerdir. Anlatımda kolaylık sağlanması amacıyla aşağıda ifade edilen varsayım yapılmaktadır.

$$R_t \operatorname{diag}(\sigma_t^2) R_t' = \begin{pmatrix} G_t \operatorname{diag}(\sigma_t^2) G_t' & 0 \\ 0 & H_t \operatorname{diag}(\sigma_t^2) H_t' \end{pmatrix}, \tag{106}$$

Böylece geçiş ve ölçüm denklemlerine ait hatalar $G_t u_t$ ve $H_t u_t$'nin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır. σ_t^2 gözlenemeyen dışsal Markov zinciri olduğunda, bu koşullu Gaussyan durum uzay formunun özel bir hali olmaktadır. Bos ve Shaphard (2006) $y \mid \sigma^2$'nin koşulsuz ve Gaussyan durum uzay model olarak yazılabileceği göstermek için bu özel durumu Gaussyan durum uzay model formunda SV model olarak göstermektedir.

$$R_t u_t = \begin{pmatrix} y_t \\ \alpha_{t+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_t \alpha_t \\ T_t \alpha_t \end{pmatrix} \qquad (107)$$

(107)' nolu ifade Harvey vd. (1994) tarafından önerilen MSV modele uymaktadır. Bu durumda, $u_t = \varepsilon_t \sigma_t$, $\varepsilon_t \overset{i.i.d}{\sim} N(0, I)$ olduğu varsayılmaktadır. Buna ek olarak h_t (108)'nolu gösterimde olduğu gibi vektör otoregresyon sürecini izlemektedir.

$$h_{t+1} = \gamma + \phi(h_t - \gamma) + \omega_t, \qquad \omega_t \sim NID(0, \Omega). \qquad (108)$$

θ bilinmeyen parametre vektörünüdür ve $\theta = (\psi, \lambda)$ şeklinde gösterilmektedir. Bu gösterimde ψ, Z_t, T_t, G_t ve H_t bilinmeyen parametreleri, λ ise u_t'nin stokastik oynaklık süreci olan σ^2 'nin parametrelerini ifade etmektedir.

Orijinal SV model spesifikasyonundaoynaklık süreci $h_{t+1} = \gamma + \phi(h_t - \gamma) + \omega_t$ aşağıdaki gibi tanımlansın,

$$\omega_t = \Omega^{\frac{1}{2}} u_t \sim NID(0, \Omega), \qquad \varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0, I) \qquad (109)$$

Bu durumda oynaklık süreci σ_t ile beyaz gürültü u_t hataları arasında bire bir ilişki bulunmaktadır. Bu durumda önerilen artıklara dayalı blok örnekleme süreci aşağıdaki adımları içermektedir (Bos ve Shephard, 2006:225).

1. u ve θ için ilk değerler atanır. $\sigma^2 = f(u, \lambda)$, u'nun fonksiyonu cinsinden hesaplanır.
2. $\theta, \alpha \mid y, u$ 'dan yaralanılarak güncelleme yapılır.
   (a) $\theta \mid y, u$ örneklenir;
   (b) $\alpha \mid y, \sigma^2(u, \lambda), \theta$ örneklenir.
3. σ^2, u ve θ 'dan yeniden hesaplanır. $\sigma^2 \mid \alpha, y, \theta$ 'dan örnekleme yapılır ve $u = f^{-1}(\sigma^2, \lambda)$ yeniden oluşturulur.
4. Süreç ikici adımdan itibaren tekrar edilmektedir.

Bu algoritmanın ikinci adımı önem arz etmektedir. Zira bu adımda zaman içinde değişen varyans üzerine bir koşullandırma yapılmamaktadır. Burada log-varyanslar için standardize artıklar üzerine koşullandırma söz konusudur. Bu durumda parametreler değiştikçe koşullu varyanslar da değişmektedir.

Markov zincirini oluşturmak için oluşturulan örnekleme planı iki temel grupta sınıflandırılmaktadır. Bunlar; bilinmeyen parametreler vegizil değişkenlerdir. θ 'nın

her bir elemanının onun tam koşullu dağılımından örneklenmesi üzerine uygun ve etkin yöntemler geliştirilmiştir. α 'nın tam koşullu dağılımından örneklemesi üzerine tek hareketli örnekleme ve bu yöntemden daha etkin karışım örnekleme ve çok hareketli örnekleme yöntemleri bulunmaktadır. Tüm parametrelerin ve giziloynaklıkların örneklemesi amacıyla kullanılan bir diğer yöntem ise Kim ve diğerleri (1998) tarafından önerilen integrasyon örneklemesidir (Asai, 2005: 283).

4.4.ÇOK DEĞİŞKENLİ OYNAKLIK MODELLERİNDE KORELASYON MATRİSİNİN TAHMİNİ

MGARCH ve MSV modelleri kapsamında yer alan koşullu korelasyon modelleri getiri serilerindeki oynaklık sürecini ve seriler arasındaki oynaklık ilişkisini modellemede seriler arasındaki korelasyon yapısını dikkate almaktadır. Değişkenler arasındaki korelasyonun zaman içinde sabit yada değişen olmasına izin veren bu modellerde korelasyon matrislerinin tahmini için önsel değer seçimi önem taşımaktadır.

MGARCH ve MSV modellerin koşullu kovaryans matrisi aşağıdaki gibi ifade edilsin,

$$H_t = D_t R D_t \qquad (110)$$

(110)'nolu eşitlikte yer alan D_t 'nin farklı yapıları için MGARCH ve MSV modellerin farklı yapıları elde edilebilmektedir. $R = (r_{ij})_{n\times n}$ ise korelasyon matrisini ifade etmektedir.

Koşullu korelasyonlu modellerde R için iki kısıtın sağlanması gerekmektedir. Bu kısıtlardan ilki matrisin pozitif tanımlı olması ikincisi ise matrisin diyagonal elemanlarının birim değerli olmasıdır. Koşullu korelasyonlu MGARCH ve MSV modelleri iki değişkenli yapıda ele alındığında R'nin tahmini için önsel değer seçimi güç değildir. Zira iki değişkenli yapılarda diyagonal dışı elemanların önsel dağılımının (-1,1) aralığında değerler alması gerekli kısıtların sağlanması için yeterli olmaktadır. Koşullu korelasyon modelleri ikiden fazla değişkenli durumlar için ele alındığında, R için önsel değerlerin belirlenmesi oldukça karmaşık olmaktadır. Bu sorunun üstesinden gelmek üzere çok sayıda yöntem önerilmiştir. Bu yöntemlerden en

kolayıkovaryans matrisinin Wishard dağılımından $W_i = (w_{ij})_{n\times n}$ elde edilerek korelasyonmatrisinde $r_{ij} = w_{ij} \Big/ \sqrt{w_{ii} w_{jj}}$ 'nin normalize edilmesidir (Chang, Qian ve Jian, 2012: 24).

Örnek korelasyonu için genel bir uygulamaya imkan sunan diğer bir hesaplama yöntemi Barnard, McCulloch ve Meng (2000) tarafından önerilmiştir. Daha genel bir düzenleme için uygulama alanına sahip olan bu yöntemde pozitif sonlu olma kısıtı Gibbs örneklemesi ile sağlanmaktadır. Bu yöntemde kovaryans matrisi standart sapma ve korelasyon matrisi değerlerine göre modellenmektedir. Yöntem gerçek ve simüle edilmiş veri setleri ile uygulanmıştır. Bu yöntem korelasyon matrisi R() ile başlamakta ve her defasında yeni bir eleman ile korelasyon katsayısını belirlemektedir. Söz konusu yeni eleman kuadratik fonksiyonun iki kökü tarafından kırpılmış önselden elde edilmektedir. Ayrıca, her r_{ij} için R()'nin pozitif tanımlılığı sağlanmaktadır. Bu sürecin tekrarı ile R()'nin tüm elemanları değişmekte ve yeni bir korelasyon matrisi R oluşturulmaktadır (Barnard, McCulloch, ve Meng, 2000: 1311). Ancak bu yöntemin dezavantajı uygulanabilirliğinin son derece karmaşık olmasıdır. Bu zorluğun üstesinden gelmek amacıyla korelasyon matirisi R için önsel belirlemek üzere Cholesky Ayrıştırması'na dayanan yeni bir algoritma önerilmiştir. R simetrik ve birim diyagonal değerlere sahip olduğu için r_{ij} $(j<i \text{ ve } i=2,\ldots,n)$ değerlerinin elde edilişi aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Chang, Qian ve Jian, 2012:24-25):

$$R = LDL^T = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ l_{21} & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_{21} & \cdots & l_{n1} \\ & 1 & \cdots & l_{n2} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 1 \end{pmatrix} \qquad (111)$$

(111)'nolu eşitlikte yer alan L tersine çevrilebilir ve D diyagonal matrisin tüm elemanları pozitiftir. Bu yapı Cholesky ayrıştırmasına alternatif bir formdur. Herhangi bir R için L ve D aşağıda gösterilen algoritma ile hesaplanmaktadır:

$$\begin{cases} t_{ij} = r_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} t_{ik} l_{jk}, \\ l_{ij} = \dfrac{t_{ij}}{d_j}, \qquad j = 1,2,\ldots,i-1 \\ d_i = r_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ik} l_{jk}, \end{cases} \qquad (112)$$

t_{ij} algoritmayı kolaylaştırma amacıyla kullanılmaktadır. R korelasyon matrisi $r_{ii}=1$ ve $|r_{ii}|<1,\ \forall i\neq j$ özelliklerine sahip olduğu için (112)'nolu formülasyon aşağıdaki gibi dönüştürülebilmektedir.

$$\begin{cases} r_{ij}=t_{ij}+\sum_{k=1}^{j-1}t_{ik}l_{jk}, \\ l_{ij}=\dfrac{t_{ij}}{d_j}, \qquad j=1,2,\ldots,i-1 \\ d_i=1-\sum_{k=1}^{i-1}t_{ik}l_{jk}, \end{cases} \tag{113}$$

Daha kolay form aşağıdaki gibidir:

$$\begin{cases} r_{ij}=t_{ij}+\sum_{k=1}^{j-1}\dfrac{t_{ik}t_{jk}}{d_k}, j=1,2,\ldots,i-1. \\ d_i=1-\sum_{k=1}^{i-1}\dfrac{t_{ik}^2}{d_k} \end{cases} \tag{114}$$

$d_1=1, r_{i1}=t_{i1}$'dir. Böylece r_{ij}, t_{ij}'den elde edilebilmektedir. $|r_{ij}|<1,\ \forall i\neq j$ ve $d_i>0,$ $i=1,..,n$ kısıtları her bir $|t_{ij}|<\sqrt{d_j\left(1-\sum_{k=1}^{j-1}t_{ik}^2/d_k\right)}$ için aralığı belirlemektedir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

DÖVİZ KURU OYNAKLIKLARININ ÇOK DEĞİŞKENLİ MODELLERLE ANALİZİ

Bu bölümde,döviz kuru getiri serilerine ait oynaklık süreçlerinin çok değişkenli oynaklık modelleri çerçevesinde Bayesyen tahminlerini elde etmek üzere çalışmanın kapsamı belirlenerek, kullanılan veri setlerine ilişkin özelliklere, literatüre ve uygulama sonuçlarına yer verilmiştir.

5.1. AMAÇ VE KAPSAM

Finansal ve makroekonomik karar verme süreçleri üzerinde döviz kuru piyasalarındaki oynaklıklar son derece etkili olmaktadır. Döviz kuru hareketlerinin belirlenmesi uluslararası finans alanında yer alan birçok konuda önemli çıkarımlar sağlamaktadır. Uluslararası varlık fiyatlama teorilerine ek olarak yerel varlık değerleri ve ulusalararsı portföy yönetimi zaman içinde beklenen döviz kuru hareketlerine bağlı olmaktadır (Bollerslev, Chou ve Kroner, 1992: 37). Öte yandan, döviz kurları birçok geçiş ekonomisi için önemli bir politika aracıdır. Makroekonomik olarak ele alındığında döviz kuru dalgalanmaları uluslararası ticaret gerçekleştiren firmaların değerlerini etkileyebilmektedir. Bunun yanı sıra herhangi bir para birimini bir başka para birimine karşı elde tutmanın riski finansal piyasalar açısından önemli olmaktadır (Beg ve Anwar, 2012:165).

Sengupta (2002)'yegöre,döviz kuru oynaklıkları uluslararası ticarette iki temel nedene bağlı olarak özel bir önem kazanmıştır. Bu nedenlerden ilki, döviz kuru oynaklıklarının ulusal hükümetlerin para politikaları üzerinde giderek artan etkilere sahip olmasıdır. İkincisi ise, küreselleşmenin etkisiyle yatırımcıların uluslararası portföylereolan taleplerindeki artış ve varlık piyasası yaklaşımının[4] yatırımcılar açısından egemen model olmasıdır.

[4] Varlık Piyasası Yaklaşımı, dövize olan talebin yalnızca malların alım/satımı ile sınırlı olmadığı talebin aynı zamanda varlıklara ilişkin alım/satım işlemlerinden kaynaklandığı görüşüne dayanmaktadır.

Döviz kuru piyasalarında ortaya çıkan oynaklık süreçleri ithalat ve ihracat fiyatlarında, uluslararası rezerv değerlerinde, döviz alım satımında belirsizliğe yol açmaktadır. Döviz kuru piyasalarındaki oynaklıklar ulusal para birimleri üzerinden yurt içi ücret, fiyat, çıktı ve istihdam değerlerini etkilemektedir.

Yabancı para türevleri ile yabancı paraya dayalı menkul kıymetlerin değerleri döviz piyasasınabağlı olarak belirlenmektedir. Dolayısıyla dövize bağlı türev ürünlerin fiyatlandırılması oynaklığın ve korelasyonların tahminini gerekli kılmaktadır. Bu nedenle oynaklık ve korelasyon tahminleri finans alanında önemli bir yer tutmaktadır. Yüksek oynaklığa sahip portföyler taşıdıkları yüksek risk nedeniyle daha fazla kaybetme ya da kazanma yönünde bir seyir izlemektedirler. Risk ise oynaklık veya varyans ile ölçülmektedir.

Oynaklıklar ve korelasyonlar hakkında elde edilenbilgi sayesinde yatırımcı portföyünde her bir dövizden hangi oranlarla tutacağı konusunda karar verebilmektedir. Böylece portföyünü değişen koşullara göre yeniden düzenleyerek daha az kaybetme riski ile ortalama getirisini sağlayabilmektedir (Hopper, 1997: 24-25).

Bu doğrultuda çalışmanın temel amacı çok değişkenli GARCH ve çok değişkenli SV modellerin Bayesyen tahmini ile döviz piyasalarındaki oynaklığın analiz edilmesi, tahmin sonuçlarının karşılaştırılarak veriye en uygun modelin seçilmesidir. Bu amaçla Türkiye'nin ithalatında önemli paya sahip ülkelerin para birimlerinin ABD dolarına karşı değerleri ile veri seti oluşturulmuştur.

5.2. LİTERATÜR

Literatürdedöviz kuru oynaklığı döviz kurundaki yüzde değişimler, trend etrafındaki varyans, döviz kuru standart sapmalarının hareketli ortalaması ve ARIMA modelinin artık terimleri gibi çeşitli yöntemler ile hesaplanmıştır. Ancak son dönem çalışmalarında döviz kuru oynaklığının hesaplanmasında varyansta zaman içinde değişimleri yansıtan ARCH ailesi modelleri sıklıkla kullanılmaktadır (Yıldırım ve Kılıç, 2014: 429).

Hsieh (1988, 1989) günlük döviz kuru serilerine ilişkin özellikleri incelediği çalışmasında döviz kuru serilerinin normal dağılıma sahip olmadığını ve serilerin değişen ortalama ve varyansa sahip olduğunu göstermiştir. Döviz kurlarına ait fiyat

değişimlerindeki farklı varyansın ortadan kaldırılmasında ARCH ve GARCH spesifikasyonlarının başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ancak bu modeller standardize artık değerlerinde ortaya çıkan aşırı basıklığı ortadan kaldırmakta yeterli olmamıştır. Bu nedenle ortalama etrafında aşırı basıklık dağılımı sergileyen Student-t dağılımı bu sorunun çözümü için önerilmiştir.

Diebold ve Nerlove (1989) çalışmalarında tek değişkenli ARCH model sonuçlarının çok değişkenli model spesifikasyonuna işaret ettiğini belirterek çok değişkenli gizil değişken modelini ortaya atmışlardır. Çalışmada gizil değişkenin modellenmesi ile çok değişkenli döviz kuru hareketlerinin iyi tanımlandığı bilgisi de sağlanmıştır.

Chortareas (2011) çalışmasında yüksek frekanslı döviz kurlarının oynaklık tahminlerinde gerçekleşen oynaklık ve geleneksel zaman serisi oynaklık modellerini uygulamıştır. Sonuçta, yüksek frekanslı veriler ile çalışmanın ve serileri uzun hafizalı değerlendirmenin oynaklık tahmin performansını anlamlı derecede arttırdığını tespit etmiştir. Beg ve Anwar (2012) çalışmasında Ocak 1973- Temmuz 2011 dönemi için ABD doları cinsinden sterline ait aylık ve günlük getiri serilerini rejim değişim GARCH modelleri ile analiz etmiştir. Getiri serisindeki oynaklık sürekliliğinin pür şoklara bağlı olduğu sonucuna varmıştır. Nishimura ve Hirayama (2013) çalışmasında Çin yuanı-Japon yeni döviz kuru oynaklığının Japonya ve Çin arasındaki ikili ticari ilişkiler üzerine etkisini kısa ve uzun dönemlerde incelemek amacıyla iki ölçüm yöntemi kullanmıştır. Bunlardan ilki ARCH tipi modellere dayanan yöntemler ikincisi ise verilen dönem için günlük döviz kuru değişimlerinin standart sapmasıdır. Diebold ve Nerlove (1989) çalışmalarında gizil değişkenli faktör ARCH modeli ile döviz kuru serilerine ait oynaklığı modellemişlerdir. Kuvvetli ARCH etkisine sahip döviz kuru serilerindeki oynaklık ve oynaklık kümelemesinin gizil değişkenli bir model ile doğru olarak tanımlandığını belirlemişlerdir.

Bauwens ve diğerleri (2005) planlanmış ya da planlanmamış haber bildirimlerinin avro/dolar getiri oynaklığı üzerine etkisini yüksek frekanslı gün içi veriler kullanarak ARCH tipi modeller çerçevesinde ele almışlardır. Haber bildirimlerinin birçoğunun haber öncesi periyotda anlamlı bir oynaklık artış ya da azalışı tarafından takip edilmediği sonucuna ulaşmışlardır. Buna ek olarak,avro/dolar getiri oynaklığı piyasa etkinliğinden pozitif ve anlamlı olarak etkilenmektedir. Ancak

oynaklığın en önemli belirleyicisinin FOREX piyasalardan elde edilen özel bilgiolduğu belirlenmiştir. Ural ve Öztekin (2011) çalışmalarında 2008 küresel krizin döviz kurları oynaklığı üzerine etkisini çok değişkenli GARCH model ile incelemiştir. Bu amaçla 25 Aralık 2001 - 31 Mayıs 2010 dönemi için avro, ABD doları ve Japon yeni günlük döviz kuru getiri serileri analiz edilmiştir. Kurlar arasındaki oynaklık geçişlerinin, oynaklık geçişlerinin kaynağının ve büyüklüğünün belirlenmesi amacıyla tahmin edilen MGARCH(1,2)-DVECH model sonucuna göre, küresel kriz sürecinde döviz kuru serilerinde oynaklık artmaktadır. Oynaklık geçişlerinin kaynağı ise ABD dolarıdır.

Hoshikawa (2008) döviz kuruna müdahale sıklığının döviz kuru oynaklığı üzerine etkisini GARCH metodolojisi ile araştırmıştır. Yen/dolar döviz kurunun ele alındığı çalışmada döviz kuru seviyesinin (birinci momenti) ve döviz kuru oynaklığının (ikinci momenti) farklı uygulamalar tarafından etkilendiği gözlenmiştir. Buna göre amaç, döviz kuru oynaklığını azaltmak ise sık aralıklar ile gizli müdahaleler uygun olmaktadır. Öte yandan amaç döviz kuru seviyesini değiştirmek ise düşük aralıklar ile müdahale ve politika değişikliğinin resmi olarak ilan edilmesi uygun olmaktadır. Benzer olarak, Giannellis ve Papadopoulos (2011) döviz kuru oynaklığı açısından önem taşıyan mali, reel ve finansal değişkenleri Avrupa Ekonomik ve Parasal Birlik (EMU) üyesi ve resmi aday ülkeler için iki değişkenli GARCH model ile ele almışlardır. Sonuçlar Orta ve Doğu Avrupa (CEE) ülkeleri döviz kurlarının diğer piyasalarda ortaya çıkan gelişmelerden etkilendiğini göstermiştir. Ayrıca genel mali politikaların döviz kuru oynaklığını etkilediğini tespit etmişlerdir.

Taştan (2006) nominal döviz kuru değişimleri ile hisse senedi getirileri arasındaki dinamik etkileşimi MGARCH model ile analiz etmiştir. Analizde günlük avro/dolar döviz kuru ile ABD'nin iki önemli hisse senedi endeksi olan Dow-Jones Borsası Endüstri Endeksi (DJIA) ve S&P500 endeks verileri kullanılmıştır. Tahmin edilen BEKK-MAGARCH (1,1) model sonuçlarına göre,avro ve DJIA'nın her ikisine ait koşullu varyanslar anlamlı derecede oynaklık kümelemesine sahiptir. Buna ek olarak,avro ve DJIA arasındaki koşullu kovaryans zaman içinde değişmektedir. Benzer sonuçların avro ve S&P500 için de geçerli olduğu tespit edilmiştir. Sensoy (2014) çalışmasında Türkiye'de Ocak 2003- Eylül 2013 dönemi için ABD dolarına karşı döviz kuru, faiz oranı ve BIST100 endeks değerleri arasındaki dinamik

korelasyonu modellemiştir. Bu doğrultuda değişkenler arasındaki korelasyonların yüksek oynaklık dönemlerinde aniden değişip değişmediği eğer değişim var ise bu değişimin geçici ya da kalıcı olup olmadığı araştırılmıştır. Gelişmiş ülkelerin aksine Türkiye'de borsa ve döviz kuru piyasaları arasında kalıcıpozitif korelasyon bulunmuştur. Doların Türk lirası karşısında değer kazanımı ile BIST100 getirileri arasında pozitif ilişki olduğu gözlemlenmiştir. Buna ek olarak oynaklık şoklarının bu piyasalar arasındaki dinamik korelasyonda ciddi değişiklikler yarattığı tespit edilmiştir. Dinamik korelasyonlardaki bu değişimlerin kısa dönemde geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Uluslararası para birimleri arasındaki ilişkinin ikinci moment dinamikleri tarafından belirlendiğini bilinmektedir. Bu bağlamda. döviz kurlarının koşullu farklı varyans özelliği gösterdiğini kanıtlayan birçok çalışma bulunmaktadır. Ancak farklı para birimleri arasındaki oynaklık yayılımını inceleyen kısıtlı çalışma bulunmaktadır. Döviz kurları arasındaki oynaklık yayılımının analizi ile finans ve makroekonomi alanlarında bilgi aktarımı ve döviz bulaşıcılığı gibi çeşitli hipotezler test edilebilmektedir. Bu bağlamda Inagaki (2007) çalışmasında 05.01.1999- 30.12.2004 dönemi için İngiliz sterlini ile avro arasındaki oynaklık kümelenmesini MA(1)-GARCH(1,1) modeli ile araştırmıştır. İki değişken arasındaki nedensellik ilişkisinin de ele alındığı çalışmada, varyansta avrosterlinin Granger nedeni olarak belirlenmiştir. Ancak tersi durumun geçerli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulguyu oynaklık kümelenmesi sonucu da desteklemiştir. Ele alınan dönem için avrodan sterline doğru oynaklık kümelenmesi ortaya çıkmaktadır. Böylece avro oynaklığı sterlin oynaklığı üzerinde tek yönlü etkiye sahip olmaktadır.

Literatürde tek değişkenli SV ve ARCH/GARCH modellerin karşılaştırıldığı çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Örneğin, Geweke (1994) ABD doları/ Kanada doları döviz kuru verisi ile döviz kurunda gerçekleşen büyük şokların ardından SV modelin oynaklık değişimlerini daha iyi modellediğini göstermiştir. Benzer olarak Kim, Shephard & Chib (1998) ve Chib, Nardari & Shephard (2002) çalışmalarında SV model lehine bulgular elde etmişlerdir. Tek değişkenli SV modellerin oynaklığın modellenmesinde sağladığı başarı çok değişkenli SV modeller üzerine araştırmaların artmasını sağlamıştır. Ancak, literatürde MGARCH ve MSV modellerin karşılaştırılması üzerine kısıtlı sayıda çalışmada bulunmaktadır. Bu çalışmalarda genel

olarak çeşitli tahmin yöntemleri kullanılarak MGARCH ve MSV modellerden elde edilen ampirik bulgular karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda Danielsson (1998) çalışmasında tek ve çok değişkenli GARCH ve SV modeller ile 1975-1993 dönemine ait ABD dolarına karşı Alman markı ve Japon yeni para birimleri ve S&P500 ile Tokyo Borsası'na ait endeks verilerini analiz etmiştir. Çalışmada SML yönteminin QML metotuna göre daha etkin olduğu belirtilerek oynaklık modellerinin tahmininde SML yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen MSV model sonuçları MGARCH model sonuçları ile karşılaştırılmıştır.Buna göre,MSV modelin MGARCH modele kıyasla daha az sayıda parametre içerdiği ve daha yüksek olabilirlik değerlerine sahip olduğu belirlenmiştir. Öte yandan, Ding ve Vo (2012) çalışmalarında petrol piyasası ve çeşitli döviz piyasaları arasındaki oynaklık etkileşimlerini yapısal kırılmaları da dikkate alarak araştırmışlardır. MSV (CCC-MSV ve DCC-MSV) modellerin tahmininde MCMC yöntemi, MGARCH (CCC-MGARCH ve DCC-MGARCH) modellerin tahmininde ML yöntemi kullanılmıştır. Döviz kuru oynaklığının tahmininde MSV modellerin MGARCH modellere göre daha üstün olduğunu belirlemişlerdir. Ancak bu durumun petrol piyasası için geçerli olmadığını tespit etmişlerdir. Zira petrol piyasasındaki oynaklığın modellenmesinde MGARCH modellerin daha iyi tahmin sonuçları verdiği görülmüştür. Hepsağ (2013) petrol piyasası ile MIST (Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye) ülkelerinin sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşimini ve aktarımını iki değişkenli MGARCH ve MSV modeller çerçevesinde analiz etmiştir. CCC-MGARCH ve DCC-MGARCH modellerin tahmininde ML yöntemi, CCC-MSV ve DCC-MSV modellerin tahmininde MCMC yöntemi kullanılmıştır. Bu çalışma MSV modellerin Türkçe literatüre kazandırılması bakımından önem taşımaktadır.

Danielsson (1998) ve Ding & Vo (2012)'den farklı olarak Chang & diğerleri (2012) çalışmalarında MCMC yöntemi ile hem MGARCH hem de MSV modellerin Bayesyen tahminlerini elde etmişlerdir. Uygulamada, 28.06.2004-30.06.2008 dönemi için Şangay Borsası'nda işlem gören çeşitli sektörlere ait kapanış fiyatları kullanılmıştır. Analiz sonuçlarına göre, MSV model MGARCH modele kıyasla daha iyi bir performansa sahip olmaktadır. MGARCH modellere kıyasla MSV modellerden elde edilen korelasyon tahminlerinin daha yüksek ortalamaya sahip oldukları ancak standart sapma değerlerinin daha küçük olduğu tespit edilmiştir. MSV modeller

tarafından tanımlanan oynaklıkların MGARCH modeller tarafından tanımlanan oynaklıklara kıyasla daha dinamik yapıda olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Yu ve Meyer (2006) çalışmalarında dokuz farklı MSV model önererek bu modellerden Bayesyen tahmin yöntemi ile elde ettikleri sonuçları karşılaştırmışlardır. Bu çalışmanın önemi yeni model spesifikasyonlarının ortaya atılmış olmasıdır. ABD dolarına karşı Avusturalya ve Yeni Zellanda dolarına ait 519 haftalık veri seti kullanılarak dokuz farklı MSV model MCMC yöntemi ile tahmin edilmiştir. Oynaklıkta Granger nedenselliği, zaman ile değişen korelasyonlar, kalın kuyruk hata dağılımları, toplamsal faktör yapısı ve çarpımsal faktör yapıları da çalışmada yer almaktadır. Çalışmada zaman ile değişen korelasyon katsayılarına izin veren modellerden daha iyi tahminler elde edildiği ifade edilmektedir. AFactor –MSV, AFactor-t-MSV ve MFactor –MSV model sonuçları da serilerde faktör sürecinin büyük ölçüde kalıcı olduğunu göstermiştir. Son olarak, Avusturalya dolarındaki oynaklığın Yeni Zellanda doları oynaklığının Granger nedeni olduğu tespit edilmiştir.

Eraltay (2012) çalışmasında 04.01.2005 -04.11.2011 dönemine ait IBEX35, FTSE 100 ve DAX hisse senedi verilerini kullanarak sabit korelasyon MSV ve değişen korelasyonlu MSV modelleri tahmin etmiştir. Çalışmanın önemli yanı bu modellere ek olarak kaldıraç etkisini dikkate alan iki yeni MSV model spesifikasyonunun önerilmiş olmasıdır. Modellerin tahmininde QML ve MCLyöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerin küçük örneklem özellikleri Monte Carlo denemeleri ile araştırılmıştır. QML tahmincisine kıyasla MCL tahmincisinin daha iyi küçük örneklem özelliklerine sahip olduğunu sonucuna ulaşılmıştır.Harvey ve diğeleri (1994) çalışmalarında, QML yaklaşımı ile standart MSV model parametrelerinin ve varyanstaki hareketlerin tahmin edilebileceğini gösterilmiştir. Smith ve Pitts (2006) çalışmalarında MCMC yöntemi kullanarak iki değişkenli MSV modelini tahmin etmişlerdir. Buna göre, MSV modelin örnek içi ani oynaklık yükselişlerini iyi yakalayan sonuçlar verdiği sonucuna ulaşmışlardır. Chan ve diğerleri (2006) çalışmalarında MSV model hatalarının korelasyon yapısını Bayesyen yaklaşımla tahmin etmiştir. Çalışmada, MSV model hatalarının korelasyon matrisinin tahminine ilişkin genel bir yaklaşım sunulmuştur.

5.3. MODEL

Çalışmanın uygulama bölümünde döviz piyasalarındaki oynaklığın analizi ve piyasalar arasındaki karşılıklı bağımlı yapının tahmini için çeşitli MGARCH ve MSV model yapıları tahmin edilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde analizde kullanılan ruble (RUB), yuan (CNY), avro (EUR), sterlin (GBP) ve Türk lirası (TRY)[5] değişkenlerinin MGARCH ve MSV modelleri için gösterimleri yer almaktadır. Bu doğrultuda öncelikledöviz kuru getiri serilerinin beş değişkenli yapıda tahmin edildiği, MGARCH model yapısı sunulacaktır. Tahmin edilen :Standart MGARCH, CCC-MGARCH ve CCC-t-MGARCH modellere ait genel gösterimler çalışmanın üçüncü bölümünde Standart MGARCH model için (26)-(29), CCC-MGARCH modeli için (30)-(34), CCC-t-MGARCH model için (35)-(36)'nolu denklemlerde yer almaktadır.

