T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞREMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

ÖĞRENMEDE FARKLI GÜDÜSEL STRATEJİLERE SAHİP ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

MEHMET ÇAĞLAR COŞAR

İzmir
2021

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

ÖĞRENMEDE FARKLI GÜDÜSEL STRATEJİLERE SAHİP ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

MEHMET ÇAĞLAR COŞAR

DANIŞMAN
Prof. Dr. Cenk KEŞAN

İzmir
2021

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Doktora tezi olarak sunduğum "Öğrenmede Farklı Güdüsel Stratejilere Sahip Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi" adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

19/11/2021

Mehmet Çağlar COŞAR

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

Tarih: 25/11/2021

Tez Başlığı: Öğrenmede Farklı Güdüsel Stratejilere Sahip Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 179 sayfalık kısmına ilişkin, 25/11/2021 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (**Turnitin**-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 10 dur.**

- http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/ adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ■

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) □	**Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30)** ■
□ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, □ Kaynakça hariç, □ Alıntılar dâhil, □ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	■ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ■ Kaynakça dâhil, ■ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ■ **EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde.** ■	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmasının herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Mehmet Çağlar COŞAR
Öğrenci No : 2015950003
Anabilim Dalı : İlköğretim Anabilim Dalı
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora
Statüsü : Yüksek Lisans □ Doktora ■

ÖĞRENCİ	**DANIŞMAN**
Mehmet Çağlar COŞAR	Prof. Dr. Cenk KEŞAN
26.11.2021	26.11.2021

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: **Turnitin**-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında değerli bilgi ve önerileri ile bana yol gösteren, danışman hocam Sayın Prof. Dr. Cenk KEŞAN' a,

Tez konumun olgunlaşmasında büyük katkı sağlayan değerli hocam Sayın Prof. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE' ye ve değerli fikirlerini esirgemeyen Doç. Dr. Burak KARABEY' e

Doktora eğitimime beraber devam ettiğim, desteğini her zaman hissettiğim değerli arkadaşım Yusuf ERKUŞ' a,

Hayatımın her aşamasında olduğu gibi doktora çalışmamın da her anında beni destekleyen sevgili eşim Gönlüm COŞAR' a ve

Çalışmalarım için kendisine ayırmam gereken zamandan çaldığım Güneş'im ve sevgili kızım İdil COŞAR' a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET vii
ABSTRACT ix
BÖLÜM I 1
GİRİŞ 1
1.1. Problem Durumu 2
1.2. Amaç ve Önem 6
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri 7
1.4. Sınırlılıklar 8
1.5. Varsayımlar 8
1.6. Tanımlar 8
BÖLÜM II 10
KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 10
2.1.Üstün Zekâ-Yetenek Modelleri/Kuramları 10
2.1.1.Gagne'nin Üstün Yeteneklilik Modeli 10
2.1.3.Stenberg'in Üstün Yeteneklilik Modeli 12
2.1.4.Sternberg ve Zhang'ın Üstün Yeteneklilik Modeli 13
2.2. Matematiksel Yetenek ve Matematikte Üstün Yetenek ile İlgili Çalışmalar 14
2.3. Soyutlama ve AİC Metodolojisi 27
2.4. Öz Düzenlemeli Öğrenme 34
2.4.1. Zimmerman'ın Öz Düzenleme Modeli 35
2.4.3. Pintrich'in Öz Düzenleme Modeli 43
2.4.4. Öz Düzenlemeli Öğrenmenin Ölçülmesi 46

2.4.5. Matematik Öğreniminde Öz Düzenleme 48

2.4.6. Matematikte Üstün Yeteneklilik Alanında Öz Düzenlemeli Öğrenme.... 52

BÖLÜM III 57

YÖNTEM..... 57

3.1. Araştırmanın Modeli 57

3.2. Katılımcılar 58

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları 60

3.3.1.Örnek Olay Çalışması Problemleri 65

3.3.2.Problem Çözme Sürecinde Öz Düzenleme Stratejilerinin Kodlanması.... 69

3.4. Verilerin Analizi 72

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği 72

3.6. Araştırmacının Rolü 75

BÖLÜM IV 76

BULGULAR 76

4.1. Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçleri ve Bu Süreçlerde Sergiledikleri Öz Düzenleme Davranışları 76

4.1.1.Nil'in Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular 77

4.1.2.Ela'nın Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular 88

4.1.3. Rüzgar'ın Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular 98

4.1.4. Can'ın Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular 105

4.1.2.Burcu'nun Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular 108

4.2. Problem Çözme Oturumlarından Elde Edilen Bulgulara Genel Bir Bakış115

BÖLÜM V 118

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 118

5.1. Sonuç ve Tartışma 118

5.1.1.Matematikte Potansiyel Üstün Yetenekli Öğrencilerin Sergiledikleri Stratejik Davranışlara Yönelik Bulgulara İlişkin Tartışma 118

5.1.2.Matematikte Potansiyel Üstün Yetenekli Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerine Yönelik Bulgulara İlişkin Tartışma 122

5.2. Öneriler 130

KAYNAKÇA 131

EKLER 144

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 Örnek Olay Katılımcılarının MPYBKT Problemleri Çözümleri İçin Değerlendirme Ölçütlerine Göre Elde Edilen Toplam Puanlar …….. *63*

Tablo 2 Örnek Olay Katılımcılarının Güdüsel Strateji Bildirim Düzeyleri. …….. 65

Tablo 3 Örnek Olay Çalışması Problemlerinin Pilot Çalışmanın Gerçekleştirildiği Öğrencilerin Sınıf Düzeyi ve Okul Durumlarına Göre Dağılımı. ……..*66*

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Matematiksel yetkinliğin seviyeleri……17

Şekil 2. Yaratıcılık ve yetenekliliğin uyumluluğunu en üst düzeye çıkarma……22

Şekil 3. Zimmerman ve Moylan'a (2009) göre öz düzenleme aşamaları ve süreçleri……37

Şekil 4. Pintrich'in öz düzenlemeli öğrenme modelinde yer alan aşamalar ve öz düzenleme alanları (Pintrich, 2000). ……45

Şekil 5. Araştırma Süreci……71

Şekil 6. Nil'in İşlemleri……80

Şekil 7. Rüzgar'ın Sınıflandırması……...……..101

Şekil 8. Öz Düzenleme Stratejileri ve Epistemik Eylemlerin Etkileşimi ……...128

ÖZET

ÖĞRENMEDE FARKLI GÜDÜSEL STRATEJİLERE SAHİP ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Bu araştırmanın amacı, öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemektir. Araştırmada, güdüsel strateji bildirimleri yönüyle yüksek, orta ve düşük düzeyde olan matematikte üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçleri, birbiriyle karşılaştırılarak ele alınmaktadır. Bu karşılaştırmalardan hareketle öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini etkileyen öz düzenleme stratejilerinin neler olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir.

Çalışmada, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin yeni matematiksel bilgiyi oluşturma ve bu bilgileri kullanma süreçlerini inceleyerek bu süreçlerde sergiledikleri stratejik davranışlarının betimlenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle nitel araştırma yöntemlerinden biri olan örnek olay çalışması, araştırma metodu olarak belirlenmiştir.

Örnek olay çalışması, İzmir ilinde Bilim ve Sanat Merkezlerine devam eden öğrencilerden, Matematikte Potansiyel Üstün Yeteneği Belirlemeye Yönelik Kriter Testi ile Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği uygulanarak belirlenen, farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip beş üstün yetenekli öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışmasında veri, öğrencilerin matematiksel problemleri çözümlerinden elde edilmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme stratejileri, şema yardımıyla kodlanmıştır.

Farklı güdüsel stratejilere sahip öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde farklılıklar olduğu belirlenmiştir. Yüksek düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin önceki bilgilerini tanımada ve kullanmada, yeni matematiksel bilgi oluşturmada ve oluşturdukları bilgileri pekiştirmede başarılı olduğu görülmüştür. Orta ve düşük düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin ise önceki bilgilerini tanımalarına rağmen bu bilgilerini kullanmada, bilgi oluşturmada ve pekiştirmede birtakım zorluklar yaşadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin problem çözüm süreçleri boyunca ortaya koydukları bilişsel ve üstbilişsel strateji

kullanımlarının, matematiksel soyutlama süreçlerinin gerçekleşmesine katkı sağladığı ve bu süreçlerde sergiledikleri bilgiye dayalı eylemlerin gerçekleşmesinde etkili olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Matematikte üstün yeteneklilik, matematiksel soyutlama, öz düzenleme stratejileri.

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF MATHEMATICAL ABSTRACTION PROCESSES OF GIFTED STUDENTS WHO HAVE DIFFERENT MOTIVATIONAL STRATEGIES FOR LEARNING

The purpose of this study is to investigate the processes of constructing and consolidating mathematical knowledge of mathematically gifted students with different motivational strategies in learning. In the research, the abstraction processes of gifted students in mathematics, who are at high, medium and low levels in terms of motivational strategy self-notifications, are discussed by comparing them with each other. Based on these comparisons, it is aimed to determine what are the self-regulation strategies that affect the processes of constructing and consolidating mathematical knowledge of students.

In the study, it was aimed to describe the strategic behaviour of gifted students in mathematics by studying the processes of constructing and using new mathematical knowledge and demonstrating their strategic behaviour in these processes. For this reason, case study, which is one of the qualitative research methods, has been determined as a research method.

The case study was conducted with five gifted students with different levels of motivational strategies determined by applying "Motivated Strategies for Learning Questionnaire" and "Criteria Scale for Determining Potential Giftedness in Mathematics" from students continues to Science and Art Centres in Izmir province. In the case study the data were obtained from the students ' solutions to mathematical problems. The self-regulation strategies exhibited by the students in the problem-solving processes were coded with the help of a scheme.

It has been determined that there are differences in the processes of constructing and consolidating knowledge of students with different motivational strategies. It has been observed that students with a high level of motivational strategy are successful in recognizing and using their previous knowledge, constructing new mathematical knowledge and consolidating the knowledge they have constructed. It has been found that students with middle and low level of motivational strategies have some difficulties in building-with,

constructing and consolidating their knowledge, despite recognizing their previous knowledge. It has been seen that the cognitive and metacognitive strategies uses that students put forward during problem solving processes contribute to the realization of mathematical abstraction processes and are effective in realizing the knowledge-based actions that they exhibit in these processes.

Keywords: Mathematical giftedness, mathematical abstraction, self-regulation strategies**.**

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu araştırma teorik yapısı itibariyle üç temel konu alanını kapsamaktadır. Bunlar; matematikte üstün yeteneklilik, matematiksel soyutlama ve öz düzenlemeli öğrenmedir. Bu bölümde araştırmanın çıkış noktası olan matematikte üstün yeteneklilik kavramından hareketle, çalışma konusunun şekillenme süreci ele alınmaktadır.

Araştırma sürecinde ilk olarak matematikte üstün yeteneklilik kavramı ve matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özellikleri üzerine yapılan çalışmalar ve sunulan modeller incelenmiştir. Bu öğrencilerin özellikle matematiksel problem çözme sürecindeki davranışlarının, matematiksel genelleme, matematiksel düşünme, çıkarımda bulunma gibi çeşitli bakış açılarıyla ele alan bazı çalışmalar, (örn. Krutetskii, 1975; Greenes, 1981; Sheffield, 1994; Sriraman, 2003; Leikin, Koichu ve Berman, 2009) araştırmanın, bu öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini incelemeye yönlenmesine neden olmuştur.

Bazı genel üstün yetenek modellerinde motivasyonel özelliklere vurgu yapılması (Gagne, 1985; Renzulli, 2011) ve bu özelliklerin matematikte üstün yeteneği tanımlamayı amaçlayan bazı çalışmalarda da (örn. Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990, Risemberg ve Zimmerman, 1992, Leikin, Koichu ve Berman,2009) incelenmiş olması, matematiksel soyutlama kavramını, öz düzenlemeli öğrenme ve özelde öz düzenleme stratejileri temelinde ele alma fikrine yol açmıştır.

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerini inceleme fikri, bu süreci incelemeye fırsat tanıyacak bir kuramsal yapının belirlenmesi ihtiyacını oluşturmuştur. Matematiksel soyutlama ve bilgi oluşturmayı tanımlamayı amaçlayan çalışmalar incelendiğinde AiC teorisinin, soyutlamayı gözlemeye fırsat sunan bir model sunması (RBC+C modeli) ve matematiksel bilgi oluşumunun temeli olduğu öne sürülen ihtiyaçlar kapsamında; duygusal ifadeler, öz düzenleme ve kendini izleme gibi göstergelerin dikkate alınması gereken kaynaklar olduğunu öne sürmesi nedeniyle bu araştırma için uygun olduğu tespit edilmiştir. Takip eden bölümlerde araştırmaya ilişkin kısaca aktarılan bu süreç çerçevesinde ortaya çıkan problem durumu ve amaç ile ilgili detaylar yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Matematikte üstün yeteneklilik ile ilgili kabul edilmiş genel bir tanım bulunmamaktadır. Aynı durumun genel üstün yeteneklilik kavramı için de geçerli olduğu söylenebilir fakat üstün yeteneklilik modellerinde ele alınan ve üstün yetenekli bireyin sahip olması gerektiği düşünülen özelliklerin, matematikte üstün yetenekli bireyleri karakterize etmeyi amaçlayan çalışmalarda dikkate alındığı görülmektedir. Öte yandan "odağı genel üstün yetenekliliğe bakıştan matematiksel üstün yetenekliliğin alt kümesine daraltmak, yalnızca genel üstün yetenekliliği tanımlayan öğelerin bir alt kümesini dikkate almak anlamına gelmemektedir" (Singer, Sheffield, Freiman ve Brandl, 2016, s.3). Bu nedenle, bireyin matematikte üstün yetenekli olarak nitelendirilebilmesi için gerekli olan matematik alanına özgü bileşenlerin tanımlanması söz konusudur.

Matematikte üstün yetenekli öğrencileri matematiksel bir aktivitede öne çıkaran karakteristiklerin incelendiği çalışmalarda, bu bireylerin öğrenme hızları, gözlem ve muhakeme yetenekleri (Grenees, 1981), matematiksel bilgiyi edinme, bu bilgileri işleme ve akılda tutma becerileri (Krutetskii, 1976), problem çözmede sergiledikleri etkililik, esneklik, yaratıcılık, kararlılık gibi özellikleri (Leikin, Koichu, Berman, 2009) ve yüksek soyutlama kabiliyetleri (Rosenbloom, 1960; Krutetskii 1976; Greenes, 1981; Sriraman, 2003) gibi özellikleri bakımından önde oldukları belirtilmiştir. Bazı genel üstün yetenek modellerinde, üstün yetenekli öğrencilerin sözü edilen bilişsel yetkinliklerinin yanında motivasyonel özelliklerine vurgu yapılması (Gagne, 1985), dahası motivasyonun üstün yetenekliliğin bileşenlerinden biri olarak ele alınması (Renzulli, 2011) matematikte üstün yetenekli öğrencilerin görev performanslarında bilişsel yeteneklerini destekleyen ve entelektüel olmayan faktörlerin ele alınmasını beraberinde getirmiştir. Bu faktörler arasında, öğrencilerin sahip olduğu stratejik olma eğilimi (Montague ve Applegate, 1993; Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990), motivasyonel özellikleri (Leikin, Koichu, Berman, 2009; Hong ve Aqui, 2013) ve süreç kontrolü (Risemberg ve Zimmerman, 1992) gibi karakteristiklerin mevcut literatürde sıklıkla vurgulandığı görülmektedir. Bunun yanında, bu öğrencilerin öğrenme ve düşünme süreçlerindeki bilişsel, stratejik ve psikolojik özelliklerinin, özellikle çağdaş matematik eğitimi teorileri ile ilişkili olarak ele alındığı daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulduğu ifade edilmektedir. (Dresel ve Haugwist, 2005; Leikin, 2011).

Daha önce sözü edildiği gibi matematikte üstün yetenekli bireyleri karakterize eden özelliklerin ele alındığı birçok çalışmada (örn. Krutetskii, 1976; Grenees, 1981) bu öğrencilerin matematiksel bilgiyi akılda tutma, işleme ve yapılandırma becerileri ve sahip oldukları matematiksel bilgileri organize ederek farklı öğrenme durumlarına transfer edebilme yetenekleri vurgulanmaktadır. Matematiksel soyutlama en genel tanımıyla, bireyde matematiksel bilginin oluşumu ve artışını ifade eden bir süreçtir (Benis-Sinaceur, 2014). Bu yönüyle matematiksel soyutlamanın, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin sözü edilen karakteristiklerini içeren geniş bir çerçeve olduğu söylenebilir. Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama becerisinin ele alındığı birçok çalışmada (örn. Grenees, 1981; Krutetskii 1976; Sririaman, 2003; Amit ve Neria, 2007), matematiksel soyutlamanın, genelleme becerisi yönüne vurgu yapıldığı dikkat çekmektedir. Diğer taraftan matematiksel soyutlama, genelleme becerisinden ibaret olmayıp öğrencilerin önceki deneyimlerinin öğrenmenin bağlamı ile yeni anlamlar ortaya çıkararak zenginleşmesini içeren bir süreci ifade etmektedir (Sağlam, 2015). Bu yönüyle ile değerlendirildiğinde, vurgulanan karakteristikleri arasında yer almasına rağmen üstün yetenekli öğrencileri soyutlamada güçlü kılan yönleri, kuramsal bir bakış açısı ile ele alan çalışmaların sınırlı olduğu söylenebilir. Nitekim Leikin (2011), matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öğrenme ve düşünme süreçlerinin, matematik eğitimindeki güncel teorilere göre incelendiği çalışmalara ihtiyaç duyulduğunu ifade etmiştir. Bu noktadan hareketle, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve soyutlamada izledikleri süreci teorik bir bakış açısına göre incelemenin, bu öğrencileri etkili kılan yönleri açığa çıkarmada faydalı olabileceği düşünülmektedir.

Üstün yetenekli öğrencileri matematiksel soyutlamada öne çıkaran yönlerin ele alınması ile ilgili yukarıda açıklanan gereklilik, öğrencilerin bu süreçlerini incelemeye fırsat sunacak kuramsal bir bakış açısının belirlenmesi ihtiyacını beraberinde getirmektedir. Matematiksel soyutlama ve bilgi oluşturma sürecini açıklayan kuramlardan birisi Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya konulan AiC (Abstraction in Context) teorisidir. Bu teoriye göre matematiksel soyutlama, daha önce inşa edilmiş matematiksel yapıların dikey olarak yeniden düzenlenmesi ile yeni bir yapı oluşturulması faaliyeti olarak tanımlanmaktadır. Soyutlamayı sosyokültürel ve epistemolojik temellere dayandıran AiC teorisi, matematiksel soyutlama sürecini, gözlemlenebilir epistemik eylemler ve bunların birbiri içine yerleşme şekilleri bağlamında ele almaktadır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Öğrencilerin matematiksel soyutlama sürecini analiz etmek için metodolojik bir model (RBC+C modeli) sunan teoriye göre, yeni yapının ortaya çıkışı ve bu yapının

pekiştirilmesi süreçleri, soyutlamanın merkezi bileşenleri olarak görülmektedir. Bu modelle, yeni bir yapının oluşturulması süreci; tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri aracılığıyla tanımlanmakta ve analiz edilmektedir.

AiC teorisi, bireyde soyut matematiksel bir yapının oluşumunda bilgiye dayalı yönlere vurgu yaparken bireyin sahip olduğu ve süreci etkileyebilecek bağlamı da dikkate almaktadır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Bu bakış açısına göre soyutlama, çoğu zaman bir ihtiyaçtan kaynaklanmaktadır. Teoriye göre, matematiksel bilginin temeli olduğu öne sürülen ihtiyaçlara ilişkin göstergeler olan öz düzenleme, duygusal ifadeler ve kendini izleme davranışları, soyutlama sürecinin incelenmesinde dikkate alınması gereken kaynaklar olarak görülmektedir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2015). AiC teorisinde bu kaynakların vurgulanması dolaylı da olsa bilgi oluşturma sürecinin, öz düzenleme boyutuna işaret etmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin soyutlama sürecinde sergiledikleri öz düzenleme davranışlarının tespiti, modelin kullanımında, bilgi oluşturma sürecinde ortaya çıkan fakat bilgiye dayalı olmayan ihtiyaçlara yönelik göstergeleri tanımlamada katkı sağlayabilir.

Teori, yalnızca bilgi oluşturmaya ilişkin süreçleri değil aynı zamanda ortaya çıkan yapıların sonraki aktivitelerde kullananımı da dikkate almaktadır. Öyle ki öğrencinin yeni bilgi yapısının farkına vardığı, bu yapının kullanımının dolaysız ve belirgin bir hale geldiği süreç, pekiştirme ile ilgilidir. Pekiştirme sürecinin gözlenmesi ise öğrencilerin birtakım bilişsel ve psikolojik karakteristiklerine odaklanılarak gerçekleştirilmektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Bunun yanında teorinin pekiştirme kavramını detaylandırmak ve bilginin pekiştirilmiş olarak kabul edilip edilemeyeceğini belirleme yeteneğini geliştirmek için daha fazla araştırmaya ihtiyaç olduğu ifade edilmektedir (Tsamir ve Dreyfus, 2005). Bu noktadan hareketle, öğrencilerin soyutlama sürecinde sergiledikleri bilişsel ve üstbilişsel öz düzenleme davranışlarının belirlenmesinin, pekiştirme sürecini gözlemlemeye yönelik ortaya konulan karakteristikleri detaylandırmada faydalı olabileceği düşünülmektedir.

Öz düzenleme, öğrenmeye ilişkin bilişsel, üstbilişsel ve motivasyonel yönler içeren ve öğrenmeyi etkileyen değişkenleri bütünsel yaklaşımla ele alan bir şemsiyedir (Panadero, 2017). Öz düzenlemeli öğrenme başlığı altındaki teorik çalışmalar, bireyin öğrenme sürecine ilişkin döngüyü ve bu döngüye etki eden bileşenleri çeşitli bakış açıları ile ele almaktadır (Azevedo, Guthrie ve Seibert, 2004; Panadero, 2017). Her ne kadar çeşitli teorik perspektiflerden türetilmiş bir dizi farklı model olsa da çoğu model, öğrencilerin kendi

öğrenmesini kontrol etmek ve düzenlemek için çeşitli bilişsel ve üstbilişsel strateji kullanımının, öz düzenlemeli öğrenmenin önemli bir yönü olduğunu vurgulamaktadır (Pintrich, 1999). Bu görüş, öz düzenleme stratejilerinin öğrencilerin öğrenme süreçlerine ve akademik başarılarına olan katkısını ortaya koyan çeşitli çalışmalarla desteklenmiştir (örn. Pintrich ve De Groot, 1990; Zimmerman, 1990). Fakat bu çalışmaların önemli bir bölümünde öz düzenlemenin, bireye ait sabit bir özellik olarak incelendiği dolayısıyla öz düzenlemenin "yetenek" (aptitude) yönüyle ele alındığı görülmektedir. Bununla birlikte son yıllarda yapılan çalışmalarda (Winne ve Perry, 2000; Boekaerts ve Corno, 2005, Veenman, 2011) bireyin öz düzenleme davranışlarının, hareket halindeki bir öğrenme aktivitesinin durdurulup incelenmesi şeklinde işleyen bir yöntem olan, "vaka" (event) yönüyle ölçülebileceği görüşünün hâkim olduğu görülmektedir. Öz düzenlemeyi vaka yönüyle inceleyen çalışmaların sayıca az olmasının yanında, yeni ve yerleşik ölçüm yöntemlerinin (yetenek ve vaka yönüyle) birlikte kullanılabileceği araştırmaların, öğrencilerin öz düzenleme strateji kullanımlarını değerlendirmede bakış açısını geliştireceği ifade edilmektedir (Jacobse ve Harskamp, 2012; Roth, Ogrin ve Schmitz, 2016; Panadero, Klug ve Järvelä, 2016).

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin matematik alanına özgü yeteneklerinin yanında matematiksel bir aktivite sürecinde gösterdikleri motivasyonel özellikleri, süreç yönetimi becerileri ve stratejik olma eğilimleri gibi karakteristiklerinin de vurgulandığı daha önce belirtilmişti. Öz düzenlemeli öğrenme perspektifinden bakıldığında, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öğrenme ortamında sergiledikleri stratejik davranışlarını inceleyen çalışmalar iki grupta ele alınabilir. Bunlardan ilkinde, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin stratejik davranışları, öz düzenlemeli öğrenmenin bileşenlerinin tamamı yerine üstbiliş ve motivasyon gibi belirli bileşenler özelinde incelenmiştir (örn. Chan, 1996; Nokelainen, Tirri ve Merenti-Välimäki, 2007; Lüftenegger ve diğerleri, 2015). Önemli sayıda araştırmanın yer aldığı diğer gruptaki çalışmalarda ise, (örn. Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990; Risemberg ve Zimmerman, 1992; Swanson, 1992; Montague ve Applegate, 1993; Hong ve Aqui, 2004) matematikte üstün yetenekli öğrenciler ile üstün yetenekli olmayan öğrencilerin stratejik davranışları birbiriyle karşılaştırılmıştır. Bu çalışmaların bulguları bir bütün olarak değerlendirildiğinde, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme stratejilerini kendi öğrenme durumlarında kullanıp kullanmadıklarına ilişkin öz bildirimleri ile bu stratejileri fiili kullanımları arasında karmaşık ve kısmen tutarsız bir yapı olduğu görülmektedir (Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990; Chan, 1996; Dresel ve Haugwitz, 2005). Bu noktadan hareketle, kendi öğrenmelerine ilişkin strateji bildirimleri farklı olan üstün

yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerinde sergiledikleri stratejik davranışlarını incelemek, söz konusu sürece etki eden öz düzenlemeli öğrenme bileşenlerini anlamlandırmada ve soyutlama gerçekleştiren öğrencileri bu süreçte etkili kılan yönleri açığa çıkarmada faydalı olabilir.

1.2. Amaç ve Önem

Matematiğin aktif ve yapıcı bir süreç olduğu ve öğrencilerin kendi öğrenme ve problem çözme süreçlerinde sorumluluklar alarak bu süreçlerin oluşumuna aracılık ettiği görüşü, öğrencilerin öz düzenlemelerinin etkili bir öğrenme ve problem çözme özelliğini oluşturduğu fikrini beraberinde getirmektedir (De Corte, Verschaffel ve Op 'T Eynde, 2000). Bu durum, geniş bir literatür yelpazesine sahip olan öz düzenlemeli öğrenmenin, matematik eğitimi alanında çeşitli yönleriyle incelendiği çalışmaların ortaya konulmasına neden olmuştur. Buna rağmen öz düzenlemeli öğrenme alanında matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öğrenme süreçleri ile ilgili çalışmaların sayısının nispeten az olduğu görülmektedir (Dresel ve Haugwist, 2005). Bu çalışmaların önemli bir bölümünün, üstün yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilerle veya üstün yeteneklilik derecesine göre kendi içinde karşılaştırmaların yapıldığı çalışmalar olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenlemelerini üstün yetenekliliğin ve öz düzenlemenin farklı dinamikleri çerçevesinde ele alan çalışmalara gereksinim duyulmaktadır (Pintrich, 1999; Efklides, 2019).

Öz düzenlemeli öğrenme, öğrencilerin kendi öğrenmelerini kontrol etme ve düzenlemelerine yönelik çeşitli bilişsel, üstbilişsel ve kaynak yönetimi stratejilerini içeren bir yapıdır (Pintrich, 1999). Öğrencilerin matematiksel konuları öğrenme ve problem çözme süreçlerinde bilişsel becerilerinin yanında bu süreçleri yönetmeye yönelik öz düzenleme stratejilerini uygulama becerilerine sahip olması da önemli görülmektedir (Garofalo ve Lester, 1985; Mayer, 1998; De Corte, Depaepe, Op ’t Eynde ve Verschaffel, 2011). Her ne kadar üstün yeteneklilige ilişkin modellerde öz düzenlemeli öğrenme başlığı altındaki birtakım stratejik davranışlar üstün yeteneklilik için önemli ölçütler olarak kabul görse de üstün yetenekli öğrencilerin öğrenme ortamlarında söz konusu stratejik davranışları sergileme durumlarına ilişkin araştırma bulgularının birbiriyle tamamen uyumlu olduğunu söylemek mümkün değildir. Bunun yanında matematikte üstün yeteneklilik alanında stratejik davranışların bilgi oluşturma temelinde ele alındığı çalışmaların sayısının az olduğu görülmektedir.

Bu araştırmanın amacı, öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemektir. Araştırmada, güdüsel stratejileri yüksek, orta ve düşük düzeyde olan matematikte üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri birbiriyle karşılaştırılmaktadır. Bununla birlikte, öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini etkileyen öz düzenleme stratejilerinin neler olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir.

Araştırmada öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri RBC+C modeline göre incelenmektedir. Matematiksel bilginin oluşturulması ve pekiştirilmesi süreçlerinin epistemik eylemlerin birbiri içine yerleşme şekillerinin gözlenerek tanımlandığı modelde, öğrencinin sahip olduğu bağlamsal yapılar soyutlamanın ayrılmaz bir parçası olarak görülmektedir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001; Dreyfus ve Tsamir, 2004). Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme sürecinde ortaya koydukları bilgiye dayalı eylemler ile öz düzenleme stratejilerini kullanımları arasındaki etkileşiminin birlikte ele alınması, bu epistemik eylemlerin gözlenmesinde ve modelin sunduğu bağlamsal yapıları detaylandırmada faydalı olabilir. Ayrıca matematiksel soyutlama kapasiteleri yönüyle güçlü oldukları ifade edilen matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin, öz düzenlemeli öğrenme ve AiC teorisi çerçevesinde incelenmesi, bu öğrencileri söz konusu süreçlerde etkili kılan yönleri ortaya koyarak, matematikte üstün yeteneklilik alanına katkı sağlayabilir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

Bu araştırmada, "öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?" sorusuna cevap aranmıştır. Araştırmanın alt problemleri aşağıda belirtilmiştir.

1. Yüksek düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
2. Orta düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
3. Düşük düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?
4. Farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme davranışları nelerdir?

5. Farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri arasındaki farklılıklar nelerdir?

1.4. Sınırlılıklar

1. Araştırma, 2020-2021 Eğitim Öğretim yılında İzmir ilinde yer alan Bilim ve Sanat Merkezlerine devam eden üstün yetenekli öğrencilerle sınırlandırılmıştır.
2. Araştırmada Öğrenmede Güdüsel Stratejiler Ölçeği ile toplanan veriler 44 üstün yetenekli Bilim ve Sanat Merkezi öğrencisi ile sınırlandırılmıştır.
3. Araştırmanın örnek olay çalışması katılımcıları sekizinci sınıfa devam eden matematikte potansiyel üstün yetenekli olan beş öğrenci ile sınırlandırılmıştır.
4. Araştırmanın örnek olay çalışması bulguları iki problem çözme oturumunda elde edilen verilerle sınırlandırılmıştır.

1.5. Varsayımlar

1. Bilim ve Sanat Merkezine devam eden öğrencilerin öğrenmede güdüsel stratejiler ölçeğinde yer alan sorulara doğru ve samimi bir şekilde cevap verdiği varsayılmaktadır.
2. Araştırmada kullanılan matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter ölçeği ve açık uçlu problemler ile ilgili alınan uzman görüşlerinin yeterli ve yerinde olduğu varsayılmaktadır.
3. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının gerekli verileri toplamak ve yorumlamak için yeterli olduğu varsayılmaktadır.

1.6. Tanımlar

Öz düzenleme: Öğrencilerin öğrenmeleri için hedefler belirlediği ve daha sonra biliş, motivasyon ve davranışlarını izlemeye, düzenlemeye ve kontrol etmeye çalıştıkları aktif ve yapıcı bir süreçtir (Pintrich, 2000).

Soyutlama: Daha önce inşa edilmiş matematiksel yapıların dikey olarak yeniden düzenlenmesi ile yeni bir yapı oluşturulması faaliyetidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001)

Pekiştirme: Öğrencinin yapının farkına vardığı, yapının kullanımının daha hızlı ve belirgin hale geldiği, yapıyı kullanma konusundaki güveninin arttığı ve yapıyı kullanmada giderek daha fazla esneklik gösterdiği hiç bitmeyen bir süreçtir (Dreyfus ve Tsamir, 2004)

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu araştırma, amacı gereği üç temel konu alanını kapsamaktadır. Bu bölümde, araştırma için kaynak oluşturan, üstün zekâ-yetenek/matematikte üstün yeteneklilik, soyutlama/bilgi oluşturma ve öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. İlk bölümde üstün yeteneklilik ile ilgili bazı temel modeller açıklanmış ve matematikte üstün yeteneklilik ile ilgili bazı çalışmalar ele alınmıştır. Araştırmanın teorik yapısını oluşturan bir diğer çerçeve olan matematiksel soyutlama ve AiC teorisi ikinci bölümde incelenmiştir. Son olarak üçüncü bölümde, araştırmanın teorik bileşenlerinden bir diğeri olan öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili bilgiler sunulmuştur.

2.1.Üstün Zekâ-Yetenek Modelleri/Kuramları

Üstün yeteneklilik, eğitim literatüründe üzerine en çok tartışmanın yapıldığı konulardan birisidir. Üstün yetenekliliğin üzerinde anlaşılmış genel bir tanımının olmaması bu durumun nedenlerinden biri olarak gösterilebilir. (Sternberg ve Kaufman, 2018) Üstün olarak nitelendirilebilecek yeteneğin neler olabileceği, bu yeteneklerin nelere bağlı olduğu ve nasıl ölçüleceği gibi konulardaki kavramsallaştırma çalışmaları konunun ele alınış biçiminde farklılıklar temelinde çeşitli modellerin ortaya atılmasına neden olmuştur. Belirli bir alanda üstün yeteneklilik ile ilgili yapılan tanımlamalarda her ne kadar o olana özgü karakteristikler ön planda olsa da bu tanımlamalarda genel üstün yeteneklilik ile ilgili ortaya konulan bileşenlerin etkisi de görülmektedir (Van Tassel-Baska, 2005).

Bu bölümde matematikte üstün yeteneklilik ile ilgili ilişkin tanımlamalar ve modellemelere geçmeden önce literatürde yer alan ve matematikte üstün yeteneklilik alanındaki çalışmalarda etkileri görülen bazı genel üstün yeteneklilik modelleri açıklanmaktadır. Modellerin üstün yetenekliliği ele alış ve kavramsallaştırma biçimleri incelenmektedir.

2.1.1.Gagne'nin Üstün Yeteneklilik Modeli

Gagne (1985), bir alandaki yeterlik (competence) ve sahip olunan özelliklerin sergilenmesi (performance) arasındaki farkın yetenek ve üstün yeteneği açıklamada kilit öneme sahip olduğunu öne sürmüştür. Öyle ki belirli bir alanda yeteneğini sergilemeyen bir

bireyin üstün yetenekli olabileceğini fakat üstün davranışlar sergiliyor olduğunun söylenemeyeceğini belirtmiştir. Gagne'nin modeline göre yeteneğini sergilemeyen bir bireyin sahip olduğu potansiyel, çevresi ve kişilik özelliklerinin etkisiyle yeteneğe dönüşebilir. Bu dönüşümde motivasyon katalizördür. Diğer bir deyişle insanlar üstün yetenekli olabilir ve belirli alanlarda potansiyele sahip olabilirler fakat motivasyonun katalizör etkisi olmaksızın potansiyelin yeteneğe dönüşümü mümkün olmayabilir (Gür, 2017).

2.1.2.Renzulli'nin Üstün Yeteneklilik modeli

Renzulli (2005) modelinde, üstün yetenekliliği tanımlamak yerine üstün yetenekli davranışı tanımlamaktadır. Modele göre üstün yetenekli davranış, üç temel bileşenin etkileşimin yansıması ile oluşur. Bu temel bileşenler; *ortalama üstü yetenekler, yaratıcılık ve göreve adanmışlıktır*. Renzulli'ye göre bu bileşenlerin hiçbiri tek başına üstün yeteneği açıklamaz. Üstün yeteneğin, bu üç öğrenin aynı anda var olması ile oluşacağını, üç kümenin kesişimi ile sembolize etmiştir. Her kümenin yetenekli davranışların gelişimine katkıda bulunmada kilit bir rol oynadığının altını çizmiştir. Çünkü Renzulli'ye göre bireyi üstün yetenekli olarak tanımlama prosedürlerinde yapılmaya devam eden en büyük hatalardan biri, diğer iki özellik kümesine rağmen ortalama üstü yetenekleri aşırı vurgulamaktır.

Modelde *ortalama üstü yetenek*, genel yetenekler ve özel yetenekler olarak sınıflandırılmıştır. Genel yetenekler, bilgiyi işleme kapasitesi, yeni durumlara uygun ve uyarlanabilir yanıtlarla sonuçlanan deneyimleri entegre etme ve soyut düşünceye katılma kapasitesinden oluşur. Örneğin, sözel ve sayısal akıl yürütme, uzamsal ilişkiler, bellek ve kelime akıcılığı yeteneklerinin genel yetenek sınıfında ele alınmıştır. Bu yeteneklerin genellikle genel yetenek veya zekâ testleri ile ölçülebileceği ve çeşitli geleneksel öğrenme durumlarına geniş çapta uygulanabileceği ifade edilmiştir. Özel yetenekler ise belli bir alandaki bilgi ve beceri kazanma kapasitesini tanımlamaktadır. Bu yetenekler, insanların gerçek hayattaki (yani test edilmemiş) durumlarda kendilerini ifade etme biçimlerini temsil etmektedir. Kimya, bale, matematik, müzikal kompozisyon, heykel, fotoğraf gibi alanlardaki yetenekler özel yeteneğe örnek olarak gösterilebilir. Bunun yanında modelde, matematik ve kimya gibi belirli alanlardaki özel yeteneklerin, genel yetenek ile güçlü bir ilişkisi olduğu, bu nedenle bu alanlardaki bazı potansiyel göstergelerin genel yetenek ve zekâ testlerinden de belirlenebileceği savunulmaktadır. Renzulli'nin modelinde ortalamanın üzerindeki yetenek terimi hem genel hem de özel yetenekleri tanımlamak için kullanılmaktadır. Bununla birlikte

daha önce de belirtildiği gibi modelin en önemli yanlarından birisi "yetenekli" olmak için bir ürünün sergilenmesi veya üretilmesi gerektiğidir.

Modele göre üstün yetenekli kişileri karakterize eden diğer bir özellik kümesi, genellikle *yaratıcılık* genel başlığı altında toplanan faktörlerden oluşmaktadır. Yaratıcılık problemlere farklı ve orijinal çözümler hazırlama, belirleme kabiliyeti şeklinde açıklanabilir (Budak, 2007).

Renzulli'nin modelinde yer alan üçüncü küme ise *göreve adanmışlık* başlığı ile ele alınmıştır. Bu özellik rafine veya odaklanmış bir motivasyon biçimini tanımlamaktadır. Motivasyon genellikle organizmalarda tepkileri tetikleyen genel bir enerji verme süreci olarak tanımlanırken, göreve adanmışlık, belirli bir sorun (görev) veya belirli bir performans alanı üzerinde getirilen enerjiyi temsil eder (Renzulli, 2011). Göreve adanmışlığı tanımlamak için en sık kullanılan terimler; azim, dayanıklılık, çalışkanlık, kendine güven, kişinin önemli çalışmaları yürütme yeteneğine olan inancı ve ilgi duyulan alanlara uygulanan eylemdir. Modelde üstün yeteneği oluşturan entelektüel olmayan faktörler arasında gösterilen göreve adanmışlığın, üretken insanları karakterize eden özellik kümelenmesinde sürekli olarak önemli bir rol oynadığı belirtilmiştir.

Renzulli'nin üstün yeteneğe ilişkin modellinde yer alan göreve adanmışlık bileşenini Gagne'nin modelinde de motivasyona yapılan vurguda görmek mümkündür. Her ne kadar motivasyon bileşeni Gagne'nin modelinde üstün yeteneğin bir bileşeni olarak ele alınmamış olsa da yetenek üzerinde önemli bir katkısının olduğu belirtilmektedir.