RUB, CNY, EUR, GBP ve TRY döviz kuru getiri serilerine ait oynaklık süreçlerinin analizinde kullanılan Standart MGARCH, CCC-MGARCH ve CCC-t-MGARCH modellerine ait varyans denklemleri aynı yapıdadır. Bu modelleri birbirinden ayıran nokta korelasyon matrislerinin yapısı ve hata terimlerinin dağılımıdır. Bu doğrultuda, MGARCH modellerin beş değişkenli yapıda tahmin edildiği, $H_t = D_t R D_t$ kovaryans matrisli MGARCH modellerin varyans denklemleri, $t = 2,\ldots,T$ için, (115)-(119)'nolu eşitliklerde olduğu gibidir:

$$h_{RUBt} = \omega_{RUB} + \beta_{RUB} \circ h_{RUBt-1} + \alpha_{RUB} \circ (\varepsilon_{RUBt-1} \circ \varepsilon_{RUBt-1}), \quad (115)$$

$$h_{CNYt} = \omega_{CNY} + \beta_{CNY} \circ h_{CNYt-1} + \alpha_{CNY} \circ (\varepsilon_{CNYt-1} \circ \varepsilon_{CNYt-1}), \quad (116)$$

$$h_{TRYt} = \omega_{TRY} + \beta_{TRY} \circ h_{TRYt-1} + \alpha_{TRY} \circ (\varepsilon_{TRYt-1} \circ \varepsilon_{TRYt-1}), \quad (117)$$

$$h_{EURt} = \omega_{EUR} + \beta_{EUR} \circ h_{EURt-1} + \alpha_{EUR} \circ (\varepsilon_{EURt-1} \circ \varepsilon_{EURt-1}), \quad (118)$$

$$h_{GBPt} = \omega_{GBP} + \beta_{GBP} \circ h_{GBPt-1} + \alpha_{GBP} \circ (\varepsilon_{GBPt-1} \circ \varepsilon_{GBPt-1}), \quad (119)$$

i=RUB, CNY, TRY, EUR ve GBP olmak üzere tahmin edilen MGARCH modellerin sağlaması gereken kısıtları $\omega_i, \alpha_i, \beta_i > 0$'dır. Bu kısıtlara ek olarak, koşullu varyansının sonlu olabilmesi için $\alpha_i + \beta_i < 1$ olmalıdır. Oynaklığın sürekliliğini ve $\phi_i > 1$ olasılığını hesaplamak için $\phi_i = \alpha_i + \beta_i$ olarak tanımlanmıştır. h_1 başlangıç

[5] Döviz kurlarına ilişkin kısaltmalar ISO4217 standardına göre yapılmıştır.

değeri, serinin koşulsuz varyans değeri olarak belirlenmiştir. Böylece, MGARCH modelleri için tahmin edilmesi gereken parametre vektörü $\theta = \{\alpha, \beta, \omega, \phi, R, v\}$'dir. Korelasyon matirisi R için önsel belirlemek üzere Chang vd. (2012) tarafından önerilen Cholesky Ayrıştırması'na dayanan algoritma kullanılmıştır. Bu algoritmanın adımları çalışmanın dördüncü bölümünde yer alan (111)-(114)'nolu gösterimlerde yer almaktadır. MGARCH modellerin MCMC yöntemi Gibbs örnekleyici kullanılarak tahmin edilecek parametreleri için önsel dağılımlar bu parametrelerin bağımsız olduğu varsayımı altında Chang vd. (2012) çalışmalarındaki gibi belirlenmiştir:

$$\alpha_i \overset{iid}{\sim} N(0.1,0.01), \qquad 0 < \alpha_i < 1,$$

$$\beta_i \overset{iid}{\sim} N(0.86,0.01), \qquad 0 < \beta_i < 1,$$

$$\omega_i \overset{iid}{\sim} N(1,1), \qquad \omega_i > 0,$$

$$v^* \sim \chi^2_{(4)}, \; v^* = \frac{v}{2}$$

Döviz kuru getiri serilerinin oynaklık süreçlerinin analizinde MGARCH modellerin ardından MSV model yapıları kullanılmıştır. RUB, CNY, EUR, GBP ve TRY döviz kuru getiri serilerinin analizinde kullanılan Standart MSV, CCC-MSV ve CCC-t-MSV model yapılarına ilişkin genel gösterimler çalışmanın dördüncü bölümünde yer alan sırasıyla (59)-(62), (66)-(68) ve (75)-(76)'nolu gösterimlerde yer almaktadır.

RUB, CNY, EUR, GBP ve TRY döviz kuru getiri serilerine ait oynaklık süreçlerinin analizinde kullanılan Standart MSV, CCC-MSV ve CCC-t-MSV modellerine ait varyans denklemleri aynı yapıdadır. Bu modelleri birbirinden ayıran nokta korelasyon matrislerinin yapısı ve hata terimlerinin dağılımıdır. Bu doğrultuda, MSV modellerin beş değişkenli yapıda tahmin edildiği, $H_t = D_t R D_t$ kovaryans matrisli MSV modellerin varyans denklemleri, $t = 2,\ldots,T$ için, (120)-(124)'nolu eşitliklerde olduğu gibidir:

$$h_{RUBt} = \mu_{RUB} + \phi_{RUB} \circ (h_{RUBt-1} - \mu_{RUB}) + \eta_{RUBt}, \qquad (120)$$

$$h_{CNYt} = \mu_{CNY} + \phi_{CNY} \circ (h_{CNYt-1} - \mu_{CNY}) + \eta_{CNYt}, \qquad (121)$$

$$h_{EURt} = \mu_{EUR} + \phi_{EUR} \circ (h_{EURt-1} - \mu_{EUR}) + \eta_{EURt}, \qquad (122)$$

$$h_{GBPt} = \mu_{GBP} + \phi_{GBP} \circ (h_{GBPt-1} - \mu_{GBP}) + \eta_{GBPt}, \qquad (123)$$

$$h_{TRYt} = \mu_{TRY} + \phi_{TRY} \circ (h_{TRYt-1} - \mu_{TRY}) + \eta_{TRYt}, \qquad (124)$$

Analizde kullanılan MSV modeller için tahmin edilmesi gereken parametre vektörü $\theta = \{\mu, \phi, \sigma_\eta^2, R, v\}$'dir. Korelasyon matirisi R için önsel belirlemek üzere Chang vd. (2012) tarafından önerilen Cholesky Ayrıştırması'na dayanan algoritma kullanılmıştır. Bu algoritmanın adımları çalışmanın dördüncü bölümünde yer alan (111)-(114)'nolu gösterimlerde yer almaktadır. MSV modellerin MCMC yöntemi Gibbs örnekleyici kullanılarak tahmin edilecek parametreleri için kullanılan önsel dağılımlar bu parametrelerin bağımsız olduğu varsayımı altında Chang vd. (2012) çalışmalarındaki gibi belirlenmiştir:

$$\mu_i \overset{iid}{\sim} N(0,25),$$

$$\sigma_{\eta i}^2 \overset{iid}{\sim} Ters - \chi_{(11)}^2,$$

$$\phi_i^* \overset{iid}{\sim} beta(20,1.5), \qquad \phi_i^* = \frac{(\phi_i + 1)}{2},$$

$$v^* \sim \chi_{(4)}^2, \; v^* = \frac{v}{2}$$

Döviz kuru getiri serilerinin oynaklık süreçlerinin beş değişkenli yapıda tahmin edildiği MGARCH ve MSV modellerde getiri serilerindeki oynaklık sürekliliği ve korelasyon ilişkisi ortaya konulmuştur. Öte yandan, döviz kuru piyasalarından birinde ortaya çıkan bir şokun diğer piyasaların oynaklık süreçleri üzerine etkisini gösteren oynaklık yayılım parametreleri tahmin edilememiştir. Zira beş değişkenli MGARCH ve MSV modellerin yapısı mevcut bilgisayar teknolojisi ile seriler arasındaki karşılıklı ilişkileri tahmin etmeyi imkansız kılmaktadır. Bu nedenle döviz kuru getiri serileri arasındaki karşılıklı bağımlı oynaklık etkileşimleri serilerin iki değişkenli yapıda ele alınmasıyla incelenebilmiştir. İki değişkenli yapıda tahmin edilen CCC-t-MSV model (125)-(128)'nolu eşitlikte gösterildiği gibidir:

$$y_{1t} = \exp(h_{1t}/2)\varepsilon_{1t} \qquad 1 = RUB, CNY, EUR, GBP, TRY \qquad (125)$$

$$y_{2t} = \exp(h_{2t}/2)\varepsilon_{2t} \qquad 2 = RUB, CNY, EUR, GBP, TRY \qquad (126)$$

$$\rho = cov(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$$

$\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t} \quad \varepsilon_{2t})'$ olmak üzere, ε_t 0_{2xl} ortalamalı, v serbestlik dereceli çok değişkenli kalın kuyruk dağılımına sahiptir. Diğer bir ifade ile $\varepsilon_t \sim t(0, \Sigma_\varepsilon, v)$ 'dir.

$$h_{1t+1} = \mu_1 + \phi_{11}(h_{1t} - \mu_1) + \phi_{12}(h_{2t} - \mu_2) + \eta_{1t} \quad (127)$$

$$h_{2t+1} = \mu_2 + \phi_{22}(h_{2t} - \mu_2) + \phi_{21}(h_{1t} - \mu_1) + \eta_{2t} \quad (128)$$

Buna göre, tahmin edilecek parametreler μ_1, μ_2, ϕ_{11}, ϕ_{22}, ϕ_{12}, ϕ_{21}, ρ_ε, $\sigma^2_{\eta 1}$ $\sigma^2_{\eta 2}$ ve v'dir. MCMC yöntemi kullanılarak tahmin edilen CCC-t-MSV modelin parametrelerine ait önsel dağılımlar Yu ve Meyer (2006)'nın çalışmaları temel alınarak belirlenmiştir. Model parametreleri için önsel dağılımlar aşağıdaki gibidir:

$$\mu_1 \sim N(0,25)$$

$$\mu_2 \sim N(0,25)$$

$$\phi^*_{11} \sim \text{beta}(20,1.5),\ \phi^*_{11} = (\phi_{11}+1)/2$$

$$\phi^*_{22} \sim \text{beta}(20,1.5),\ \phi^*_{22} = (\phi_{22}+1)/2$$

$$\phi_{12} \sim N(0,10)$$

$$\phi_{21} \sim N(0,10)$$

$$\rho_\varepsilon \sim U(-1,1)$$

$$\sigma^2_{\eta 1} \sim \text{Ters} - \text{gamma}\ (2.5,0.025)$$

$$\sigma^2_{\eta 2} \sim \text{Ters} - \text{gamma}\ (2.5,0.025)$$

5.4. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde çok değişkenli koşullu değişen varyans modelleri ile çeşitli döviz kurlarına ait oynaklık süreçlerinin analizi gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda ilk olarak analiz kapsamında ele alınan döviz kuru getiri serilerinin elde edilişi açıklanarak, serilerin özet istatistikleri sunulmuştur. Ardından beş değişkenli çerçevede ele alınan Standart MGARCH, CCC-MGARCH ve CCC-t-MGARCH modellerin ardından Standart MSV, CCC-MSV ve CCC-t-MSV modellere ilişkin sonuçlar açıklanmıştır. Döviz kuru getiri serileri arasındaki ikili etkileşimler isekoşullu varyans modellerinden CCC-t-MSV modeli ile tahmin edilerek elde edilen bulgular değerlendirilmiştir.

5.4.1. Veri

Çalışmada, RUB, CNY, EUR, GBPve TRY para birimleri kullanılmıştır. RUB, CNY, EUR ve GBP para birimlerinin tercih edilmesinin sebebi Türkiye'nin ithalatında en fazla paya sahip ilk beş ülkenin para birimleri olmasıdır. Türkiye'nin, ithalat değerlerinin yanısıra 2015 yılı için en fazla ihracat gerçekleştirdiği ilk on ülkenin beş tanesi AB üyesi ülkelerden oluşmaktadır. Türkiye geneline en fazla ihracat yapılan Avrupa ülkeleri sırasıyla Almanya, Birleşik Krallık, İtalya, Fransa ve İspanya'dır. 2015 yılı aralık ayı itibariyle konsolide ülke gruplarına göre, en fazla ihracat Avrupa Birliği Ülkeleri ile yapılmıştır. AB ülkerinden sonra en fazla ihracat Ortodoğu Ülkeleri ile gerçekleştirilmektedir (TİM, 2015 Aralık Ülke ve Ülke Grupları Bazında Rakamlar). Türkiye ihracatının döviz türlerine göre dağılımında dolar ve avro para birimleri ağırlıklı olarak yer almaktadır. 2014 yılında ihracatın yaklaşık %92'si bu iki para birimi ile gerçekleştirilmiştir. 2014 yılı itibariyle ihracatta kullanılan para birimlerinin payı dolar için %47.4, avro için %44.4, Türk lirası için % 4.3 ve sterlin için % 3.2'dir. Ruble ile ihracat ise sınırlı seviyelerde kalmıştır (TİM, Ekonomi ve Dış Ticaret Raporu, 2015: 39). Türkiye'nin 2015 yılı ihracat verileri ülkeler bazında incelendiğinde AB ülkelerinin ihracat payı % 46.4 seviyelerindedir (TİM, Aylık Ekonomi ve Dış Ticaret Bülteni Ocak 2016: 3).

Bu çalışmada analize dahil edilen tüm para birimleri az yada çok dolar ile ilişkili para birimleridir. Bu nedenle çalışmadapara birimlerinin ABD dolarına karşı değerleri kullanılmıştır. Döviz kuru verileri BoE veri tabanından elde edilerek düzenlenmiştir. Baillie ve Bollerslev (1990) farklı döviz kurları arasındaki ilişkilerin analizinde yüksek frekanslı veri kullanımını önermektedir. Bu nedenle çalışmada günlük nominal spot döviz kuru verileri ile çalışılmıştır.İlk olarak, 09.02.2015-20.11.2015 dönemini kapsayan RUB, CNY, TRY, EURve GBPgetiri serisi verileri ile beş değişkenli Standart; CCC; CCC-t-MGARCH ve Standart; CCC; CCC-t-MSV modelleri tahmin edilmiştir.Beş değişkenli yapıda eş zamanlı olarak ele alınan serilerin Bayesyen tahmini son derece karmaşık ve zaman açısından yüksek maliyetli olmaktadır. Bu bakımdan tahmin edebileceğimiz en üst sınırda veri olan 200 günlük veri ele alınmıştır. Bayesyen yöntem ile tahmin edilen beş değişkenli MGARCH ve MSV modellerinin sonuçları DIC kriterine göre karşılaştırılarak veriye en iyi uyum sağlayan model belirlenmiştir. Beş değişkenli modellerin tahmin sürecindeki karmaşık

yapı, bu modeller ile oynaklık yayılım parametrelerinin incelenmesini imkansız kılmıştır. Bu nedenle getiri serileri arasındaki ikili oynaklık etkileşimlerini belirlemek üzere 01.11.2010-20.11.2015 dönemi için iki değişkenli CCC-t-MSV modelleri tahminedilerek serilerdeki oynaklık sürekliliği ve oynaklık yayılımı (aktarımı) incelenmiştir.[6] Söz konusu dönem aralığının seçilmesinin nedeni 2010 yılı sonlarına doğru 2008 küresel finansal krizinin piyasalar üzerindeki etkisinin azalmaya başlamış olmasıdır.

Analizde döviz kuru serilerine ait günlük logaritmik getiri serisi değerleri kullanılmıştır. Günlük logaritmik getiri serisi aşağıda gösterildiği gibi hesaplanmıştır.

$$Y_t = 100 \times (\log P_t - \log P_{t-1})$$

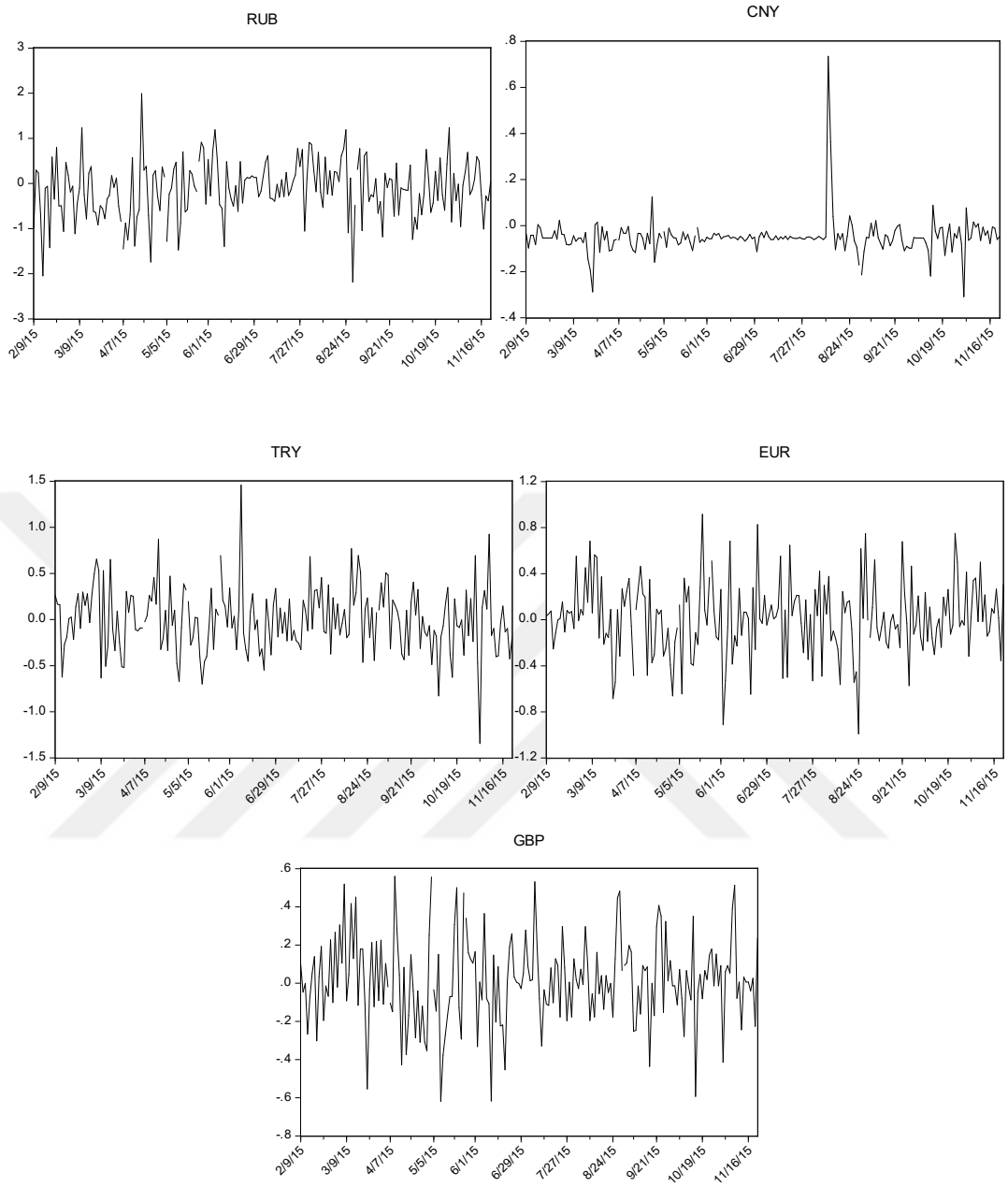
P_t t. işgününe ait fiyatı, Y_t bir önceki işgününe göre logaritmik düzeyde hesaplanmış fiyat değişimini ifade etmektedir. Model tahmin edilmeden önce getiri serisi ortalamaya göre düzeltilmiştir. Buna göre günlük ortalama getiri serisi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$y_t = Y_t - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Y_t,$$

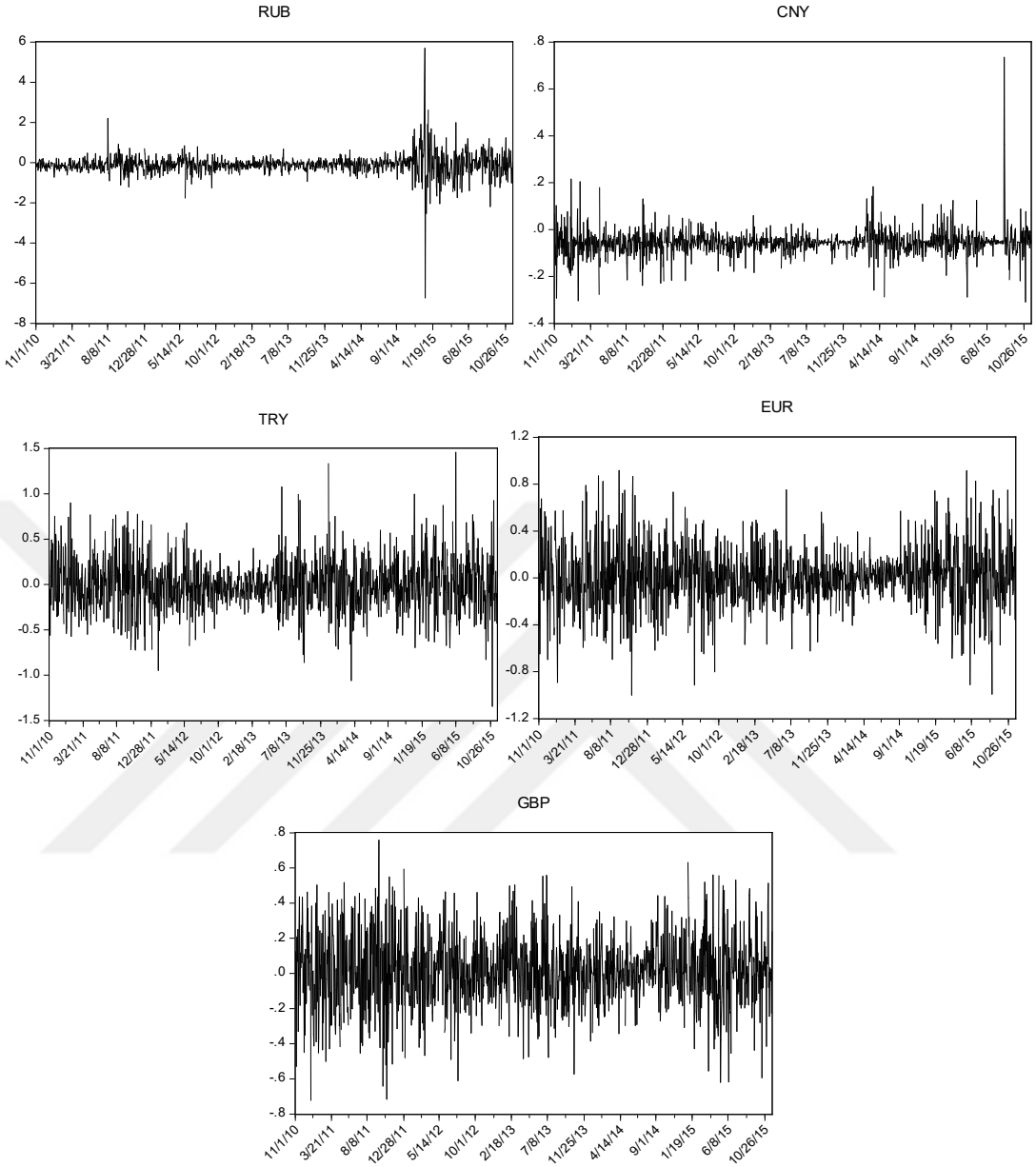
Chib ve diğerleri (2002) tarafından tek değişkenli stokastik oynaklıkların modellenmesinde kullanılan bu transformasyon ile üretme süreci yalnızca hatadan oluşmaktadır. Buna ek olarak, Harvey vd. (1994)'nin belirttiği gibi her bir getiri değerinden ortalamanın çıkarılması işlemi ile y_t'lerin sıfır değerine eşit olmaması sağlanmaktadır. Zira sıfıra eşit y_t değerleri, logaritmik y_t^2 değerlerinin hesaplanmasında zorluk çıkarabilmektedir. Döviz kuru getiri serilerine ait zaman yolu grafikleriŞekil 1 ve Şekil 2'de gösterilmektedir. Serilere ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 3'de sunulmuştur.

[6] MGARCH ve MSV Modellerin Tahmininde WinBUGS 1.4 versiyonu kullanılmıştır.

Şekil 1. 09.02.2015-20.11.2015 Dönemi Döviz Kuru Getirilerinin Zaman Serisi Grafiği



Şekil 2. 01.11.2010-20.11.2015 Dönemi Döviz Kuru Getirilerinin Zaman Serisi Grafiği



Şekil 1 ve Şekil 2'de RUB, CNY, TRY, EUR ve GBP getiri serilerine ait zaman yolu grafikleri yer almaktadır. Buna göre, belirli dönemlerde oynaklıklarda kümelenme görülmektedir. Diğer bir ifade ile büyük değişimler büyük, küçük değişimler küçük değişimler tarafından takip edilmektedir. Bu durum fiyat hareketlerinin birbiri ile etkileşim içinde olduğunu göstermektedir. 2015 Ocak ayı döneminde RUB serisindeki sert düşüş Şekil 2'de görülmektedir. RUB günlük getiri serisinin $\pm\%2$ aralığında dalganırken 2015 yılı başlarında getiri serisi oynaklığının $\pm\%6$ seviyelerine sıçradığı görülmektedir. Bu dönem petrol fiyatlarındaki sert düşüş

ve Ukrayna'daki jeopolitik gelişmelere bağlı olarak Rublenin dolar karşısında hızla değer kaybettiği döneme denk gelmektedir. CNY serisi incelendiğinde, 2015 yılının ikinci çeyreğinden itibaren kurdaki dalgalanmaların belirginleştiği görülmektedir.Kur istikrarının sağlanması amacıyla Çin 11-13 Ağustos 2015 tarihinde para birimi yuanı dolara karşı yaklaşık %3 oranında devalüe etmiştir (DEG Bülteni, 2015-3: 3).Şekil 2'dekiTRY serisi incelendiğinde, 2013 Mayıs ayına kadar dalgalı bir seyir izleyen TRY'de bu tarihten sonra dalgalanmaların artış gösterdiği görülmektedir. Bu dönemde ABD Merkez Bankasının (FED) piyasaya verilen likiditeyi azaltabileceği yönünde açıklamalarının küresel ekonomide yarattığı belirsizlik ortamı sermaye akımlarını dolayısıyla Türk lirasını etkilemiştir. Dolayısıyla TRY'de yaşanan değer kaybı oynaklığı arttırmıştır. Ancak Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası'nın uyguladığı politikalar ile oynaklıklar dengelenmiştir (TOBB, 2014/225:20). 2013 yılının ikinci çeyreğinden itibaren görülen kur oynaklığının 2014 yılının ilk çeyreğine kadar devam etmektedir. EUR getiri serisinin ise 2015 yılının üçüncü çeyreğinden itibaren büyük bir salınım gösterdiği görülmektedir. Bu dönem EUR'nun, ABD doları karşısında önemli derecede değer kaybettiği döneme isabet etmektedir. GBP ele alındığında, oynaklık kümelenmelerinin varlığı görülmektedir.

Tablo 3. 01/11/2010 -20/11/2015 Dönemi Getiri Serilerinin Özet İstatistikleri

	RUB	**CNY**	**TRY**	**EUR**	**GBP**
Minimum	-6.7309	-0.3090	-1.3451	-0.9999	-0.7225
Maksimum	5.6949	0.7346	1.4581	0.9165	0.7581
Ortalama	-0.0965	-0.0555	-0.0072	0.01087	0.0139
SD	0.5090	0.0558	0.2942	0.2618	0.2076
Çarpıklık	-0.0370	2.5020	0.2993	0.0428	0.0041
Basıklık	40.775	36.280	4.4396	4.1530	3.4521
JB	88535 [0.0000]	71422. [0.0000]	129.47 [7.70e029]	71.189 [3.48e016]	10.890 [0.0043]
Q(5)	7.7780 [0.1689]	7.4290 [0.1906]	2.6533 [0.7532]	3.2293 [0.6646]	2.5079 [0.7753]
Q(10)	42.3432 [0.0000]	16.6676 [0.0820]	5.2199 [0.8760]	9.8084 [0.4574]	6.8264 [0.7417]
$Q^2(5)$	549.422 [0.0000]	47.6007 [0.0000]	36.3470 [0.0000]	49.9596 [0.0000]	23.2277 [0.0003]
$Q^2(10)$	620.010 [0.0000]	48.0062 [0.0000]	55.6812 [0.0000]	109.930 [0.0000]	61.5748 [0.0000]
ARCH-LM(2)	306.99 [0.0000]	24.813 [0.0000]	7.1524 [0.0008]	4.3169 [0.0135]	2.4607 [0.0858]
ARCH-LM(5)	122.90 [0.0000]	10.135 [0.0000]	5.8992 [0.0000]	8.5035 [0.0000]	4.1801 [0.0009]
ARCH-LM(10)	66.774 [0.0000]	5.1237 [0.0000]	3.7515 [0.0001]	8.0837 [0.0000]	4.5944 [0.0000]

Tablo 3'de döviz kurları günlük getiri serilerine ait özet istatistikler gösterilmektedir. EUR ve GBP getiri serilerinin düşük seviyede pozitif ortalamaya getiriye sahip olduğu görülmektedir. RUB, CNY ve TRY getiri serilerileri ise negatif ortalama getiriye sahiptir. Getiri serilerinin standart sapma değerleri mutlak değerce ortalama getiri değerlerinden büyüktür. Buna göre ortalama getiri değerleri istatistiki olarak sıfırdan farklı değildir. Bu durum finansal zaman serilerinin ortak kabul edilen özelliği olan günlük frekanslı finansal zaman serilerinin rassal yürüyüş süreci izlediği bilgisiyle örtüşmektedir. RUB getiri serisi negatif yönde çarpıklık özelliği göstermektedir. Getiri serilerinin tamamınınnormal aşırı basıklık özelliğine sahip olduğu görülmektedir. Bu durum serilerin normal dağılıma kıyasla daha kalın kuyruklara sahip olduğu anlamına gelmektedir. Bu finansal verilerin özelliklerinden biridir. Jarque-Bera normallik testi sonuçları istatistiki olarak yüksek derecede anlamlıdır. Bu da getiri serilerinin normal dağılmadığı anlamına gelmektedir. Ljung-

Box testinin Q istatistiği sonuçlarına göre serilerde otokorelasyon sorunu bulunmamaktadır. ARCH testi sonuçlarına göre tüm getiri serilerinde ARCH etkisi bulunmaktadır. Döviz kurlarında ARCH etkisinin varlığı birkaç açıdan önemlidir. İlk olarak ARCH etkisinin varlığı yakın periyodlar için oynaklık ve durağanlığın birbirini takip etmesine yol açmaktadır. İkinci olarak ARCH etkileri döviz kuru değişimlerindeki koşulsuz yüksek sivrilik bilgisi ile örtüşmektedir (Diebold ve Nerlove, 1989: 2).

5.4.2. Beş Değişkenli MGARCH Modellerin Bayesyen Tahmini

09.02.2015-20.11.2015 dönemini kapsayan 200 günlük RUB, CNY, TRY, EUR ve GBP döviz kuru verisi ile beş değişkenli Standart, CCC ve CCC-t MGARCH ve MSV modeller tahmin edilmiştir. Tahmin edilen MSV ve MGARCH modeller DIC ile karşılaştırılarak veri ile en iyi uyuma sahip model seçilmiştir.

Tablo4, Tablo5 ve Tablo6'da beş değişkenli Standart, CCC ve CCC-t MGARCH modellerin Bayesyen tahmininden elde edilen katsayıların ardıl ortalama standart sapma, Monte Carlo Hatası (MC Hata) ve %95'lik güven aralığı değerleri gösterilmektedir. Buna ek olarak tahmin edilen her bir modelin seçilen bazı parametreleri için kernel yoğunluk, otokorelasyon, Gelman-Rubin, iz ve kutu grafiklerine yer verilmiştir.

Tahmin edilen katsayıların ardıl ortalama değerlerinin yanı sıra standart sapma ve MC hata değerleri de önem arz etmektedir. Zira doğru ardıl parametre tahminlerini elde etmenin bir yolu her bir parametre için MC Hata değeri hesaplanmaktır. MC hata örnek değerlerinin ortalaması ile doğru ardıl ortalama değeri arasındaki farkın tahminidir. Tahmin edilen her bir parametre için MC hata değeri örnek standart sapma değerinin yaklaşık %5'inden daha küçük değerde elde edilene kadar similasyona devam edilmelidir (Spiegelhalter,D. ve diğerleri, 2003: 55).

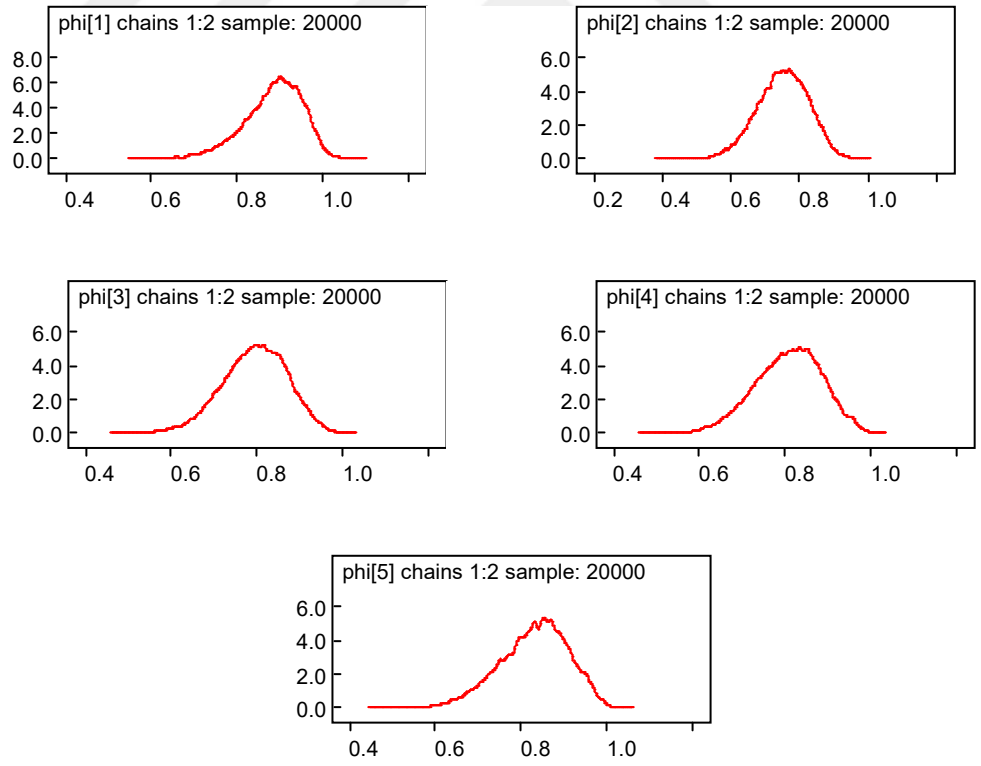
Tablo 4. Standart MGARCH Model Tahmin Sonuçları

Standart MGARCH				
Parametreler	**Ortalama**	**Standart Sapma**	**MC Hata**	**%95 Güven Aralığı**
ϕ_{RUB}	0.8844	0.06831	0.001647	[0.7291,0.993]
ϕ_{CNY}	0.7508	0.07413	0.00195	[0.598, 0.884]
ϕ_{TRY}	0.7944	0.0752	0.002277	[0.6376,0.9293]
ϕ_{EUR}	0.8071	0.07805	0.002321	[0.6445,0.9483]
ϕ_{GBP}	0.8301	0.07981	0.002842	[0.6581,0.9664]
ω_{RUB}	0.05188	0.02849	7.295E-4	[0.0102,0.1199]
ω_{CNY}	0.002324	6.849E-4	1.893E-5	[0.0011,0.00376]
ω_{TRY}	0.02702	0.009956	3.065E-4	[0.009649, 0.04834]
ω_{EUR}	0.02149	0.008522	2.585E-4	[0.006516, 0.03989]
ω_{GBP}	0.009192	0.004241	1.539E-4	[0.002091, 0.01852]
α_{RUB}	0.1131	0.05158	9.908E-4	[0.02495, 0.2256]
α_{CNY}	0.05456	0.03757	6.289E-4	[0.007524, 0.1506]
α_{TRY}	0.04009	0.03352	4.761E-4	[0.001406, 0.1258]
α_{EUR}	0.05301	0.03773	5.469E-4	[0.002498, 0.1422]
α_{GBP}	0.0498	0.03562	5.552E-4	[0.002654, 0.1358]
β_{RUB}	0.7713	0.06879	0.001926	[0.6268, 0.8962]
β_{CNY}	0.6962	0.08508	0.002448	[0.5254, 0.8548]
β_{TRY}	0.7543	0.08049	0.002545	[0.5875, 0.9034]
β_{EUR}	0.7541	0.08193	0.002567	[0.5863, 0.9034]
β_{GBP}	0.7802	0.08023	0.002998	[0.6097, 0.9203]

Tablo 4'de her bir parametreye ait ardıl ortalama, standart sapma, MC Hata ve %95'lik güven aralığı değerleri yer almaktadır. Standart MGARCH modelden elde edilen tüm ω, α ve β katsayıları pozitif değerli ve %5 önem seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır. Standart-MGARCH model parametrelerinin MC Hata değerleri ardıl standart sapma değerlerininyaklaşık 0.05'inden daha küçük değerli olarak elde

edilmiştir. Böylece, tahmin edilen tüm parametreler için yakınsama gerçekleşmiştir. GARCH katsayıları, ARCH katsayılarına kıyasla daha yüksek değerlidir. Buna göre, genel olarak serilerin kendi geçmiş oynaklıklarına uzun dönemde bağımlılıklarının, kendi geçmiş şoklarına duyarlılıklarından daha fazla olduğu söylenebilir. En yüksek GARCH etkisine sahip döviz kuru sterlindir. α ve β 'nın toplam değerleri 1 değerinden düşüktür.Sürekliliği ifade eden ϕ parametreleri tüm getiri serileri için %5 önem seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır. ϕ parametrelerine ait güven aralıklarının %97.5'lik üst sınır değerleri 1'den küçüktür. Buna göre, koşullu varyans sonludur hipotezi reddedilemez. ϕ_{RUB}, ϕ_{EUR} ve ϕ_{GBP} değerleri sırasıyla 0.8844, 0.8071 ve 0.8301'dir. Buna göre, RUB, EUR ve GBP kurlarında oynaklık sürekliliği yüksektir. Ayrıca bu piyasalarda oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır.

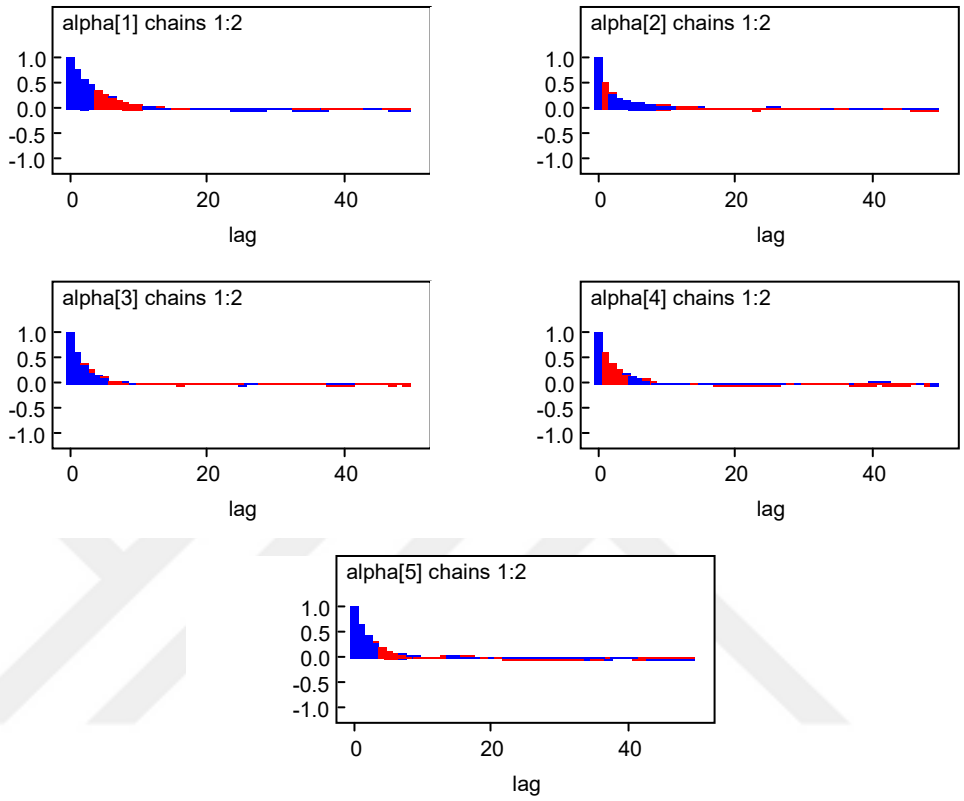
Şekil 3. Standart MGARCH Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları



Şekil 3'de her bir değişken için yoğunluk tahminini gösteren kernel yoğunluk grafikleri oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ parametreleri için gösterilmektedir.

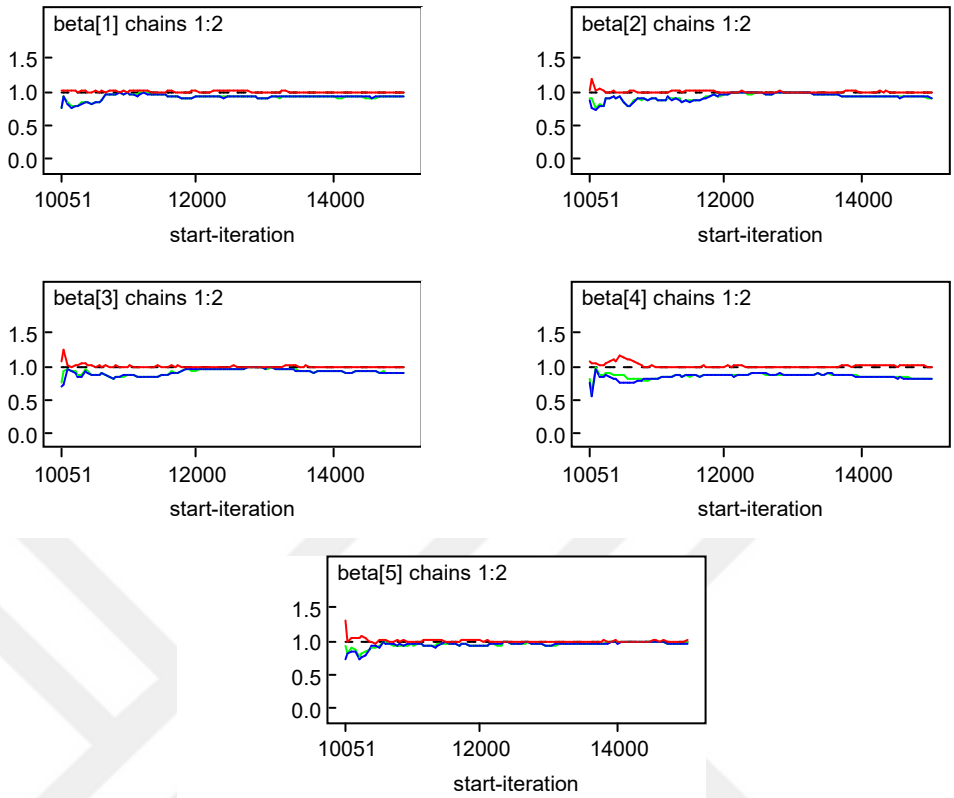
Buna göre, parametre dağılımlarının normal olduğu ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 4. Standart MGARCH Model Otokorelasyon Grafikleri



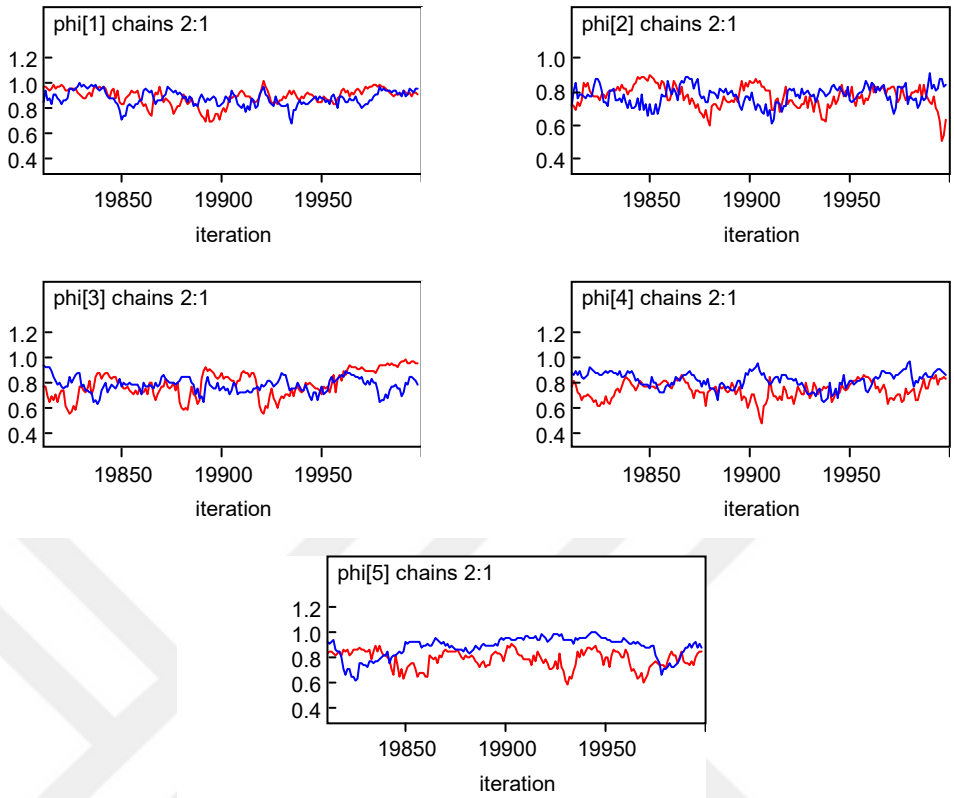
MCMC yöntemi ile simüle edilen örnekler birbiri ile korelasyonlu olabilmektedir. Örnekler arasındaki bu bağımlılık otokorelasyon ile ölçülmektedir. Korelasyon azaldıkça örnekleme süreci daha etkin olmaktadır. Şekil 4'de α parametreleri için otokoreasyon grafikleri yer almaktadır. Buna göre, otokorelasyonun sıfıra indiği görülmektedir.

Şekil 5. Standart MGARCH Model Gelman-Rubin İstatistiği



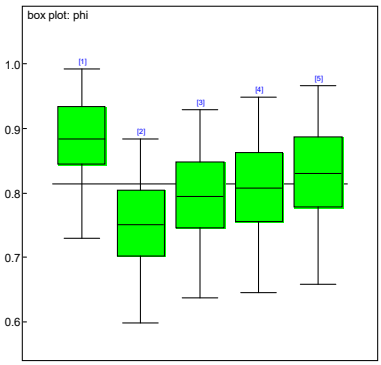
Yakınsama durumunun belirlenmesinde bir diğer yaklaşım Gelman-Rubin istatistiğidir. WinBUGS programı tahmin edilen ardıl katsayıların yakınsamasına ilişkin Gelman-Rubin istatistiğinin değerlendirilmesinde BGR Grafiğini çizmektedir. Bu istatistiğe göre, zincir içi varyansların ortalaması ile zincirler arasındaki varyans değerlerinin eşit olması halinde yakınsama gerçekleşmektedir. BGR grafiğinde zincirler arasındaki varyans (B) yeşil, zincir içi varyansların ortalaması (W) mavi, Gelman-Rubin istatistiği ise kırmızı renk ile gösterilmektedir. Buna göre, zincirler için yakınsamanın gerçekleşmesi durumunda her iki tahminde sapmasız olmaktadır. Diğer bir ifade ile B=W'dir. Bu durumda Gelman-Rubin istatistiği yaklaşık 1 değerini almaktadır. Şekil 5'de Gelman ve Rubin istatistiğine ilişkin grafik yer almaktadır. Buna göre, β parameterleri için Gelman-Rubin istatistiğinin 1 değerini aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 6. Standart MGARCH Model İz Grafiği



İz grafiği ile Markov zincirinin ardıl dağılımı arama hızı hakkında bilgi sağlanabilmektedir. Zincirlerin salınımı az ise ardıl dağılıma yakınsama yavaş, salınım fazla ise yakınsama daha hızlı gerçekleşmektedir (Ekici, 2005: 79). Şekil 6'daki iz grafiklerinde her bir renk bir Markov Zincirini ifade etmekte ve Markov Zincirinin iterasyonlar ile gerçekleşen değerleri gösterilmektedir. Zincirlerin çakışık olması yakınsamanın gerçekleştiğine dair kanıt olarak kabul edilebilir. Öte yandan, yakınsamanın yavaş olduğu görülmektedir.

Şekil 7. Oynaklık Sürekliliği için Kutu Grafiği



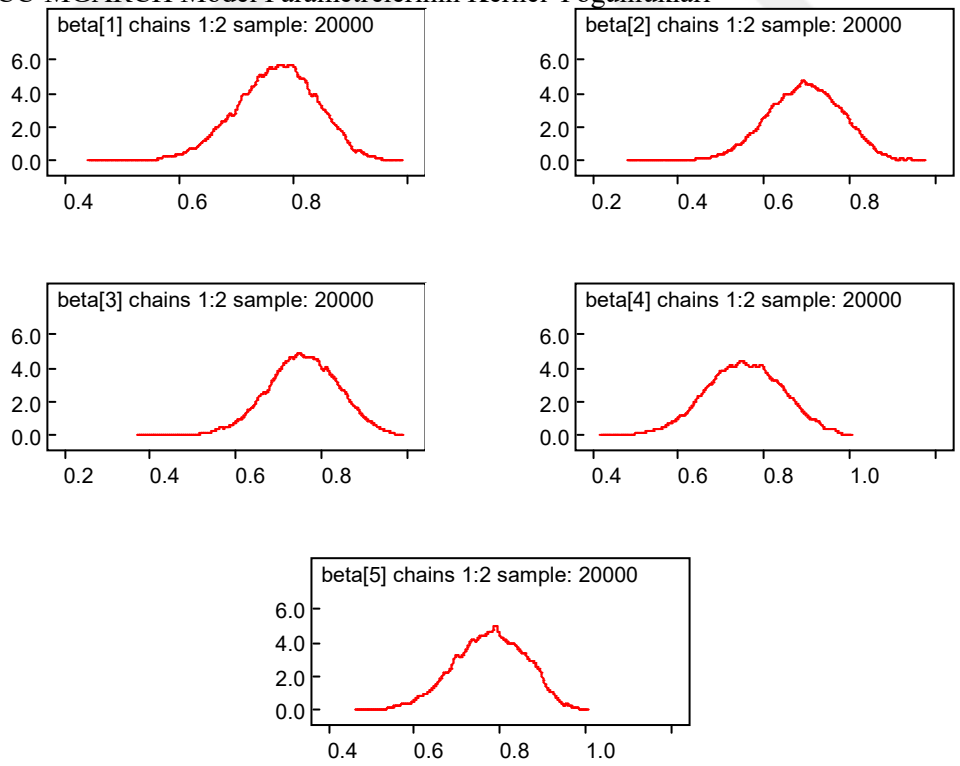
Şekil 7'de oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ parametreleri için kutu grafiği yer almaktadır. Oynaklık sürekliliğinin en yüksek olduğu getiri serisi RUB'dur.

Tablo 5. CCC-MGARCH Model Tahmin Sonuçları

CCC-MGARCH				
Parametreler	**Ortalama**	**Standart Sapma**	**MC Hata**	**%95 Güven Aralığı**
ϕ_{RUB}	0.8791	0.06758	0.001753	[0.7269, 0.9885]
ϕ_{CNY}	0.7505	0.07521	0.001905	[0.5961, 0.8877]
ϕ_{TRY}	0.7903	0.07698	0.002617	[0.629, 0.9305]
ϕ_{EUR}	0.8133	0.08185	0.003223	[0.645, 0.9641]
ϕ_{GBP}	0.8215	0.07821	0.002976	[0.6578, 0.9578]
ω_{RUB}	0.05578	0.02898	8.031E-4	[0.01147, 0.1236]
ω_{CNY}	0.002389	7.128E-4	1.919E-5	[0.001125,0.003884]
ω_{TRY}	0.02821	0.0105	3.609E-4	[0.009615, 0.05056]
ω_{EUR}	0.02153	0.009145	3.689E-4	[0.004678, 0.04077]
ω_{GBP}	0.009898	0.004316	1.669E-4	[0.00246, 0.01917]
α_{RUB}	0.1086	0.04978	9.234E-4	[0.0225, 0.217]
α_{CNY}	0.05601	0.03723	5.694E-4	[0.008086, 0.151]
α_{TRY}	0.03519	0.03068	5.015E-4	[0.00109, 0.1132]
α_{EUR}	0.06033	0.04038	7.167E-4	[0.003847, 0.1552]
α_{GBP}	0.04627	0.03361	5.57E-4	[0.00235, 0.1277]
β_{RUB}	0.7705	0.07054	0.002102	[0.6238, 0.8978]
β_{CNY}	0.6945	0.08634	0.002376	[0.5212, 0.8549]
β_{TRY}	0.7551	0.083	0.002936	[0.5837, 0.9118]
β_{EUR}	0.753	0.08921	0.003698	[0.5751, 0.9242]
β_{GBP}	0.7752	0.08314	0.003286	[0.604, 0.9231]

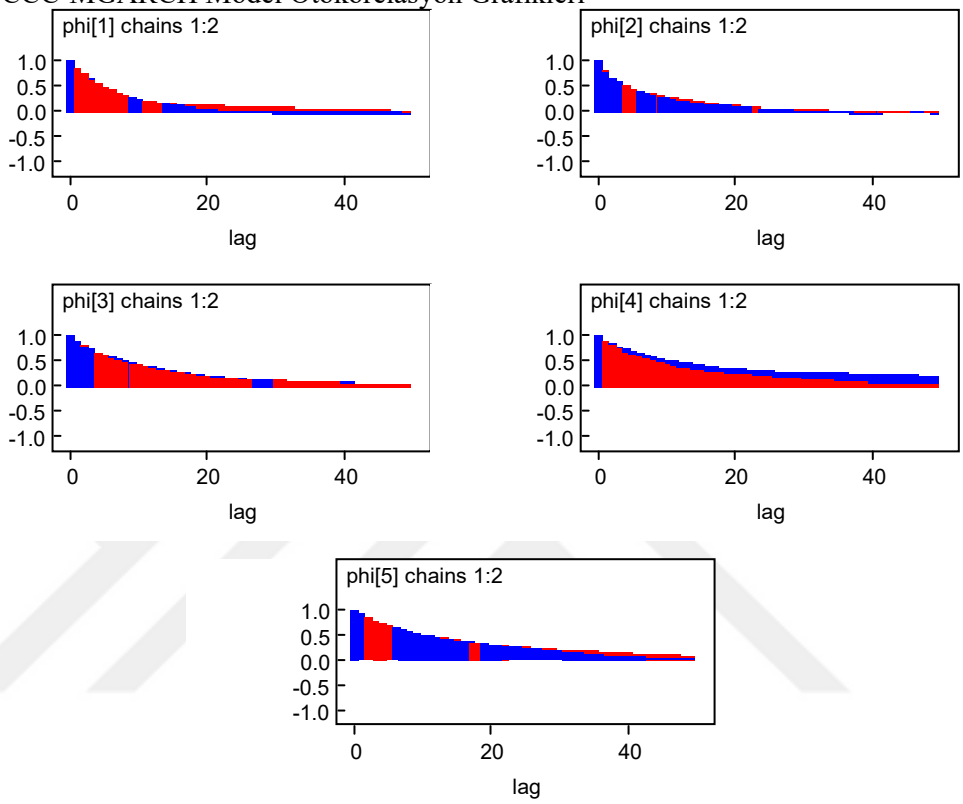
CCC-MGARCH modelden elde edilen tüm ω, α ve β katsayıları pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlı olduğu Tablo 5'de görülmektedir. Model parametrelerinin MC Hata değerleri ardıl standart sapma değerlerinin yaklaşık 0.05 'inden daha küçük değerli olarak elde edilmiştir. Böylece tahmin edilen tüm parametreler için yakınsama gerçekleşmiştir. GARCH katsayıları, ARCH katsayılarına kıyasla daha yüksek değerlidir. Genel olarak, geçmiş oynaklıklara olan duyarlılıkların geçmiş şoklara olan duyarlılıktan daha yüksek seviyede olduğu görülmektedir. Bu durum serilerin şoklardan ziyade, makro ekonomik faktörler gibi farklı temel faktörlerden etkilendiklerini göstermektedir.En yüksek GARCH etkisine sahip döviz kuru sterlindir.Sürekliliği ifade eden ϕ parametreleri tüm getiri serileri için %5 önem seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır. ϕ parametrelerine ait güven aralıklarının %97.5 'lik üst sınır değerleri 1'den küçüktür. Buna göre, koşullu varyans sonludur hipotezi reddedilemez. RUB, EUR ve GBP piyasaları için süreklilik parametresi değerleri sırasıyla 0.8791, 0.8133 ve 0.8215'dir. Buna göre, bu piyasalarda oynaklık kümelenmesi oluşmaktadır.

Şekil 8. CCC-MGARCH Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları



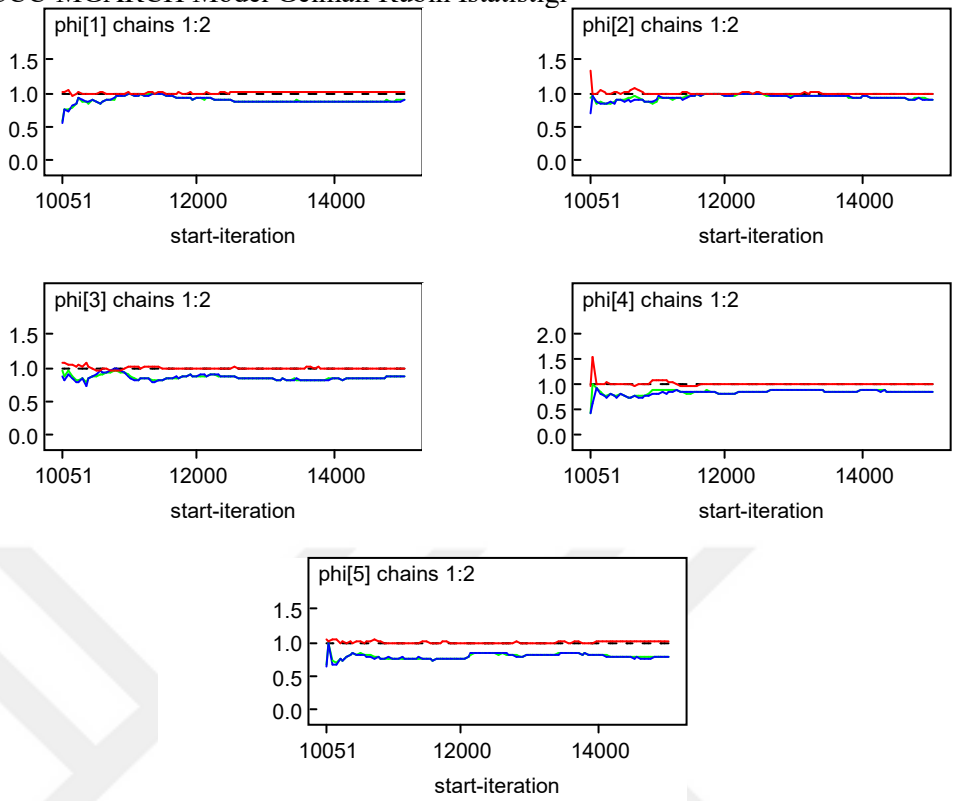
Şekil 8'de β parametreleri için yoğunluk tahminini gösteren kernel yoğunlukları yer almaktadır. Buna göre, parametre dağılımlarının normal dağılıma yakınsadığı görülmektedir.

Şekil 9. CCC-MGARCH Model Otokorelasyon Grafikleri



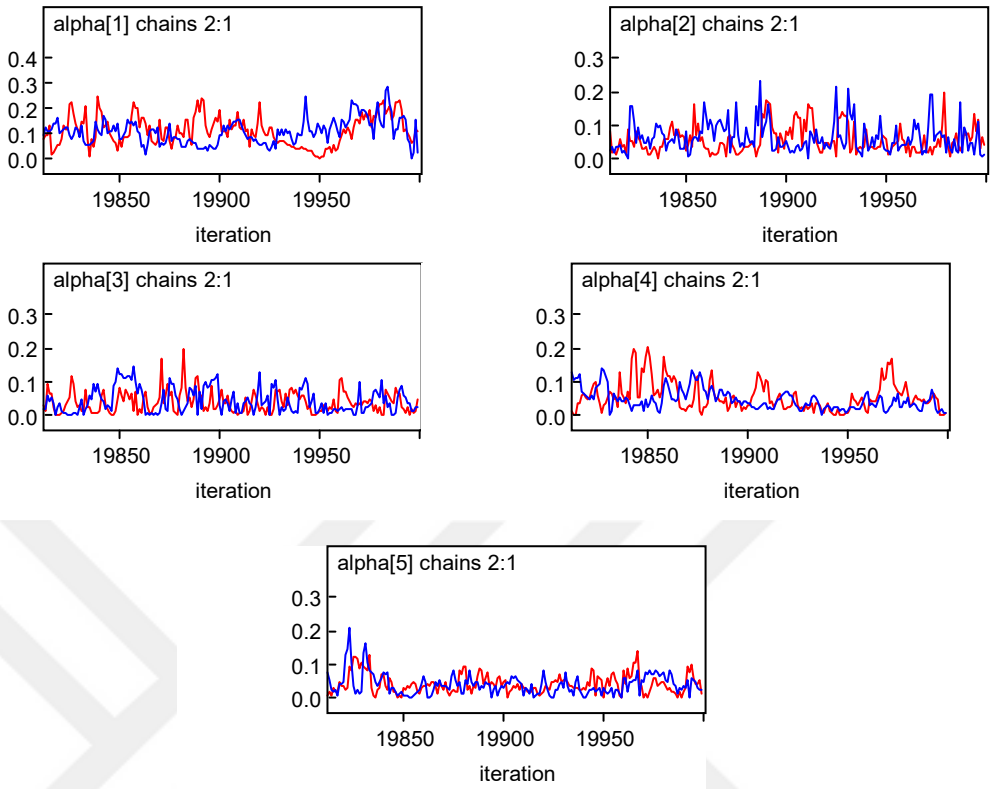
Şekil 9'da oynaklık sürekliliğini gösteren ϕ parametreleri için otokoreasyon grafikleri yer almaktadır. Buna göre, otokorelasyonun azaldığını ancak tamamen ortadan kalkmadığı görülmektedir. Sonuçta, ϕ parametrelerin ardıl dağılımlarına yavaş yakınsayacağını söylemek mümkündür. Öte yandan, Kernel yoğunluklar, iz grafikleri ve Gelman-Rubin istatistikleri bu parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği yönünde bulgular sunmaktadır. Bu nedenlesimülasyonun devam etmesi durumunda otokorelasyonun ortadan kalkması beklenmektedir.