2.1.3.Stenberg'in Üstün Yeteneklilik Modeli

Sternberg (2000), üstün yetenekliliğin anlaşılmasına yönelik yetenek/zekâ türlerine odaklanmak yerine yetenek/zekâ örüntülerine/kalıplarına odaklanılabileceğini belirtmiştir. İnsanların günlük yaşamda sık sık karşılaştıkları görevlerde üç tür düşünme biçimini kullandıkları öne sürmüştür. Bunlar; analitik, yaratıcı ve pratik düşünme yetenekleridir. *Analitik düşünme,* kişinin kendisinin veya başkalarının fikirlerini analiz etme ve değerlendirme yeteneğidir. Analitik düşünme becerisi planlama, gözlemleme, değerlendirme ve problem çözme süreçlerini de içine alacak şekilde tanımlanmıştır. *Yaratıcı düşünme,* yeni ve yüksek kaliteli bir veya daha fazla önemli fikir üretme yeteneğidir. Bu bileşen; işlem yürütmeyi, keşfetmeyi ve değerlendirmeyi içermektedir. *Pratik düşünme* ise, insanları

fikirlerin değeri konusunda ikna etme ve fikirleri pratik hale getirme yeteneği olarak tanımlanmıştır.

Modele göre, yukarıda sayılan yeteneklerin farklı kombinasyonları farklı üstün yetenek kalıplarının oluşmasına yol açmaktadır. Ayrıca yeteneğin pek çok yönde gelişmesinden dolayı bu karışım zamanla değişebileceği ifade edilmektedir (Gür, 2017). Sternberg'in modelinde, analitik düşünme, yaratıcı düşünme ve bu düşüncelerin uygulamaya dönüştürülmesi, üstün yetenekliliğin unsurları olarak karşımıza çıkmakta ve bu yeteneklerin, öğrencinin üstün yetenekliliğinin sorgulandığı bilim alanına hitap edici sorularla da ortaya çıkarılabileceği belirtilmektedir (Budak, 2007).

2.1.4.Sternberg ve Zhang'ın Üstün Yeteneklilik Modeli

Stenberg ve Zhang (1995), bireyin üstün yetenekli olarak değerlendirilebilmesi için beş ölçütü karşılaması gerektiğini belirtmektedir. Bu ölçütlerin, üstün yetenekli olduğu ya da olmadığı düşünülen çok sayıda insanın sezgisel olarak değerlendirilmesi ve üstün yetenekli olanların ortak özelliklerinin değerlendirilmesiyle elde edildiği belirtilmiştir. İlk olarak *Üstünlük ölçütü*, bireyin belirli bir alanda akranlarına göre üstün olduğunu ifade etmektedir. *Nadirlik ölçütü* ise üstün yetenekli olarak etiketlenebilmek için, bireyin akranlarına göre nadir görülen yüksek bir niteliğe sahip olması gerektiğini ifade eder. Modele göre, üstünlük ölçütünü desteklemek için nadirlik ölçütü gereklidir, çünkü bir kişi belirli bir özelliğe fazlaca sahip olabilir, ancak bu özelliğin nadir olduğu düşünülmezse, kişi yetenekli olarak görülmez. Üçüncü ölçüt olan *Yaratıcılık ölçütü*, bireyin üstün olarak değerlendirildiği alan veya alanların üretkenliğe yol açması gerektiğini belirtir. Diğer bir ölçüt olan *Gösterilebilirlik ölçütü*, bireyin yetenekliliğini belirleyen alan veya alanlar üzerindeki üstünlüğünün, geçerli değerlendirmeler olan bir veya daha fazla test yoluyla kanıtlanabilir olması gerektiğini belirtir. Modelde, bireyin, üstün yeteneklilik yargısına yol açan yeteneklere veya başarılara sahip olduğunu bir şekilde göstermesi gerektiği savunulmaktadır. Sadece yetenekli olmayı iddia etmek yeterli değildir. Son olarak, *Değer ölçütü*, bir kişinin üstün yetenekli olarak etiketlenebilmesi için, toplum tarafından değerlendirilen boyutta bir üstün performans göstermesi gerekliliğini ifade etmektedir. Modele göre üstün yetenekli birey, bu ölçütlerin tümünü sağlamalıdır.

Bu bölümde ele alınan modellere genel olarak bakıldığında üstün yeteneklilik ile ilgili geçerli tek bir tanımın olmadığı görülmektedir. Bununla birlikte her modelde, alana özgü yeteneklerin o alanda üstün yetenek tanımının yapılabilmesi için önemli olduğu

vurgulanmaktadır. Bir sonraki bölümde bu modellerin matematikte üstün yetenekliliğe yansıması ve bu alanda yapılan çalışmalar açıklanmaktadır.

2.2. Matematiksel Yetenek ve Matematikte Üstün Yetenek ile İlgili Çalışmalar

Matematiksel üstün yetenek, yüksek matematik yeteneklerini gerektiren son derece karmaşık bir yapıdır (Leikin, 2011). Dikkate alınan karakteristiklere göre matematiksel üstün yetenek tanımı ve modelinde farklılıklar görülebilmektedir. Bununla birlikte, matematikte üstün yetenekliliği ele alan çalışmaların, genel üstün yetenek tanımlarını matematik alanı özelinde ele almaktan daha fazlasını gerçekleştirdiği söylenebilir. Singer ve diğerleri'ne göre (2016), matematiksel üstün yeteneklilik tartışılırken, alana özgü bazı yönlerin vurgulanma zorunluluğu ortaya çıkmaktadır. Bu noktadan hareketle, matematikte üstün yetenekliliği tanımlamaya çalışan modellerin matematik alanına dair yönleri ele alış ve vurgulama biçimleri arasında farklılıkların olduğu söylenebilir.

Greenes (1981), öğrenme hızı yüksek, keskin gözlem becerisine, mükemmel bir hafızaya, muhakeme yeteneği ve soyutlama gücüne sahip bireyler olarak tanımladığı üstün yetenekli öğrenciyi matematikte karakterize eden yedi özellik sıralanabileceğini ifade etmiştir. Bunlar;

- Problemin kendiliğinden formülasyonu
- Verilerin kullanılmasında esneklik,
- Veri organizasyon yeteneği
- Fikirlerin akıcılığı konusunda zihinsel çeviklik,
- Yorumlamanın özgünlüğü
- Fikirleri transfer etme yeteneği ve
- Genelleme yeteneği şeklindedir.

Bu yeteneklerin yanında, matematikte üstün yetenekli bireylerin, problem seçimlerinde karmaşıklığı basitliğe tercih ettiğini, doğrudan hesaplama algoritmaları yerine farklı çözüm süreçlerini uygulamak için fırsat tanıyan, birden fazla koşul sunan tümdengelimli mantık kullanımı gerektiren soruları tercih ettiğini belirtmiştir.

Matematiksel yetenek ve matematikte üstün yetenek konusundaki en etkili çalışmalardan biri de şüphesiz Vadim Krutetskii'nin çalışmasıdır. 1955 yılında başlayan ve öğrenci, öğretmen ve alan uzmanlarını da içine alan bu çalışma, 1966 yılında sunulan bir araştırma

raporuyla sonuçlandırılmıştır. Krutetskii (1976) çalışmasına, her öğrencinin belirli bir alanda potansiyel yeteneğinin olduğunu fakat bu potansiyelin her alanda eşit olmadığını ve eğitimin bu potansiyel yeteneği ortaya çıkarıp artırabileceğini tartışarak başlamıştır. Altı ile on yedi yaş arasındaki yaklaşık iki yüz öğrenciyle yapılan boylamsal çalışmalar sonucunda üç farklı matematiksel düşünme biçimi tanımlanmıştır. Bunlar; a) Analitik Tip; soyut matematiksel düşünme biçimini b) Geometrik tip; şekilsel matematik düşünme biçimini ve c) Harmonik tip; soyut ve görünüşe dayalı düşünme biçimi şeklinde özetlenebilir.

Krutetskii (1976), araştırma bulgularından yararlanarak, problem çözme temelinde okul çağı için matematiksel yeteneğin yapısını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

1. Matematiksel bilgiyi edinme
    A. Matematiksel materyalin şekilsel algısına dair yetenek, problemin biçimsel yapısını kavrayabilmeye dair yetenek
2. Matematiksel bilginin işlenmesi
    A. Nicelik ve uzaysal ilişkiler, sayılar ve harfli semboller dünyasında mantıklı düşünmeye yönelik yetenek, matematiksel sembollerle düşünmeye dair yetenek.
    B. Matematiksel obje, ilişki ve işlemlerle hızlı ve geniş genellemelere dair yetenek
    C. Matematiksel muhakeme sürecinin ve işlemlere yönelik sistemlerin kısaltılmasına dair yetenek, kısıtlı yapılarda düşünme yeteneği.
    D. Matematiksel etkinliklerde esnek bilişsel süreçler
    E. Çözümlerin netliği, basitliği, ekonomikliği ve rasyonelliği için çaba gösterme.
    F. Bilişsel süreçlerin yönünün hızlı ve serbest şekilde yeniden yapılandırılması, doğrudan ters düşünme dizisine geçiş yeteneği. (Matematiksel muhakemede bilişsel süreçlerin tersine çevrilebilirliği)
3. Matematiksel Bilginin Saklanması
    A. Matematiksel hafıza (Matematiksel ilişkilerin, özellik tiplerinin, argüman ve ispatların şemalarının, problem çözme metotlarının ve ilkelerinin genelleştirilmesi için hafıza)
4. Genel Sentetik Bileşen
    A. Matematiksel düşünme biçimi (s.350,351)

Yukarıda ifade edilen bileşenlerin birbirleriyle yakından ilişkili olduğu, bütünleştirici bir sistem dâhilinde birbirini şekillendirdiği ve Krutestkii'nin matematiksel üstünlüğün ayırıcı bir belirtisi olarak tanımladığı *"matematiksel düşünme biçimini"* (mathematical cast of mind) oluşturduğu savunulmaktadır. Çalışmada, yukarıda sıralanan bileşenlere ek olarak zorunlu olmamakla birlikte varlığı veya yokluğu matematiksel düşünme biçiminin türünü belirlediği iddia edilen değişkenler olduğu ifade edilmiştir. Bu değişkenler şöyle sıralanmıştır;

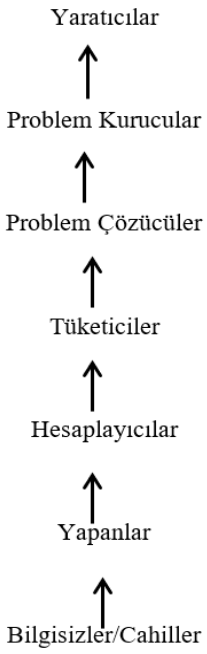
1. Geçici bir özellik olarak zihinsel süreçlerin hızlılığı. (Bireysel çalışmanın temposunun belirleyici bir değeri yoktur. Matematikçi kasten, hatta yavaş, ama çok kapsamlı ve derinden yansıyabilir.)
2. Hesaplama yetenekleri (Genellikle zihinden yapılan hızlı ve kesin hesaplama yeteneği)
3. Semboller, sayılar ve formüller için bir bellek.
4. Uzaysal kavramlar için yetenek
5. Soyut matematiksel ilişkileri ve bağımlılıkları (Dependencies) görselleştirme becerisi. (S. 351)

Krutetskii (1976), doğuştan gelen biyolojik eğilimlerin gerekli olduğunu ancak yeteneğin ortaya çıkması veya geliştirilmesi için yeterli olmadığını savunmaktadır. Okul çağındaki öğrenciler için tanımladığı bileşenlerin içerik olarak öğrencinin geçtiği eğitim sürecinden etkilendiğini belirtmiştir.

Öğrencilerin eğitim sürecinde kazanmış olduğu matematiksel bilgi ve becerilerin yanında bu bilgileri kullanma biçimleri de matematikte yeteneği ele alan çalışmaların ilgi konusu olmuştur. Örneğin, Schoenfeld (2007) bilginin yeterli olmadığını ve bilgiyi uygun koşullarda kullanabilmenin önemli bir bileşen olduğunu savunmaktadır. Matematiksel yeterlik (proficiency) terimini kullanmayı tercih eden Schoenfeld, bir matematikçinin işinin, a) bilinen bir sonucu genişletme, b) yeni sonuçlar bulma ve c) bilinen sonuçları bir bağlama uygulama şartlarından en az birini gerçekleştirmek olduğunu ifade etmiştir. Bunun yanında matematik yeterliğe sahip olanların, sadece iyi bir problem çözücü olmanın dışında, düşünce bakımından esnek, farklı çözümler bulma konusunda becerikli ve karşılaştığı matematiksel zorluklar karşısında mücadele etme eğilimine sahip bireyler olduğunu ifade etmektedir.

Schoenfeld (2007), matematiksel yeterliğin unsurlarını dört başlık altında sıralamaktadır. Bunlar; 1) Bilgi Tabanı, 2) Stratejiler, 3) Üstbiliş ve 4) İnanışlar ve duygulardır. *Bilgi tabanı,* matematiksel gerçekleri, tanımları ve prosedürleri içermektedir. *Stratejiler*, Polya'nın problem çözme stratejilerine dayandırılarak; öğrencinin problem çözmek için yöntemlerden yararlanmasını, benzer problemleri çözebilmesini, bağlantılı problemler üretebilmesini ifade etmektedir. *Üstbiliş*, etkili problem çözme için, bireyin sergilediği yansıtma davranışları olarak ele alınmıştır. Schoenfeld (2016), Üstbiliş başlığı altında; öz düzenleme, izleme ve kontrol karakteristiklerini ele almakta ve bir problem çözücüyü etkili kılan şeyin sadece bilgi değil, bu bilgiyi kullanmak için kendine fırsat vermesi olduğunu savunmaktadır. Son olarak *inanış ve eğilimlerin*, matematik veya çalışılan matematik konusunun birey için anlam ifade etmesi şeklinde açıklanmıştır. Buradaki önemli noktalardan birisi de bireyin matematiğin doğası ile ilgili inançlarını, çoğunlukla matematik dersindeki deneyimlerinden aldığının ifade edilmesidir.

Matematiksel üstün yetenek kavramı, buraya kadar açıklanan çalışmalarda olduğu gibi doğrudan bireyin sahip olması gereken özellikler üzerinden açıklanmaktadır. Bazı çalışmalarda ise öğrencilerin ve hatta matematikçilerin yeteneklerinin derecelendirilmesi şeklinde ele alındığı görülmektedir. Örneğin Sheffield (1994; s.28), matematiksel yeteneğin seviyelerine ait hiyerarşiyi aşağıdaki gibi ifade etmiştir.



Şekil 1: Matematiksel yetkinliğin seviyeleri

Hiyerarşinin en altında matematiği hiç anlamadığını ve kullanmadığını ifade eden kişilerden oluşur. Bir üst aşama olan ve *yapanlar(doers)* olarak isimlendirilen grupta tam sayılar ve rasyonel sayılarla bazı hesaplamaları yapabilen öğrenciler yer almaktadır. Bu öğrenciler dört işlem kurallarını ezberler ve işlemleri tekrar tekrar yaptıkları için hesap gerektiren durumlarda başarı gösterirler.

Matematik yapma seviyesinin üstünde sayı sistemlerinin yapısını ve işlemsel kavramları iyi anlayabilen öğrenciler bulunmaktadır. *Hesaplayıcılar* olarak tanımlanan bu öğrenciler bazı standart başarı testlerinden yüksek sonuçlar alabilmektedir. Sadece hesap yapabilmenin ötesinde, günlük yaşam problemlerini çözmek için matematiksel kavramları uygulama becerisi gösterebilenler *tüketiciler* olarak sınıflandırılmıştır. Sheffiled'e göre gerçek matematik problemlerini çözmek bu aşamanın üzerindedir. *Problem çözücüler* olarak isimlendirdiği bu öğrenciler, matematik bilgilerini cevabın açık olmadığı durumlarda uygulayabilir. Problemin çözümü için önceden belirlemiş oldukları bir kuralları yoktur ve sık sık daha önce denemedikleri yolları kullanırlar.

Problem çözücü seviyesinin bir üstünde yer alan seviye problem kurucu seviyesidir. Shefield bu gruptaki bireylerin özelliklerini şöyle ifade etmiştir:

> *Başkasının önerdiği problemleri çözme yeteneğinden daha da büyük bir yetenek, problemleri yaratma, tanımlama veya ortaya koyma yeteneğidir. Bu yetenek, bir durumun önemli yönlerini görebilme ve bununla ilgili sorular sorma yeteneğine dayanır. Bugün dünyada bilinen tematiklerin çoğu son 50 yılda keşfedilmiştir ve eğer birisi üzerinde çalışılacak yeni problemler önermemiş olsaydı, yeni sorunlara çözümler asla bulunamazdı (Sheffield, 1994; s.29).*

Hiyerarşinin en üstünde yeni matematiğin *yaratıcıları* yer almaktadır. Bu seviyedeki bireylerin özellikleri şöyle açıklanmıştır:

> *Matematiğin yaratılması önce üzerinde çalışılacak yeni soruların oluşturulmasını ve daha sonra soruları cevaplamak için matematiğin keşfini veya icat edilmesini gerektirir. Küçük çocuklar bile kendileri için yeni olan matematiği keşfedebilir veya yaratabilirler ve bunu yapmaya teşvik edilmelidirler. Kendileri için oluşturdukları matematiği,*

öğretmeye çalıştığımız tüm matematiklerden çok daha iyi anlayacak ve hatırlayacaklardır (Sheffield, 1994; s.29).

Sheffield, matematiksel yeteneklerle ilgili oluşturulan listelerde doğru ve hızlı hesap yapma yeteneğinin yer almadığına dikkat çekmiştir. Matematikte yetenek gösteren bazı öğrenciler bu özelliğe sahip olsa da bu yeteneğin matematikte üstün yetenek için gerekli veya yeterli bir koşul olmadığını ifade etmiştir.

Matematiksel yetenek seviyeleri ile ilgili önemli çalışmalardan bir diğeri de Usiskin'in (2000) araştırmasıdır. Usiskin yeteneği, kişinin yüksek kaliteli performans göstermesini sağlayan niteliği olarak ele almıştır. Yeteneğin birçok değeri olan bir değişken olduğunu savunan Usiskin, yetenekleri tartışmak için bu değişkenlerin değerlerini seviyelere ayırmayı uygun bulduğunu ifade etmiştir. Matematiksel yeteneği yedi seviyeye ayırmıştır. Bu seviyeler aşağıda açıklanmaktadır.

Seviye 0: Yeteneksizler: Bu en düşük seviyede çok az matematik bilen yetişkinler yer almaktadır. Aritmetikten habersizdirler. Bu seviyedeki yetişkinler, matematikle bilgileri açısından çocuklarla aynı düzeydedir Usiskin'e göre herkes bir zamanlar bu seviyede bulunmuştur.

Seviye 1: *Temel Yetenek-Kültür seviyesi*: Bu seviyedeki bireyler, dört temel işlemden herhangi birini içeren aritmetik problemlerinde akıl yürütme ve tahmin becerilerini sergileyebilecek düzeydedir. Diğer bir deyişle aritmetik ve sayı içeren problemleri rahatlıkla çözebilen bireylerin bulunduğu seviyedir. Usiskin'e göre günümüzde birçok yetişkin bu seviyededir ve bu seviyede yapılanlar yetenek olarak görülmemektedir.

Seviye 2: Onur Öğrencisi: Usiskin'e göre ilkokul (elementry) öğretmenlerinin işi öğrencileri birinci seviyeye taşımak ise ortaokul ve lise matematik öğretmenlerinin işi ikinci seviyeye taşımaktır. Okulun ilk yıllarından itibaren düzenli çalışan bir öğrencinin bu düzeye gelebileceğini söylerken, bu seviyeye ulaşan öğrencilerin ileride matematikte uzmanlaşabileceğini belirtmiştir. Öyle ki birçok matematik öğretmeninin bu seviyeden geldiğini savunmaktadır.

Seviye 3: Müthiş Öğrenci: İlk %1-2'lik dilimde olan bu öğrenciler matematiksel fonksiyonları bir nesne olarak algılar ve temel ispatları kolayca yapabilirler. İç görüleri vardır ve problemlere beklenmedik çözümler bulabilirler. Sadece çalışarak bu seviyeye ulaşılamaz, ekstra çalışma gereklidir. Bu öğrenciler uzman matematikçi olabilir.

Seviye 4: Olağanüstü Öğrenci: üçüncü seviyedeki öğrencilerin sayısının yüzde birinin yarısı kadar öğrenci bu seviyededir. Bu öğrenciler matematikte üstün yetenekli olmakla birlikte, yetenekleri gelişime açıktır. Dördüncü seviyedeki bir öğrenci lisedeyken bile matematik lisans veya yüksek lisans öğrencisi gibi olabilir, kısa makaleler yazabilir, ispatlar yapabilir ve bir matematikçiyle matematik konuşabilir. Bu öğrenci bir matematikçidir.

Seviye 5: Üretken Matematikçi: dördüncü seviyedeki bir öğrenci zaten bir matematikçidir ve liseden mezun olduğunda tipik bir matematik bölümünde alınan derslerin en az yarısına hâkimdir. Bu aşamada belirli matematik konularında odaklanma söz konusudur. Üretken bir matematikçi olabilmesi için matematiğe karşı daha fazla sevgiye ve önceki seviyelerde gerekenden daha fazla özen ve kararlılığa ihtiyacı vardır.

Seviye 6: Olağanüstü Matematikçi: Matematikçiler arasındaki seviyelerden ilkidir. Bu seviyedeki matematikçiler, matematikçilerin ilk yüzde birkaçıdır. Alanında kayda değer buluşlar yapmış ve alanın tarihine ismini yazdırmıştır.

Seviye 7: Tüm zamanların Matematik Büyükleri: Euler, Gauss, Arşimet, Newton, Leibniz, Riemann, LaGrange, Pascal, Öklid gibi matematikçilerdir.

Sheffield (1994) ve Usiskin'in (2000) çalışmalarının matematiksel yeteneği sınıflandırmaları açısından karşılaştırıldığında Sheffield'in çalışması okul matematiğini, Usiskin' in çalışması ise sıradan bir bireyden üst düzey matematikçiye kadar uzanan geniş bir yelpazeyi ele aldığı söylenebilir. Sheffield'in problem kurucular, Usiskin'in ise seviye 3 (Müthiş Öğrenciler) olarak sınıflandırdığı seviyelere bakıldığında araştırmacıların öğrencilerdeki matematiksel yetenekte yaratıcılığı ön plana çıkardıkları söylenebilir.

Sriraman (2005), Usiskin'in hiyerarşinde, yetenekli matematikçiler beşinci seviyede bulunurken yaratıcı matematikçilerin altı ve yedinci seviyelerde yer almasından hareketle, matematiksel yaratıcılığın matematiksel üstünlüğü gerektirdiği fikrini ortaya atmıştır.

Matematiksel yaratıcılığı K-12 ve profesyonel (mesleki) olmak üzere iki farklı şekilde ele alan Sriraman, mesleki yaratıcılığı, bilgi kütlesini önemli ölçüde genişleten orijinal çalışma üretme ve diğer matematikçiler için yeni soru yolları açma yeteneği olarak tanımlamıştır. Öte yandan K-12 sınıflarındaki matematiksel yaratıcılığı, belirli bir probleme olağandışı ve/veya iç görülü çözümlerle sonuçlanan süreçler ve eski bir problemin hayal gücü gerektiren yeni bir açıdan değerlendirilmesi olarak ifade etmiştir. Literatürün bir sentezi olarak matematiksel yaratıcılığı artırmak için beş kapsayıcı ilke tanımlamıştır:

Gestal ilkesi: matematiksel yaratıcılığın, hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulamadan oluşan dört aşamalı süreç olarak nitelendirilmesidir. Kişinin önemli bir süre problem veya sorun üzerinde çalıştıktan sonra (hazırlık), herhangi bir atılım yapmadan problemin kenara konulmasını (kuluçka) ve bu süreç sonunda aydınlanma anının yaşandığını ifade etmiştir.

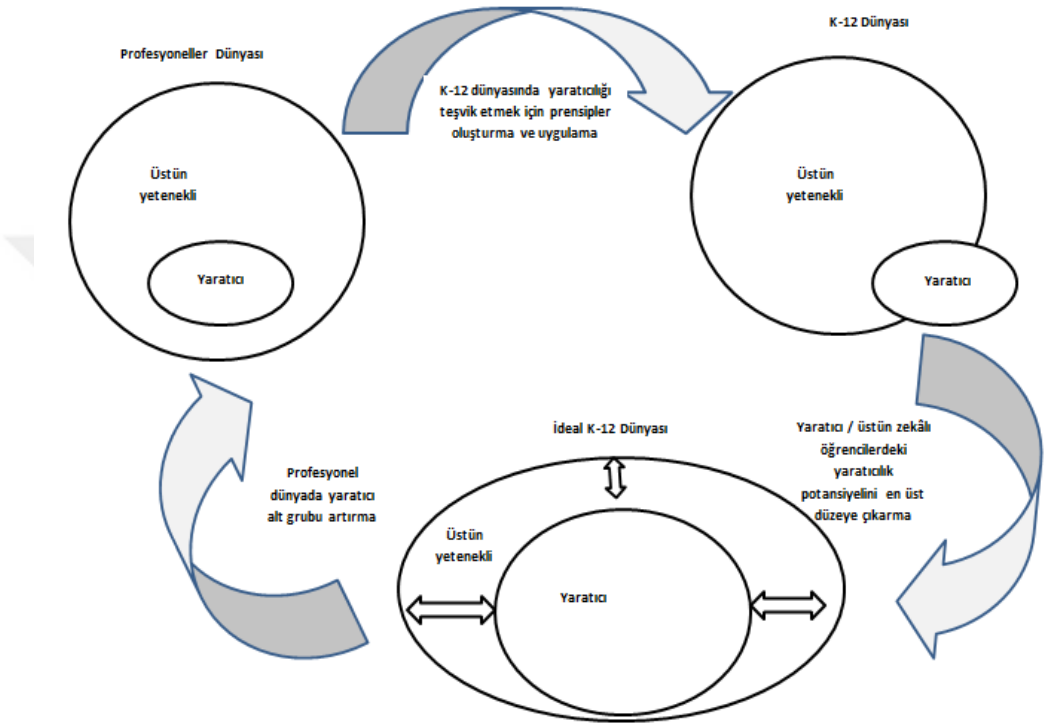
Estetik İlke: Matematikçilerin farklı fikirleri birleştirmeleri, güzel bir teorem oluşturmalarını, basit bile olsa çözümün takdir edilir düzeyde estetik oluşunu ifade eden ilkedir.

Serbest Piyasa İlkesi: Bir konu veya problem hakkındaki görüşlerin/çözümlerin akademik ortamda duyurarak risk alınmasını ifade eder. Sriraman, üstün yetenekli öğrencilerin, yarışma, toplantı gibi bölgesel veya daha geniş çaplı etkinliklerde deneyim kazanmasının önemli olduğunu vurgulamıştır.

Bilimsel İlke: Öğrencinin probleme yaklaşımının sınıf ortamında tartışmaya ve sorgulanmaya açık olması durumunu ifade etmektedir. Öğrencilere problem oluşturma fırsatlarının verilmesi veya açık bir talimat olmaksızın problem durumlarının keşfedilmesini sağlayan ortamların sunulması bu ilkeye hizmet etmektedir.

Belirsizlik ilkesi: Sriraman'a göre yaratıcılık, öğrenmenin aksine öğrencinin matematik yaratmanın belirsizliğine maruz kalmasını gerektirir. Bu nedenle öğrenciler yüzyıllar boyunca gelişmiş ve çözmek için matematikçilerin nesiller boyu çaba harcadığı matematik ve bilim fikirlerine maruz kalmalıdır.

Yukarıda ifade edilen ilkelerden hareketle Sriraman, K-12 düzeyinde matematiksel yaratıcılık ve matematiksel yeteneğin yapıları arasındaki ilişkiyi ve uyumu gösteren kavramsal model ortaya koymuştur. Modeldeki yapılar arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 2: Yaratıcılık ve yetenekliliğin uyumluluğunu en üst düzeye çıkarma (Sriraman, 2005).

Kavramsal modele ilişkin Şekil 2'de sunulan özelliklerden birisi matematiksel yaratıcılık ve matematiksel üstünlük arasındaki ilişkinin yapısıdır. Sriraman'a göre K-12 dünyasında matematiksel yaratıcılık, matematiksel üstün yeteneğin "pervazındadır". Öte yandan, matematiğin profesyonel dünyasında yaratıcılık nadir ve aranan bir özelliktir. Modelde amaç, ayrık olan bu iki dünyayı (K-12 ve profesyoneller dünyası) köprülemektir. Bunun da yukarıda açıklanan yaratıcılık için beş ilkenin uygulanması ile mümkün olacağı ifade edilmektedir.

Sriraman (2005), modelinin Renzulli ve Stenberg'in modellerinden unsurlar taşıdığını belirtmektedir. Renzulli'nin göreve bağlılık (görev taahhüdü) veya motivasyon anlayışının profesyonellerin dünyasında önemli bir özellik olduğunu, ayrıca, bu bileşenin yaratıcılığı artıran ilkelerden belirsizlik ilkesi başlığı altında ele alınabileceğini belirtmiştir. Bununla

birlikte Stenberg'in üstün yetenek görüşünde yer alan analitik, sentetik(yaratıcı) ve pratik üstünlük kavramlarının da modelinde yer aldığını ifade etmektedir. Beşinci seviyedeki matematikçilerin yüksek düzeyde analitik ve pratik yetenekleri sergilediğini, altıncı ve yedinci seviyedeki matematikçilerin de daha yüksek seviyelerde sentetik yani yaratıcı yeteneklere sahip olduğunu öne sürmektedir.

Matematiksel üstün yetenek ile ilgili birçok çalışmada (örn. Krutetskii, 1976; Leikin, Koichu ve Berman, 2009; Sriraman, 2003; Szabo, 2016; Therfall ve Hargreaves, 2008) problem çözme becerisi vurgulanmıştır. Leikin ve diğerleri (2009), genel üstün yetenek ve matematikte üstün yeteneklilik araştırmaları arasındaki boşluğu doldurmayı amaçladıkları çalışmalarında, problem çözme etkinlikleri bağlamında bir matematiksel üstün yeteneklilik modeli ile genel üstün yeteneklilik bileşenlerini ilişkisini tanımlamışlardır. Bu bağlamda Renzulli'nin genel üstün yeteneğe ilişkin; "ortalama üstü yetenek, yaratıcılık ve görev teslimiyeti" olarak tanımladığı ve üç halka modeli ismi ile bilinen çerçeve temel alınarak matematikte üstün yeteneğe ilişkin bir model önermişlerdir. Modelde Renzulli'nin ortalama üstü yetenek kavramı, problem çözmede etkililik ile ilişkilendirilmiştir. Etkililik kavramı, verilen matematik problemine doğru çözümler bulma, problemlere doğru ek çözümler üretme ve bu problemlerle ilişkili çözülebilir problemler üretme şeklinde ele alınmıştır.

Modelde yaratıcılık boyutuna karşılık Torrance'ın yaratıcılık ile ilgili üç temel bileşeni olan akıcılık, esneklik ve özgünlük temel alınmıştır. Akıcılık bileşeni, verilen problemi mümkün olan en fazla yolla çözme, benzer problemler için problemin formüle edilmesi şeklinde ele alınmıştır. Esneklik, probleme yönelik cevaplar üretilirken gösterilen yaklaşımlardaki belirgin değişimler olarak tanımlanırken, özgünlük bileşeni aynı probleme verilebilecek cevap ve fikir havuzu içinden nispeten küçük sıklıkta olanları ifade etmektedir. Modelin diğer bileşeni olan göreve bağlılık, planlanmış bir zaman dilimi ve dışsal bir izleme olmasa bile performansın sürdürülmesi, başarıya karşı ısrarcı olma ve kesintiye uğrayan görevleri tamamlama eğilimi gösterme şeklinde ifade edilmiştir.

Matematiksel yeteneğin tanımlandığı bir diğer araştırma ise Pitta-pantazi, Christou, Kontoyianni ve Kattou'nun (2011) çalışmasıdır. Modelde, Gagne'nin Ayrımsal Üstün Zekâ Modeli, Demetriou ve meslektaşlarının Deneyimsel Yapısalcılık Teorisi ve Renzulli'nin Üç Halka Modeli, matematik alanında bütünleştirilmiştir. Modele göre matematiksel üstün yetenek, matematik yeteneği ve matematiksel yaratıcılıktan oluşur. Fakat matematiksel

yeteneklerin, matematiksel üstün yetenekliliğin yapısına matematiksel yaratıcılıktan daha fazla katkıda bulunduğu belirtilmektedir. Bununla birlikte akıcı zekâ, çalışan bellek, öz algı, süreç kontrolü gibi doğal/bilişsel yeteneklerin matematiksel üstün yeteneğin bir yordayıcısı olduğu istatistiksel olarak ortaya konulmuştur. Matematikte üstün yetenekliliğin sadece doğal/bilişsel yetenekleri ve hızlı yanıtları inceleyen testler yerine problem çözme görevlerinde gösterilen matematiksel yetenekler ve yaratıcılıkla değerlendirilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Matematikte üstün yetenekle ilgili fikirlerden birisi de bu özellikteki öğrencilerin erken yetişmişliği düşüncesi ile ele alınmasıdır. Örneğin, Threlfall ve Hargreaves (2008), araştırmalarında matematikte üstün yetenekli öğrencilerle, bu öğrencilerden yaşça daha büyük olan öğrencilerin problem çözme performanslarını karşılaştırmıştır. Çalışmada yer alan dokuz yaşındaki üstün yetenekli öğrenciler ile 13 yaşındaki ortalama yetenekli öğrencilerin problemlere benzer şekilde yaklaştığı ve bu nedenle üstün yetenekli öğrencilerin erken yetişmiş olduklarını ifade etmektedirler.

Leikin, Leikin, Paz-Baruch, Waisman ve Lev (2017) ise matematiksel üstün yetenek olgusunu, temel bilişsel özellikler, nöro-bilişsel özellikler ve matematiksel yaratıcılık olmak üzere üç alan üzerinden açıklamışlardır. Araştırmada öğrenciler üç grupta kategorize edilmiştir. O*kul matematiğinde uzmanlar (EM),* matematik sınavlarında 90 puan üstü ve matematikte skolastik değerlendirme testinden de (SAT-M) 35 puan üzerinden 26 puan üstü alan öğrencileri tanımlamaktadır. *Genel üstün yetenekliler(G)*, ilkokuldayken Eğitim Bakanlığı tarafından yürütülen bir tarama sürecinde IQ puanları 130'dan büyük olan öğrencilerdir. Bu öğrencilerin genel üstün yetenekliliği Raven'ın İleri İlerleme Matris Testi (RPMT) ile 30 üzerinden 27'den daha yüksek bir puan kullanarak doğrulanmıştır. Üçüncü grup olan *süper matematiksel yetenekli öğrenci grubu (S-MG),* hem G hem de EM kriterlerini karşılayan ve ayrıca matematikte olağanüstü başarılar gösteren öğrencilerden oluşturulmuştur. Bu öğrenciler ya ulusal Olimpiyat takımlarına üyelik ya da eğitim lise eğitimleri yanında üniversite matematik dersleri alan ve 95 puanın üzerinde puanlar almış olan öğrencilerdir. Bu öğrencilere matematik profesörlerinden olağanüstü yetenekleri olduğu yönünde referanslar verilmiştir. Araştırmada EM ve S-MG kodlu öğrencilerle karşılaştırılan üçüncü grup öğrenci ise üstün yetenekli olmayan fakat okul matematiğinde uzmanlık gösteren (NG-EM) öğrencilerdir.

Leikin vd (2017) çalışmalarında belirlemiş oldukları öğrencilerin genel bilişsel özellikleri ve matematikte yaratıcılık seviyeleri çeşitli ölçeklerle belirlenmiş ayrıca problem çözümü esnasında nöro-bilişsel fonksiyonları EEG verileri ile tespit edilmiştir. Tüm ölçümler sonucunda süper matematiksel yetenekli öğrencilerin dört tür özelliği belirlenmiştir. Bu özellikler şöyle özetlenebilir: (S-MG: süper matematiksel üstün yetenekli öğrenciler, G-EM: Genel üstün yetenekli ve okul matematiğinde uzmanlar, NG-EM: Üstün yetenekli olmayan ve okul matematiğinde uzman olan öğrenciler)

1. Tip-Toplam Özellikler: S-MG öğrencileri NG-EM öğrencilerinden çok daha iyi performans gösterirken, G-EM öğrencileri de bu testlerde NG-EM öğrencilerinden daha yüksek puanlar aldılar; ancak G-EM ve NG-EM öğrencileri arasındaki farklar anlamlı değildir.

2. Tip: G ile ilgili özellikler: Bu özelliklerle ilgili görevlerde, genellikle üstün yetenekli öğrenci grubu (S-MG ve G-EM) üstün yetenekli olarak tanımlanmayan NG-EM öğrencilerinden daha iyi performans göstermiştir.

3.tip: S-MG öğrencilerinin benzersiz özellikleri: S-MG öğrencileri, S-MG öğrencilerinin benzersiz özellikleri ile ilişkili görevleri yerine getirirken G-EM ve NG-EM öğrencilerine göre önemli ölçüde daha iyi performans göstermiş, G-EM ve NG-EM öğrencileri arasında bu görevler arasındaki anlamlı fark bulunamamıştır.

4. Tip: Çözülen/Bulunan Özellikler: Her üç grubun performansı arasındaki farkların anlamlı olduğu görülmüştür.

G-EM öğrencilerinin performansı belirli bir görevdeki NG-EM öğrencilerinin performansından önemli ölçüde daha iyi olduğunda ve G-EM ve S-MG öğrencileri bu görevde benzer sonuçlar gösterdiğinde, bu görev genel üstün yeteneklilik (G) ile ilişkili özellikler olarak adlandırılmıştır. Bu özellikler arasında kısa süreli hafıza, görsel eşleştirme yeteneği, iç görü tabanlı matematiksel görevlerin çözüm doğruluğu ve öğrenme tabanlı modelleme görevlerini çözerken esneklik ve özgünlük yer almaktadır. G ve EM birleşiminin, iç görü temelli matematiksel problemleri çözmede başarı için gerekli bir koşul olduğunu ve EM ve G özelliklerinin birleşiminin, öğrenme temelli görevlerin çözülmesiyle ilişkili sinirsel verime yol açtığı iddia edilmiştir. Bu bulguları birleştirerek, matematiksel yaratıcılıkla ilişkili matematiksel üstünlüğün G-bağımlı olduğu iddia edilmiştir. Bununla birlikte, S-MG

katılımcılarının her üç boyuttaki görevler üzerindeki performanslarından hareketle matematiksel üstünlüğün sadece EM ve G'nin bir birleşimi olmadığını belirtilmiştir. Matematiksel üstünlüğün tanımlanmasının matematiksel iç görü ile güçlü bir şekilde bağlantılı olduğu ifade edilmiştir.

Matematikte üstün yeteneklilik ile ilgili buraya kadar ele alınan çalışmalarda bu öğrencilerin matematiksel bilgiyi kazanma ve bu bilgileri yorumlama ve transfer etmede sergiledikleri esneklik, matematiksel problem çözmede ortaya koydukları performanstaki akıcılık, yaratıcılık, özgünlük ve öğrenme süreçlerini yönetiminde gösterdikleri kontrol yönüyle önde olmalarının vurgulandığı söylenebilir. Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin vurgulanan karakteristikleri arasında matematikte soyutlamanın da yer aldığı görülmektedir. Mantıksal akıl yürütme, matematiksel hafıza ve uzamsal yetenek gibi matematiksel düşünmenin temelini oluşturan kavramlarla birlikte ele alınan matematiksel soyutlama (Krutetskii, 1976), matematikte üstün yetenek literatüründe çoğunlukla genelleme becerisi ile birlikte alınmıştır. Nitekim Sriraman'a göre (2003), matematiksel soyutlama genelleme yeteneğinin bir öncüsüdür ve matematikte üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama davranışları, bu öğrencileri genellemeler oluşturmada başarılı olmalarını sağlayan önemli bir faktördür. Benzer şekilde Amit ve Neria (2007), geneleme yeteneğinin; matematiksel soyutlama içeren yüksek düzeyde bir düşünme olması nedeniyle, yetenekli öğrencileri karakterize eden ve onları diğerlerinden ayıran bir özellik olduğunu ifade etmiştir. Yeşildere (2006), öğrencilerin düşünme ve bilgi oluşturma sürecini matematiksel güçleri perspektifinde ele aldığı çalışmasında; düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtiklerini, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin ise daha önce oluşturdukları bilgi yapılarını tanıma, kullanma ve yeni bilgi yapısı oluşturmada daha başarılı olduğunu tespit etmiştir.