Şekil 10. CCC-MGARCH Model Gelman-Rubin İstatistiği



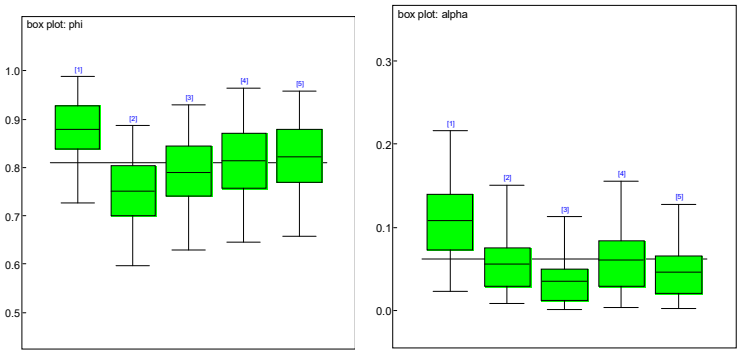
Şekil 10'da ϕ parameterleri için Gelman-Rubin istatistiğinin 1 değerini aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir.

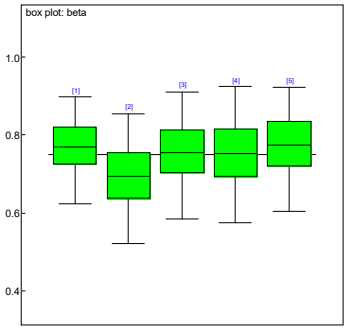
Şekil 11. CCC-MGARCH Model İz Grafiği



Şekil 11'de yer alan iz grafiklerinde α parametrelerinin her bir Markov Zinciri için iterasyonlar ile gerçekleşen değerleri gösterilmektedir. Zincirler büyük ölçüde çakışmaktadır. Buna göre, tüm parametreler için yakınsama gerçekleşmiştir.

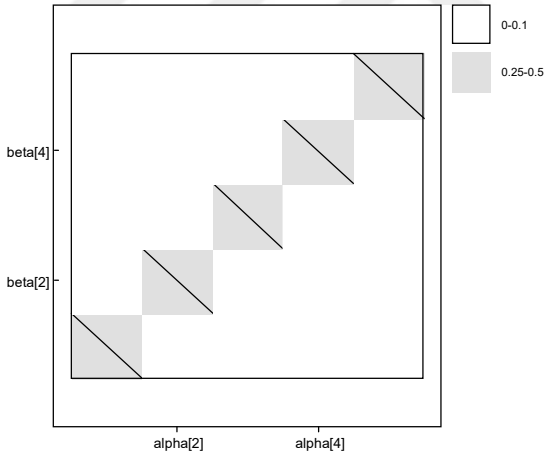
Şekil 12. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği





Şekil 12'de yer alan kutu grafikleri CCC-MGARCH model parametrelerinin ardıl ortalama değerlerinin grafiksel gösterimini ifade etmektedir. Buna göre, ARCH, GARCH ve süreklilik parametrelerinin ardıl ortalama değerleri incelendiğinde, oynaklık sürekliliği ve ARCH etkisi en fazla RUB'da görülmektedir. GARCH etkisi en yüksek GBP serisi için elde edilmiştir.

Şekil 13.CCC-MGARCH Model için Korelasyonun Matrisi



Şekil 13'dekikorelasyon matrisine göre CCC-MGARCH modelin ARCH ve GARCH katsayıları arasında negatif korelasyon bulunmaktadır.

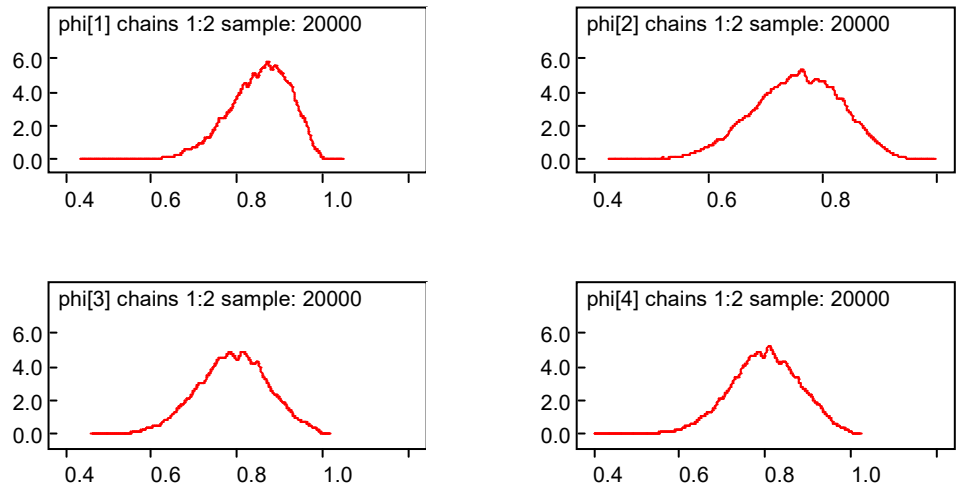
Tablo 6. CCC-t-MGARCH Model Tahmin Sonuçları

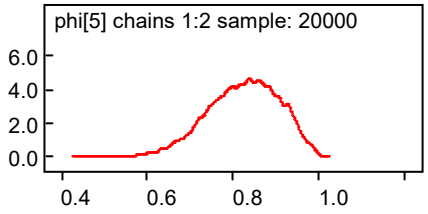
CCC-t-MGARCH				
Parametreler	**Ortalama**	**Standart Sapma**	**MC Hata**	**%95 Güven Aralığı**
ϕ_{RUB}	0.8511	0.07174	0.002243	[0.6928, 0.9672]
ϕ_{CNY}	0.7553	0.07709	0.001868	[0.5978, 0.8949]
ϕ_{TRY}	0.7896	0.08238	0.003117	[0.6224, 0.9462]
ϕ_{EUR}	0.7986	0.08143	0.002976	[0.6306, 0.9493]
ϕ_{GBP}	0.8238	0.08323	0.003293	[0.6479, 0.9647]
ω_{RUB}	0.05242	0.02722	8.583E-4	[0.01053, 0.1138]
ω_{CNY}	0.001293	4.393E-4	1.086E-5	[5.334E-4, 0.002242]
ω_{TRY}	0.02262	0.009357	3.451E-4	[0.005488, 0.04219]
ω_{EUR}	0.01854	0.007751	2.852E-4	[0.004609, 0.03507]
ω_{GBP}	0.007842	0.003885	1.544E-4	[0.001424, 0.01618]
α_{RUB}	0.07568	0.04346	8.989E-4	[0.008182, 0.1745]
α_{CNY}	0.08561	0.04967	9.45E-4	[0.01547, 0.2041]
α_{TRY}	0.03399	0.03014	5.29E-4	[9.593E-4, 0.1124]
α_{EUR}	0.05115	0.03656	6.663E-4	[0.002393, 0.1397]
α_{GBP}	0.041	0.03111	5.757E-4	[0.001985, 0.1182]
β_{RUB}	0.7754	0.07754	0.002684	[0.6162, 0.9167]
β_{CNY}	0.6697	0.09049	0.002507	[0.4927, 0.8444]
β_{TRY}	0.7556	0.08924	0.003451	[0.58, 0.9314]
β_{EUR}	0.7474	0.08751	0.003355	[0.5717, 0.9145]
β_{GBP}	0.7828	0.08708	0.003583	[0.601, 0.9343]
v	10.13	2.218	0.05143	[6.6, 15.35]

Tablo 6'ya göre CCC-t-MGARCH modelden elde edilen tüm ω, α ve β katsayıları pozitif değerli ve %5 önem seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır. Model parametrelerinin MC Hata değerleri ardıl standart sapma değerlerinin 0.05'inden daha

küçük değerli olarak elde edilmiştir. Böylece tahmin edilen tüm parametreler için yakınsama gerçekleşmiştir. GARCH katsayıları, ARCH katsayılarına kıyasla daha yüksek değerlidir. Geçmiş oynaklıklara olan duyarlılıkların geçmiş şoklara olan duyarlılıktan daha yüksek seviyede olduğu görülmektedir. Buna göre, serilerin kendi geçmiş oynaklıklarına uzun dönemde bağımlılıklarının daha fazla olduğu söylenebilir. En yüksek GARCH etkisine sahip döviz kuru sterlindir. Süreklilik parametresini ifade eden ϕ değerleri %5 anlamlılık düzeyinde istatistiki olarak anlamlıdır. ϕ parametrelerinin güven aralıklarının %97.5'lik üst sınır değerleri 1 değerinden küçüktür. Buna göre, koşullu varyans sonludur hipotezi reddedilemez. RUB ve GBP getiri serilerine ait ϕ_{RUB} ve ϕ_{GBP} parametreleri sırasıyla 0.8511 ve 0.8238'dir. Buna göre, bu serilerde oynaklık süreklilik özelliği göstermektedir. Ayrıca, RUB ve GBP piyasalarında oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır. RUB piyasasında meydana gelen bir oynaklık şoku serinin kendi oynaklığı üzerinde kalıcı bir etkiye sahip olmaktadır. Diğer seriler için oynaklığın kalıcı olduğu ancak yüksek derecede etkili olmadığı sonucuna ulaşılmaktadır. ν serbestlik derecesi parametresi %5 önem düzeyinde istatistiki olarak anlamlıdır. ν'nin ardıl ortalama değeri 10.13'tür. Bu değer kalın kuyruk çok değişkenli Student-t dağılımının gerekli olduğunu göstermektedir.

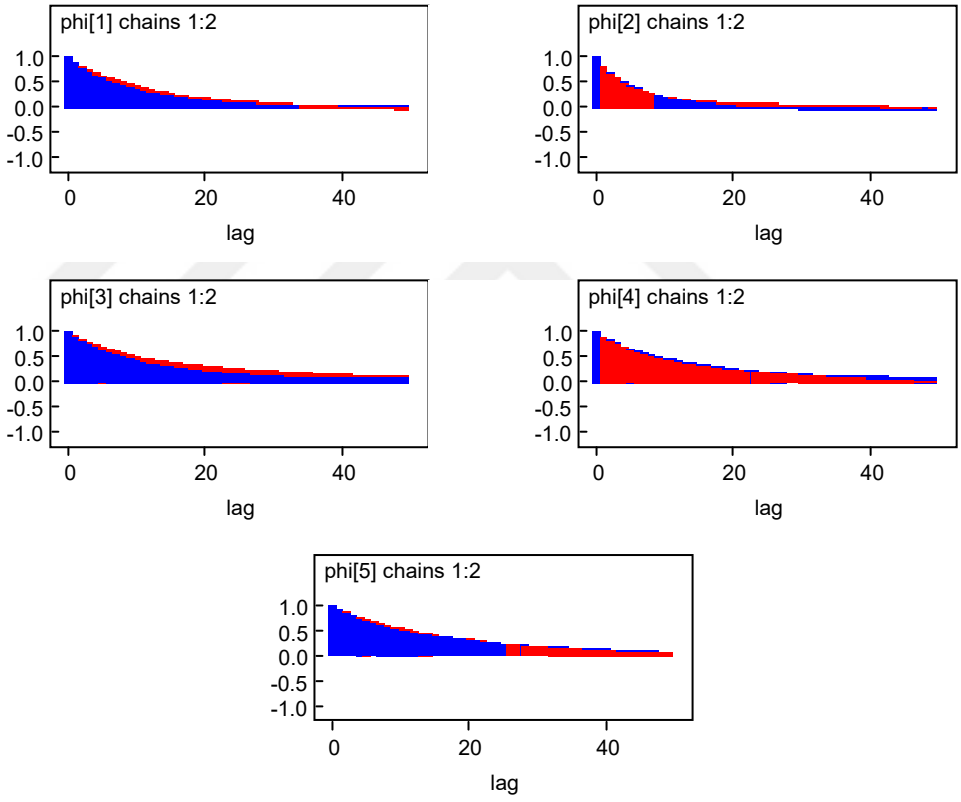
Şekil 14. CCC-t-MGARCH Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları





Şekil 14'de süreklilik parametreleri için yoğunluk tahminini gösteren kernel yoğunlukları yer almaktadır. Buna göre, parametre dağılımlarının normal dağılıma yakınsadığı görülmektedir.

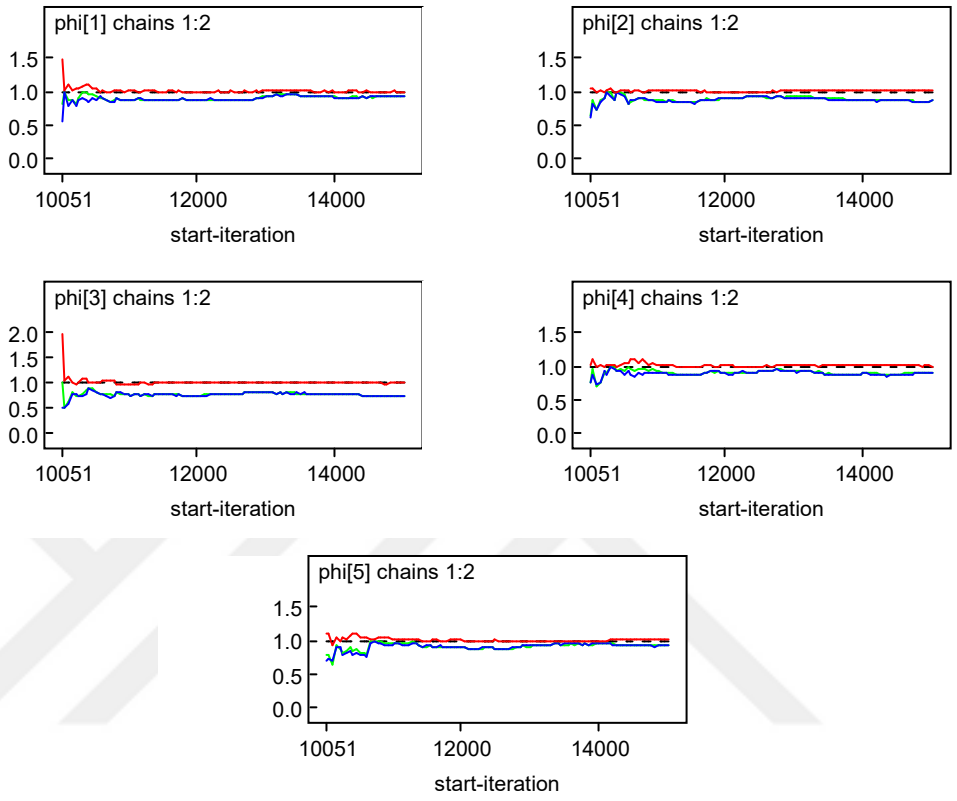
Şekil 15. CCC-t-MGARCH Model Otokorelasyon Grafiği



Şekil 15'de oynaklık sürekliliğini gösteren süreklilik parametreleri için otokorelasyon grafikleri yer almaktadır. Buna göre, otokorelasyonun azaldığını ancak tamamen ortadan kalkmadığı görülmektedir. Sonuçta, parametrelerin ardıl dağılımlarına yavaş yakınsayacağını söylemek mümkündür. Öte yandan, Kernel yoğunluklar, iz grafikleri, Gelman-Rubin istatistikleri ve MC hata değerleri bu parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği yönünde bulgular sunmaktadır. Bu

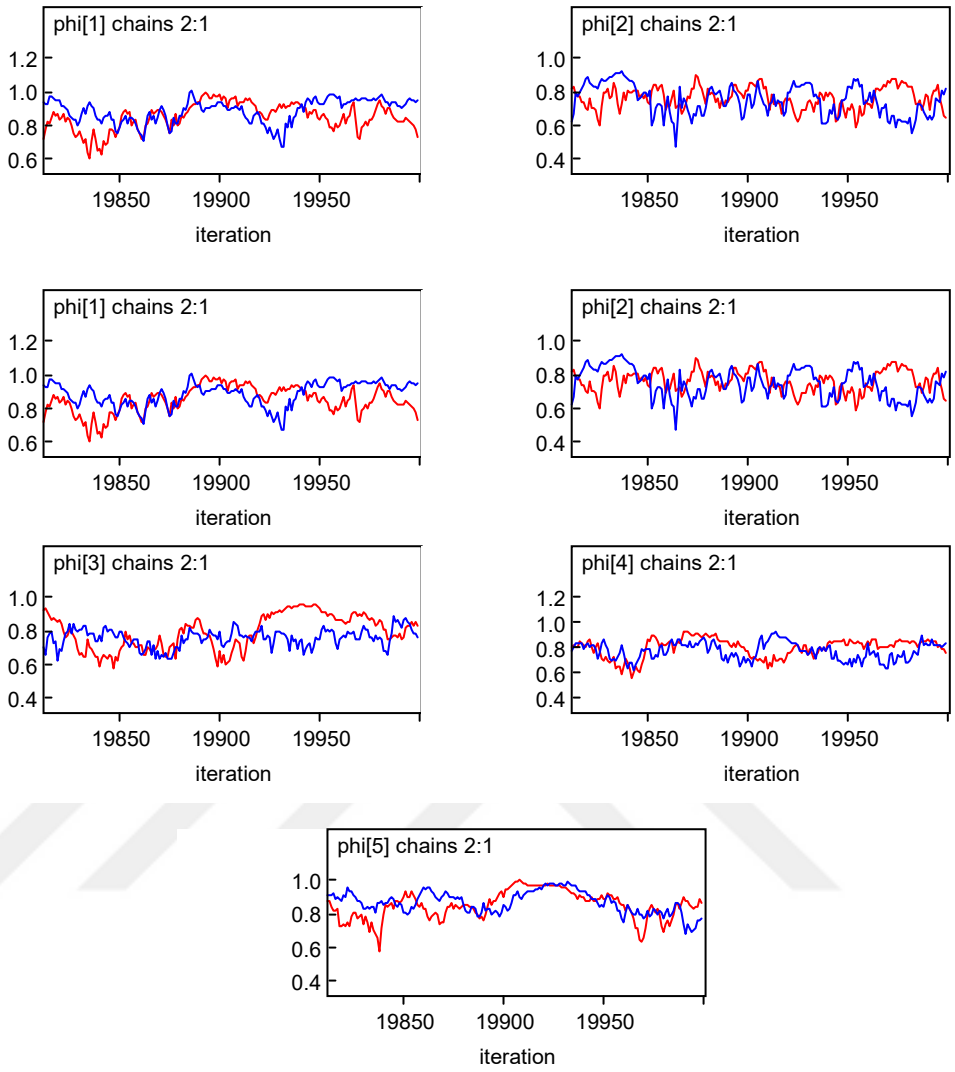
nedenle simülasyonun devam etmesi durumunda otokorelasyonun ortadan kalkması beklenmektedir.

Şekil 16. CCC-t-MGARCH Model Gelman-Rubin İstatistiği



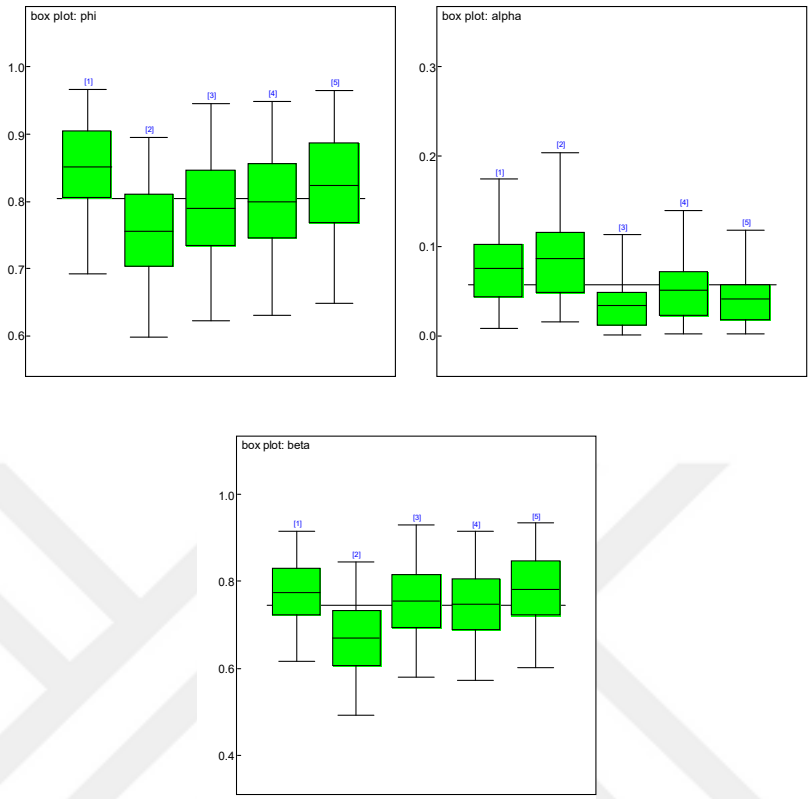
Şekil 16'da ϕ parameterleri için Gelman-Rubin istatistiğinin 1 değerini aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 17.CCC-t-MGARCH Model İz Grafiği



Şekil 17'deki iz grafiklerinde süreklilik parametrelerinin her bir Markov Zinciri için iterasyonlar ile gerçekleşen değerleri gösterilmektedir. Zincirlerin az salınım gösterdikleri ve ara ara çakışma göstermedikleri görümektedir. Buna göre, tüm süreklilik parametreleri için yakınsamanın yavaş gerçekleşiğini söylemek mümkündür.

Şekil 18. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği



Şekil 18'deki kutu grafikleri CCC-t-MGARCH model parametrelerinin ardıl ortalama değerlerinin grafiksel gösterimini ifade etmektedir. Buna göre, en yüksek oynaklık sürekliliği RUB'da, en yüksek ARCH etkisi CNY'de ve en yüksek GARCH etkisi GBP'de görülmektedir.

5.4.3. Beş Değişkenli MSV Modellerin Bayesyen Tahmini

Çalışmanın bu bölümüde RUB, CNY, TRY, EUR ve GBP getiri serileri arasındaki oynaklık ve korelasyon ilişkisinin belirlenmesi amacıya Standart, CCC ve CCC-t MSV modellerinBayesyen tahminleri elde edilmiştir. Bu modellere ilişkin elde edilen ardıl ortalama değerler Tablo 7, Tablo 8 ve Tablo 9'da yer almaktadır.

Tablo 7. Standart MSV Model Tahmin Sonuçları

Standart MSV				
Parametreler	**Ortalama**	**Standart Sapma**	**MC Hata**	**%95 Güven Aralığı**
ϕ_{RUB}	0.8719	0.07165	0.002853	[0.6993, 0.9729]
ϕ_{CNY}	0.6546	0.0928	0.002772	[0.4521, 0.8139]
ϕ_{TRY}	0.6947	0.1068	0.003488	[0.4489, 0.8647]
ϕ_{EUR}	0.6357	0.1182	0.003976	[0.3656, 0.8295]
ϕ_{GBP}	0.6591	0.1269	0.005098	[0.3733, 0.8598]
μ_{RUB}	-1.101	0.3658	0.005733	[-1.75, -0.5861]
μ_{CNY}	-5.272	0.1609	0.003669	[-5.597, -4.959]
μ_{TRY}	-2.217	0.1476	0.004722	[-2.509, -1.935]
μ_{EUR}	-2.356	0.1369	0.005005	[-2.636, -2.1]
μ_{GBP}	-3.097	0.1483	0.00515	[-3.4, -2.812]
$\sigma^2_{\eta RUB}$	0.09234	0.03689	0.001552	[0.0445, 0.1866]
$\sigma^2_{\eta CNY}$	0.2563	0.08252	0.002898	[0.128, 0.4486]
$\sigma^2_{\eta TRY}$	0.119	0.05002	0.002049	[0.05033, 0.2444]
$\sigma^2_{\eta EUR}$	0.1144	0.05323	0.00241	[0.04652, 0.2484]
$\sigma^2_{\eta GBP}$	0.1227	0.05873	0.002598	[0.05011, 0.2758}

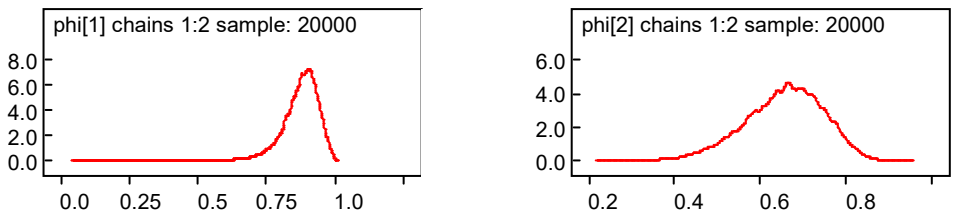
Tablo 7'de Standart MSV model parametrelerinin ardıl ortalama, standart sapma, MC Hata ve %95'lik güven aralığı değerleri yer almaktadır. Model parametrelerinin MC Hata değerleri ardıl standart sapma değerlerinin yaklaşık olarak 0.05'inden daha küçük değerli olarak elde edilmiştir. Böylece, tahmin edilen tüm parametreler için yakınsama gerçekleşmiştir. Döviz kurlarının kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklık sürecinin sürekliliğini gösteren ϕ ardıl değerleri tüm döviz kurları için istatistiki olarak anlamlıdır. RUB değişkeni için ϕ_{RUB} parametresi 0.8719 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1 değerine yakın olduğundan RUB 'a ait oynaklığın sürekli özeliklere sahip olduğu ve oynaklık kümelenmelerinin oluştuğu sonucuna

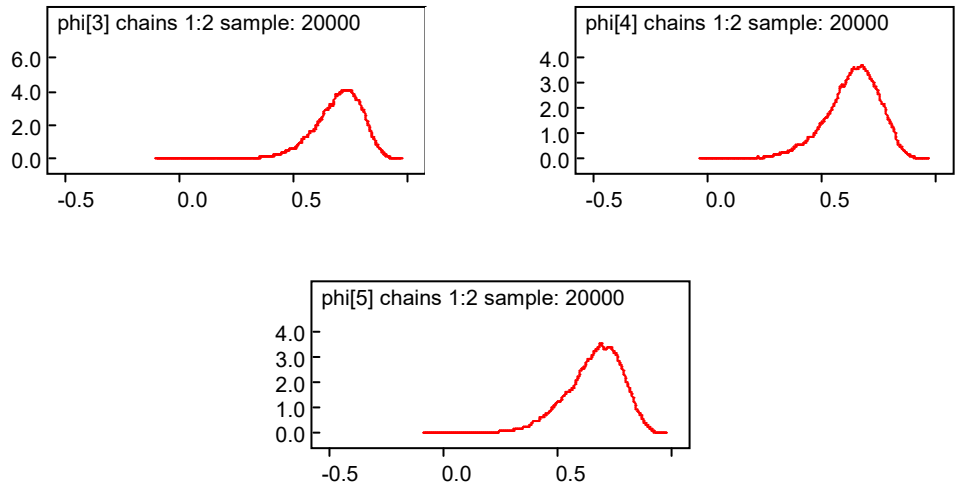
ulaşılmaktadır. RUB'da ortaya çıkan %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü serinin kendi oynaklığını % 8.71 arttırmaktadır. Sırasıyla CNY, TRY, EUR ve GBP serilerinde oynaklığı arttıran %10'luk bir şok bir sonraki işlem günü serilerin kendi oynaklığını sırasıyla %6.546, % 6.947,%6.357 ve % 6.591 kadar arttırmaktadır.

Log-oynaklık sürecinin varyansını diğer bir ifade ile oynaklığın oynaklığını ifade eden $\sigma_{\eta i}^2$ parametresinin ardıl ortalama değerleri 0.092 ile 0.256 arasında değişmektedir. Buna göre, CNY en yüksek oynaklık değişkenliğine sahip kuru olarak ifade edilebilir. Bu durum beklentileri karşılamaktadır. Zira,Çin 2015 yılının ikinci çeyreğinden itibaren zayıflayan ihracat performansı, üretici fiyatlarındaki sert düşüş ve imalat sanayindeki yavaşlama, hisse senedi ve kur piyasasındaki dalgalanmalar ekonomide aşağı yönlü riskler olarak belirginleşmiştir Öte yandan, 11-13 Ağustos 2015 tarihinde Çin kur istikrarını sağlamak amacıyla para birimi yuanı dolara karşı yaklaşık yüzde 3 oranında devalüe etmiştir (DEG Bülteni, 2015(3): 10).

RUB getiri serisi en yüksek oynaklık kalıcılığına sahip seridir. Rusya, 2015 yılının ilk çeyreğinde % 1.9 oranında daralarak 2009 krizinden sonra ilk kez küçülmüştür. Bu daralmaya rublenin hızlı değer kaybı ve petrol fiyatlarında devam eden düşüş etkili olmuştur (DEG Bülteni, Haziran 2015: 3). 2015 yılında Rusya ekonomisinin resesyona doğru gidişinin en büyük nedeni düşük seyir izleyen petrol fiyatları ve AB ülkelerinin Rusya'ya yönelik yaptırımlarıdır. Bu durum rublenin oynaklık sürecini etkilemiş olabilir.