Literatürde matematikte üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama becerilerinin ele alındığı çalışmaların sınırlı olduğu ve bu çalışmalarda çoğunlukla öğrencilerin söz konusu süreçte ortaya koydukları yüksek düşünme ve problem çözme kabiliyetleri yönüyle ele alındığı görülmektedir. Bununla birlikte Leikin (2011), matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öğrenme ve düşünme süreçlerinin çağdaş eğitim teorileri ilişkili olarak ele alınması gerektiğini ifade etmiştir. Bir sonraki bölümde, matematiksel soyutlama ile ilgili kuramsal bilgiler ve bu kavrama ilişkin ortaya koyulan teorilerden biri olan AiC metodolojisi ile ilgili detaylar paylaşılmaktadır.

2.3. Soyutlama ve AİC Metodolojisi

Soyutlama, geçmişten günümüze birçok filozof tarafından ele alınıp tartışılan kavramlardan birisidir. Bu kavramı ilk olarak Aristoteles ve sonrasında John Locke'un ele aldığı bilinmektedir. Van Oers (2001), Locke'un klasik soyutlama anlayışının günümüze kadar olan bakış açısını etkileyen temel varsayımlarını aşağıdaki üç maddede özetlemektedir.

- Soyutlamalar, (birden fazla nesneyi temsil edebilecek olan) nesnelerin kategorilerini oluştururlar.
- Soyutlamalar, somutun karşıtı olan şeylerin bağlamından ayrı olarak değerlendirilir.
- Soyut düşünme, düşüncenin gelişiminde daha ileri aşamaların ayırt edici bir özelliğidir.

Bu temel varsayımlar çerçevesinde yapılan çalışmalarda soyutlamanın belirli birtakım bilişsel süreçler gerektirmesi ve sadece bu bilişsel süreçlerin gelişimi sonrasında meydana gelebileceğinin düşünülmesi dikkat çekmektedir (Van Oers, 2001).

Çalışmalarında klasik soyutlama anlayışının etkilerinin görüldüğü bir isim de Piaget'dir. Ona göre soyutlama, deneysel (empirical), sözde deneyimsel (pseudo- empirical) ve yansıtıcı (reflective) soyutlama olmak üzere üç farklı şekilde tasvir edilebilir (Sağlam, 2015). Deneysel soyutlama, motor deneyimler sonucunda elde edilen ve nesnelerin gözlenebilir özellikleri ile ilgili olan soyutlamadır. Sözde deneyimsel soyutlama ise, nesneler üzerinde gerçekleştirilen işlemleri de içeren bir soyutlamayı ifade etmektedir. Son olarak yansıtıcı soyutlama, kişinin eylemler üzerindeki zihinsel işlemleri ile ilgilidir. Sonuç olarak burada bahsedilen klasik soyutlama yaklaşımında genel olarak bireyin nesnelerdeki değişmeyen örüntüleri araması ve daha sonra bu örüntülerin genel özelliklerini bulması söz konusudur.

Matematiksel soyutlama kavramı ile ilgili olarak Mitchelmore ve White (2012) üç farklı yaklaşımın varlığından söz etmektedir. Bunlar, deneysel soyutlama, yatay matematikleştirme ve dikey matematikleştirmedir. Bunlardan ilkinde, Piaget'in deneysel soyutlama fikri temelinde fakat daha geniş bir soyutlama fikri vurgulanmaktadır. Bu yaklaşıma göre matematiksel kavramlar, yüzeysel özelliklerden değil, temel matematiksel yapıdan soyutlanmaktadır. Diğer bir yaklaşım olan yatay matematikleştirmede, problem çözücünün

tanıdık bir durum içindeki bir problemi analiz etmek için matematiksel bir nesne kullandığında ortaya çıkan soyutlama biçimi ele alınmaktadır. Problem çözücünün bu süreçte probleme ilişkin alakasız olan yönleri göz ardı etmesi, şekiller ve diyagramlar gibi çeşitli matematiksel nesneleri kullanılarak problemde yer alan temel ilişkileri içeren temsiller oluşturulması söz konusudur. Üçüncü ve son yaklaşım olan dikey matematikleştirme yaklaşımında ise daha yüksek bir genellik düzeyinde bir veya daha fazla yeni zihinsel nesnenin oluşumu tasvir edilmektedir.

Matematiksel soyutlamayı dikey matematikleştirme perspektifinde ele alan yaklaşımlardan birisi Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya konulan AiC (Abstraction in Context) teorisidir. Teoriye göre soyutlama, daha önce inşa edilmiş matematiksel bilginin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlanmaktadır (Hershkowitz ve diğer., 2001). Bu soyutlama yaklaşımının etkin kullanımına yönelik ortaya konulan birtakım kavramlar, çeşitli sınıf deneyimleri ışığında aşağıdaki gibi açıklanmıştır:

Tanımda yer alan *aktivite* terimi, Leont'ev tarafından ortaya konulan aktivite teorisi anlamında ele alınmış olup matematiksel soyutlamanın gerçekleştiği bağlamın dikkate alınması gerektiğini ifade etmektedir. *Daha önce inşa edilmiş matematiksel bilgi* ifadesiyle ise, soyutlamanın öz yinelemeli doğasını yansıtan bir bakış açısıyla ele almaktadır. Buna göre önceki soyutlama işlemlerinin sonuçları mevcut soyutlama aktivitesi sırasında kullanılabilir olması durumu ve mevcut aktivite -Davydov ve Ohlsson ve Lehtinen tarafından ortaya konulan- ilk ve rafine edilmemiş bir soyutlama biçiminden başlamasına işaret edilmektedir. *Yeni bir matematiksel yapıya dönüştürme* ifadesi, yeni bir hipotez kurmak, matematiksel bir genelleme yapmak, bir kanıt veya bir problemi çözmek için yeni bir strateji geliştirmek gibi matematiksel bağlantıların kurulmasına ilişkin eylemleri içermektedir. *Dikey* ifadesiyle de Gerçekçi Matematik Eğitimi Ekolünde, dikey matematikleştirme ile ilgili olarak yapılan "matematiksel öğelerin, genellikle orijinallerden daha soyut bir biçimde ve diğer öğelerle bir araya getirilerek yapılandırıldığı, organize edildiği ve geliştirildiği etkinlikler" tanımlaması ima edilmiştir. Son olarak *yeni* kelimesi, soyutlamanın bir sonucu olarak, aktiviteye katılan öğrencilerin kendileri için daha önce erişilemeyen bir matematiksel yapının erişilebilir olmasını ifade etmek için kullanılmıştır (Hershkowitz ve diğer.,2001)

AiC teorisine göre bir soyutlamanın oluşumu, üç aşamalı bir süreçten geçmektedir. Bunlar; yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması, yeni yapının ortaya çıkışı ve bu yapının pekiştirilmesi süreçlerdir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2015). İlk aşama olan yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması süreci, sunulan görevin tasarımıyla da ilgili olup öğrencinin görevle ilgili geçmiş bilgisi ve oluşturacağı yeni bilgi arasındaki bağlantıya izin vermektedir (Kidron ve Monaghan, 2009). Yeni yapının ortaya çıkışı ve bu yapının pekiştirilmesi olarak isimlendirilen diğer iki süreç ise teorinin merkezi bileşenleri olarak görülmektedir. Teori, söz konusu süreçleri, gözlemlenebilir epistemik eylemler yoluyla tanımlamakta ve analiz için bir metodolojik model sunmaktadır. Tanıma (Recognizing), Kullanma (Building with) ve Oluşturma (Constructing) epistemik eylemlerinin ilk harflerinin bir araya getirilmesiyle isimlendirilen RBC modeli, teorik çerçevenin bir parçası olmakla birlikte, AiC teorisinin ana metodolojik aracı olarak kullanılmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Tabach, Schwarz ve Hershkowitz, 2006).

Yukarıda belirtildiği gibi, RBC modeline göre yeni bir yapının ortaya çıkışı, gözlemlenebilir epistemik eylemler yoluyla tanımlanır ve analiz edilir. Bu eylemlerin tanımları ve sürecin analizinde kullanılmalarına ilişkin ipuçları aşağıda açıklanmıştır.

Tanıma eylemi, öğrenci mevcut problemle ilgili olarak önceki bir bilgi yapısını tanıdığında gerçekleşir. Diğer bir deyişle öğrenci, yeni durum veya problemle eski bilgi yapısı arasında ilişki kurar. Bilinen bir matematiksel yapının tanınması, öğrenci yapının belirli bir matematiksel durumun doğasında olduğunu fark ettiğinde ortaya çıkar (Hershkowitz ve diğer,2001). Araştırmacıların tanıma eylemini, önceki bir yapının öğrenci tarafından açık bir şekilde ifade edilmesi veya eylemde bulunulması temelinde tespit edebileceği belirtilmektedir (Dreyfus ve diğer., 2015).

Kullanma, bir stratejinin geliştirilmesi veya bir problemin çözülmesi gibi belirli bir hedefe ulaşmak için daha önceden tanınmış yapıların kullanımını içerir. Bu hedeflere ulaşmak için öğrenciler, strateji, kural veya teoremleri kullanabileceği gibi hesaplama, eskiz, gerekçelendirme ve muhakeme gibi açık eylemleri de sergileyebilir (Dreyfus ve diğer., 2015).

Oluşturma eylemi, matematiksel soyutlamanın merkezi olarak görülmektedir (Hershkowitz ve diğer, 2001). Bu eylem, yeni bir matematiksel yapı üretmek için önceki matematiksel yapıların dikey matematikleştirme ile birleştirilmesinden ve birbirine

geçmesinden oluşur. Oluşturma ile öğrenci yapıyı ilk kez ifade eder veya kullanır (Tabach ve diğer.,2006). Oluşturma ile ilgili yapılan bu tanım, öğrencinin bu yeni yapıyı bir kez ve sonsuza dek edindiği anlamı taşımamaktadır öyle ki öğrenci yeni yapısının tam olarak farkında olmayabilir (Hershkowitz ve diğer,2001).

Öğrencilerin süreç sonunda istenilen bilgiyi doğru bir şekilde oluşturmuş olması beklenen bir durum olarak görülebilir. Fakat bazı durumlarda bunun mümkün olamayacağı da bilinmektedir. Öğrencinin yapıları matematiksel bakış açısından yalnızca kısmen doğru veya belirlenen görevlerin bir kısmını başarmak için yeterli olduğu durumlarda, kısmen doğru yapılardan (Partially correct constructs – PaCCs) bahsedilmektedir. Ron, Dreyfus ve Hershkowitz'e göre (2010), soyutlama sürecinde kısmen doğru yapıların ile üç farklı türü görülebilir. Öğrencinin yapısı ilgili matematiksel unsurun tümü yerine belirli bir bölümünü içeriyorsa, *eksik elemanlı bir kısmi yapıdan* (missing element PaCC) bahsedilir. Öğrencinin oluşturduğu yapıda, matematiksel unsurun belli bölümlerinin bulunmasıyla birlikte en az bir çelişkili yapının da yer alması durumunda uyumsuz elemanlı bir kısmi yapı (incompatible element PaCC) söz konusudur. Son olarak, öğrencinin oluşturmuş olduğu bilgi yapısını ve bu yapısının en az bir bölümünü ihtiyaç duyulan bir durumda kullanamaması durumunda ise kopuk elemanlı bir kısmi yapıdan (disconnected element PaCC) bahsedilmektedir.

Sürecin analizinde kullanma ve oluşturma eylemlerinin ayırt edilebilmesi için üzerinde durulması önerilen noktalardan biridir. Öyle ki kullanılan her bilgi oluşturmaya gerektirmeyebilir. Dreyfus ve diğerlerine (2015) göre, bir görevin tanınan bir yapıyı kullanmayı veya oluşturmayı gerektirip gerektirmediğine dair karar yalnızca göreve değil, aynı zamanda öğrencinin kişisel geçmişine de bağlıdır: Görevle uğraşırken öğrenci eylemlerinin ve ifadelerinin sırası dikey yeniden düzenlemeye ve dolayısıyla öğrenci için yeni olan bir yapının oluşturulmasına neden oluyorsa, eylem inşa edici bir eylemdir. Aksi durumda ise eylem, kullanma eylemli bir yapı olarak düşünülmelidir.

Tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri ile ilgili yapılan yukarıdaki tanımlamalar bilgiyi oluşturma sürecinde söz konusu eylemlerin doğrusal veya sıralı bir biçimde gerçekleştiği anlamına gelmemektedir. Nitekim Dreyfus ve diğer. (2015), öğrencilerin soyutlama süreçlerini gözlemek için tanımlanan bu eylemlerin dinamik olarak iç içe geçmiş eylemler olduğunu vurgulamaktadır. Öyle ki, tanıma eylemlerinin, kullanma eylemlerinin içinde yuvalandığı öne sürülmektedir. Öte yandan soyutlama süreçlerinde tanıma

ve kullanma eylemleri oluşturma eyleminin yapı taşları olarak ele alınmakta ve oluşturmanın bu eylemlere bağlı olduğu ifade edilmektedir. Bununla birlikte oluşturma eyleminin, bu eylemi meydana getiren tanıma ve kullanma eylemlerinin toplamından daha büyük olduğu ve bu eylemin gücünün söz konusu yapı taşlarını birbirine bağlayarak bir bütün haline getiren matematiksel bağlantılardan aldığı öne sürülmektedir.

Dreyfus ve Tsamir'e göre (2004), öğrencinin oluşturduğu yapı genellikle kırılgan ve bağlama dayalıdır. Dolayısıyla oluşturma eyleminin gerçekleştirilmesi, matematiksel yapının öğrenen tarafından özgürce ve esnek bir şekilde kullanılabilir hale gelmesi anlamına gelmemektedir. Bu nedenle, bilginin ortaya çıktığı süreci takip eden ve söz konusu yapının serbestçe ve esnek bir şekilde ulaşılabilir olması ilgili olan bir aşama olarak, pekiştirme sürecine işaret edilmektedir. Pekiştirme sürecinin bu önemi, ismini iç içe geçmiş epistemik eylemlerden alan modelin, RBC+C olarak revize edilmesine neden olmuştur (Dreyfus ve diğer, 2015).

Dreyfus ve Tsamir (2004) pekiştirmeyi, öğrencinin yapının farkına vardığı, yapının kullanımının daha hızlı ve belirgin hale geldiği, öğrencinin yapıyı kullanma konusundaki güveninin arttığı ve öğrencinin yapıyı kullanmada giderek daha fazla esneklik gösterdiği hiç bitmeyen bir süreç olarak tanımlamaktadır. Yeni yapılandırılan bilginin pekiştirilmesi ile öğrencinin, sonraki etkinliklerde bu bilgiyi tanıma ve kullanmasının daha kolay olacağı ifade edilmektedir. Pekiştirme, yapıyı tanımanın, onu kullanmanın, üzerine düşünmenin ve potansiyel olarak onunla başka yapılar oluşturmanın karmaşık dizilerinde meydana gelmektedir.

Bir yapının ortaya çıkmasından sonra öğrenci eylemlerini incelemek, pekiştirmenin odak noktası olarak ele alınabilir (Dreyfus ve diğer., 2015). Öyle ki, pekiştirmenin araştırılması için ilk adım olarak, bir bilgi oluşturma sürecindeki oluşturma eyleminin son bulduğu andan itibaren ileriye doğru çalışılarak bu yapı aracılığıyla oluşan yeni tanıma ve kullanma eylemlerini tanımlanmak gösterilmektedir. İkinci adım olarak ise bu tanıma ve kullanma eylemlerinde öğrencinin sergilediği birtakım bilişsel ve/veya psikolojik özelliklerin gözlenmesi şeklindedir (Tsamir ve Dreyfus, 2005). Bu özellikler pekiştirmenin karakteristikleri olarak ifade edilmiş olup her biri ayrı ayrı (ve daha sonra bazıları veya tümü birlikte) yapının devam eden konsolidasyonu için kanıt sağlamaktadır (Dreyfus ve diğer., 2015). Söz konusu karakteristikler aşağıda açıklanmaktadır.

Dolaysızlık, oluşturulan bir yapının varlığını ve bunlara hızlı ve doğrudan erişimi ifade etmektedir. Öğrencinin süreç içinde karşılaştığı sorulara verdiği cevaptaki ifade, üslup ve hız, dolaysızlığın varlığını işaret eden özelliklerdendir.

Açıklık, öğrencinin bir yapıyı herhangi bir açıklama veya doğrulamaya gerek duymadan kabul etmesi durumunu ifade etmektedir. Burada önemli olan öğrencinin doğrulamayı yapabilecek olmasına rağmen yapma ihtiyacı hissetmemesidir. Çünkü söz konusu yapı öğrenci için kuşku içermemektedir. Açıklığın mevcut olamaması durumunda öğrenci, okuduğu/duyduğu başka bir otoritenin varlığına başvurma yolunu seçmektedir. Tersine açıklık durumunda öğrenci, söz konusu yapıda derinleşmiş ve yapı onun için tamamen açık ve tartışılmaz hale gelmiştir.

Güven, öğrencinin verdiği cevaplardaki kendinden eminliği ifade etmektedir.

Esneklik, öğrencinin zihnindeki anlamlı bağlantılardan oluşan bir ağa dayalı olarak gözlenen ve ifadesini bu ağ içindeki değişimlerin pürüzsüzlüğünde alan bir özellik olarak ifade edilmektedir. Göreve ilişkin farklı gösterimlerin, matematiksel temsil ve/veya notasyonların doğru ve yerinde kullanımının esnekliğin göstergesi olabileceği vurgulanmaktadır. Öğrenciye sunulan görevde bölümler arası olası bağlantıların ifade edilmesi, önceki görevlere atıfta bulunarak yeni bağlantıların ifade edilmesi dahası bunları sorunsuz ve zahmetsiz bir şekilde yapabilme yeteneği esnekliğin varlığına ilişkin kanıtlar arasında gösterilmektedir.

Son olarak *farkındalık*, öğrencinin matematiksel etkinlikteki bilinç ve amaca yönelik olma durumunu ifade etmektedir. Farkındalığın görüşme sürecinde gözlemi, açıklık ve esnekliğe benzer şekildedir. Öğrencinin bir yapı ile ilgili farkındalığının o yapıları sağlamlaştırmasını ve onlar hakkındaki düşünceleri arasında bütünleşmeyi de beraberinde getirdiği belirtilmektedir.

Dreyfus ve Tsamir (2004), öğrencinin pekiştirme sürecinde problemin çözümüne yönelik fikirlerinde yaşadığı karışıklıklara rağmen süreci doğru tamamlamasına yarayacak bilgilerini kendine sürekli hatırlatmayı alışkanlık haline getirmesinin, farkındalığının, güveninin ve esnekliğinin, sonuçta ortaya çıkacak öz düzenlemenin yüksekliğini teşkil edeceğini ileri sürmektedir.