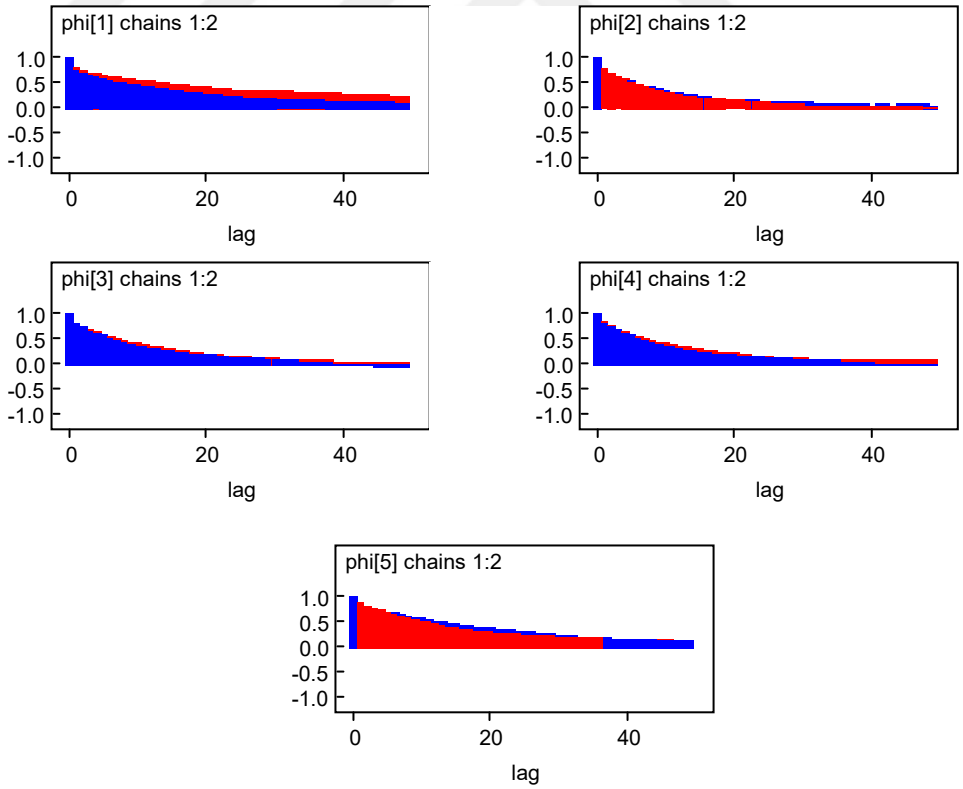
Şekil 19. Standart-MSV Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları





Şekil 19'da süreklilik parametreleri için yoğunluk tahminini gösteren kernel yoğunlukları yer almaktadır. Buna göre, parametre dağılımlarının normal dağılıma yakınsadığı görülmektedir.

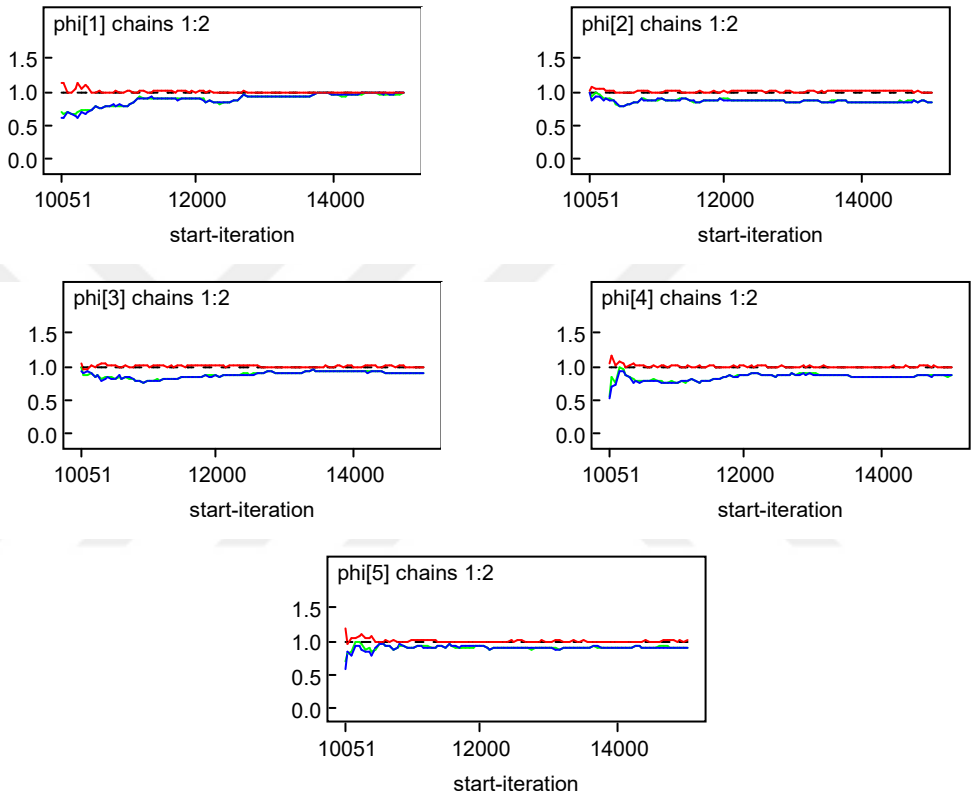
Şekil 20. Standart-MSV Model Otokorelasyon Grafiği



Şekil 20'de oynaklık sürekliliğini gösteren ϕ parametreleri için otokorelasyon grafikleri yer almaktadır. Buna göre, otokorelasyonun azaldığını ancak

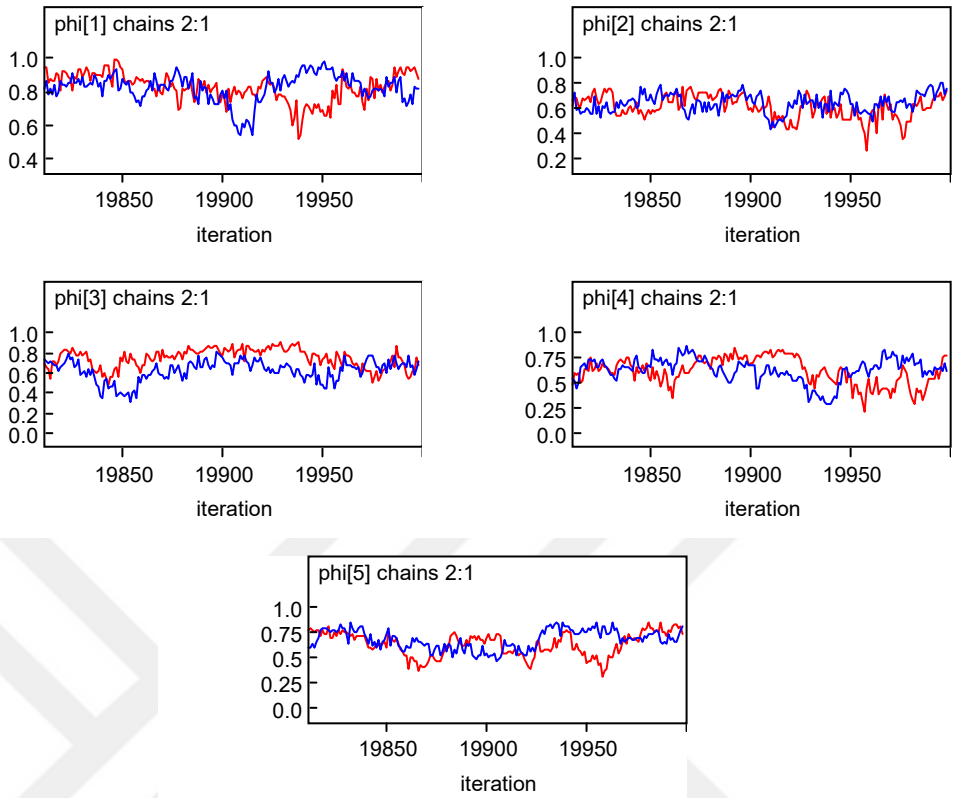
tamamen ortadan kalkmadığı görülmektedir. Sonuçta, ϕ parametrelerin ardıl dağılımlarına yavaş yakınsayacağını söylemek mümkündür. Öte yandan, Kernel yoğunluklar, iz grafikleri ve Gelman-Rubin istatistikleri bu parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği yönünde bulgular sunmaktadır. Bu nedenle simülasyonun devam etmesi durumunda otokorelasyonun ortadan kalkması beklenmektedir.

Şekil 21. Standart-MSV Model Gelman-Rubin İstatistiği



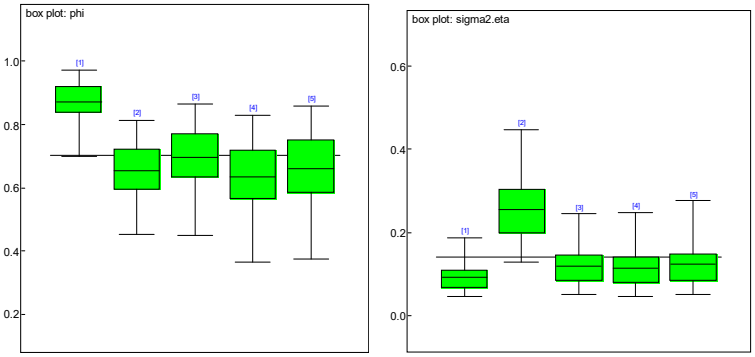
Şekil 21'de ϕ parameterleri için Gelman-Rubin istatistiğinin 1 değerini aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 22. Standart-MSV Model İz Grafiği



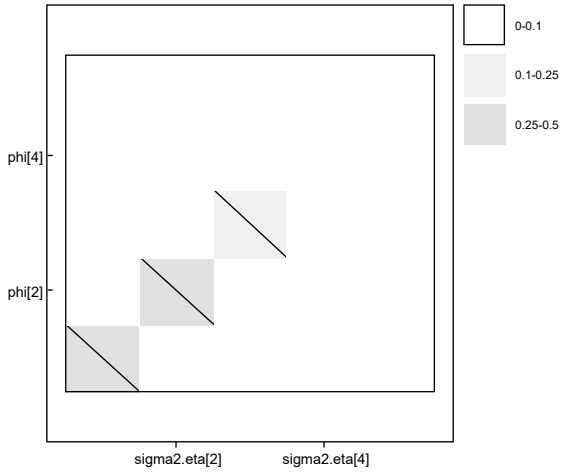
Şekil 22'deki iz grafiklerinde süreklilik parametrelerinin her bir Markov Zinciri için iterasyonlar ile gerçekleşen değerleri gösterilmektedir. İz grafiklerinde her bir renk bir zinciri göstermektedir. Zincirler büyük ölçüde çakışmaktadır. Zincirlerin çakışık olması yakınsamanın gerçekleştiğine dair kanıt olarak ifade edilebilir. Ancak zincir salınımlarının yavaş olduğu görülmektedir. Buna göre, parametreler için yakınsama yavaş gerçekleşmektedir. Diğer bir ifade ile parametreler kendi denge dağılımlarına yavaş yakınsamaktadır.

Şekil 23. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği



Oynaklık sürekliliği ve oynaklık değişkenliği parametreleri için ardıl ortalama değerlerinin grafiksel gösterimini Şekil 23'deki gibidir. Buna göre, oynaklık sürekliliği en fazla RUB'da görülmektedir. Oynaklık değişkenliği en fazla CNY serisinde ortaya çıkmaktadır.

Şekil 24. Standart MSV Modelde Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği Arasındaki Korelasyonun Matrisi



Şekil 24'de yer alankorelasyon grafiğine göre, süreklilik parametresiile log-oynaklık sürecinin varyansı $\sigma_{\eta i}^2$ parametreleri arasında negatif korelasyon bulunmaktadır. Eğimi -1 olan siyah çizgi negatif korelasyonu ifade etmektedir.

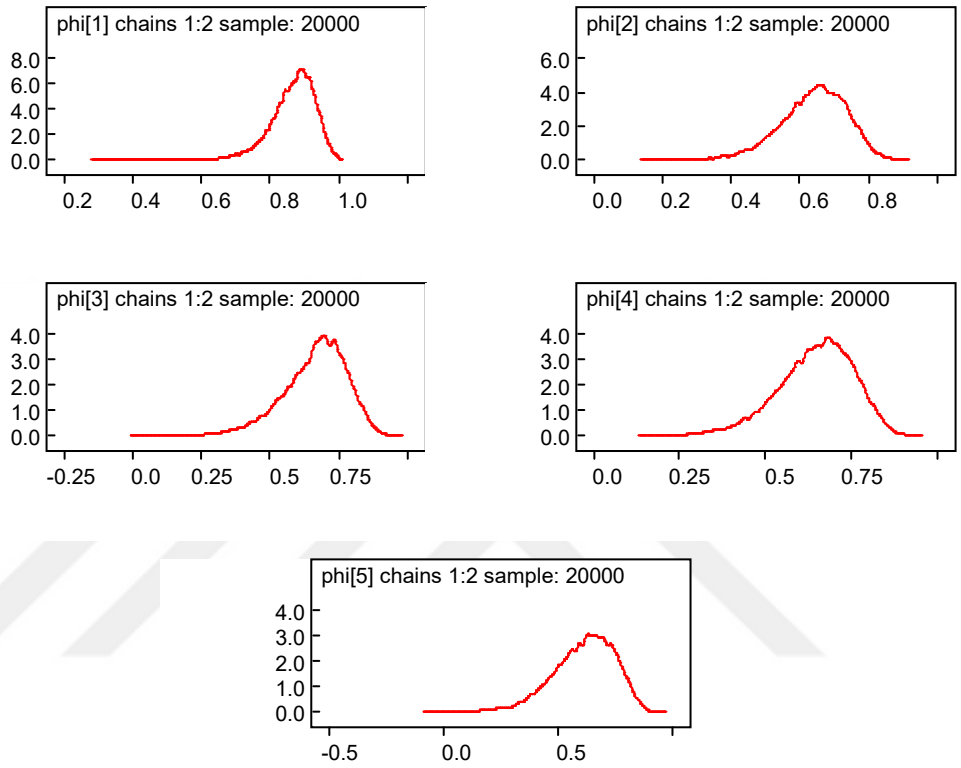
Tablo 8. CCC-MSV Model Tahmin Sonuçları

CCC-MSV				
Parametreler	**Ortalama**	**Standart Sapma**	**MC Hata**	**%95 Güven Aralığı**
ϕ_{RUB}	0.8649	0.06886	0.00341	[0.7026, 0.9663]
ϕ_{CNY}	0.6403	0.09571	0.004352	[0.4278, 0.801]
ϕ_{TRY}	0.6613	0.1188	0.005486	[0.3845, 0.8501]
ϕ_{EUR}	0.6449	0.1121	0.005207	[0.3901, 0.8308]
ϕ_{GBP}	0.6133	0.1363	0.007224	[0.307, 0.8306]
μ_{RUB}	-1.067	0.3324	0.008525	[-1.67, -0.5793]
μ_{CNY}	-5.256	0.1526	0.005336	[-5.568, -4.964]
μ_{TRY}	-2.22	0.1427	0.00647	[-2.503, -1.948]
μ_{EUR}	-2.361	0.1252	0.005721	[-2.608, -2.123]
μ_{GBP}	-3.064	0.1302	0.006287	[-3.332, -2.826]
$\sigma^2_{\eta RUB}$	0.09866	0.03976	0.002238	[0.04525, 0.1978]
$\sigma^2_{\eta CNY}$	0.257	0.08611	0.004163	[0.1223, 0.4555]
$\sigma^2_{\eta TRY}$	0.1334	0.05493	0.002882	[0.05925, 0.267]
$\sigma^2_{\eta EUR}$	0.1113	0.04899	0.002758	[0.04887, 0.2356]
$\sigma^2_{\eta GBP}$	0.1154	0.05299	0.00306	[0.04876, 0.2488]

Tablo 8'de sonuçları gösterilen CCC-MSV modele göre oynaklık sürecinin kalıcılığını ifade eden tüm ϕ değerleri istatistiki olarak anlamlıdır. Tahmin edilen tüm parametreler için MC standart hata değerleri standart sapma değerlerinin yaklaşık 0.05 'inden daha düşük değerlidir. Buna göre tüm parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği söylenebilmektedir. RUB için ϕ değeri 0.8649 olarak tahmin edilmiştir. RUB serisinde oynaklığı arttıran %10'luk bir şok bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 8.64 arttırmaktadır. Bu sonuca göre RUB getiri serisi için oynaklığın kalıcı olduğu ve oynaklık kümelenmelerinin oluştuğu sonucuna ulaşılmaktadır. Diğer döviz kuru endeksleri için ϕ , 0.6613 ile 0.6133 değerleri aralığı

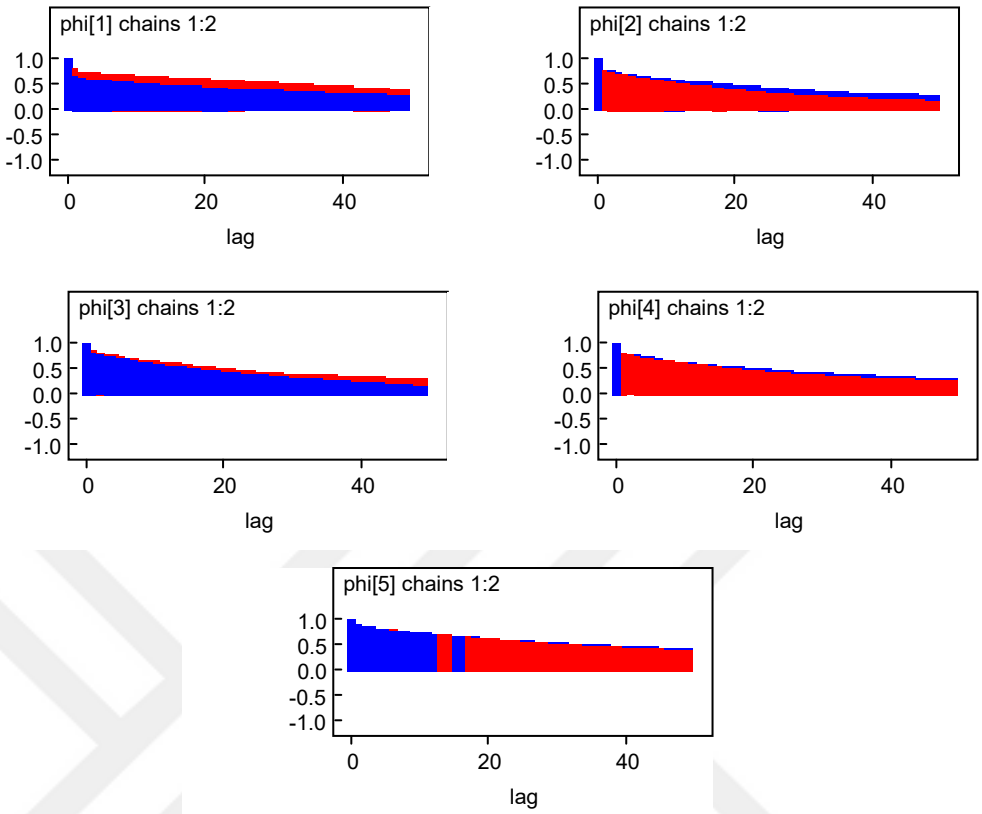
arasında yer almaktadır. Ayrıca Standart MSV modelden elde edilen ϕ katsayılarınınCCC-MSV modelden elde edilenlere kıyasla daha yüksek değerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Şekil 25. CCC-MSV Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları



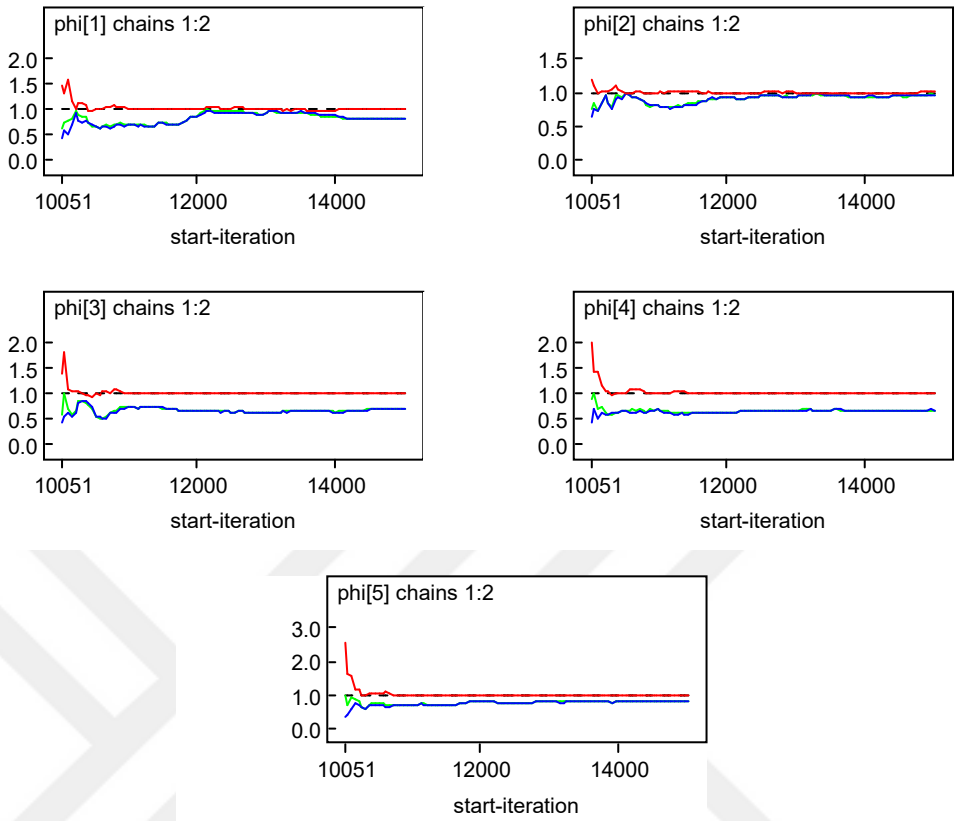
Şekil 25'de süreklilik parametreleri için yoğunluk tahminini gösteren kernel yoğunlukları yer almaktadır. Buna göre, parametre dağılımlarının normal dağılıma yakınsadığı görülmektedir.

Şekil 26. CCC-MSV Model Otokorelasyon Grafiği



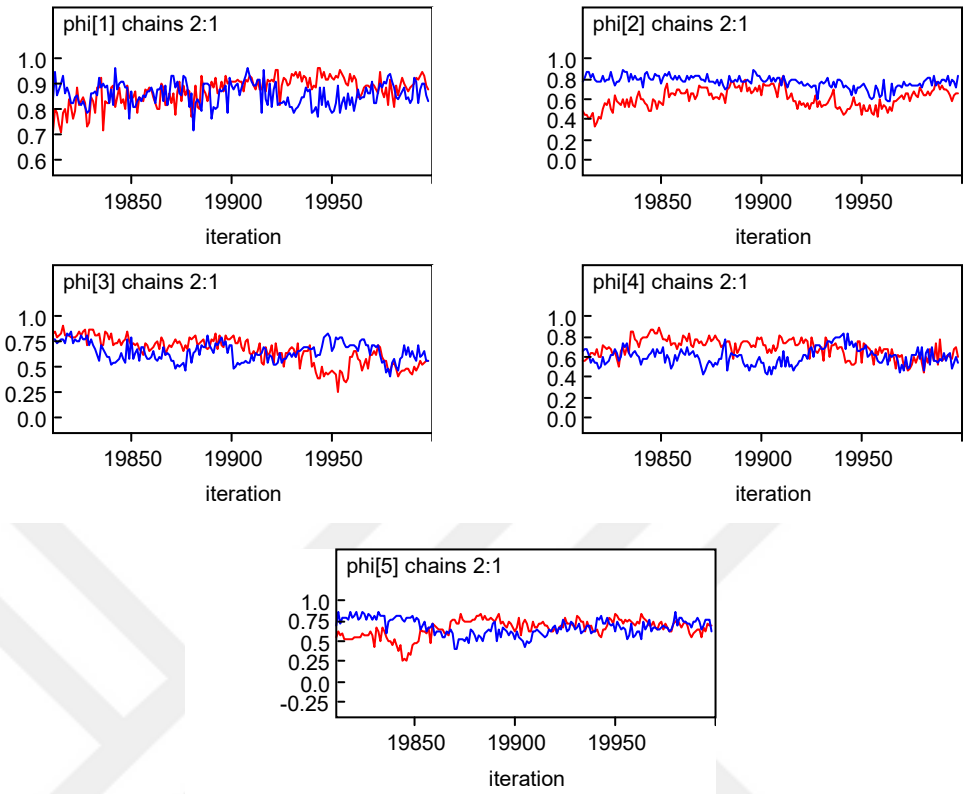
Şekil 26'da oynaklık sürekliliğini gösteren ϕ parametreleri için otokorelasyon grafikleri yer almaktadır. Buna göre, otokorelasyonun azaldığını ancak tamamen ortadan kalkmadığı görülmektedir. Sonuçta, ϕ parametrelerin ardıl dağılımlarına yavaş yakınsayacağını söylemek mümkündür. Öte yandan, Kernel yoğunluklar, iz grafikleri ve Gelman-Rubin istatistikleri bu parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği yönünde bulgular sunmaktadır. Bu nedenle simülasyonun devam etmesi durumunda otokorelasyonun ortadan kalkması beklenmektedir.

Şekil 27. CCC-MSV Model Gelman-Rubin İstatistiği



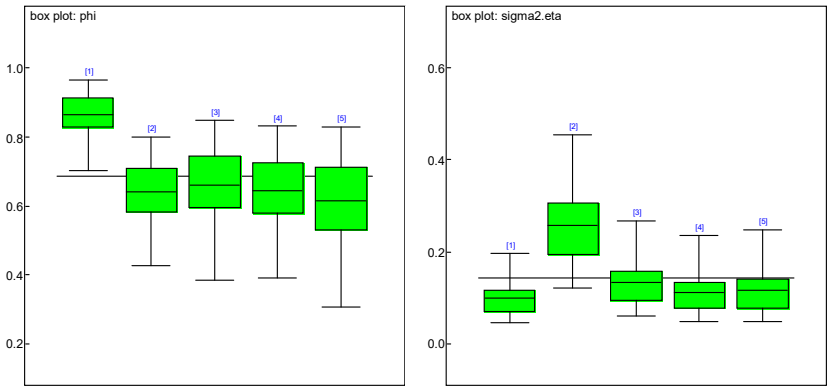
Şekil 27'de ϕ parameterleri için Gelman-Rubin istatistiğinin 1 değerini aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 28. CCC-MSV Model İz Grafiği



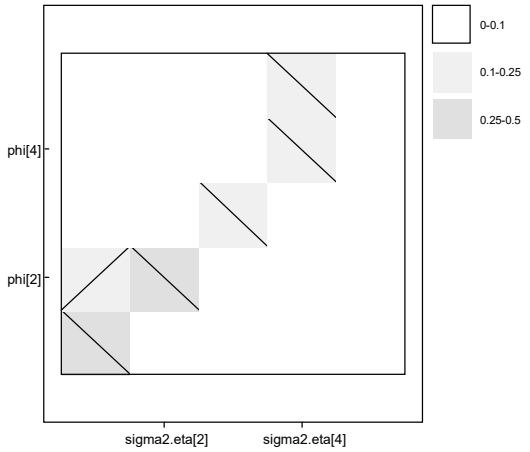
Şekil 28'deki iz grafiklerinde oynaklık sürekliliği parametrelerinin her bir Markov Zinciri için iterasyonlar ile gerçekleşen değerleri gösterilmektedir. CNY serisi dışında, diğer serilerin zincirleri büyük ölçüde çakışmaktadır. Ancak CNY için zincirlerin salınımının az olduğu görülmektedir. CNY getiri serisi için yakınsamanın daha güç elde edildiği görülmektedir.

Şekil 29. Oynaklığın Sürekliliği için Kutu Grafiği



Oynaklık sürekliliği ve oynaklık değişkenliği parametreleri için ardıl ortalama değerlerin gösterildiği kutu grafikleri Şekil 29'da gösterilmektedir. Buna göre, oynaklık sürekliliği en fazla RUB'da görülmektedir. Oynaklığın oynaklığı diğer bir ifade ile oynaklığın değişkenliği en fazla CNY serisinde ortaya çıkmaktadır.

Şekil 30. CCC-MSV Modelde Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği Arasındaki Korelasyonun Matrisi



Şekil 30'daki korelasyon grafiğine göre, ϕ_{CNY} ve $\sigma^2_{\eta RUB}$ arasındaki korelasyon hariç, oynaklık sürekliliği parametreleri ve log-oynaklık süreçlerinin varyansları arasında negatif korelasyon bulunmaktadır.

Tablo 9. CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları

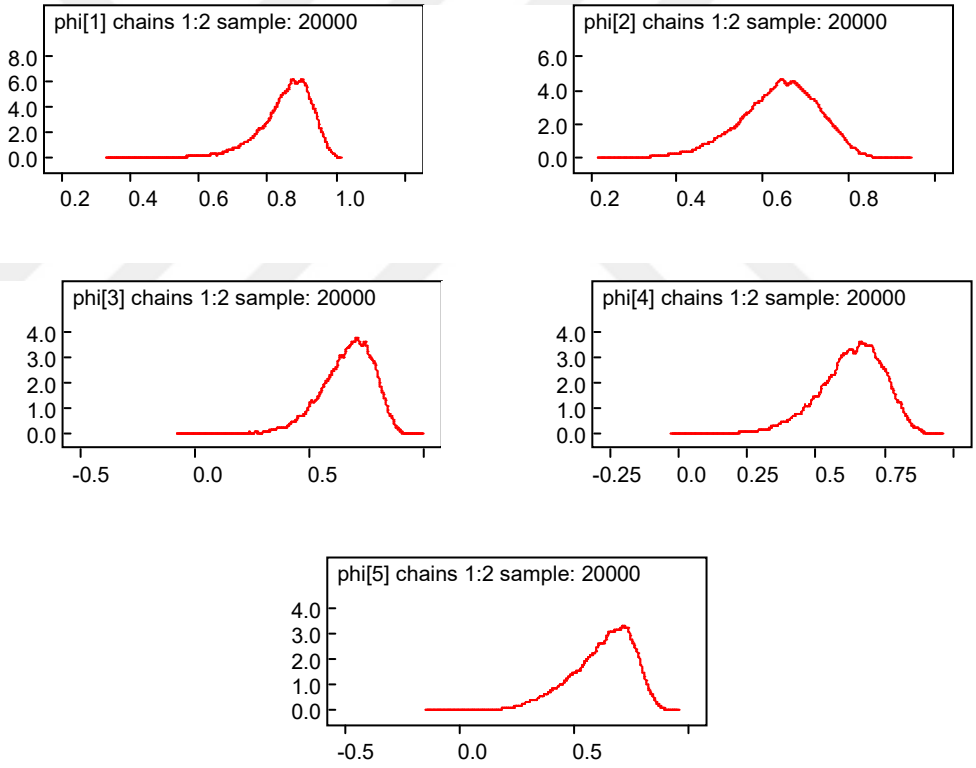
CCC-t- MSV				
Parametreler	**Ortalama**	**Standart Sapma**	**MC Hata**	**%95 Güven Aralığı**
ϕ_{RUB}	0.8506	0.07947	0.00414	[0.65, 0.9646]
ϕ_{CNY}	0.6374	0.09306	0.004167	[0.4309, 0.797]
ϕ_{TRY}	0.6636	0.1193	0.005742	[0.389, 0.8469]
ϕ_{EUR}	0.6281	0.1211	0.00579	[0.3535, 0.824]
ϕ_{GBP}	0.6228	0.1383	0.007653	[0.3036, 0.828]
μ_{RUB}	-1.152	0.3142	0.008709	[-1.714, -0.7186]
μ_{CNY}	-5.313	0.1537	0.006456	[-5.615, -5.013]
μ_{TRY}	-2.289	0.1426	0.00723	[-2.57, -2.013]
μ_{EUR}	-2.463	0.1513	0.008165	[-2.76, -2.163]
μ_{GBP}	-3.18	0.1369	0.007096	[-3.446, -2.912]
$\sigma^2_{\eta RUB}$	0.08832	0.03313	0.001778	[0.04275, 0.1653]
$\sigma^2_{\eta CNY}$	0.2123	0.07697	0.004148	[0.09064, 0.388]
$\sigma^2_{\eta TRY}$	0.1059	0.04893	0.002784	[0.04326, 0.2327]
$\sigma^2_{\eta EUR}$	0.1134	0.05013	0.002824	[0.04879, 0.2446]
$\sigma^2_{\eta GBP}$	0.1081	0.04626	0.002626	[0.04837, 0.2206]
ν	17.17	5.899	0.2301	[8.854, 31.86]

Tablo9'da CCC-t-MSV modelin sonuçları gösterilmektedir. Oynaklığın sürekliliğini ifade eden tüm ϕ değerleri istatistiki olarak anlamlıdır. Tahmin edilen tüm parametreler için MC standart hata değerleri standart sapma değerlerinin yaklaşık 0.05'inden daha düşük değerlidir. Buna göre tüm parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği söylenebilmektedir. Standart-MSV ve CCC-MSV modellerde olduğu gibi RUB serisi oynaklık kalıcılığının en yüksek olduğu seridir. RUB serisinin oynaklığını artıran %10'luk bir şok bir sonraki işlem günü kendi oynaklığını % 8.506 arttırmaktadır. CCC-t modelde serbestlik derecesi ν'nin ardıl ortalama değeri 17.17'dir. Bu değer %5 önem seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır. Buna göre,

kalın kuyruk çok değişkenli Student-t hataları gerekli olmaktadır. CCC-t-MSV model CCC-t-MGARCH modele kıyasla daha yüksek serbestlik derecesine sahiptir. Bu durum MSV modele ait oynaklık denkleminin oynaklık sürecini daha dinamik tahminlemesinin sonucu olarak yorumlanabilir.

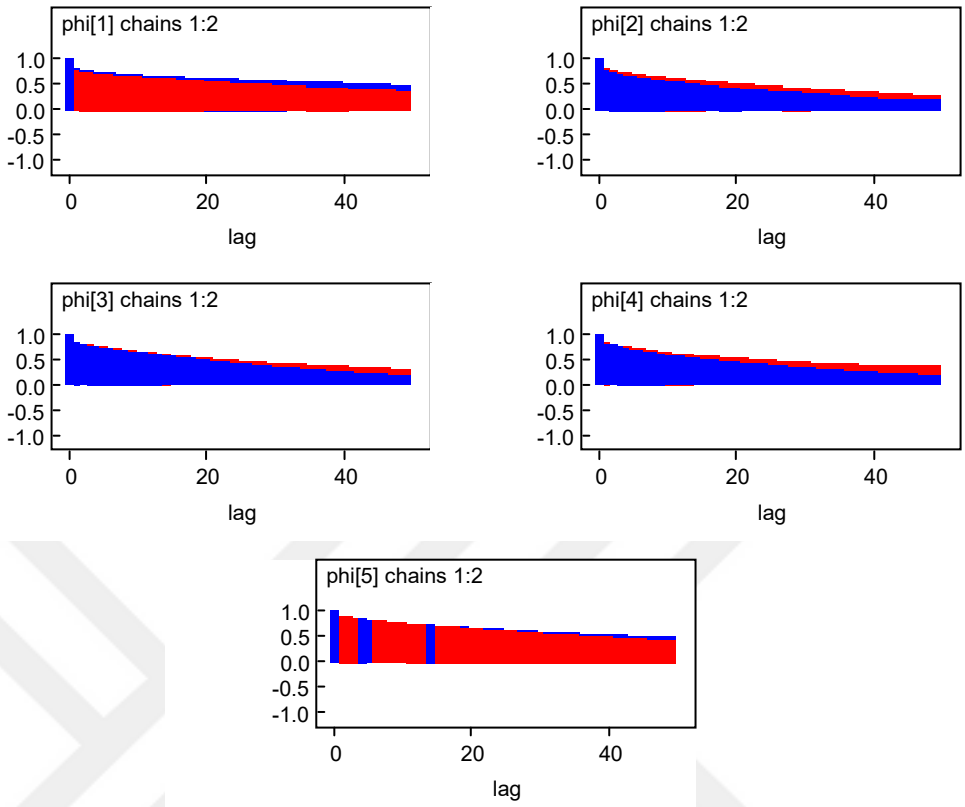
Standart-MSV ve CCC-MSV modellerinden elde edilen ϕ katsayı tahminlerine kıyasla en düşük değerli katsayı tahminleri CCC-t-MSV modelden elde edilmiştir. Öte yandan, log oynaklık sürecinin varyansını ifade eden $\sigma_{\eta i}^2$ katsayıları 0.088 ile 0.212 arasında değişmektedir. Bu sonuçlara göre, CNY oynaklık süreci kararsızlığı en yüksek döviz kurudur.

Şekil 31. CCCt-MSV Model Parametrelerinin Kernel Yoğunlukları



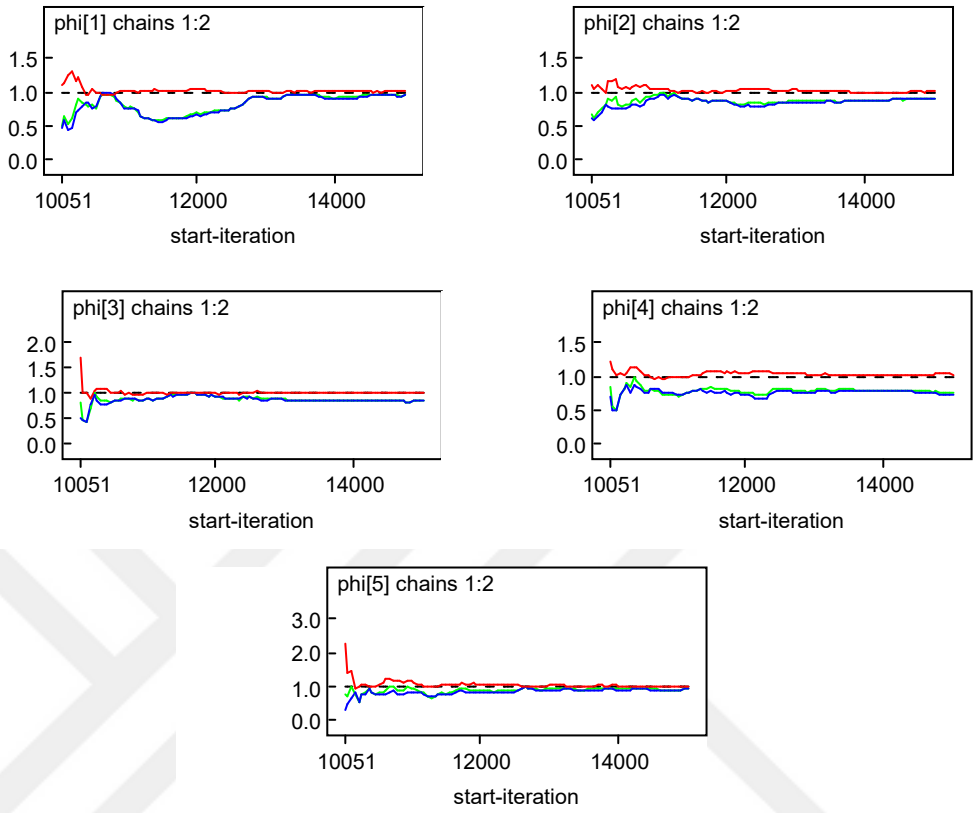
Şekil 31'de süreklilik parametreleri için yoğunluk tahminini gösteren kernel yoğunlukları yer almaktadır. Buna göre, parametre dağılımlarının normal dağılıma yakınsadığı görülmektedir.

Şekil 32. CCCt-MSV Model Otokorelasyon Grafiği



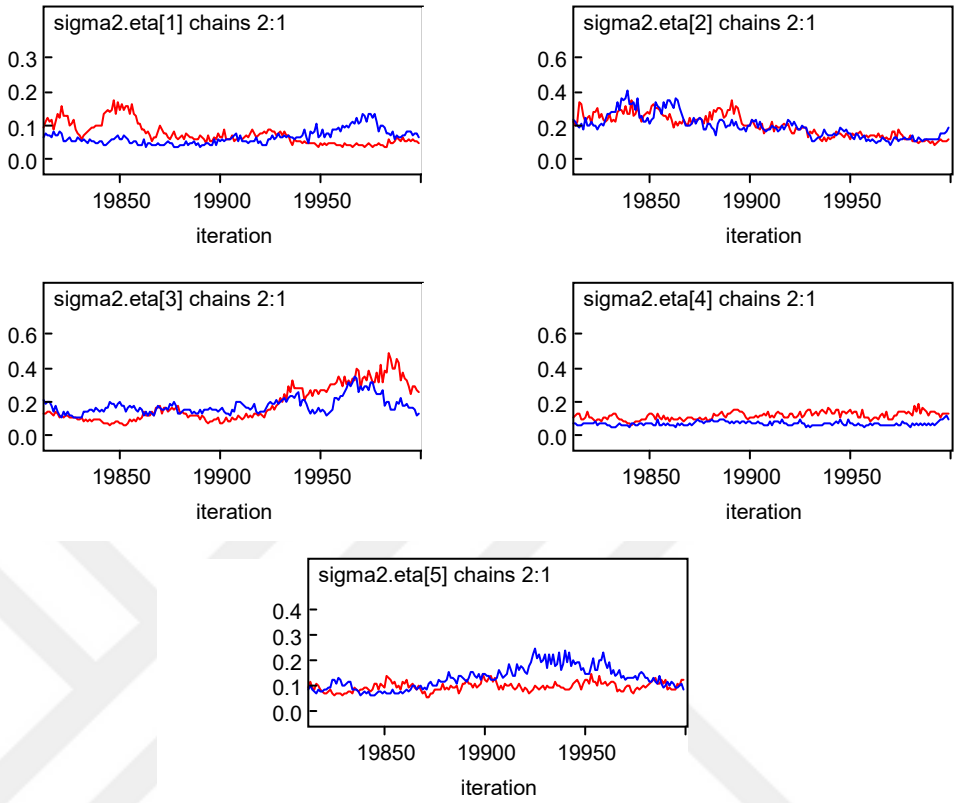
Şekil 32'de oynaklık sürekliliğini gösteren ϕ parametreleri için otokoreasyon grafikleri yer almaktadır. Buna göre, otokorelasyonun azaldığını ancak tamamen ortadan kalkmadığı görülmektedir. Sonuçta, ϕ parametrelerin ardıl dağılımlarına yavaş yakınsayacağını söylemek mümkündür. Simülasyonun devam etmesi durumunda otokorelasyonun ortadan kalkması beklenmektedir.

Şekil 33. CCC-t-MSV Model Gelman-Rubin İstatistiği



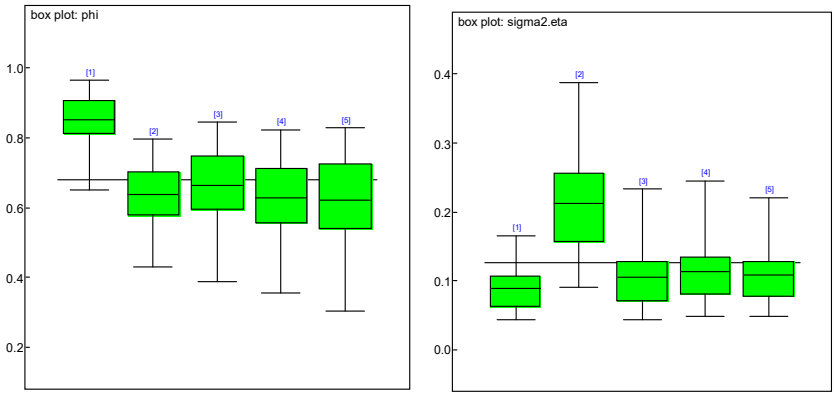
Şekil 33'de ϕ parameterleri için Gelman-Rubin istatistiğinin 1 değerini aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir. Buna göre, parametre tahminlerinin doğruluğuna güvenilebilir.

Şekil 34. CCC-t-MSV Model İz Grafiği



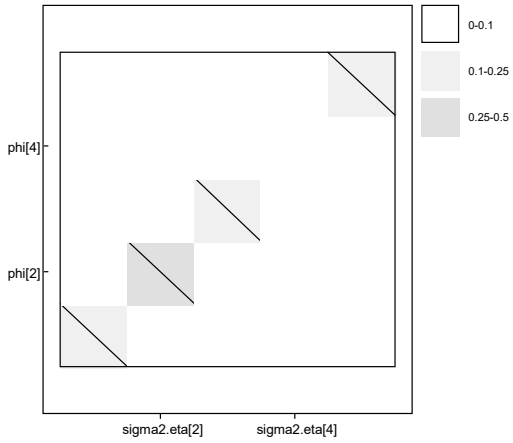
Şekil 34'deki iz grafiklerinde log-oynaklık sürecinin varyansı parametrelerinin her bir Markov zinciri için iterasyonlar ile gerçekleşen değerleri gösterilmektedir. Zincirlerin salınımının az olduğu parametreler için yakınsamanın yavaş gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 35. Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği için Kutu Grafiği



Oynaklık sürekliliği ve oynaklık değişkenliği parametreleri için ardıl ortalama değerlerin gösterildiği kutu grafikleri Şekil 35'de gösterilmektedir. Buna göre, oynaklık sürekliliği en fazla RUB'da görülmektedir. Oynaklığın oynaklığı en fazla CNY serisinde ortaya çıkmaktadır.

Şekil 36. CCC-t-MSV Modelde Oynaklığın Sürekliliği ve Değişkenliği Arasındaki Korelasyonun Matrisi



Şekil 36'deki korelasyon grafiği süreklilik parametreleri ile log-oynaklık süreçlerinin varyansları arasında negatif korelasyon olduğunu göstermektedir.

Standart, CCC ve CCC-t MSV modellerine ilişkin sonuçlar kıyaslandığında oynaklığın sürekliliğini ifade eden ϕ katsayıları için en yüksek ardıl ortalama değerlerStandart SV modelden elde edilmiştir. CCC ve CCC-t modelleri Standart SV modele kıyasla daha düşük ϕ ardıl değerlerini ortaya koymaktadır.

İkiden fazla değişkenli MGARCH ve MSV modellerinin tahmin edilmesindeki en büyük zorluklardan biri korelasyon matrisi için önsel değerlerin belirlenmesidir. Korelasyon matrisinin pozitif tanımlı olma ve köşegen dışı elemanlarının birim değere eşit olma kısıtları sağlanmalıdır. İki değişkenli analiz için köşegen dışı elemanların önsel dağılımının $(-1,1)$ aralığında değerler alması gerekli koşulların sağlanması için yeterli olmaktadır. Ancak analizde ikiden fazla değişken olması durumunda R için önsel değerlerin belirlenmesi oldukça karmaşık olmaktadır. Bu nedenle çalışmada Chang, Qian ve Jian(2012) tarafından önerilen Cholesky Ayrıştırması'na dayanan algoritma kullanılmıştır. Buna göre korelasyon matrislerine ait ardıl değerler Tablo10 ve Tablo 11'de gösterilmiştir.

Tablo 10. CCC-MGARCH ve CCC-MSV Modellerinin Korelasyon Matrislerine ait Ardıl İstatistikler

R	**RUB**	**CNY**	**TRY**	**EUR**	**GBP**
CCC-MGARCH (üst üçgensel bölüm) ve CCC-MSV (alt üçgensel bölüm)					
RUB	1	0.2356	0.1883	-0.02083	0.1022
CNY	0.2629	1	-0.01673	-0.05895	-0.01685
TRY	0.2279	0.008993	1	0.2713	0.3213
EUR	0.009767	-0.06611	0.2835	1	0.5407
GBP	0.1215	-0.03603	0.3259	0.546	1

Tablo 11. CCC-t–MGARCH ve CCC-t–MSV Modellerinin Korelasyon Matrislerine ait Ardıl İstatistikler

R	**RUB**	**CNY**	**TRY**	**EUR**	**GBP**
CCC-t-MGARCH (üst üçgensel bölüm) ve CCC-t-MSV (alt üçgensel bölüm)					
RUB	1	0.2265	0.1975	0.008541	0.1149
CNY	0.2495	1	0.01049	-0.03691	-0.03385
TRY	0.2211	0.01092	1	0.309	0.3393
EUR	0.01709	-0.06071	0.2999	1	0.5275
GBP	0.1224	-0.03769	0.3362	0.5359	1

Tablo 10'da CCC-MGARCH ve CCC-MSV modellerden, Tablo 11'de CCC-t MGARCH ve CCC-t -MSV modellerden tahmin edilenkorelasyon matrislerinin ardıl ortalama değerleri yer almaktadır. Ardıl değerler incelendiğinde döviz kurları arasında yüksek bir korelasyon ilişkisi olduğu söylenememektedir. Öte yandan CCC-MSV ve CCCt-MSV modellerden CCC-MGARCH ve CCC-t-MGARCH modellere kıyasla daha yüksek ardıl korelasyon değerlerinin elde edildiği görülmektedir. EUR ile en yüksek korelasyona sahip kur GBP'dir. İki değişken arasındaki ardıl korelasyon değeri 0.5359 olarak elde edilmiştir. Ele alınan dönemde EUR ve GBP arasında orta seviyede pozitif korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Bu sonuç beklentileri karşılamaktadır. Zira İngiltere'nin en çok ihracat yaptığı ülkeler ABD (%11), Almanya (%10), Hollanda (%7.9), Fransa (%6.3), Belçika-Lüksemburg (%5.5) olarak sıralanmaktadır.

İngiltere'nin en fazla ithalat yaptığı ülkeler ise Almanya (%14), Çin (%8.8), Hollanda (% 8.3), Fransa (%6.2) ve ABD (%6) olarak sıralanmaktadır (OEC,2016 http://atlas.media.mit.edu/en/). Bu bakımından İngiltere'nin dış ticaretinde Avrupa önemli bir piyasa olarak karşımıza çıkmaktadır. TRY ile en yüksek pozitif korelasyona sahip döviz kuru GBP'dir. Bu değer yaklaşık 0.33 olarak elde edilmiştir. TRY ile EUR arasında pozitif yönlü ve zayıf (~0.30) korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. RUB ile CYN para birimleri arasındaki korelasyon 0.24 olarak elde edilmiştir. RUB ile TRY arasındaki korelasyon ilişkisi de pozitif ve düşüktür. EUR ve GBP para birimleri ile CNY arasında negatif ve zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

5.4.4. MGARCH ve MSV Modellerin Karşılaştırılması

ÇalışmadaRUB, CNY, TRY, EUR ve GBP getiri serilerinin gizil oynaklık süreçlerinin birlikte ele alındığı Standart, CCC ve CCC-t MGARCH ve MSV modelleri tahmin edilmiştir. MGARCH tipi modellerin Bayesyen yöntem ile tahmini süreci zaman açısından son derece maliyetli olmaktadır. Bu nedenle MGARCH ve MSV modellerin Bayesyen tahmin sonuçlarının karşılaştırılması önem taşımaktadır. Bu bakımdan tahmin edilen modeller DIC kriteri ile karşılaştırılmıştır.

Tablo 12. MGARCH ve MSV Modelleri için Sapma Bilgi Ölçütü Değerleri

	DIC Değeri	Sıralama	$\overline{D}$	p_D
MGARCH				
Standart	256.452	**6**	249.219	7.233
CCC	166.800	**4**	150.260	16.540
CCC-t	-450.163	**2**	-454.080	3.917
MSV				
Standart	167.245	**5**	77.691	89.554
CCC	65.403	**3**	-37.040	102.443
CCC-t	-490.318	**1**	-546.118	55.799

Tablo 12'de beş değişkenli Standart, CCC ve CCCt GARCH ve SV modellerden elde edilen DIC değerleri yer almaktadır. DIC, uyum iyiliği ölçüsü $(\overline{D})$

ve karmaşıklık ölçüsü (p_D) toplamı olarak ifade edilmektedir. Bu nedenle Tablo 12'de DIC'nin bilşenlenlerini oluşturan $\overline{D}$ ve p_D değerleri de yer almaktadır. Veri ile daha iyi uyuma sahip olan model en düşük $\overline{D}$ değerine sahip olmaktadır. Oynaklık sürecini en iyi tahmin eden model ise en düşük DIC değerine sahip modeldir. Bu bakımdan veri ile en iyi uyuma sahip ve oynaklık sürecini en iyi tahmin eden model CCC-t-MSV model olarak belirlenmiştir. Etkin parametre sayısı açısından incelendiğinde en düşük p_D değerlerine sahip model CCC-t-MGARCH modelidir. Tahmin edilen beş değişkenli MGARCH ve MSV modeller Tablo 12'de DIC değerlerine göre sıralanmıştır. Buna göre, ele alınan döviz kurlarının analizinde kalın kuyruk dağılımının mutlaka tercih edilmesi gerektiği görülmektedir. Zira hem MGARCH hemde MSV modeller arasında en düşük DIC değerine sahip modeller CCC-t-MGARCH ve CCC-t-MSV modelleridir. Bu iki model içinden daha küçük DIC değerine sahip olan model seçilmelidir. Buna göre, en iyi modelin CCC-t-MSV model olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

5.4.5. İki Değişkenli MSV Modellerin Bayesyen Tahmini

Çalışmanın 5.4.4 nolu bölümünde yer alan beş değişkenli MGARCH ve MSV modellere ilişkin elde edilen DIC değerleri veri ile en iyi uyuma sahip modelin CCC-t-MSV model olduğunu işaret etmektedir. Tahmin edilen MGARCH ve MSV modellerde oynaklık yayılım parametresi yer almamaktadır. Öte yandan, oynaklık yayılma etkilerinin yönü ve büyüklüğü piyasalar arasında bilgi aktarımının anlaşılmasını sağlama bakımından önem arz etmektedir (Çiçek, 2010: 18). Bu nedenle RUB, CNY, TRY, EUR ve GBP getiri serileri arasındaki ikili oynaklık etkileşimlerini incelemek amacıyla 01.11.2010-20.11.2015 dönemi için iki değişkenli CCC-t-MSV modelleri tahmin edilmiştir. Tahmin edilen iki değişkenli CCC-t-MSV model sonuçları Tablo 13, Tablo 14 ve Tablo 15'de sunulmuştur.

Tablo 13. EUR- TRY, RUB- TRY, GBP- TRY ve CNY- TRY İkili Getiri Serileri için CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları

	CCC-t- MSV			
Parametreler	**EUR-TRY**	**RUB-TRY**	**GBP-TRY**	**CNY-TRY**
	(a)	**(b)**	**(c)**	**(d)**
μ_1	-2.557	-2.943	-3.102	-6.87
	[-3.001, -2.114]	[-4.067, -2.131]	[-3.417, -2.636]	[-7.209,6.293]
μ_2	-2.499	-2.695	-2.464	-2.545
	[-2.986, -1.816]	[-3.214, -1.942]	[-2.892, -1.987]	[-3.08,-1.804]
ϕ_{11}	0.9935	0.9897	0.9802	0.6508
	[0.9831, 0.9992]	[0.9762, 0.9982]	[0.942, 0.9972]	[0.5203, 0.7769]
ϕ_{22}	0.9844	0.986	0.977	0.9911
	[0.9684, 0.996]	[0.9701, 0.9978]	[0.9494, 0.9945]	[0.9781, 0.9991]
ϕ_{21}	0.007443	0.003979	0.02101	-3.599E-4
	[-0.0032,0.02001]	[-0.0024,0.0120]	[-0.0027,0.056]	[-0.0087,0.0078]
ϕ_{12}	8.094E-4	0.00807	0.005329	0.1544
	[0.00640,0.0093]	[-0.0091, 0.029]	[-0.0042,0.0213]	[0.0080, 0.3173]
$\sigma_{\eta 1}$	0.07277	0.153	0.0763	1.157
	[0.05391, 0.1167]	[0.0989, 0.2071]	[0.05194,0.1232]	[0.8186, 1.445]
$\sigma_{\eta 2}$	0.1133	0.106	0.1233	0.0878
	0.07327, 0.1591]	[0.06997,0.1412]	[0.08434,0.1876]	[0.0612, 0.1277]
ρ_{ε}	0.4987	0.5182	0.399	0.09871
	[0.4469, 0.5588]	[0.4725, 0.5613]	[0.345, 0.457]	[0.0344, 0.1623]
v	14.75	6.36	20.57	4.973
	[9.37, 26.68]	[5.283, 7.66]	[11.97, 35.26]	[3.555, 6.9]

Not: (a): 1: EUR, 2: TRY; **(b)**:1: RUB, 2:TRY;**(c):**1: GBP, 2:TRY;**(d):**1: CNY, 2:TRY

Tablo 13 (a) panelinde yer alan EUR ile TRY getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, EURserisinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9935 olarak elde edilmiştir. Bu değer1 değerine çok yakın olduğundan EUR endeksine ait oynaklığın kalıcı özelliğe sahip olduğunu söylemek mümkündür. Buna göre, EUR'da meydana gelen %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 9.935 arttırmaktadır. TRY endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.9844 olarak tahmin edilmiştir. TRY piyasasında oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü

endeksin kendi oynaklığını % 9.844 arttırmaktadır. EUR ve TRY döviz kuru piyasalarında oynaklıklar kümelenmektedir.

EUR endeksi oynaklığından TRY getiri endeksi oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{21} parametresi istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre, anlamlı bir oynaklık yayılma etkisi bulunmamaktadır. TRY getiri endeksi oynaklığından EUR endeksi oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{12} yayılım parametresi istatistiki olarak anlamlı ancak çok düşük değerlidir. Eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.4987 olarak elde edilmiştir. Buna göre, EUR ve TRY getirileri arasında zayıf pozitif korelasyon bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi v'nin değeri istatistiki olarak anlamlıdır ve 14.75 olarak tahmin edilmiştir.

Tablo 13 (b) panelindeki RUB ile TRY getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, RUB piyasasının kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9897 olarak tahmin edilmiştir. Bu değer 1 değerine çok yakın olduğundan RUB endeksine ait oynaklığın kalıcı özelliğe sahip olduğunu söylemek mümkündür. RUB piyasasının kendi içinde meydana gelen %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günükendi oynaklığını % 9.897 arttırmaktadır. TRY endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.986 olarak tahmin edilmiştir. Buna göre oynaklığın kalıcı özelliklere sahip olduğu görülmektedir.TRY piyasasındaki %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü serinin kendi oynaklığını % 9.86 kadar arttırmaktadır. RUB ile TRY döviz kuru piyasalarında oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır. Her iki piyasanın kendi içinde meydana gelen $\%10$ 'luk şok piyasaların kendi içinde istatistiki olarak anlamlı oynaklık artışlarına neden olmaktadır.

RUBve TRY piyasaları arasındaki oynaklık etkileşimini gösteren ϕ_{21} ve ϕ_{12} yayılım parametreleri istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre RUBve TRY arasında karşılıklı anlamlı bir oynaklık yayılma etkisi bulunmamaktadır. Ayrıca, eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.5182 olarak elde edilmiştir. Buna göre, RUB ve TRY getirileri arasında pozitif yönlü ve orta düzeyde bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik

derecesi parametresi v'nin ardıl ortalam değeri6.36 olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

Tablo 13 (c) panelinde gösterilen GBP ve TRY getiri serilerine ilişkin ardıl değerlere göre, GBP ve TRYserilerinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} ve ϕ_{22} parametreleri istatistiki olarak anlamlıdır. Bu parametrelerin GBPve TRY getiri serileri için ardıl ortalama değerleri sırasyla 0.9802 ve 0.977 olarak tahmin edilmiştir. Süreklilik parametreleri 1'e çok yakın olduğundan getiri serilerine ait oynaklıklar kalıcı özelliğe sahiptir. GBP piyasasında oynaklığı arttıran%10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü piyasanın kendi oynaklığını % 9.802 kadar arttırmaktadır. TRY oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 9.77 kadar arttırmaktadır. GBP ile TRYserilerinde oynaklık kümelenmeleri söz konusu olmaktadır.

GBPve TRYgetiri serileri arasındaki karşılıklı oynaklık etkileşimini gösteren ϕ_{21} ve ϕ_{12} yayılım parametreleri istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre,iki piyasa arasında anlamlı bir oynaklık yayılma etkisi bulunmamaktadır. Eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.399 olarak elde edilmiştir. Buna göre, GBP ve TRYgetirileri arasında pozitif yönlü ve düşük seviyede bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi v 'nin ardıl ortalama değeri 20.57 olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

Tablo 13 (d)'deki CNY ve TRY getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, CNY getiri serisinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.6508 olarak tahmin edilmiştir. CNYgetiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü serinin kendi oynaklığını %6.508 arttırmaktadır. TRY endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.9911olarak tahmin edilmiştir. Buna göre oynaklığın kalıcı özelliklere sahip olduğu görülmektedir. TRY getiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü serinin kendi oynaklığını % 9.911 kadar arttırmaktadır. Buna göre, TRY döviz kuru piyasasında oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır.

CNY piyasası oynaklığından TRY piyasası oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{21} parametresi istatistiki olarak anlamlı değildir. TRYpiyasası oynaklığından CNYpiyasası oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{12} istatistiki olarak anlamlıdır. Oynaklık yayılım parametresinin ardıl değeri 0.1544 olarak tahmin edilmiştir. Buna göre, diğer her şey sabitken, TRYpiyasasında oynaklığını arttıran %10'luk bir şok CNY oynaklığını %1.544 seviyesinde arttırmaktadır. TRY piyasasındaki oynaklık şoku CNY piyasasına daha sonraki bir zamanda aktarılmaktadır. Bu sonuçlara göre, CNYve TRY getiri serileri arasında tek yönlü oynaklık etkileşimi bulunmaktadır. Diğer bir ifade ile TRY piyasasından CNY piyasasına doğru oynaklık yayılma etkisi bulunmaktadır. Eşzamanlı ve sabit korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} katsayısı pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. 0.09871 olarak tahmin edilen korelasyon katsayısı son derece düşüktür. Serbestlik derecesi parametresi v'nin ardıl değeri istatistiki olarak anlamlıdır ve 4.973 olarak tahmin edilmiştir.

Tablo 13'de yer alanCCC-t-MSV modellerden elde edilen log-oynaklık süreçlerinin varyansları incelendiğinde, TRY getiri serisinin EUR ve GBPgetiri serilerine kıyasla daha yüksek oynaklık belirsizliğine sahip olduğu görülmektedir. Öte yandan, RUB ve CNY serilerinin oynaklık değişkenliği TRY serisine kıyasla daha yüksek değerli elde edilmiştir.

Tablo 14. EUR-RUB, EUR-GBP ve EUR-CNY İkili Getiri Serileri için CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları

	CCC-t- MSV		
Parametreler	**EUR-RUB**	**EUR- GBP**	**EUR -CNY**
	(a)	**(b)**	**(c)**
μ_1	-2.552	-2.459	-2.292
	[-3.125, -1.868]	[-2.941, -1.846]	[-2.8, -1.762]
μ_2	-2.977	-3.017	-6.734
	[-4.255, -1.889]	[-3.35, -2.599]	[-7.076, -6.328]
ϕ_{11}	0.9939	0.8948	0.9945
	[0.9841, 0.9992]	[0.7052, 0.9902]	[0.9858, 0.9994]
ϕ_{22}	0.9916	0.8107	0.8071
	[0.9815, 0.9984]	[0.5271, 0.9623]	[0.7369, 0.8709]
ϕ_{21}	-0.001473	0.1151	0.0496
	[-0.01463, 0.01441]	[0.01922, 0.2779]	[-0.03691, 0.1423]
ϕ_{12}	0.002578	0.1582	6.069E-4
	[-0.001798, 0.0078]	[0.007392, 0.446]	[-0.00625, 0.00683]
$\sigma_{\eta 1}$	0.07234	0.08996	0.06926
	[0.0548, 0.0941]	[0.06147, 0.13]	[0.0496, 0.09465]
$\sigma_{\eta 2}$	0.1591	0.09491	0.811
	[0.1219, 0.2037]	[0.06089, 0.1487]	[0.6618, 0.9611]
ρ_{ε}	0.4953	0.6111	0.1242
	[0.4464, 0.5443]	[0.5729, 0.6478]	[0.05884, 0.1986]
v	7.824	15.51	24.48
	[5.824, 11.24]	[9.906, 25.68]	[11.24, 49.12]

Not: (a): 1:EUR, 2: RUB; **(b):** 1:EUR, 2:GBP; **(c):** 1:EUR, 2:CNY.