Yeni oluşturulan bilginin pekiştirtilmesini gözlemek amacıyla yukarıda açıklanan bilişsel ve psikolojik değişkenlerin göz önünde bulundurulmasının yanında, süreci gözlemek amacıyla sunulan görevin yapısına göre öğrencinin düşünme tarzındaki farklılıklar da dikkate alınabilir. Dreyfus ve Tsamir'e göre (2004), yeni oluşturulan bir yapının pekiştirilmesi; 1) muhtemel bir yeniden oluşturma sürecinde bu yeni yapıyı kullanarak ve 2) bu yeni yapı üzerine tekrar düşünürken meydana gelebilir. Bu noktadan hareketle Dreyfus ve Tsamir, çalışmalarını gerçekleştirdikleri öğrencinin çözüm sürecine odaklanarak üç farklı düşünme tarzının (mod) ayırt edilebileceğini öne sürmüştür. Bunlardan ilki olan *kullanma modunda*, öğrenci yeni bir görevi tamamlamak için oluşturduğu yeni yapısından faydalanmaktadır. Diğer bir düşünme tarzı olan *kullanma üzerine düşünme modunda* ise (Reflecting on the building-with) oluşturulan yeni bilgi yapısı, öncekiyle benzer fakat tamamen aynı olmayan yeni bir durumda kullanılmaktadır. Son olarak, *düşünme modu* ise (Reflecting), halihazırda tamamlanmış olan bir görev ile ilgili daha kapsamlı ve derinlemesine bir düşünmenin görülmesi olarak açıklanmıştır.

Pekiştirme sürecinin matematiksel soyutlamanın bir ürünü mü yoksa soyutlama sürecinin bir parçası mı olduğu sorusuna verilen yanıtlardaki iki farklı görüş, sürecin gözlenmesine ilişkin dikkate alınacak değişkenlere ilişkin bakış açılarında da farklılıkları beraberinde getirmiştir. Monaghan ve Özmantar (2006), bir soyutlamanın son aşamasının, soyutlamanın yeterince aşina olunduğu ve yapılandırılmış bilginin daha sonraki faaliyetlerde tanınıp kullanılabileceği an olduğu, dolayısıyla pekiştirmenin, soyutlamanın bir parçası olması nedeniyle soyutlamanın pekiştirilmesi yerine yapının pekiştirilmesi görüşünün doğru olacağını ifade etmektedir. Yapının pekiştirilmesine ilişkin göstergeler arasında öğrencinin söylemlerindeki netlik ve kesinliğin görülebileceği ve dildeki gelişim ile yapının pekiştirilmesi arasında diyalektik bir ilişkinin olduğunu ifade etmişlerdir. Bunun yanında, öğrencilerin örnek kullanımının, kendi dillerinde veya yapılarındaki gelişim ile yakından ilişkili olduğunu öne sürmüşlerdir. Bu kapsamda, öğrencilerin pekiştirmeden önce, düşüncelerini formüle etmek için somut örneklere ihtiyaç duyduğunu ancak pekiştirmeden sonra iddiaları göstermek için örnekler kullandığını vurgulamışlardır.

RBC+C modelinde, öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçleri, yukarıda açıklanan epistemik eylemler ve bunların birbirlerinin içine yerleştirilme şekilleri gözlemlenerek tanımlanırken öğrencinin kendi bağlamının da dikkate alındığı görülmektedir. Dreyfus ve Tsamir, (2004: 273) bu bakış açısını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Bir soyutlama sürecini etkileyebilecek bağlamsal faktörleri arasında fiziksel ortam, öğrencilerin üzerinde çalıştığı görev (ler) ve kâğıt, kalem veya bilgisayar gibi araçlar ve ayrıca öğrencilerin önceki öğrenmelerinin sonuçları olan kişisel geçmişleri, fikirleri, kavramları, dilleri ve prosedürleri yer almaktadır. Ayrıca, herhangi bir soyutlama süreci belirli bir sosyal ortamda gerçekleşir ve bu nedenle bağlam, öğrenciler arasındaki ve öğrenciler ile öğretmenler arasındaki sosyal ilişkileri de içerir. Sonuç olarak, bağlam sürecin ayrılmaz bir bileşeni haline gelir, çünkü öğrenciler (ve öğretmenler) verilen bağlamda kendileriyle alakalı görünecek şekilde davranmayı seçerler.

Model, her ne kadar matematiksel soyutlamanın bilgiyle ilgili olan yönlerine vurgu yapsa da soyutlamanın bazen bir ihtiyaçtan kaynaklanabileceği fikrini göz ardı etmemektedir. Nitekim Dreyfus ve Tsamir (2004), söz konusu ihtiyaca ilişkin; coşku, belirsizlik, sürpriz, merak, şaşkınlık gibi bir takım açık ifadelerin bir ön analiz ile açığa çıkarılabileceğini belirtmektedir. Matematiksel bilgiyi oluşturmanın temeli olduğu ifade edilen bu ihtiyaçlara ilişkin göstergeler arasında duygusal ifadelerin yanı sıra, öz düzenleme (self-regulation) ve kendini izleme (self-monitoring) ile ilgili göstergelerin de dikkate alınacak kaynaklardan olduğu ileri sürülmektedir. Örneğin, öğrencinin neyi başardığını ve hâlâ neye ihtiyaç duyduğunu belirlemeye çalışması gibi probleme ilişkin açık yönelimlerinin tespitinin önemli olduğu vurgulanmaktadır.

Bir sonraki bölümde öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili modeller tanıtılarak matematik eğitimi ve matematikte üstün yeteneklilik alanlarında öz düzenlemeli öğrenme ile çalışmalar paylaşılmaktadır.

2.4. Öz Düzenlemeli Öğrenme

Öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının yaygınlığının artması ve giderek daha fazla benimsenmesi öğrencilere bazı fırsatlar sunduğu gibi, öğrenmeleri adına artan bir sorumluluk da yüklemiştir (Triquet, Peeters ve Lombaerts, 2017; Sungur ve Tekkaya, 2006). Öğrencinin söz konusu öğrenme ortamında, süreci yönetebilmesi için sahip olması veya kazanması gereken özellikleri tanımlamak adına ortaya çıkan yaklaşımlardan birisi de öz düzenlemeli öğrenmedir. Öz düzenleme, öğrenmeye ilişkin bilişsel, üstbilişsel ve motivasyonel yönler

içermektedir. Dolayısıyla öz düzenleme, öğrenmeyi etkileyen değişkenleri bütünsel bir yaklaşımla ele alan bir şemsiyedir (Panadero, 2017).

Öz düzenlemeli öğrenmeye ilişkin ortaya atılan teoriler, bahsedilen bilişsel, üstbilişsel, motivasyonel ve içeriksel faktörlerin her birinin öğrenme sürecini nasıl etkilediğini modellemeye çalışmaktadır (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000; Winne ve Perry, 2000). Öz düzenlemeli öğrenme modelleri, araştırmacının teorik bakış açısına göre farklılık gösterdiği gibi sürece ilişkin döngü ve bileşenler açısından birtakım ortak yönler de barındırmaktadır. (Azevedo, Guthrie ve Seibert, 2004; Panadero, 2017). Modellerin, sürecin döngüsüne dair sunduğu yapılar ve bu döngülere etki eden bileşenlerin tanımlarının anlaşılması, matematik öğretimi ve özelde problem çözme sürecinin öz düzenlemeli öğrenme perspektifinde ele alınması noktasında önemlidir. Bu bağlamda, takip eden bölümde bazı öz düzenlemeli öğrenme modelleri açıklanmaktadır.

2.4.1. Zimmerman'ın Öz Düzenleme Modeli

Zimmerman'ın öz düzenleme ile ilgili yaptığı ilk çalışmalar, Bandura ve Rosenthal ile yaptığı bilişsel model çalışmasıdır. Ardından Zimmerman, öğrencilerin söz konusu bilişsel modellere nasıl ulaştığını ve farklı görevlerde nasıl başarılı olduğunu araştırmaya başlayarak üç farklı öz düzenlemeli öğrenme modeli geliştirmiştir (Panadero, 2017; Zimmerman, 2000). İlk modelinde sosyal-bilişsel bakış açısıyla öz düzenlemenin üç formu olarak tanımladığı, çevre kişi ve davranış arasındaki ilişki açıklamıştır. Buna göre model öz düzenlemeyi, sadece çevresel olasılıkları yönetirken sergilenen davranışsal bir beceri değil, aynı zamanda bu bağlamı ilgili durumlarda uygulamak için kişisel aracılık bilgisi ve duyguyu da içeren bir şekilde ele almaktadır.

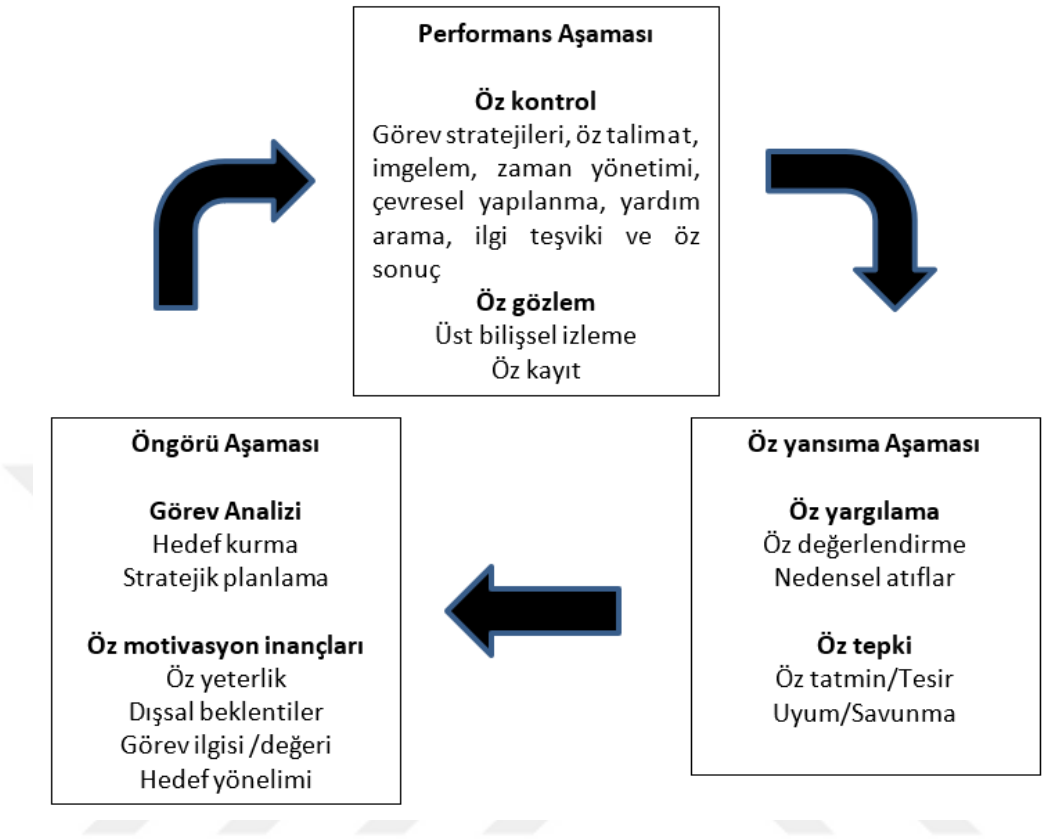
Bir sonraki modelinde Zimmerman, bireyin önceki performanslarından gelen geri bildirimlerin mevcut çabaları sırasında ayarlama yapmak için kullanıldığını ve bu nedenle öz düzenleme sürecinin döngüsel olduğunu ifade etmiştir. Zimmerman'a (2000) göre öz düzenleme süreci ve bu sürece eşlik eden inançlar üç döngüsel aşamaya ayrılır: öngörü, performans veya istemli kontrol ve kendini yansıtma aşamalarıdır.

Çok seviyeli model olarak adlandırılan son modelleme çalışmasında Zimmerman, öğrencilerin öz düzenleme becerilerini kazandığı dört aşamayı tanımlamıştır. Bunlardan ilki olan *gözlem aşamasında* öğrenci, bir modeli izleyerek beceri veya stratejiye ilişkin temel

özellikleri uyarlar. Burada modeller; performans standartları, motivasyonel yönelimler ve gözlemcilerin sonraki gelişim aşamalarında kişisel olarak kullanabilecekleri değerler gibi öz düzenleme süreçlerini de aktarabilir. Bir sonraki aşama olan *öykünme aşaması*, öğrencinin davranışsal performansı, gözlemlediği modelin stratejik biçimine yaklaştığında gerçekleşir. Üçüncü aşama olan *öz kontrol aşamasında* ise öğrenciler, model olamadan da yapılandırılmış ortamlarda söz konusu beceriyi kullanabilirler. Son olarak *öz düzenleme aşamasında* öğrenciler, performanslarını değişen kişisel ve bağlamsal koşullara sistematik olarak adapte edebilirler.

Zimmerman'ın öz düzenleme yeterliliğinin gelişimine ilişkin çok yüzeyli modelinde, ilk düzey kapsamlı bir sosyal rehberlikle başlar ve bu sosyal destek, öğrenci temel öz düzenleme becerileri kazandıkça sistematik olarak azalır. Modelde öz düzenleme yeteneği, bağlama bağlı olarak tanımlanmıştır. Bu nedenle yeni performans sorunları mevcut stratejilerdeki sınırlamaları ortaya çıkarabilir ve ek sosyal öğrenme deneyimleri gerektirebilir. Modelde dördüncü seviyeye ulaşmasının kazandığı becerileri her durumda kullanacağı anlamını taşımadığı, bunun yerine her bir beceri seviyesine sırayla hâkim olan öğrencilerin daha kolay ve etkili bir şekilde öğreneceği öne sürülmektedir. Ayrıca dördüncü seviyeye ulaşan bir öğrencinin, öz düzenleme performansı sergileme yetkinliğine sahip olsa bile motivasyonel veya bağlamsal faktörler nedeniyle bunu yapmayı seçmeyebileceği belirtilmektedir.

Zimmerman (2000) öz düzenlemeyi hedeflere ulaşmak için planlanmış ve döngüsel olarak uyarlanmış düşünceler, duygular ve eylemler olarak tanımlamıştır. Ayrıca bu döngünün üç evrede gerçekleştiğini öne sürmektedir (Zimmerman ve Moylan, 2009). Aşağıda, modelin döngüsüne ilişkin şekil yer almaktadır.



Şekil 3: Zimmerman ve Moylan'a (2009) göre öz düzenleme aşamaları ve süreçleri

Döngüsel modelin *öngörü* evresi, göreve başlamadan önce meydana gelen bir başlangıç aşamasıdır. Bu evrede öğrenci, gerçekleştireceği görevi analiz eder ve kendi kapasitesi doğrultusunda görevle ilgili hedefler belirler. Ayrıca belirlediği bu hedeflere nasıl ulaşacağı ile ilgili planlar yapar. Bu evrede öz yeterlik, içsel görev ilgisi, hedef yönelimi gibi birtakım motivasyonel inanışlar süreci tetikler ve öğrenme stratejilerini etkinleştirir. Öngörü evresi görev analizi ve öz motivasyon inanışları olmak üzere iki alt süreç olarak ele alınmıştır.

Zimmerman ve Moylan'a (2009) göre, öz düzenleme döngüsü, görevin daha küçük parçalara bölündüğü *görev analizi* ile başlar. Performans için kişisel stratejiler, önceki bilgi ve deneyime dayanılarak seçilir. Görev analizi, öz düzenlemenin gerçekleşmesi için temel koşullar olan *hedeflerin ve stratejik planlamanın* oluşturulduğu aşamadır.

Öngörü aşamasının alt süreçlerinden bir diğeri olan motivasyonel inançlar, öğrencinin göreve ilişkin değer, ilgi, öz yeterlik inanışları ve beklentilerini içerir. Bir görevi yerine getirme motivasyonu bu değişkenlerin etkileşiminin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır (Panadero ve Alonso-Tapia, 2014).

Döngünün ikinci evresi olan *performans evresi,* öğrencinin görevi yerine getirdiği evredir. Zimmeman ve Moylan'a (2009) göre performans evresi iki ana süreçten oluşmaktadır. Bunlar; öz kontrol ve öz gözlem süreçleridir.

Öz kontrol süreci için tanımlanan toplam sekiz strateji, ilk altısı üstbilişsel ve son ikisi de motivasyonel olmak iki başlık altında incelenebilir (Panadero ve Alonso-Tapia, 2014). *Görev stratejisi*, öğrencinin göreve ilişkin net bir anlayışının bulunması durumunda görevi yerine getirmek için kullandığı stratejileri ifade etmektedir. Okunan bir metnin altını çizme ile bu stratejiye örnek olarak verilebilir. Öz talimatlar, görevin yerine getirilmesi sırasında öğrencinin kendi kendine talimatlar veya tariflerde bulunmasına karşılık gelir. Öğrencinin görev esnasında kendi kendine atılacak adımları sorması ve bu adımların doğruluğunu sorgulaması örnek gösterilebilir. Üçüncü strateji, öğrencinin öğrendiği konuyla alakalı bilgisini organize etmesini, konuya dikkatini odaklamasını ve hafızaya almasını sağlayacak *imgeleme stratejilerdir*. Kavram haritası oluşturma bu stratejiye örnek olarak gösterilebilir. Bir diğer strateji olan *zaman yönetimi*, görev performansını ve sonuç beklentilerini etkileyecek potansiyele sahip olan kritik bir strateji olarak tanımlanmaktadır. Beşinci strateji ise *öğrenme çevresinin yapılandırılması*dır ve öğrencinin kendi öğrenmesini kolaylaştırmak veya dikkatini odaklamak amacıyla sergilediği davranışları içermektedir. Kritik stratejilerden biri de *yardım arama* stratejisidir. Yardım arama, görevin başkası tarafından yerine getirilmesi amacıyla kullanılması durumunda elbette öz düzenlemeye yönelik bir strateji değildir. Öğrencinin görevden kaçınma davranışı göstermediği, aksine görevi tamamlamak için eksiklerini fark ederek bunları tamamlamaya çalıştığı bir durumu ifade etmektedir. Motivasyonel stratejiler başlığı altında incelenen *ilgiyi artırmak veya sürdürmek için teşvik kullanma* stratejisi, öğrencinin ulaşmak istediği hedefi kendine hatırlattığı mesajları içerir. Sekizinci ve son strateji olan *öz sonuç* stratejisi ise öğrencinin hedefe ulaştığında sergilediği öz övgü veya öz ödül davranışlarını ifade etmektedir.

Öz gözlem, öğrencinin görev sürecini kontrol etmek için, sergilediği performansının yeterliği ve kalitesi ile ilgili anlayışa sahip olmasını gerektiren bir süreçtir. Bu süreçte

sergilenen stratejilerden birisi *üstbilişsel izleme* stratejisidir. Öğrencinin görev ile ilgili belirlediği standartlarla karşılaştırarak performansı ile ilgili görüş geliştirmesini ifade etmektedir. Diğer bir strateji olan *öz kayıt* ise, öğrencinin performansı esnasında sergilediği eylemleri kaydetmesidir.

Döngüsel modelin son evresi olan *öz yansıtma* evresinde öğrenci, görevi nasıl gerçekleştirdiği ile ilgili kendisini değerlendirir ve kimi zaman başarı veya başarısızlığı ile ilgili atıflarda bulunur. Burada ortaya çıkan duyguların sonraki performanslarda motivasyon ve öz düzenlemeleri etkileyeceği belirtilmektedir.

Evreyi oluşturan alt süreçlerden biri olan *öz değerlendirme*, öğrencilerin kendi performanslarını değerlendirme ölçütlerine dayalı olarak değerlendirmelerini ifade etmektedir. Söz konusu değerlendirme ölçütleri aynı zamanda görevin başında belirlenen hedefleri de içermektedir. Nedensel atıflar ise öğrencinin bir görevdeki başarı veya başarısızlığı ile ilgili sundukları açıklamalardır. Panadero ve Alonso-Tapia'ya (2014) göre atıflar, başarı veya başarısızlığın eski planlamaları oldukları için, gelecekteki görev performansı için motivasyonu ve beklentileri etkileyen duyguları tetiklemektedir.

Öz yansıtma evresinin bir diğer alt süreci olan öz tepki, atıflar aracılığıyla tetiklenen duyguların ortaya çıkışı ile ilgilidir. Zimmerman ve Moylan (2009), öz tepki ile ilgili iki süreçten söz etmektedir. Bunlar; Öz tatmin/tesir ve uyum/savunma süreçlerdir. *Öz tatmin/tesir*, öğrencinin, görevle ilgili kendini yargılarken yaşadığı duygusal ve bilişsel tepkilerdir. *Uyum /savunma* süreci ise, başarı durumunda ortaya çıkan ve öğrencinin görevi tekrar etme isteği olan *uyumu* ve başarılılık durumunda ortaya çıkarak öğrencinin yeni başarısızlıklar yaşamamak adına görevden kaçınması anlamına gelen *savunma* kararlarından oluşmaktadır.