Tablo 14 (a) panelinde yer alan EUR ve RUB serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, EUR endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9939olarak tahmin edilmiştir. Bu değer 1 değerine çok yakın olduğundan EUR endeksine ait oynaklığın kalıcı özelliğe sahip olduğunu söylemek mümkündür. Buna göre, EUR piyasasında oynaklığı arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 9.939 arttırmaktadır. RUB endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.9916 olarak tahmin

edilmiştir. RUB getiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü serinin kendi oynaklığını % 9.916 kadar arttırmaktadır. EUR ile RUB getiri serilerinde oynaklık kümelenmesi bulunmaktadır.

EUR ve RUB getiri serileri arasındaki karşılıklı oynaklık etkişeleşimini gösteren ϕ_{21} ve ϕ_{12} yayılım parametreleri istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre EUR ve RUB getiri serileri arasında karşılıklı bir oynaklık yayılma etkisi mevcut değildir. Ayrıca, eşzamanlı ve sabit korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.4953 olarak tahmin edilmiştir. Buna göre, EUR ve RUB getirileri arasında pozitif yönlü ve orta düzeyde bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi v 'nin ardıl ortalama değeri 7.824 olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

Tablo 14 (b) panelindeki EUR ile GBP getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, EUR endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.8948 olarak tahmin edilmiştir. EUR endeksine ait oynaklık kalıcı özelliğe sahiptir. Buna göre, EUR endeksi oynaklığını arttıran%10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 8.948 arttırmaktadır. GBP endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.8107olarak tahmin edilmiştir. GBP getiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını %8.107 kadar arttırmaktadır. EUR ve GBP getiri serilerinde oynaklık kümelenmesi bulunmaktadır.

EUR endeksi oynaklığından GBP oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{21} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Oynaklık yayılım parametresinin ardıl değeri 0.1151 olarak tahmin edilmiştir. Buna göre, EUR getiri endeksi oynaklığını arttıran %10'luk bir şok GBP getiri serisi oynaklığını %1.151 arttırmaktadır.GBP getiri endeksi oynaklığından EUR endeksi oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{12} yayılım parametresinin ardıl değeri 0.1582'dir. Bu değer istatistiki olarak anlamlıdır. GBP getiri endeksi oynaklığını arttıran %10'luk bir şok EUR getiri serisi oynaklığını %1.582 seviyesinde arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre, EURve GBP getiri serileri arasında karşılıklı oynaklık yayılım etkisi bulunmaktadır. Bir piyasasında ortaya çıkan oynaklık şoku diğer piyasaya daha sonraki bir zamanda aktarılmaktadır. Elde edilen

bu sonuç Inagaki (2007)'nin elde ettiği sonuç ile aynıdır. Eşzamanlı ve sabit korelasyon değerini ifade eden ρ_ε pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.6111olarak elde edilmiştir. Buna göre, EUR ve GBP döviz kurları arasında pozitif korelasyon bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi v'nin değeri istatistiki olarak anlamlıdır ve 15.51 olarak tahmin edilmiştir.

Tablo 14 (c) panelindeki EUR ile CNY getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, EUR endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9945olarak tahmin edilmiştir. EUR endeksine ait oynaklık kalıcı özelliğe sahiptir. Buna göre, EUR endeksi oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 9.945 kadar arttırmaktadır. CNY endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.8071olarak tahmin edilmiştir. CNY getiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını %8.071 kadar arttırmaktadır. EUR ve CNY getiri serilerinde oynaklık kümelenmesi bulunmaktadır.

EUR ve CNY getiri serileri arasındaki karşılıklı oynaklık etkileşimini gösteren ϕ_{21} ve ϕ_{12} yayılım parametreleri istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre EUR ve CNY getiri serileri arasında karşılıklı bir oynaklık yayılmaetkisi bulunmamaktadır. Ayrıca, eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_ε pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.1242 olarak elde edilmiştir. Buna göre, EUR ve CNY getirileri arasında pozitif yönlü ve çok düşük düzeyde bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi v'nin ardıl ortalama değeri 24.48olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

Tablo 14'de yer alan CCC-t-MSV modellerden elde edilen log-oynaklık süreçlerinin varyansları incelendiğinde, RUB, GBP ve CNY getiri serilerinin oynaklık belirsizliği EUR serisine kıyasla daha yüksektir. Özellikle CNY serisinin oynaklık kararsızlığı EUR serisine kıyasla son derece yüksek değerli elde edilmiştir.

Tablo 15. RUB-GBP, RUB-CNY ve GBP-CNY İkili Getiri Serileri için CCC-t- MSV Model Tahmin Sonuçları

	CCCt- MSV		
Parametreler	**RUB-GBP**	**RUB-CNY**	**GBP-CNY**
	(a)	**(b)**	**(c)**
μ_1	-3.263	-3.022	-3.163
	[-4.344, -2.347]	[-4.061, -2.072]	[-3.459, -2.757]
μ_2	-3.392	-7.079	-6.811
	[-3.806, -2.924]	[-7.523, -6.703]	[-7.163, -6.391]
ϕ_{11}	0.9935	0.9921	0.9764
	[0.9834, 0.999]	[0.9818, 0.9988]	[0.9181, 0.9957]
ϕ_{22}	0.9807	0.8031	0.7835
	[0.9542, 0.9955]	[0.7369, 0.8631]	[0.685, 0.8553]
ϕ_{21}	0.002332	0.05365	0.18
	[-0.002783, 0.009633]	[0.001284, 0.1096]	[-0.02662, 0.7391]
ϕ_{12}	-0.005794	-0.0017	0.005148
	[-0.02724, 0.01514]	[-0.01185, 0.00861]	[-0.002464, 0.01481]
$\sigma_{\eta 1}$	0.143	0.1564	0.08152
	[0.1119, 0.1948]	[0.1225, 0.2003]	[0.05485, 0.1117]
$\sigma_{\eta 2}$	0.09709	0.8814	0.9043
	[0.07373, 0.1345]	[0.7341, 1.025]	[0.746, 1.066]
ρ_{ε}	0.391	0.1443	0.1405
	[0.3396, 0.4403]	[0.08393, 0.2036]	[0.07934, 0.1993]
ν	10.28	12.85	28.42
	[6.953, 15.22]	[8.145, 19.93]	[15.69, 47.88]

Not: (a): 1: RUB, 2: GBP;(b): 1:RUB, 2: CNY;(c): 1: GBP, 2: CNY.

Tablo 15 (a)'daki RUB ile GBP getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, RUB getiri serisinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9935 olarak tahmin edilmiştir. RUB getiri serisine ait oynaklık kalıcı özelliğe sahiptir. Buna göre, RUBendeksi oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını %9.935 kadar arttırmaktadır. GBP endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.9807 olarak tahmin edilmiştir. GBP getiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü

endeksin kendi oynaklığını %9.807 kadar arttırmaktadır. RUB ve GBP getiri serilerinde oynaklık kümelenmesi bulunmaktadır.

RUB ve GBP getiri serileri arasındaki karşılıklı oynaklık etkileşimini gösteren ϕ_{21} ve ϕ_{12} yayılım parametreleri istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre RUB ve GBPgetiri serileri arasında karşılıklı bir oynaklık yayılma etkisi bulunmamaktadır. Ayrıca, eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.391 olarak elde edilmiştir. Buna göre, RUB ve GBPgetirileri arasında pozitif yönlü ve düşük seviyede bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi ν 'nin ardıl ortalama değeri 10.28 olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

Tablo 15 (b)'de yer alan RUB ve CNY piyasalarına ilişkin sonuçlar incelendiğinde, RUB getiri serisinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9921 olarak tahmin edilmiştir. RUB getiri serisine ait oynaklık kalıcı özelliğe sahiptir. Buna göre, RUB piyasası içinde ortaya çıkan %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını %9.921 kadar arttırmaktadır. CNY endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.8031olarak tahmin edilmiştir. CNY piyasasında ortaya çıkan%10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını %8.031 kadar arttırmaktadır. RUB ve CNY getiri serilerinde oynaklık kümelenmesi bulunmaktadır.

RUB ve CNY getiri serileri arasında karşılıklı bir oynaklık yayılma etkisi bulunmamaktadır. Ancak tek yönlü oynaklık etkileşimi söz konusudur. Buna göre, RUB piyasasında ortaya çıkan %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü CNY serisinin oynaklığını %0.5365 kadar arttırmaktadır. Ayrıca, eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.1443 olarak elde edilmiştir. Buna göre, RUB ve CNY getirileri arasında pozitif yönlü ve çok düşük seviyede bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi ν 'nin ardıl ortalama değeri 12.85 olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

Tablo 15 (c)'deki GBP ile CNY getiri serilerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde, GBP getiri serisinin kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını gösteren

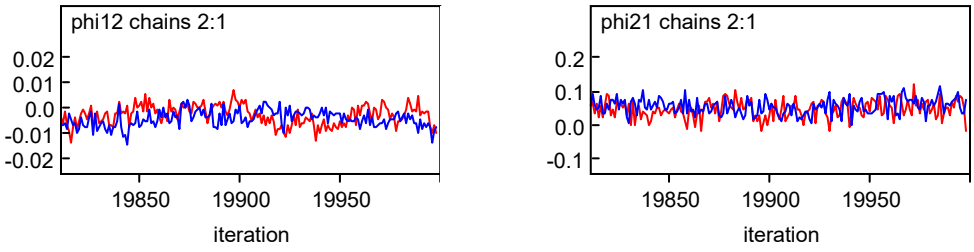
ϕ_{11} parametresi istatistiki olarak anlamlıdır. Parametrenin ardıl ortalama değeri 0.9764olarak tahmin edilmiştir. GBP getiri serisine ait oynaklık kalıcı özelliğe sahiptir. Buna göre, GBP endeksi oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını % 9.764 kadar arttırmaktadır. CNY endeksi için oynaklığın sürekliliğini gösteren ϕ_{22} parametresi 0.7835olarak tahmin edilmiştir. CNY getiri serisinin oynaklığını arttıran %10'luk bir oynaklık şoku bir sonraki işlem günü endeksin kendi oynaklığını %7.835 kadar arttırmaktadır. GBPve CNY getiri serilerinde oynaklık kümelenmesi bulunmaktadır.

GBP ve CNY getiri serileri arasındaki karşılıklı oynaklık etkileşimini gösteren ϕ_{21} ve ϕ_{12} yayılım parametreleri istatistiki olarak anlamlı değildir. Buna göre, GBP ve CNYgetiri serileri arasında karşılıklı bir oynaklık yayılmaetkisi bulunmamaktadır. Ayrıca, eşzamanlı korelasyon değerini ifade eden ρ_{ε} pozitif değerli ve istatistiki olarak anlamlıdır. Bu değer 0.1405 olarak elde edilmiştir. Buna göre, GBP ve CNY getirileri arasında pozitif yönlü ve çok düşük seviyede bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır. Serbestlik derecesi parametresi v 'nin ardıl ortalama değeri 28.42 olarak tahmin edilmiştir ve değer istatistiki olarak anlamlıdır.

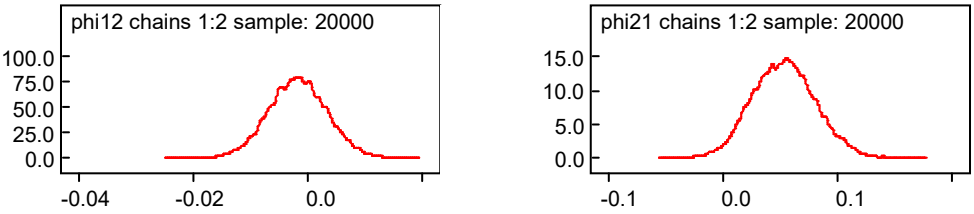
Tablo 15'deki CCC-t-MSV modellerden elde edilen log-oynaklık süreçlerinin varyansları incelendiğinde, RUB serisi GBP'ye göre daha yüksek oynaklık kararsızlığına sahiptir. Öte yandan CNY serisi hem RUB hemde GBP'ye kıyasla çok daha yüksek değerli oynaklık değişkenliğine sahiptir.

Şekil 37. RUB –CNY Serileri için CCC-t-MSV Modelden Elde Edilen Oynaklık Yayılım Parametrelerinin İz Grafiği ve Kernel Yoğunlukları

(a)(b)

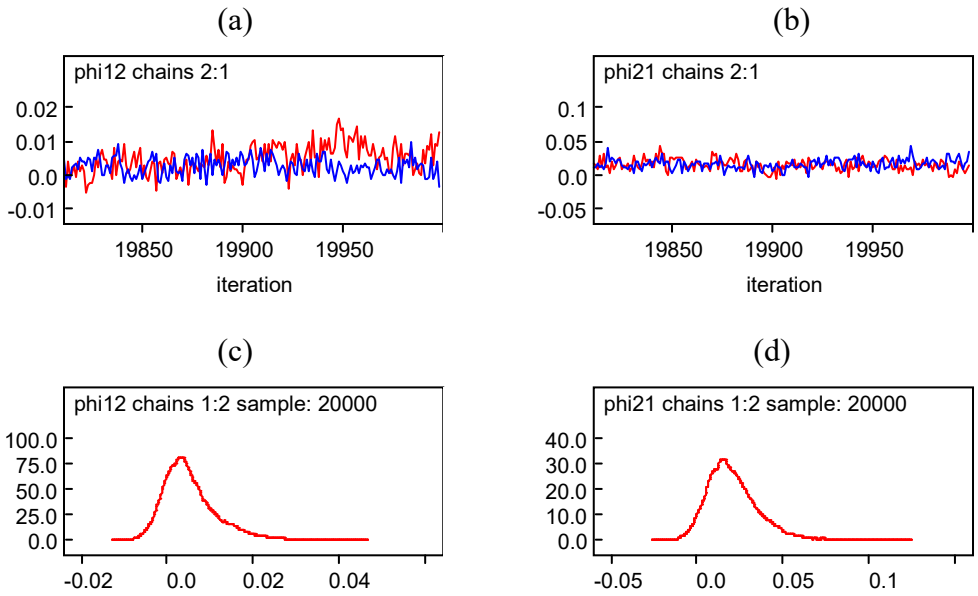


(c)(d)



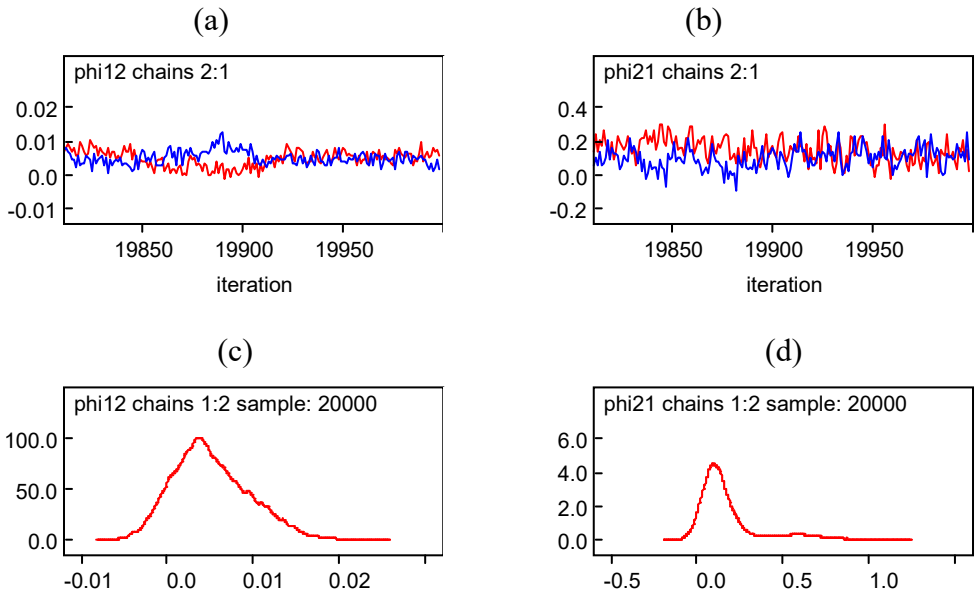
Şekil 37- (a) ve (b)'de RUB –CNY Serileri için CCC-t-MSV modelden elde edilen oynaklık yayılım parametrelerinin iz grafiği ve kernel yoğunlukları yer almaktadır. Oynaklık yayılım parametreleri için zincirlerin büyük ölçüde çakışmakta ve birbiri ile bağdaşmakta olduğu görülmektedir. Bu durum parametrelerin kendi denge dağılımlarına hızla yakınsadığını göstermektedir. Şekil 37- (c) ve (d)'de yer alan kernel yoğunluklar incelendiğinde yayılım parametrelerinin ardıl dağılımlarının normal dağılım olduğu görülmektedir.

Şekil 38. GBP-TRY Serileri için CCCt-MSV Modelden Elde Edilen Oynaklık Yayılım Parametrelerinin İz Grafiği ve Kernel Yoğunlukları



Şekil 38 - (a) ve (b)'de GBP-TRY serilerinin oynaklık yayılım parametreleri için Markov zincirlerine ait iz grafikleri yer almaktadır. İz grafikleri her bir zincir için gerçekleşen değerlerin çizimini göstermektedir. GBP-TRY serileri yayılım parametreleri için zincirlerin büyük ölçüde çakışmakta ve birbiri ile bağdaşmakta olduğu görülmektedir. Bu durum parametrelerin kendi denge dağılımlarına hızla yakınsadığını göstermektedir. Şekil 38- (c) ve (d)'de yer alan kernel yoğunluklar incelendiğinde yayılım parametrelerinin ardıl dağılımlarının normal dağılım olduğu görülmektedir.

Şekil 39. GBP-CNY Serileri için CCC-t-MSV Modelden Elde Edilen Oynaklık Yayılım Parametrelerinin İz Grafiği ve Kernel Yoğunlukları



Şekil 39 (a) ve (b)'de GBP-CNY serileriiçin yayılım parametrelerine ait zincirlerin salınımının yavaş olduğu görülmektedir. Buna göre yakınsamanın daha yavaş gerçekleştiği söylenebilir. Şekil 39 (c) ve (d)'deki Kernel yoğunluklar incelendiğinde yayılım parametrelerinin ardıl dağılımlarının normal dağılım olduğu görülmektedir.

SONUÇ

Küreselleşme ve dünya piyasaları arasında entegrasyon artışı finansal piyasalardaki karşılıklı bağımlılığı ve etkileşimi arttırmıştır. Böylece bir piyasada ortaya çıkan oynaklık sadece piyasanın kendi içinde değil aynı zamanda diğer piyasalarda da oynaklığı arttırabilir hale gelmiştir. Bu nedenle son yıllarda ekonomi ve finans literatüründe oynaklığın analizi önem kazanmıştır.

Finansal varlıkların; zaman içinde değişen oynaklık, serisel korelasyon ve oynaklık kümelenmesi gibi ampirik özelliklerini modellemek amacıyla ARCH/GARCH modeller ilk kez Engle (1982) ve Bollerslev (1986) tarafından önerilmiştir. Oynaklıkların gözlem kaynaklı olduğu GARCH modellere alternatif bir yaklaşım olan SV model ise ilk kez Taylor (1986) tarafından ortaya atılmıştır. SV modeller GARCH modellere kıyasla daha esnek modeller olmakla birlikte oynaklıklar parametre kaynaklıdır.

GARCH ve SV modellerin finansal serilerin analizinde sağladığı başarı, bu modellerin çok değişkenli yapılarına olan ilginin artmasını sağlamıştır. Çok değişkenli GARCH modeller son derece yaygın olarak tercih edilirken çok değişkenli SV modellere ilişkin çalışmalar sınırlı sayıda kalmıştır. Bu durumun en önemli nedeni ise SV modellerin klasik istatistiki yaklaşım ile çözümünün son derece karmaşık olmasıdır. Bu nedenle SV modellere ilişkin çok sayıda tahmin yöntemi önerilmiştir. Bu yöntemler içinde SV modellerin en kolay ve etkin tahminini sağlayan yöntem ise Bayesyen analize dayalı bir tahmin yöntemi olan MCMC yöntemidir.

Finansal ve makroekonomik karar verme süreçleri açısından döviz piyasalarına ait oynaklık ve korelasyon tahminleri önemli bir yer tutmaktadır. Zira yabancı para türevleri ile yabancı paraya dayalı menkul kıymetlerin değerleri döviz değerlerine bağlı olmaktadır. Öte yandan bu piyasalarda ortaya çıkan oynaklık süreçleri ithalat ve ihracat fiyatlarında, uluslararası rezerv değerlerinde, döviz alım satımında belirsizliğe yol açmaktadır. Dolayısıyla döviz piyasaları için oynaklığın ve korelasyonların tahmini önem arz etmektedir.

Bu çalışmada döviz piyasalarındaki oynaklığın ve oynaklık yayılmalarının analizi MGARCH ve MSV modellerinin Bayesyen tahmini ile gerçekleştirilmiştir. Literatür incelendiğinde, borsa verilerinin beş değişkenli yapıda MGARCH ve MSV modelleri ile analiz edildiği bir çalışma bulunmasına karşın beş döviz kuruna ait

oynaklık sürecinin beş değişkenli MGARCH ve MSV modeller çerçevesinde eşanlı olarak ele alındığı ve MCMC yöntemi ile tahmin edildiği çalışma bulunmamaktadır. Bu, çalışmanın özgünlüğünü ortaya koymaktadır. Çalışmanın bir diğer önemli özelliği ise çok değişkenli oynaklık modellerinin her ikisi için tahminlerin Bayesyen analize dayalı MCMC yöntemi ile gerçekleştirilmiş olmasıdır. Böylece MGARCH ve MSV modelleri DIC'ye göre karşılaştırılarak elde edilen sonuçlar değerlendirilebilmiştir.

Uygulamada ilk olarak, ruble, yuan, avro, sterlin ve Türk lirası döviz kurlarına ait oynaklığın ve korelasyonun tahmini için standart MGARCH, sabit korelasyonlu MGARCH (CCC-MGARCH), Student-t hatalı MGARCH (CCC-t-MGARCH) modeller tahmin edilmiştir. Ardından çok değişkenli GARCH modeller ile karşılaştırma yapmak amacıyla oynaklığın gizil bir değişken olarak ele alındığı standart MSV, sabit korelasyonlu MSV (CCC-MSV), Student-t hatalı MSV (CCC-t-MSV) modellerin Bayesyen tahminleri elde edilmiştir.

Standart, CCC ve CCC-t-MGARCH ve MSV modelleri karşılaştırıldığında oynaklık sürekliliği için en yüksek ardıl ortalama değerleri Standart MGARCH ve Standart MSV modellerden elde edilmiştir. CCC-t-MGARCH ve CCC-t-MSV modeller ise oynaklık sürekliliği için en düşük ardıl ortalama değerleri vermiştir.

Döviz kurları arasındaki korelasyon ilişkisinin belirlenmesi amacıyla CCC-MGARCH, CCC-t-MGARCH, CCC-MSV ve CCC-t-MSV modellerden korelasyon matrislerinin ardıl ortalama değerleri elde edilmiştir. Bu modellere ait ardıl korelasyon değerlerinin belirlenmesi son derece güç olmaktadır. Zira iki değişkenli çerçevede korelasyon matrisi için önsel değerler kolaylıkla belirlenebilirken ikiden fazla değişkenli durumlarda korelasyon matrisi değerlerinin elde edilmesi kolay olmamaktadır. Bu nedenle çalışmada Chang, Qian ve Jian (2012) tarafından önerilen Cholesky ayrıştırmasına dayanan algoritma kullanılmıştır. Buna göre, ele alınan dönemdedöviz piyasaları arasındaki korelasyon ilişkisinin zayıf olduğu görülmektedir. Öte yandan, CCC ve CCC-t-MGARCH modellere kıyasla CCC ve CCC-t-MSV modellerden daha yüksek ardıl korelasyon değerleri elde edilmiştir. CCC-t-MSV model korelasyon matrisine göre, avro ile en yüksek korelasyona sahip kur sterlindir. Ele alınan dönemde avro ve sterlin arasında orta seviyede pozitif korelasyon ilişkisi bulunmuştur. Bu sonuç beklentileri karşılamaktadır. Zira İngiltere'nin dış ticaretinde Avrupa önemli bir piyasa olarak karşımıza çıkmaktadır.

Döviz kuru riski, döviz kurundaki değişime bağlı olarak para kaybı anlamına gelmektedir. Oynaklık ise döviz kurunu daha riskli hale getirmektedir. Bu nedenle oynaklık uluslararası ticaret ve yatırımlara yönelik kararların alınmasını zorlaştırmaktadır. Riskleri diğer bir ifade ile oynaklığın belirsizliği bakımından piyasaları değerlendirmek için beş değişkenli MSV modellerde ile logaritmik oynaklık süreçlerinin varyansları başka bir ifade ile oynaklığın değişkenliği parametreleri tahmin edilmiştir.

Yükselen ekonomilerin başında gelen Çin'in para birimi yuanın yüksek oynaklık değişkenliğine sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Zira yükselen piyasa ekonomilerinde ortaya çıkan oynaklığın bir bölümü uygulanan politikalar ile teşvik edilen bir yapıdadır. Döviz politikaları ile ilgili bazı kararlar, piyasanın kendi içinde, politika şoklarına neden olabilmektedir. Kısa vadeli hedeflere ulaşma amacıyla izlenen politikalar neticesinde sürdürülebilir olmayan reel döviz kuru değerlenmesi gibi sorunlar ortaya çıkabilmektedir. Öte yandan esnek döviz kuru sistemlerinde geçici şoklar emilerek değişimlere daha kolay uyum sağlanabilmektedir. Analiz dönemi itibariyle sabit kuru rejimi uygulayan Çin'in para birimi yuanın esnekliğinin arttırması durumunda şoklardan daha az etkilenerek denge seviyesine hızla yakınsaması beklenmektedir. Çin, yuanın Özel Çekme Hakları sepetine dahil edilmesini talep ederek bu sayede yuanı uluslararası bir para birimi haline getirmiştir. Küresel piyasaların birbirine bağımlı hale geldiği dönemde yuanın Özel Çekme Hakları sepetine dahil edilmesinin küresel ekonominin büyüme ve istikrarına katkı sağlayacak gelişmeleri beraberinde getireceği beklenmektedir.

Oynaklık süreçlerinin analizinde kalın kuyruk dağılımının mutlaka tercih edilmesi gerektiği görülmektedir. Zira kalın kuyruk dağılımına izin veren CCC-t-MGARCH ve MSV modellerin serbestlik derecesi parametreleri istatistiki olarak anlamlıdır. Öte yandan DIC kriteri kalın kuyruk dağılımına izin veren bu modeller için daha düşük değerli olarak elde edilmiştir. CCC-t-MGARCH ve CCC-t-MSV modellerden veri ile en iyi uyuma sahip model ise DIC kriterine göre, CCC-t-MSV model olarak belirlenmiştir. Ayrıca, CCC-t-MSV modelden elde edilen ardıl serbestlik derecesi CCC-t-MGARCH modele kıyasla daha yüksektir. Bu durum MSV modelin oynaklık sürecini daha dinamik bir yapıda tahmin etmesinden kaynaklanmaktadır. Bu

bakımdan değerlendirildiğinde getiri serilerinin oynaklık süreçlerinin tahmininde MSV modellerin daha üstün olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Beş değişkenli CCC-t-MSV model sonuçlarına göre, oynaklık kalıcılığının en yüksek olduğu döviz kuru rubledir. Rublenin ardından avro ve sterlin oynaklığın kalıcı etkilere sahip olduğu diğer döviz kurlarıdır. Oynaklığın kalıcı etkiler göstediği bu piyasalarda aynı zamanda oynaklık kümelenmesi oluşmaktadır.

Döviz kuru getiri serilerinin beş değişkenli yapıda ele alınarak tahmin edildiği ilk uygulamada, getiri serilerindeki oynaklık sürekliliği, oynaklık belirsizliği ve korelasyon ilişkisi ortaya konulmuş ardından serilerdeki oynaklık sürecini en iyi tanımlayan model seçilmiştir. Öte yandan, herhangi bir döviz kuru piyasasında meydana gelen bir şokun diğer piyasaların oynaklık süreçlerine ne kadar ve ne yönde etki ettiğini belirlemek önem taşımaktadır.Ancak beş değişkenli MGARCH ve MSV modellerin yapısı ve parametre uzaylarının yüksek boyutlu olması nedeniyle mevcut bilgisayar teknolojisi ile seriler arasındaki karşılıklı oynaklık yayılım parametreleri tahmin edilememiştir. Bu nedenle döviz kuru getiri serileri arasındaki karşılıklı bağımlı oynaklık etkileşimleri veri ile en iyi uyuma sahip model olarak belirlenen CCC-t-MSV modeliniki değişkenli yapıda ele alınmasıyla incelenebilmiştir. İki değişkenli CCC-t-MSV modellerin tahmini beş değişkenli yapıya kıyasla oldukça kolay ve hızlı gerçekleşmektedir. Bu bakımdan, ele alınan getiri serileri için beş değişkenli yapıya kıyasla daha fazla gözlem kullanılmıştır.

İki değişkenli CCC-t-MSV model sonuçları incelendiğinde, her bir döviz kurunun kendi oynaklığını ve oynaklığın kalıcılığını gösteren süreklilik parametrelerinin son derece yüksek değerli tahmin edildiği görülmektedir. Buna göre, döviz kuru getiri serilerinin büyük oranda kendi piyasalarında meydana gelen şoklardan etkilendiği söylenebilmektedir. Bu durum cari oynaklığı belirleme ve açıklamada geçmiş oynaklıkların büyüklüğünün ölçülmesinin önemini göstermektedir.

Oynaklık yayılma etkisi incelendiğinde, döviz piyasaları arasında iki yönlü karşılıklı oynaklık yayılımı yalnızca avro ve sterlin piyasaları için istatistiki olarak anlamlı bulunmuştur. Buna göre, her iki piyasa oynaklığı diğer piyasada ortaya çıkan bir şoktan pozitif yönde etkilenmektedir. Sterlin piyasasında ortaya çıkan bir şok avropiyasasında oynaklığı arttırmaktadır. Benzer bir biçimde avro piyasasında ortaya

çıkan bir şok sterlin piyasasında oynaklığı arttırmaktadır. Döviz kuru getiri serileri arasındaki tek yönlü oynaklık yayılım ilişkileri ele alındığında, Türk lirasından yuan ve avroya doğru düşük seviyede pozitif ve istatistiki olarak anlamlı oynaklık yayılımı bulunmaktadır. Buna ek olarak, ruble serisinden yuan getiri serisine doğru pozitif ve istatistiki olarak anlamlı bir oynaklık yayılım etkisi görülmektedir. Ele alınandiğer döviz kuru getiri serileri arasında oynaklık yayılım etkisinin ortaya çıkmadığı görülmektedir. Buna göre, şokların temel kaynağının döviz piyasalarına özgü esaslardaki değişimler olduğu sonucuna ulaşılabilir. Ayrıca oynaklık yayılımı piyasalar arasındaki bilgi aktarımı ile yakından ilişkilidir. Ding ve Vo (2012) çalışmalarında piyasaların durgun olduğu dönemlerde bir piyasadaki bilginin diğer bir piyasaya hızlı bir biçimde aktarıldığını ve söz konusu yeni bilgininpiyasa tarafından içselleştirildiğini böylece oynaklık yayılımının ortaya çıkmadığını belirtmektedir. Diğer taraftan yetersiz bilgi aktarımının söz konusu olduğu kriz dönemlerinde ise oynaklık yayılımının söz konusu olduğunu ifade edilmektedir. Benzer olarak, Coudert ve diğerleri (2011) çalışmalarında büyük krizlerin döviz kurlarında büyük oynaklık yayılımına neden olduğunu belirterek kriz sonrası dönemlerde seriler arasında güçlü oynaklık yayılımının görüldüğünü belirtmektedir. Buna göre, çalışmada ele alınan dönemde küresel anlamda tüm döviz piyasalarını etkileyen bir kriz dönemi söz konusu değildir. Bu nedenle ikili döviz kuru getiri serileri için çok yüksek değerli karşılıklı oynaklık yayılım değerleri elde edilmemiştir.

İkili döviz kuru getiri serilerinin risklerinikarşılaştırmak üzere iki değişkenli CCC-t-MSV modellerin logaritmik oynaklık süreçlerinin kararsızlığı tahmin edilmiştir. Buna göre, analiz dönemi için, Türk lirası, avro ve sterline göre daha yüksek oynaklık değişkenliğine sahiptir.Avro karşısında Türk lirası, ruble, sterlin ve yuan daha risklidir. Zira oynaklık kararsızlığı bu seriler için daha yüksektir. Yuan ise Türk lirası, avro, ruble ve sterline kıyasla daha yüksek oynaklık değişkenliğine sahiptir. Ruble ise sterlin, avro ve Türk lirasına göre daha yüksek oynaklık belirsizliğine sahip döviz kurudur. Beş değişkenli MSV modellerden elde edilen oynaklık belirsizliği tahminleri ile uyumlu olarak iki değişkenli yapıda da yuan serisi en yüksek oynaklık değişkenliğine sahip seridir. Yuan serisinin ardından yükselen ekonomilerden Rusya ve Türkiye'nin para birimleri olan ruble ve liranın, avro ve sterline kıyasla daha fazla oynaklık kararsızlığına sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre, şoka eğilimli

yükselen ekonomilerin şoklara karşı kırılganlığının azalabilmesi için esnek kuru rejiminden yararlanmanın ötesinde makro iktisadi ortamdaki büyük değişimler karşısında güçlü olmalarını sağlayacak politikalara ve finansal düzenlemelere daha fazla ihtiyaç duymaktadırlar.

Tahmin edilen tüm modellerde döviz kurları getiri serileri arasındaki eş zamanlı ve sabit korelasyon katsayıları pozitif değerlerli ve istatistiki olarak anlamlı bulunmuştur. Zira döviz kurlarının değerleri genellikle birbirleri ile aynı yönde korelasyonlu olması beklenen bir durumdur.

KAYNAKÇA

Aizenman, J. ve Pinto, B. (2005). *Managing Economic Volatility and Crises: A Practitioner's Guide.* Cambridge: Cambridge University Press.

Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis, Volume III: Pricing, Hedging and Trading Financial Instruments.* John Wiley and Sons Ltd, Chichster.

Andersen, T.G. ve Sørensen, B.E. (1996). GMM Estimation of a Stochastic Volatility Model: A Monte Carlo Study. *Journal of Business and Economic Statistics*. 14(3): 328-352.

Andersen, T.G. ve Bollerslev, T. (1998). Towards a Unified Framework for High and Low Frequency Return Volatility Modeling. *Statistica Neerlandica.* 52(3): 273-302.

Andersen, T. G. (2000) Some Reflections on Analysis of High-Frequency Data, *Journal of Business and Economic Statistics*. 18(2): 146-153.

Andersen, T., Bollerslev, T., Diebold, F.X. ve Labys, P. (2003). Modeling and Forecasting Realized Volatility, *Econometrica*. 71: 529-626.

Ardia, D. (2008). Financial Risk Management with Bayesian Estimation of GARCH Models: Theory and Applicaions (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems).

Asai, M. ve McAleer, M. (2006). Asymmetric Multivariate Stochastic Volatility. *Econometric Reviews.* 25(2–3):453–473.

Asai, M., McAleer M. ve Yu, J. (2006). Multivariate Stochastic Volatility: A Review. *Econometric Reviews.*25(2-3):145-175.

Asai, M. (2005). Comparison of MCMC Methods for Estimating Stochastic Volatility Models. *Computational Economics.* 25(3): 281–301.

Asseburg, C. "An Introduction to Using WinBUGS for Cost- Effectiveness Analyses in Health Economics- Part 3: Model Selection". **Lecture Note**, 2007,http://www.stat.missouri.edu/~dsun/8640/Model_selection.pdf, s.1-26.

Baillie, R.T. and Bollerslev, T.(1990). A Multivariate Generalized ARCH Approach to Modeling Risk Premia in Forward Foreign Exchange Rate Markets. *Journal of International Money and Finance*. 9: 309-324.

Barnard, J., McCulloch, R. ve Meng, X. (2000). Modeling Covariance Matrices in Terms of Standard Deviations and Correlations, With Applications To Shrinkage. *Statistica Sinica*. 10: 1281–1311.

Bauwens, L. ve Lubrano, M. (1998). Bayesian Inference on GARCH Models Using The Gibbs Sampler. *Econometrics Journal.* 1: 23–46.

Bansal, R., Gallant, A.R., Hussey, R. ve Tauchen, G. (1995). Nonparametric Estimation of Structural Models for High- Frequancy Currency Market Data. *Journal of Econometrics*. 66:251-287.

Bauwens, L., Omrane, W. B., Giot, P. (2005).News Announcements, Market Activity And Volatility in The Euro/Dollar Foreign Exchange Market. *Journal of International Money and Finance*. 24: 1108- 1125.

Bauwens L., Laurent S. ve Rombouts, J. V. K. (2006). Multivariate GARCH Models: A Survey. *Journal of Applied Econometrics.* 21(1): 79-109.

Bauwens, L., Hafner, C., ve Laurent, S. (2012). *Wiley Handbooks in Financial Engineering and Econometrics: Handbook of Volatility Models and Their Applications.* USA: Wiley.

Beg, R. A. ve Anwar, S. (2012). Sources of Volatility Persistence: A Case Study of The U.K. Pound/U.S. Dollar Exchange Rate Returns. *North American Journal of Economics and Finance*. 23: 165-184.

Berg, A., Meyer, R. ve Yu, J. (2004). Deviance Information Criterion for Comparing Stochastic Volatility Models. *Journal of Business and Economic Statistics*. 22(1) :107-120.

Black, F. (1976). Studies in Stock Price Volatility Changes. *American Statistical Association.* Proceedinos of the 1976 Business Meetino of the Business and Economic Statistics Section. 177-181.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics.* 31(3): 307-327.

Bollerslev, T., Robert, F.E. ve Wooldridge, J.M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy.* 96(1):116-131.

Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model. *The Review of Economics and Statistics.* 72(3): 498–505.

Bollerslev, T., Chou, R.Y., Kroner, K.F. (1992). ARCH Modeling in Finance. *Journal of Econometrics. 52:5-59.*

Bollerslev, T. ve Wooldridge, J. M.. (1992). Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models With Time-Varying Covariances.*Econometric Reviews.* 11(2): 143-172.

Bos, C. S. ve Shephard, N. (2006). Inference for Adaptive Time Series Models: Stochastic Volatility and Conditionally Gaussian State Space Form. *Econometric Reviews*, 25(2-3): 219-244.

Broto, C. ve Ruiz, E. (2004). Estimation Methods For Stochastic Volatility Models: A Survey. *Journal of Economic Surveys.* 18(5): 613–649.

Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance.* Cambridge: Cambridge University Press.

Campbell, J.Y., Lo, A.W., ve MacKinlay, A.C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Pres. Princeton, New Jersey.

Carlin, B. P., Gelfand, A. E., ve Smith, A. F. M. (1992), Hierarchical Bayesian Analysis of Change Point Problems. *Applied Statistics*. 41(2): 389-405.

Cengiz, M.A., Terzi, E., Şenel, T. ve Murat, N. (2012). Lojistik Regresyonda Parametre Tahmininde Bayesci Bir Yaklaşım. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi.* 12: 15-22.

Cengiz M.A., Senel, T., Terzi, E. ve Terzi, Y. (2013). Doğrusal Regresyonda Markov Zinciri Monte Carlo Yakınsama Kriterlerinin Karşılaştırılması. *International Anatolia Academic Online Journal, Scientific Science.* 1(1): 27-33.

Çetinkaya, Şirzat (2008). <http://www.aktuerlerdernegi.org/staticfiles/files/mcmc_yaklasimi.pdf> Erişim Tarihi: 26.07.2015.

Chan, D., Kohn, R. ve Kirby, C. (2006). Multivariate Stochastic Volatility Models With Correlated Errors. *Econometric Reviews.* 25(2–3): 245–274.

Chan, J. C.C. ve Grant, A. L. (2014). Issues in Comparing Stochastic Volatility Models Using the Deviance Information Criterion. *Centre for Applied Macroeconomic Analysis.* CAMA Working Paper 51/2014.

Chang, C.-Y., Qian, X.-Y. ve Jian, S.-Y. (2012). Bayesian Estimation and Comparison of MGARCH and MSV Models via Winbugs. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. 82(1): 19-39.

Chib, S. ve Greenberg, E .(1996). Markov Chain Monte Carlo Simulation Methods in Econometrics. *Econometric Theory*. 12(3): 409-431.

Chib, S., Nardari, F. ve Shephard, N. (2002). Markov Chain Monte Carlo Methods for Stochastic Volatility Models. *Journal of Econometrics.* 108. 281-316.

Chib, S., Omori, Y. ve Asai, M. (2009). *Multivariate Stochastic Volatility*. Handbook of Financial Time Series (eds. T. G. Andersen, R. A. Davis, Jens-Peter Kreiss and T. Mikosch), Springer-Verlag: New York.

Chortareas, G., Jiang, Y. ve Nankervis, J. C. (2011). Forecasting Exchange Rate Volatility Using High-Frequency Data: Is The Euro Different?.*International Journal of Forecasting. 27: 1089–1107.*

Christie, A.A. (1982). The Stochastic Behavior of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rate Effects. *Journal of Financial Economics.* 10(4): 407-432.

Christodoulakis, G.A. ve Satchell, S.E. (2002). Correlated ARCH (CorrARCH): Modelling The Time-Varying Conditional Correlation Between Financial Asset Returns. *European Journal of Operational Research.*139:351-370.<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221701003617>

Çiçek, M. (2010). Türkiye'de Faiz, Döviz ve Borsa: Fiyat ve Oynaklık Yayılma Etkileri. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi.*65(2):1-28.

Congdon, P. (2006). *Bayesian Statistical Modelling.* London: John Wiley & Sons.

Coudert, V., Couharde, C. and Mignon, V. (2011). Exchange Rate Volatility Across Financial Crises. *Journal of Banking & Finance*. 35: 3010-3018.

Dacorogna, M. M. (2001). *An Introduction to High-frequency Finance*. San Diego: Academic Press.

Danielsson, J. ve Richard, J.F.(1993). Quadratic Acceleration For Simulated Maximum Likelihood Evaluation.*Journal of Applied Econometrics*. 8: 153–173.

Danielsson, J. ve Richard, J.-F. (1993). Accelerated Gaussian Importance Sampler With Application to Dynamic Latent Variable Models. *Journal of Applied Econometrics*. 8 (Supplement: Special Issue on Econometric Inference Using Simulation Techniques): S153-S173.

Danielsson, J. (1994). Stochastic Volatility in Asset Prices Estimation with Simulated Maximum Likelihood. *Journal of Econometrics.* 64(1-2): 375-400.

Danielsson, J. (1998). Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and a Comparison With VGARCH Models. *Journal of Empirical Finance.* 5: 155–173.

Danielsson, J. (2011). *Wiley Finance Series: Financial Risk Forecasting.* Hoboken: Wiley.

DeBacker, J. M., "Microeconomics III". **Lecture Note**, 2015, http://mtweb.mtsu.edu/jdebacker/Lecture10_Notes_SMM.pdf, .s 1-6.

Dempster, A. P. (1974). The Direct Use of Likelihood for Significance Testing. *In Proc. Conf. Foundational Questions in Statistical Inference* (ed. O. Barndorff – Nielsen, P. Blaesild ve G. Schou). 335-352.

Ding, L. ve Vo, M. (2012). Exchange Rates And Oil Prices: A Multivariate Stochastic Volatility Analysis. *The Quarterly Review of Economics and Finance.* 52: 15-37.

Diebold, F.X. ve Nerlove, M. (1989). The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent Factor ARCH Model. *Journal of Applied Econometrics*. 4: 1-21.

Duffie, D. ve Singleton K.J.(1993). Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices. *Econometrica.* 61(4): 929-952.

Durbin, J. ve Koopman, S. J. (1997). Monte Carlo Maximum Likelihood Estimation for Non-Gaussian State Space Models. *Biometrika Trust*. 84(3):669-684.

Ekici, O. (2005). *Bayesyen Regresyon ve WinBUGS ile Bir Uygulama.* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Fakültesi.

Ekici, O. ve Yorulmaz, Ö. (2008). Sapan Gözlem ile Yapısal Kırılma Noktası İlişkisi Ve Bunun Bayesyen Otoresresif Süreçle Tespiti. *Doğuş ÜniversitesiDergisi. 9(2):146-157.*

Ekici, O. (2010). *İktisadi Zaman Serilerinin Modellenmesinde Bayesyen Analizlerin Etkinliği.* (Doktora Tezi). İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Engle, R. (1982).Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*. 50 (4): 987-1007.

Engle, R. F. ve Ng, V.K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News in Volatility. *Journal of Finance.* 48(5):1749–1778.

Engle, R. F. ve Kroner K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized Arch. *Econometric Theory*. 11(1): 122-150.

Engle, R.F. ve Patton, A.J.(2001). What Good is a Volatility Model ?.*Quantıtatıve Fınance.* 1: 237-245.

Engle, R. (2002). Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. *Journal of Business & Economic Statistics.* 20(3): 339-350.

Engle, R. F., (2003). Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice. *Nobel Lecture.* 326- 349.

Eratalay, M. H. (2012). Estimation of Multivariate Stochastic Volatility Models: A Comparative Monte Carlo Study. *European University of Saint Petersburg (EUSP) - Economics Department Working Paper Ec-04/12*.

Ersel, D., Atılgan, Y. K. ve Günay, S. (2011). Olasılıksal Oynaklık Modellerinin Bayesci Çözümlemesi ve Bir Uygulama*. SDU Journal of Science*. 6(1): 62-72.

Fama, E.F. (1963). Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis.*The Journal of Business.* 36(4): 420-429.

Fama, E.F.. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business.*38(1): 34-105.

Fan, J. ve Yao, Q. (2003). *Nonlinear Time Series: Nonparametric And Parametric Methods.* Springer-Verlag New York.

Fioruci, J.A., Ehlers, R.S. ve Filho, M.A. (2014). Bayesian Multivariate GARCH Models With Dynamic Correlations and Asymmetric Error Distributions. Journal of Applied Statistics. 41(2): 320-331.

Francq, C. ve Zakoian, J.M.(2010). *GARCH Models:Structure, Statistical Inference and Financial Applications.* Hoboken: Wiley.

Gamerman, D. ve Lopes, H. F. (2006). *Markov Chain Monte Carlo:Stochastic Simulation for Bayesian Inference.*London:Taylor& Francis Group.

Gallant, A. R. ve Tauchen, G. (1996). Which Moments to Match?.*Econometric Theory.* 12(4): 657-681.

Gallant, A. R., Hsieh D. ve Tauchen, G. (1997). Estimation of Stochastic Volatility Models with Diagnostics. *Journal of Econometrics*. 81(1): 159-192.

Geman, S. ve Geman, D. (1984). Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.* 6(6): 721-741.

Gelman, A. ve Rubin, D.B. (1992). Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences. *Statistical Science*. 7(4): 457-511.

Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., and Rubin, D. B. (2003). *Bayesian Data Analysis*,2nd edition. Chapman and Hall/CRC Press, London.

Giannellis, N. ve Papadopoulos, A. P. (2011). What Causes Exchange Rate Volatility? Evidence From Selected EMU Members And Candidates for EMU Membership Countries. *Journal of International Money and Finance*. 30: 39-61.

Gelfand, A. E. ve Smith, A. F. M. (1990). Sampling-Based Approaches to Calculating Marginal Densities. *Journal of the American Statistical Association*. 85 (410): 398-409.

Gelfand, A. E., Hills, S. E., Racine-Poon, A., ve Smith, A. F. M. (1990). Illustration of Bayesian Inference in Normal Data Models Using Gibbs Sampling. *Journal of the American Statistical Association*, 85 (412): 972-985.

Geweke, J. (1989). Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration. *Econometrica*. 57(6): 1317-1339.

Geweke, J. (1992). *Evaluating the Accuracy Of Sampling-Based Approaches to The Calculation of Posterior Moments*. In Bayesian Statistics *4,* Bernardo, J. M., Berger, J. O., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.), 169-193. Oxford: Oxford University Press.

Geweke, J. (1993). Bayesian Treatment of The Independent Student-t Linear Model. *Journal of Applied Econometrics*. 8: 19–40.

Geweke, J. (1994). Bayesian Comparison of Econometric Models. Working Paper 532. *Research Department,Federal Reserve Bank of Minneapolis.*

Ghysels, E., Harvey, A. ve Renault, É. (1995). Stochastic Volatility. *CIRANO Working Papers.*Scientific Series. 95s-49.

Gilks, W.R., Richardson, S., Spiegelhalter, D. (1996). *Markov Chain Monte Carlo in Practice. C*hapman and Hall/CRC. London. Kitapta bölüm. *Inference From Simulations and Monitoring Convergence.* Andrew Gelman and Kenneth Shirley.

Goodhart, C. A.E. ve O'Hara, M. (1997). High Frequency Data in Financial Markets: Issues and Applications. *Journal of Empirical Finance.* 4: 73-114.

Gourieroux, C., Monfort, A. ve Renault, E. (1993). Indirect Inference. Journal of Applied Econometrics. 8: (Supplement: Special Issue on Econometric Inference Using Simulation Techniques): S85-S118.

Greenberg,E. (2008). *Introduction to Bayesian Econometrics.* Cambridge University Press. Cambridge, UK.

Gürsakal, S. (2011). GARCH Modelleri ve Varyans Kırılması: İMKB Örneği. *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi.* 20(3): 161-178.

Güriş, S. ve Saçaklı Saçıldı, İ. (2011). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası' nda Hisse Senedi Getiri Volatilitesinin Klasik ve Bayesyen GARCH Modelleri İle Analizi. *Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.* 13(2): 153-172.

Hansen, P.R., Lunde, A. (2011). Clements, M.P., Hendry, D.F. (Eds.). *Forecasting Volatility Using High Frequency Data.* Oxford Handbook of Economic Forecasting, Oxford University Press.

Harvey, A., Ruiz, E. ve Shephard, N.(1994).Multivariate Stochastic Variance Models.*The Review of Economic Studies.* 61(2): 247-264.

Harvey, A. C. ve Shephard, N. (1996). Estimation of an Asymmetric Stochastic Volatility Model for Asset Returns. *Journal of Business and Economic Statistics* 14(4):429–434.

Hastings, W.K. (1970). Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications. *Biometrika*. 57(1):97-109.

Hepsağ, A. (2013). *Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol Piyasası İle Finansal Piyasalarda İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi Arasındaki Oynaklık Etkileşimi Üzerine Bir Uygulama*. (Doktora Tezi). İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Hong, Y. (2001). A Test for Volatility Spillover with Application to Exchange Rates *Journal of Econometrics.* 103: 183–224.

Hopper, Gregory P., (1997). What Determines the Exchange Rate: Economic Factors or Market Sentiment?. *Business Review*, Issue Sep: 17-29.

Hoshikawa, T. (2008). The Effect of Intervention Frequency On The Foreign Exchange Market: The Japanese Experience. *Journal of International Money and Finance.* 27: 547-559.

Hsieh, D.A. (1988). The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates: 1974-1983. *Journal of International Economics*. 24: 129-145.

Hsieh, D.A. (1989). Modeling Heteroscedasticity in Daily Foreign-Exchange Rates. *Journal of Business and Economic Statistics.* 7(3): 307-317.

Jackman, S. (2009). *Bayesian Analysis for the Social Sciences*. Wiley. U.K.

Jacquier, E., Polson, N. G. ve Rossi, P. E. (1994). Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models. *Journal of Business and Economic Statistics*. 12(4): 371-389.

Jacquier, E., Polson, N. G. ve Rossi, P. E. (2004). Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models With Fat-Tails and Correlated Errors. *Journal of Econometrics* 122:185–212.

Jeffreys, H. (1961). *Theory of Probability*. Oxford University Press. Oxford, U.K.

Inagaki, K. (2007). Testing for Volatility Spillover Between the British Pound and the Euro. *Research in International Business and Finance*. 21: 161-174.

Kalkınma Bakanlığı. Ekonomik Modeller ve Stratejik Araştırmalar Genel Müdürlüğü **DEG Bülteni** (2): Nisan-Haziran 2015.

Kalkınma Bakanlığı. Ekonomik Modeller ve Stratejik Araştırmalar Genel Müdürlüğü. **DEG Bülteni** (3): Temmuz- Eylül 2015.

Kass, R.E. ve Raftery, A.E. (1995). Bayes Factors. *Journal of American Statistical Association*. 90(430):773-795.

Kawakatsu, H. (2003). Cholesky Factor GARCH. Mimeo. Working Paper.

Kenndy, P. (2003). *Ekonometri Klavuzu*.(Sarımeşeli, M. ve Açıkgöz, Ş.). Gazi Kitapevi, Ankara.

Kim, S., Shephard, N. ve Chib, S. (1998). Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models. *The Review of Economic Studies.*65(3): 361-393.

Kleibergen, F., ve Van Dijk, H. K. (1993). Non-Stationarity in GARCH Models: A Bayesian Analysis. *Journal of Applied Econometrics*. *8*(S1): 41-61.

Kök, M. T. (2012). Türev Enstrümanları, Elektrik Piyasalarındaki Uygulamaları veTürkiye Elektrik Piyasasındaki Yeri. 18. Uluslar arası Enerji ve Çevre Fuarı ve Konferansı, Nisan 2012: 117-120.

Köksal, B. (2009). A Comparison of Conditional Volatility Estimators for the ISE National 100 Index Returns. *Journal of Economic and Social Research.* 11(2):1-28.

Lai, T.Z. ve Xing, H. (2008). *Statistical Models and Methods for Financial Markets.* USA: Springer.

Lee, B.S. ve Ingram, B. F. (1991). Simulation Estimation of Time Series Models. *Journal of Econometrics*.47(2-3): 197-205.

Liesenfeld, R. ve Richard, J.F. (2003). Univariate and Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and Diagnostics. *Journal of Empirical Finance*. 10: 505-531.

Liesenfeld, R. ve Richard, J.F. (2006). Classical and Bayesian Analysis of Univariate and Multivariate Stochastic Volatility Models. *Econometric Reviews.* 25(2-3): 335-360.

Mandelbrot, B. ve Taylor, H. M. (1967). On the Distribution of Stock Price Differences. *Operations Research*. 15(6):1057-1062.

Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business.* 36(4): 394-419.

McFadden, D. (1989). A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models Without Numerical Integration. *Econometrica.* 57(5): 995-1026.

Metropolis, N. ve Ulam, S. (1949). The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*. 44(247): 335-341.

Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. ve Teller, E. (1953). Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal of Chemical Physics*. 21(6): 1087-1092.

Melino, A. ve Turnbull S.M. (1990). Pricing Foreign Currency Options With Stochastic Volatility. *Journal of Econometrics.* 45(1-2): 239-265.

Namugaya , J.,Weke, G. O. P. , and Charles, W. M.. (2014). Modelling Volatility of Stock Returns: Is GARCH(1,1) Enough? *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research.* 16(2): 216-223.

Nelson, D.B. (1990). Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model. Econometric Theory. 6(3): 318-334.

Nelson, D.B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*. 59(2): 347-370.

Nishimura, Y. ve Hirayama, K. (2013). Does Exchange Rate Volatility Deter Japan-China Trade? Evidence From Pre- and Post-Exchange Rate Reform in China. *Japan and the World Economy*. 25–26: 90–101.

OEC. <http://atlas.media.mit.edu/en/profile/country/gbr/#Destinations> Erişim Tarihi: 27.01.2016.

Özden, Ü. H. (2008).İMKB Bileşik 100 Endeksi Getiri Volatilitesinin Analizi. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi. 13 Bahar: 339-350.*

Pakes, A. ve Pollard, D. (1989). Simulation and the Asymptotics of Optimization Estimators. *Econometrica.* 57(5): 1027-1057.

Pellegrini, S. ve Rodriguez, A. (2007). Financial Econometrics and SV Models.<http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/spellegr/esp/Curso_Cordoba/Tutorial_Guide.pdf.> Erişim Tarihi: 24.07.2015.

Preacher, K. J. ve Merkle, E. C. (2012). The Problem of Model Selection Uncertainty in Structural Equation Modeling. *Psychological Methods.* 17(1): 1-14.

Raftery, A.E. ve Lewis, S.M., (1996). The Number of Iterations, Convergence Diagnostics and Generic Metropolis Algorithms, in Gilks, W. R., Spiegelhalter, D. J., and Richardson, S. eds., Markov ChainMonte Carlo in Practice, London, UK: Chapman & Hall.

Ritter, C. ve Tanner, M. A. (1992). Facilitating the Gibbs Sampler: The Gibbs Stopper and the Griddy-Gibbs Sampler. *Journal of the American Statistical Association*. 87(419): 861-868

Ruiz, E.(1994). Quasi-Maximum Likelihood Estimation of Stochastic Volatility Models.*Journal of Econometrics*. 63(1): 289-306.

Sandmann, G. ve Koopman, S.J. (1998). Estimation of Stochastic Volatility Models via Monte Carlo Maximum Likelihood. *Journal of Econometrics.* 87(2):271-301.

Sensoy, A. ve Sobacı, C. (2014). Effects of Volatility Shocks On The Dynamic Linkages Between Exchange Rate, Interest Rate And The Stock Market: The Case Of Turkey. *Economic Modelling*. 43: 448–457.

Shephard, N. ve Pitt, M. K.(1997). Likelihood Analysis of Non-Gaussian Measurement Time Series. *Biometrika Trust*. 84(3):653-667.

Smith, M. ve Pitts, A. (2006). Foreign Exchange Intervention By The Bank Of Japan: Bayesian Analysis Using A Bivariate Stochastic Volatility Model. *Econometric Reviews*. 25(2-3): 425-451.

Smith, M. ve Pitts, A. (2006). Foreign Exchange Intervention by the Bankof Japan: Bayesian Analysis Using a Bivariate Stochastic Volatility Model. *Econometric Reviews*. 25(2-3): 425-451.

Smith, T. (2008). *Indirect Inference. The New Palgrave Dictionary of Economics.* 2nd edition. 1-9.

Soldatov, V. (2013). *Bayesian Techniques for Discrete Stochastic Volatility Models.* Brunel University.

Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P. ve Linde, A. (2002). Bayesian Measures of Model Complexity and Fit. *The Royal Statistical Society*. 64 (4): 583-639.

Spiegelhalter,D., Thomas, A., Best, N. ve Lunn, D.2003. WinBUGS User Manual.

Spiegelhalter, D. J., (2006). Some DIC Slides. *MRC Biostatistics Unit*. Cambridge.

Taştan, H. (2006). Estimating Time-Varying Conditional Correlations Between Stock and Foreign Exchange Markets. *Physica A.* 360:445-458.

Taylor, S.J. (2011). *Asset Price Dynamics, Volatility, and Prediction.* Princeton: Princeton University Press.

Terzi, Y., Murat, N. ve Cengiz, M.A. (2008). Bayesci Hipotez Testleri ve Bayes Faktörü. *E-Journal of New World Sciences Academy*. 3(2): 321-329.

The Week. <http://www.theweek.co.uk/uk-news/your-business/61274/biggest-trends-in-british-trade> Erişim Tarihi: 27.01.2016.

TİM, 2015 Aralık Ülke ve Ülke Grupları Bazında Rakamlar, http://www.tim.org.tr/tr/ihracat-ihracat-rakamlari-tablolar.html, 27.01.2016

TİM. 2015. **Ekonomi ve Dış Ticaret Raporu** 2015.

TİM. 2016. **Aylık Ekonomi ve Dış Ticaret Bülteni**.Ocak 2016.

TOBB. **Ekonomik Rapor 2013.** Rapor No:2014/225.

Tse, Y.K. ve Tsui, A. K. C. (2002). A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations. *Journal of Business & Economic Statistics.* 20(3): 351-362.

Tsay, R.S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. Hoboken: NJ:Wiley.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series.* Hoboken, NJ: Wiley.

Ural, M. ve Öztekin, D. (2011). Küresel Kriz ve Döviz Kurlarında Oynaklık Geçişi. *Finans Politik ve Ekonomik Yorumlar*. 48(551): 9-17.

Verdinelli, I., ve Wasserman, L. (1991). Bayesian Analysis of Outlier Problems Using the Gibbs Sampler. *Statistics and Computing*. 1 (2): 105- 117.

Walsh, B. (2002). Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling. Lecture Notes for EBB 596z. 1-24.

Wang, Y. ve Wu, C.(2012). Forecasting Energy Market Volatility Using GARCH Models: Can Multivariate Models Beat Univariate Models ?.*Energy Economics.* 34 (6): 2167-2181.

Watanabe, T. (1999). A Non-Linear Filtering Approach to Stochastic Volatility Models with an Application to Daily Stock Returns. *Journal of Applied Econometrics.* 14: 101-121.

Xiao, L. ve Aydemir, A. (edit. Knight, J. ve Satchell, S).(2007). *Forecasting Volatility in the Financial Markets*. Jordan Hill, GBR: Butterworth-Heinemann.

Yan, B. ve Zivot, E.(2003). Analysis of High-Frequency Financial Data with S-Plus. <http://faculty.washington.edu/ezivot/research/hfanalysis.pdf>.Erişim Tarihi: 10.12.2014.

Yu, J. (2005). On Leverage in a Stochastic Volatility Model. *Journal of Econometrics*. 127:165-178.

Yu, J. ve Meyer, R. (2006). Multivariate Stochastic Volatility Models: Bayesian Estimation and Model Comparison. *Econometric Reviews.* 25(2-3): 361-384.

Yıldırım, S. ve Kılıç, E. (2014). Döviz Kuru Volatilitesinin Türkiye'nin Euro Bölgesi İhracatına Etkisi: Kesikli Dalgacık Dönüşümü ile Panel Veri Analizi. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi.* 18 (1): 425-440.