Zimmerman'ın döngüsel modeli, motivasyon ve öz-düzenleme arasındaki ilişkiyi daha ayrıntılı olarak açıkladığı bilişsel, davranışsal ve motivasyonel yönler içermektedir (Panadero ve Alonso-Tapia, 2014). Sürece ilişkin kilit notaları açıklayan kapsamlı bir çerçeve olduğu düşünülmektedir. Bu çerçeve altında süreci ölçmeye ilişkin bir takım ölçme çalışmaları da gerçekleştirilmiştir (Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990; Zimmerman ve Kitsantas, 2007). Ölçümlerle alakalı dikkate alınan bileşenler ve kullanılan yöntemler ilerleyen bölümde tekrar ele alınmaktadır.

2.4.2. Winne ve Hadwin'in Öz Düzenleme Modeli

Öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili modellerden biri de Winne ve Hadwin'in (1998) modelidir. Modelde öz düzenlemeli öğrenciler, aktif ve kendi öğrenmelerini izleyen ve üstbilişleri aracılığıyla öğrenmelerini kontrol eden bireyler olarak tanımlanmaktadır (Panadero, 2017). Modelin güçlü bir üstbilişsel perspektife sahiptir. Öyle ki, öğrenmenin doğal bir parçası olarak görülen öz düzenlemeli öğrenme, öğrencilerin bir görev karşısında bilişsel taktik ve strateji kullanımlarını uyarlamalı olarak düzenlemelerini sağlayan üstbilişsel olarak yönlendirilen davranış olarak tanımlanır (Winne, 1996).

Winne ve Hadwin'in modelinde, öz düzenlemeli öğrenmenin aşamalarında bilgi işleme modeli (information proccesing theory-IPT) etkisindeki süreçlerin oluştuğu ifade edilmektedir. Söz konusu süreçler COPES kısaltması kullanılarak öz düzenlemeyi kişinin koşulları (Conditions), işlemleri (Operations), ürünleri (Products), değerlendirmeleri (Evaluations) ve standartlarının (Standarts) birbiri ile etkileşimi ile açısından tanımlanmıştır (Greene ve Azevedo,2007). Aşağıda COPES kısaltmasını oluşturan bileşenler tanımlanmıştır.

Koşullar, öğrencinin görevle alakalı sahip olduğu kaynakları veya kısıtlamaları ifade etmektedir. Koşullar iki farklı başlık altında incelenebilir. Bunlardan *bilişsel koşullar*, benzer öğrenme belleği, inanışlar, eğilimler, tarzlar, motivasyon, alan bilgisi, taktik ve strateji ilgisini içerir. *Görev koşulları* ise, kişinin dışındaki kaynakları, eğitimsel ipuçlarını, zaman ve bağlamı içerir.

İşlemler, öğrenmede gerçekleşen bilgi işleme süreçleridir. Bilişsel olan bu süreçler; arama(searching), izleme (monitoring), birleştirme (assembling), prova yapma (rehearsing) ve çevirme (translating) eylemlerinden oluşmaktadır. SMART kısaltılması ile ifade edilen bu eylemler öz düzenleme döngüsünün her aşamasında kullanılabilir. *Arama*, standartlara uygun bilgilere yönetmek anlamına gelmektedir. *İzleme*, bilgilerin standartlara uygun olup olmadığını veya derecesini belirlemektir. Birleştirme, bir ilişki belirleyerek önceden ayrı olan bilgileri bir araya getirmeyi ifade etmektedir. Prova yapma, çalışma belleğindeki bilgilerin korunması veya yeniden düzenlenmesi için gerçekleştirilen eylemleri tanımlar. Çevirme ise, görevde karşılaşılan bilginin temsilini dönüştürmeyi tanımlamaktadır. İşlem süreçlerinin, bilişsel bir yapıya sahip olduğu için bilişsel ürünlerle sonuçlandığı ifade edilmektedir (Winne, 2017).

Ürünler, işlemler sonucunda oluşturulan bilgilerdir. Öğrenciler izlemeler yoluyla, ürünler ve bu ürünlerin izlendiği kriterler olan *standartlar* arasında karşılaştırmalar yapar. Bu karşılaştırmalar ise bilişsel *değerlendirmeler* olarak adlandırılır. Ürünler ve standartlar arsasında zayıf bir uyum öz düzenleme döngüsü ile alakalı işlemlerin kontrol edilmesi, koşulları ve/veya standartların revize edilmesi gibi birtakım değişikliklere sebep olabilir. Greene ve Azevedo'ya (2007) göre ürünlerin standartlarla karşılaştırılması izlemenin nesne düzeyine odaklanmasıdır ancak bu izleme ayrıca meta seviye bilgi ve üstbiliş odağına da sahiptir.

Bilişsel mimariye dahil edildiği için izleme ve kontrolün öz düzenleme sürecinin tüm aşamalarını etkilediği öne sürülmektedir (Winne ve Hadwin, 1998). Modelde öğrencilerin, yinelemeli kontrol ve izleme döngüleri, öz düzenleme için tanımlanan dört aşama boyunca ele alınmaktadır (Azevedo Cromley ve Seibert, 2004; Greene ve Azevedo, 2007; Panadero, 2017). Söz konusu aşamalar aşağıda açıklanmaktadır.

Görevi Tanımlama

Öğrencinin karşı karşıya olduğu görevle ilgili algılarını ürettiği aşamadır. Söz konusu algılar görevle ilgili basit portreler olabileceği gibi ayrıntılı, çok yüzeyli, çevrenin eşlik ettiği kişisel bilgi karışımları ve daha önceki görevlerden edinilen tecrübelere ilişkin bellekler olabilir (Winne ve Perry, 2000). Görevin tanımlanmasına katkıda ulunduğu düşünülen iki ana kaynak bulunmaktadır. Bunlar; görev koşulları ve bilişsel koşullardır. Görev koşulları, karşı karşıya olunan göreve ilişkin doğrudan bilgi sağlayan ve öğrencinin yorumladığı bilgiyi ifade etmektedir. Bilişsel koşullar ise daha önceki görevlerden edinilen hafıza temsilleri, uzun süreli hafızadan alınan bilgiler, ön bilgi tahminleri, benzer görevlere ilişkin kaygı belleği ve atıfları içeren koşullardır.

Modele göre görevi tanımlama aşamasında bilişsel ve üstbilişsel işlemler kullanılabilir. Örneğin, bu evrede bellek arama gibi bilişsel işlemlerle görevin bir tanımı oluşturulabilir. Ayrıca oluşturulan görev tanımları standartlara göre üstbilişsel olarak izlenebilir. Görevi tanımlama aşamasının ve genel olarak modelin kritik yönlerinden birisi de öğrencinin öğrenmesini düzenlemeyip seçip seçmemede etkin olmasıdır.

Hedef Belirleme ve Planlama

Bu aşamada öğrenci göreve ilişkin hedefler belirler ve bu hedeflere ulaşmak için planlar yapar. Burada biliş, karar vermek, bellekteki bilgileri geri çağırarak hedefler kurmak ve bu hedefleri birleştirmektir. Modele göre hedefler, standartlar ile ilişkilidir ve çok değişkenli bilgi profilleri olarak tanımlanır. Bu hedef profillerini oluşturan her standart, öğrenme süreç ve ürünlerinin izlenebileceği bir değerdir. Hedefler belirlendikten hemen sonra bellek, hedeflere bağlı taktik ve stratejileri otomatik olarak alır ve öğrenciler COPES aracılığıyla öğrenmelerini devam ettirirler.

Birinci aşamada olduğu gibi bu aşamada da aktiviteler, bilişsel açıdan tam doğru (on target) olarak değerlendirilmediğinde öğrenci, bilişsel koşullarını ve görev koşullarını değiştirmeye yönlenir ve model etrafında yeni bir döngü meydana gelebilir.

Taktikleri Yürürlüğe Koyma

İkinci aşamada tanımlanan taktik ve stratejilerin uygulanmaya başlanması üçüncü aşamaya geçişi işaret etmektedir (Winne ve Perry, 2000). Bilişsel bileşenlerden "arama" (searching) taktikleri öğrencinin görev tanımı ile ilgili ilgisini uzun süreli bellekten çalışan belleğe kopyalar. Taktik ve stratejilerin işe koşulması ile ortaya çıkarılan ürünler, hedeflerle benzer profillere sahip olmalıdır. İzleme (monitoring) ile da hedef profiller ile ürünler karşılaştırılır ve bir geri bildirim üretilir.

Üstbilişin Uyarlanması

Modelin son aşaması öğrencinin, öğrenme tekniklerini gelecekteki ihtiyaçlara göre üstbilişsel olarak adapte ederek, önceki aşamalarda ortaya çıkardığı ürünleri meta düzey bilgileri ışığında eleştirel olarak inceledikleri bir süreci ifade eder (Winne ve Hadwin, 1998). Öğrencinin isteğine bağlı olarak gerçekleşen bu aşama, ana süreçler tamamlandığında gerçekleşir ve öğrenci, motivasyon, inanç ve stratejileri konusunda uzun vadeli değişiklikler yapmaya karar verir (Winne ve Perry, 2000; Panadero, 2017).

Yukarıda Winne ve Hadwin'in öz düzenleme modeline ilişkin açıklanan aşamalar, doğrusal değil yinelemelidir (Winne ve Hadwin, 1998). Bu yineleme modelde iki şekilde ele alınmaktadır. Birincisi, herhangi bir aşamada izleme eylemi sonucunda üretilen bilgi ile standartlar arasında bir uyumsuzluk tespit edilirse geri bildirimde bulunarak döngünün tekrarı gerçekleştirilir. İkinci olarak ileri bir aşamada sergilenen izleme eylemi, önceki aşamada

edinilen bilgi veya düşünceyi yeniden kalibre etmeye sevk edebilir. Dolayısıyla bu yönüyle modelin ardışıklığının zayıf olduğu söylenebilir (Puustinen ve Pulkkinen, 2001).

Winne'e (1996) göre üstbilişsel izleme, kişinin öğrenmesinde öz düzenlemeye açılan kapıdır. Çünkü izlemenin getirdiği bilişsel değerlendirmeler olmaksızın öz düzenlemeyi etkinleştirecek standartların ortaya çıkması mümkün görülmemektedir. Dolayısıyla modele göre üstbilişsel izleme ve dönüt öz düzenlemede merkezi bir role sahiptir. Winne ve Hadwin'in modelinde göze çarpan bir diğer nokta da duygulara referans verilmemesi ve motivasyon ile ilgili sadece bir ipucunun bulunmasıdır (Panadero, 2017).

2.4.3. Pintrich'in Öz Düzenleme Modeli

Pintrich'in modeli, motivasyonel yapıların öz düzenlemeli öğrenmeye entagrasyonu ile ilgili kapsamlı bir çalışmadır (Puustinen ve Pulkkinen, 2001; Panadero, 2017). Pintrich (2000), öz düzenlemeyi, öğrencilerin öğrenmeleri için hedefler belirlediği ve daha sonra biliş, motivasyon ve davranışlarını izlemeye, düzenlemeye ve kontrol etmeye çalıştıkları aktif ve yapıcı bir süreç olarak tanımlamaktadır.

Pintrich (1999) öz düzenlemeli öğrenmenin üç genel stratejisi olduğunu ifade etmiştir. Bunlar; Bilişsel öğrenme stratejileri, Bilişin kontörlüne yönelik öz düzenleme stratejileri ve kaynak yönetimi stratejilerdir.

Modelde, *bilişsel öğrenme stratejileri*; tekrarlama(prova), detaylandırma ve organizasyonel stratejiler olarak ele alınmaktadır. Bu stratejiler hem basit bellek görevleri hem de bilgilerin karşılaştırılmasını gerektiren daha karmaşık görevler için de uygulanabilen stratejilerdir (Pintirch ve De Groot, 1990; Pintrich, 1999). Tekrarlama stratejisi, öğrenilecek öğelerin okunmasını veya bir metin parçasını okurken yüksek sesle kelimelerin söylenmesini içerir. Derin bir süreç olamamakla birlikte çalışılan konu ile ilgili önemli bilgileri dikkate almayı sağlayan yol olarak ifade edilmektedir. Detaylandırma stratejisi, üzerinde çalışılan materyalin özetlenmesi, kendi cümleleriyle ifade edilmesi, benzetmelerin kullanılması, üretici notlar alınması, başkasına anlatılır gibi açıklanması, sorular sorulması ve cevap verilmesidir. Organizasyon stratejileri ise, konuyla alakalı ana fikrin seçilmesi ve bilgilerin aralarındaki ilişkiyi açıklayacak şekilde bir araya getirilmesidir.

Bilişin düzenlenmesine ilişkin öz düzenleme stratejileri üstbilişsel kontrol ve düzenleme olarak ele alınmıştır (Pintirch, 1999). Bilişin düzenlenmesi yönelik stratejiler, planlama, izleme ve düzenlemedir. Planlama stratejisi, çalışma için hedeflerin belirlenmesini ve görev analizi yapılmasını, bunların sonucunda da öğrencinin bilişsel stratejilerini planlamasını, ön bilgilerini aktifleştirmesini ve materyali kavramasını sağlayan stratejidir. İzleme stratejisi, kişinin öz düzenlemeli öğrenmesine dair düşünme ve akademik davranışlarının esası olarak nitelendirilmiştir. Bununla birlikte öz düzenleme yapılabilmesi için öğrencinin izleme sürecine rehberlik edecek hedef, standart ve kriterlere sahip olması gerekmektedir. Düzenleme stratejileri ise izleme sürecinde öğrencinin hedef ve kriterlerine gözden geçirerek çalışma davranışları ve anlayışlarında düzeltmeler yapmasıdır.

Kaynak yönetim stratejileri ise, öğrencinin çevresini kontrol etmesi ve yönetmesidir. Zamanın, çabanın, öğretmenin, akranların kontrolü ve yönetimini içeren stratejilerdir.

Pintrcih'in öz düzenleme modelinde motivasyonel inançlar önemli bir yer tutmaktadır. Modelde motivasyonel inanışlar, üç genel türde ele alınmıştır. Bunlardan ilki olan öz yeterlik inanışları, öğrencinin akademik bir görevdeki kapasitesine ilişkin yargılarını içerir. Bir diğer tür olan görev değeri inanışları, öğrencinin üzerinde çalışılan görevin önem, ilgi ve değerine ilişkin inanışlarını tanımlamaktadır. Son olarak hedef yönelimi ise, görevde uzmanlaşma, derece alma, dışsal sebepler, sosyal kıyaslama gibi durumları içerir.

Pintirch'in modeli, öz düzenlemeli öğrenmeye ilişkin dört aşama ve dört bileşen önermektedir. Bu aşamalar; 1) ön görü, planlama ve etkinleştirme, 2) İzleme, 3) Kontrol ve 4) Tepki ve Yansıma şeklindedir. Bu aşamalar, öğrencini görevdeki ilerlemesine bağlı olarak etkileşimlerin üretildiği ve bu öğrenme görevini tamamlamak için öz düzenleme süreçlerinin uygulandığı dört bileşenle örtüşmektedir (Triquet, Peeters ve Lombaerts, 2017). Bu bileşenler 1) Biliş, 2) Motivasyon/ Etki, 3) Davranış ve 4) Bağlam şeklindedir. Aşağıdaki şekilde modele ilişkin aşamalar ve bileşenleri gösterilmiştir.

Aşamalar	Düzenleme Alanları			
	Biliş	**Motivasyon/Duygu**	**Davranış**	**Bağlam**
1.Ön görü, planlama ve etkinleştirme	Hedef belirleme	Hedef yönelimi uyumu	(Zaman ve çaba planlaması)	(Görev algısı)
	Birincil görev bilgisinin aktifleştirmesi	Yeterliğin muhakemesi	(Davranışın öz gözlemine ilişkin planlama)	(İçerik algısı)
	Üstbilişsel bilginin aktifleştirilmesi	Öğrenme kolaylığı yargıları (EOL); Görevin zorluğuna ilişkin algılar		
		Görev değerinin aktifleştirilmesi		
		İlginin aktifleşmesi		
2. izleme	Üstbilişsel farkındalık ve bilişin izlenmesi (FOK ve JOL)	Duyguların ve motivasyonun farkındalığı ve izlenmesi	Çaba, zaman kullanımı ve yardım aramanın farkındalığı ve izlenmesi	Görev ve içerik şartlarındaki değişimin izlenmesi
			Davranışın öz gözlemi	
3. Kontrol	Öğrenme ve düşünmeye yönelik bilişsel stratejilerin seçilmesi ve uygulanması	Duyguların ve motivasyonun yönetilmesi için stratejilerin seçilmesi ve uygulanması	Artan/azalan çaba	Görevde değişikliğe gidilmesi veya görevin yeniden muhakeme edilmesi
			Kararlılık, vazgeçme, yardım arama davranışı	Görevde değişikliğe gidilmesi veya görevden ayrılma
4.Tepki ve Yansıma	Bilişsel muhakeme	Etkisel karşıtlık	Seçim davranışı	Görevin değerlendirilmesi
	Atıflar	Atıflar		İçeriğin değerlendirilmesi

Şekil 4: Pintrich'in öz düzenlemeli öğrenme modelinde yer alan aşamalar ve öz düzenleme alanları (Pintrich, 2000).

Modelde, öz düzenlemeye ilişkin aşamalar ile düzenleme alanlarının her biri arasındaki örtüşme detaylandırılmıştır. Pintrich'e (2000) göre, modelindeki aşamalar Zimmerman tarafından ortaya konulan öz düzenleme modelindeki aşamalarla benzerlik göstermektedir. Birinci aşama, planlama, hedef belirleme ve görevle ilgili benlik hakkındaki algıların ve bilginin etkinleştirilmesini içerir. İkinci aşama, benliğin veya görevin ve bağlamın farklı yönlerinin üstbilişsel farkındalığını temsil eden çeşitli izleme süreçleriyle ilgilidir. Üçüncü aşama, benliğin veya görev ve bağlamın farklı yönlerini kontrol etme ve düzenleme

çabalarını içerir. Son olarak, dördüncü aşama, benlik ve görev veya bağlam üzerindeki çeşitli tepkileri ve yansımaları temsil eder.

Öz düzenleme modelleri arasında bileşenler ve bu bileşenleri ele alma şekilleri açısında farklılıkların ortaya çıkmasında, özellik temelli anlayıştan süreç odaklı anlayışa doğru gerçekleşen değişimin de etkisinin olduğu söylenebilir. Bu durum, öz düzenlemenin ölçülmesinde benimsenen yöntem ve araçlar için de farklılıkların ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bir sonraki bölümde, öz düzenlemeli öğrenmenin ölçülmesi ile ilgili bakış açıları ve çalışmalar ele alınmaktadır.

2.4.4. Öz Düzenlemeli Öğrenmenin Ölçülmesi

Öz düzenlemenin güvenilir ve geçerli bir şekilde ölçülmesi zor bir olgu olduğu için, öz düzenlemeli öğrenme alanı için merkezi bir konudur (Panadero, Klug ve Järvelä, 2016). Benimsenen modele göre dikkate alınan beceriler, bileşenler ve döngünün değişmesi, ölçüm araçlarında da birtakım farklılıkların ortaya çıkmasını beraberinde getirmektedir. Öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili zaman içinde yeni teorik kavramsallaştırmaların ele alındığı araştırmalar, süreci ölçmeye yönelik bakış açılarında farklı ölçüm dalgalarının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Panadero vd., (2016) üç temel ölçüm dalgasının olduğunu belirtmişlerdir. Aşağıda bu ölçüm dalgaları detaylandırılmaktadır.

Birinci ölçüm dalgasında, ana bilgi kaynağı öğrencinin kendisidir. Anket ve görüşmeler gibi öğrencinin kendini raporladığı araçlarla gerçekleştirilen ölçümleri tanımlamaktadır. Zimmerman ve Martinez-Pons (1986) tarafından geliştirilen Öz Düzenlemeli Öğrenme Görüşme Ölçeği (SRLIS), Pintrich, Smith, Garcia, ve Mckeachie (1993) tarafından geliştirilen öğrenmede Güdüsel Stratejiler Ölçeği (MSLQ) ve Weinstein, Schulte ve Palmer (1987) tarafından geliştirilen Öğrenme ve Çalışma Stratejileri Envanteri (LASSI), ilk ölçüm dalgasında yer alan ölçüm araçlarına örnek olarak verilebilir. Söz konusu ölçme yöntemlerinin kullanılması genel olarak zamana duyarlı olmaması nedeniyle farklı görev, periyot ve düzenleme durumlarında, sonuçları açısından farklılık gösterebileceği ifade edilmektedir. (Winne ve Perry, 2000; Triquet vd.,2017; Panadero vd.,2016). Öz raporlamalı (Self-reported) olarak da isimlendirilen bu yöntemler, katılımcılar ve araştırmacılar üzerindeki nispeten küçük yük oluşturması nedeniyle özellikle büyük ölçekli değerlendirmelerde kullanılmaktadır (Roth, Ogrin ve Schmitz; 2016).

Öz düzenlemeli öğrenmenin tanımının özellik temelli bir anlayıştan süreç temelli anlayışa doğru değişmesi ölçüm türlerini de etkilemiştir. Ölçümlerin *ikinci dalgası* olarak tanımlanan durum; izler, yüksek sesli düşünme protokolleri ve davranış gözlemleri gibi ölçme yöntemlerini kapsamaktadır. Bu yöntemlerde amaç, katılımcının değerlendirme sürecindeki etkisini en aza indirerek ölçümün objektifliğini artırmaktır.

Panadero ve arkadaşları tarafından tanımlanan üçüncü ölçüm dalgası müdahale+ değerlendirme şeklinde ifade edilebilir. Bu yöntemle bir taraftan öğrencilerin öz düzenleme süreçleri analiz edilirken diğer yandan öğrencilerde öz düzenleme becerilerini teşvik etmek amaçlanmaktadır. Öğrencilerin öğrenme günlükleri tutması üçüncü dalga ölçüm yöntemine örnek olarak verilebilir. Günlük aracılığıyla öğrenci görevle ilgili planlamadan başlayıp görev sonunda genel durumunu değerlendirmekte ve böylece kendi öğrenme süreci üzerine yansıması sağlanmaktadır. Bu yöntemle aynı zamanda araştırmacı veya öğretmenin, kaydedilmiş olan bu süreci değerlendirmesine fırsat tanıdığı söylenebilir.

Öz düzenlemeli öğrenmenin ölçümüne dair yukarıda açıklanan trendler, bir ölçme aracının diğerine alternatif olacağı anlamını taşımadığı düşünülmektedir. Bununla birlikte Winne ve Perry'nin öz düzenleme modelinde sürecin ölçümüne ilişkin özellikleri bütüncül bir bakış açısıyla ele aldığı görülmektedir.

Winne ve Perry (2000), öz düzenlemeli öğrenmenin yetenek ve vaka (event) özelliklerinin olduğunu ve ölçümlerinde bu çerçevelerde gerçekleştirildiğini belirtmektedir. Öz düzenlemeli öğrenme bir yetenek olarak ölçüldüğünde bilgi, genellikle tek bir ölçüm üzerinden elde edilmektedir. Öğrencinin verdiği cevaplar veya sergilediği bazı davranışlar üzerinden gelecekteki davranışlarını tahmin etmeye yönelik betimlemelerdir. Öz raporlama ölçekleri, yapılandırılmış görüşmeler ve öğretmen değerlendirmeleri öz düzenlemeli öğrenmenin yetenek olarak ölçülmesine ilişkin yöntemlerdir. Öz düzenleme bir vaka (event) olarak ölçüldüğünde ise hareket halindeki bir aktivite durdurularak incelenir. Vaka, durdurulan anın öncesi ve sonrasındaki olaylar ile sınırlıdır. Sesli düşünme protokolleri, hata tespit görevleri, iz metodolojisi ve performans gözlemleri öz düzenlemenin bir vaka olarak ölçülmesini sağlayan ölçme araçlarıdır.

Öz düzenlemeli öğrenmenin ve öz düzenleme stratejilerinin ölçümü ile ilgili yapılan tartışmaların bir kısmının, çevrimiçi ve çevrimdışı ölçüm teknikleri ekseninde yapıldığı

görülmektedir. Öz raporlama ölçekleri gibi çevrimdışı ölçümlerin iç tutarlını gösteren çeşitli çalışmaların yanında (örn. Kramarski ve Gutman 2006), bu ölçümlerin öğrencinin bir öğrenme görevi sırasında devam eden stratejik davranışlarını ölçmede yetersiz olabileceği ifade edilmektedir (Greene ve Azevedo 2010; Veenman, 2011). Öte yandan sesli düşünme protokolleri ve performans değerlendirme gibi çevrimiçi ölçüm yöntemlerinin stratejik davranışlarını, öğrenme davranışıyla eş zamanlı olarak ölçme avantajına sahip olduğu böylece bu stratejilerin öğrenmeye olan etkisini anlama konusunda daha fazla fikir verebileceği ifade edilmektedir (Jacobse ve Harskamp, 2012).

Öz düzenlemeli öğrenmenin ölçümüne yönelik tanımlanan ölçüm dalgaları ve farklı anlayışlar her ne kadar modellerin zaman içindeki gelişimine paralel bir değişimi yansıtsa da yeni ölçüm yöntemlerinin varlığı eskilerin (örneğin, öz raporlama ölçeklerinin) kullanılmaması gerektiği anlamını taşınamamaktadır (Panadero vd.,2016; Triquet, vd.,2017). Ayrıca, yeni ve yerleşik (ilk dalga) ölçüm yöntemlerinin birlikte kullanımının değerlendirmedeki bakış açısını geliştireceği ifade edilmiştir (Roth vd.,2016; Panadero vd.2016).

2.4.5. Matematik Öğreniminde Öz Düzenleme

Matematik eğitiminin, son dönem ortaya çıkan standartlarla birlikte aktif ve yapıcı bir süreç olduğu görüşü, öğrencilerin kendi öğrenme ve problem çözme faaliyetleri üzerinde kontrol ve sorumluluk aldıkları fikrini ima etmektedir (De Corte, Verschaffel ve Op 'T Eynde, 2000). Öğrencilerin öğrenme süreçlerinde hedeflere ulaşmada planladığı ve uyarladığı düşünce, duygu ve eylemleri bir bütün olarak içeren yapısı itibariyle öz düzenlemeli öğrenme (Zimmerman,2000), matematik eğitimi alanında çeşitli çalışmaların ortaya konulmasına neden olmuştur.

Matematik eğitimi alanında öz düzenlemeli öğrenmenin ele alındığı çalışmaların önemli bir bölümünde matematiksel problem çözme önemli bir yer tutmaktadır. Bu çalışmalardan birinde Muis (2008), farklı epistemik profillerdeki öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki öz düzenleme davranışlarını incelemiştir. Epistemik profilleri ve öğrenme stratejileri belirlenen öğrenciler, akılcı, deneysel ve her iki özelliği gösterenler şeklinde üç grupta kategorize edilmiştir. Problem çözme oturumlarının gerçekleştirilen görüşme protokollerinin sonuçlarına göre rasyonel olarak profillendirilen öğrencilerin, deneysel olarak profillendirilen öğrencilere kıyasla daha yüksek biliş düzenleme sıklığına sahip olduğu, bu

öğrencilerin diğer iki gruba göre daha fazla problemi doğru çözdüğü tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının epistemik profilleri ile tutarlı olduğu ifade edilmiştir. Diğer bir çalışmada, Fuchs ve diğerleri (2003), üçüncü sınıf öğrencileri ile yaptıkları deneysel araştırmalarında, öz düzenleme stratejileri ve problem çözme transferi eğitiminin öğrencilerin problem çözme performansı üzerindeki etkisini araştırmıştır. Sonuçlara göre, uygulanan eğitimin öğrencilerin daha yüksek soyutlama düzeyine teşvik ettiği ve üstbiliş düzeylerini artırdığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde Perels, Dignath, ve Schmitz (2009) araştırmalarında, bir matematik sınıfı birimine öz düzenleme eğitimi entegre edilmiştir. Verilen eğitime yönelik değerlendirilmesi bir ön test / son test-kontrol grubu tasarımında gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, öz düzenleme eğitimi ile öğrencilerin öz düzenleme yeterliliklerini ve matematik başarılarını desteklemenin mümkün olduğunu ortaya koyulmuştur. Yine bir deneysel çalışmada Tzohar-Rozen ve Kramarski (2013), beşinci sınıf öğrencilerinden iki grubu karşılaştırmıştır. Araştırma grubu otantik problemlerin çözümüne genel bir girişten sonra, bir duyuşsal öz düzenleme eğitimi programına alınmış, ardından matematik okuryazarlığı görevlerini çözmüştür. Kontrol grubuna sadece otantik problemlerin çözümü için genel bir giriş yapılmıştır. Gruplar, olumlu ve olumsuz duygular, farklı düzey ve temsillerle matematik okuryazarlığı görevlerini çözmedeki performans ve programa uzun vadeli yansımalar açısından karşılaştırılmıştır. Duyuşsal öz düzenleme grubundaki öğrenciler matematik okuryazarlığı görevlerinin tüm yönlerinde daha iyi performans göstermiş ve olumsuz duygularda kontrol grubuna göre daha büyük bir azalma göstermiştir. Ayrıca, müdahaleden üç ay sonra yapılan görüşmelerde, araştırma öğrencileri kullanmayı öğrendikleri stratejinin önemi ve etkinliği ile ilgili olumlu yorumlar yapmışlardır.

Matematiksel problem çözme sürecinde öğrencilerin sergiledikleri stratejik davranışları öz düzenlemeli öğrenme ve matematiksel problem çözme modelleri bağlamında ele alan çalışmalardan birisi de Marcou'nun (2007) çalışmasıdır. Öğrencilerin kendi kendini düzenleyen matematiksel problem çözme davranışlarının kodlanması için birbirine bağlı iki çalışmada (Marcou ve Lerman, 2006; Marcou, 2007), araştırmanın amacı doğrultusunda belirlenen kriterlere göre öz düzenlemeli öğrenme ve problem çözme modelleri mercek altına alınmıştır. Bu kriterler doğrultusunda gerçekleştirilen incelemeler sonucunda ortaya çıkan modelin matematiksel problem çözme ayağında Polya'nın problem çözme modelinde yer alan hiyerarşi yer alırken, problem çözme sürecinin döngüsü Zimmerman'ın öz düzenleme modelinde yer alan öngörü, performans ve kendini yansıtma aşamalarından teşkil edilmiştir. Problem çözme süreci boyunca sergilenen stratejiler ise Pintrich'in öz düzenlemeli öğrenme

modelinde yer alan bilişsel, üstbilişsel ve kaynak yönetimi stratejileri bağlamında ele alınmıştır. Geliştirilen modelde, öğrencilerin kendi kendini düzenleyen matematiksel problem çözme davranışlarını tespit etmek için bir kodlama şeması geliştirilmiştir. Kodlama şemasında öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecinde gözlenebilecek bilişsel stratejileri; prova, detaylandırma ve organizasyon stratejileridir. Üstbilişsel stratejiler ise planlama, izleme ve düzenleme davranışlarını içermektedir. Son olarak, kaynak yönetimi stratejileri ise, öğrencilerin ne zaman ilerleyemeyeceklerini belirlemelerini ve böylece uygun yardım kaynağını bulmalarını sağlayan yardım arama stratejilerini kapsamaktadır.

Öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini ele alan çalışmalarda öz düzenlemeli öğrenmenin önemli bir bileşeni olan üstbilişsel faaliyetlerin vurgulandığı görülmektedir. Örneğin; Garofalo ve Lester (1985), öğrencilerin matematik performansında tamamen bilişsel analizlerin yetersiz olduğunu ve üstbilişsel eylemlerin önemli rol oynadığını savunmaktadır. Üstbilişin, performans esnasında ne yapılacağını planlamayı ve yapılanları izlemeyi içerdiğini belirtmektedirler. Garofalo ve Lester'in çalışmasının en önemli etkilerinden birisi de üstbilişsel kararların, bilişsel eylemleri etkileyebilecek kilit noktaları belirlemiş olmalarıdır. Polya, Schoenfeld, Sternberg ve bir dereceye kadar Luria'nın çalışmalarının bir araya getirilmesiyle oluşturulan çerçevede, bilişsel-üstbilişsel bir bakış açısı sunulmaktadır. Bu çerçeveyi, yalnızca "problem" olarak sınıflandırılan görevler için değil, çok çeşitli matematiksel görevlerdeki performansla doğrudan ilgili olarak ele almışlardır. Çerçeve, matematiksel bir görevin gerçekleştirilmesinde yer alan dört faaliyet kategorisini içerir. Bunlar; uyum sağlama, organizasyon, uygulama ve doğrulamadır. Tanımlanan bu dört kategori, Polya'nın problem çözmeye ilişkin dört aşamasıyla ilişkilidir.

Matematiksel problem çözmede biliş ve üstbilişin etkisini araştıran temel çalışmalardan birisi de Artzt ve Armour-Thomas'ın (1992) çalışmasıdır. Yetenek yönünden heterojen yapıda olan 4-5 kişilik grupların problem çözmedeki davranışlarını incelenen çalışmada, problem çözmede biliş ve üstbilişin rollerini tanımlayan bir çerçeve sunulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre küçük grup ortamında matematiksel problem çözmede üstbilişsel süreçlerin önemine dikkat çekilmiştir. Başarılı problem çözme ve maksimum öğrenci katılımı için bilişsel ve üstbilişsel davranışların sürekli etkileşiminin gerekli olduğu belirtilmiştir. Diğer bir araştırmada ise Yimer ve Ellerton (2006), rutin olmayan matematik problemlerinin çözümüne ilişkin görüşmelerin analizi sonucunda problem çözmede beş bilişsel aşama ve bu aşamalara etki eden üstbilişsel davranışların varlığına dair göstergeler tanımlanmıştır. Buna

göre, üstbilişsel izleme olmadan, öğrencilerin problemin çözümü için uygun olan yolu seçebilme ve zarif bir matematiksel çözüme ulaşma olasılıklarının oldukça düşük olduğunu ifade etmişlerdir.

Matematik başarısında bilginin yeterli olmadığını ve bilgiyi uygun koşullarda kullanabilmenin önemli bir bileşen olduğunu savunan araştırmacılardan birisi de Schoenfeld'dir. Schoenfeld'e göre (2007) matematiksel yeterliğin unsurları; bilgi tabanı (matematiksel gerçekleri, tanımları ve prosedürler), Stratejiler, (Polya'nın problem çözme stratejileri) ve üstbiliştir (etkili problem çözme için, bireyin sergilediği yansıtma davranışları). Üstbiliş başlığı altında; öz düzenleme, izleme ve kontrol karakteristiklerini ele almakta ve bir problem çözücüyü etkili kılan şeyin sadece bilgi değil, bu bilgiyi kullanmak için kendine fırsat vermesi olduğunu savunmaktadır (Schoenfeld, 2016).

Matematiksel problem çözme ve öz düzenlemeli öğrenmenin birlikte ele alındığı bazı çalışmalarda, öz düzenlemeli öğrenmenin çeşitli bileşenleri birlikte ele alınmıştır. Örneğin; Hoffman ve Spatariu (2008) araştırmalarında, öz-yeterlik inançlarının ve üstbilişin, matematiksel problemlerinin çözümündeki etkilerini test etmek için bir regresyon tasarımı kullanılmıştır. Çalışma bulguları öz yeterliliğin ve üstbilişsel yönelimin, yansıma ve strateji bilgisini aktive ederek problem çözme performansını ve verimliliğini ayrı ayrı artırdığını göstermiştir. Başka bir çalışmada Dermitzaki, Leondari ve Goudas (2009), öğrencilerin matematiksel problem çözme esnasındaki bilişsel, üstbilişsel ve motivasyonel / istemli stratejik davranışlarını incelemiştir. Üstbilişsel stratejik davranışların, motivasyonel / istemli stratejik davranış faktörü ile ilişkili olduğu ve bunların bilişsel bir öz düzenleme faktörü ile açıklanabileceği gösterilmiştir. Görev performansı için bilişsel öz düzenleme faktörünün önemi ve alana özgü benlik kavramın motivasyonel / istemli stratejik davranışla ilişkili olduğu ifade edilmiştir. Marcou ve Philippou (2005) ise matematiksel problem çözme bağlamında motivasyonel inançlara ve öz düzenlemeli öğrenmeye odaklanmışlardır. Çalışmalarında, 5. ve 6. Sınıf öğrencilerinin motivasyonel inançları (öz-yeterlik, görev değeri inançları ve hedef yönelimi) ve öz düzenleme bileşenleri (bilişsel, üstbilişsel ve istemli stratejilerin kullanımı) ile motivasyonel inançlar ve matematiksel problem çözmedeki performans arasındaki ilişki araştırılmıştır. Bulgulara göre, motivasyonel inançlar ve öz düzenlemeli öğrenmenin tüm boyutları arasında ve öz-yeterlik, içsel hedef yönelimi ve matematiksel problem çözmedeki performans arasında anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Matematik öğrenimi ve öz düzenlemeli öğrenme alanlarının birlikte ele alındığı çalışmaların incelenmesinin ardından bir sonraki bölümde, öz düzenlemeli öğrenmenin matematikte üstün yeteneklilik bağlamında gerçekleştirilen çalışmalar paylaşılmıştır.

2.4.6. Matematikte Üstün Yeteneklilik Alanında Öz Düzenlemeli Öğrenme

Öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini yönetmesi ve izlemesi için kullandıkları süreç ve stratejiler üstün yeteneklilik alanında ilgi gören konulardan biridir. Öğrenme görevlerini başlatabilen, kendi hedeflerini belirleyebilen ve tamamlamaları için uygun stratejileri seçebilen ve daha sonra kendi ilerlemelerini izleyebilen ve değerlendirebilen öğrencilerin daha yüksek başarı seviyesine ulaşma potansiyeline sahip olması, üstün yetenekli öğrencilerin kendi kendini düzenleyen öğrenciler olma ihtimalinin daha yüksek olduğunu göstermede önemli bir ipucu olarak görülmektedir (Risemberg ve Zimmerman, 1992). Bu durum matematikte üstün yeteneklilik alanında da bu öğrencilerin özelliklerini öz düzenlemeli öğrenme perspektifinde ele alan çalışmaların ortaya konulmasına neden olmuştur.

Öz düzenleme öğrenme ve matematikte üstün yeteneklilik kavramlarının birlikte ele alındığı çalışmaların önemli bir kısmında, üstün yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilerle veya üstün yeteneklilik derecesine göre kendi içinde karşılaştırmaların yapıldığı göze çarpmaktadır (örn. Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990; Risemberg ve Zimmerman, 1992; Swanson, 1992; Montague ve Applegate, 1993; Bouffard-Bouchard, Parent, ve Larivée ,1993; Hong ve Aqui, 2004; Lüftenegger, Kollmayer, Bergsmann, Jöstl, Spiel ve Schober , 2015).

Zimmerman ve Martinez-Pons (1990), üstün yetenekli öğrencilerin eğitim gördüğü bir okuldan ve standart bir okuldan doksanar öğrenci belirleyerek gerçekleştirdikleri araştırmalarında, öğrencilerin sözel ve matematiksel yeterlikleri ile on dört başlık altında öz düzenlemeli öğrenme stratejilerini tespit ederek karşılaştırmışlardır. Bu stratejiler; öz değerlendirme, düzenleme ve dönüştürme, hedef belirleme ve planlama, bilgi arama, kayıt tutma ve izleme, çevresel yapılanma, kendine söz verme, prova ve hafızada tutma, akran, öğretmen veya yetişkin yardımı arama ve yazıları/notları gözden geçirme şeklinde belirlenmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilerden daha fazla sözlü ve matematiksel yeterlik sergiledikleri ve daha fazla öz düzenleme stratejisi (düzenleme ve dönüştürme, kendine söz verme, akran yardımı istemek ve notları gözden geçirme) kullandığı tespit edildiği ifade edilse de bu farkın zayıf olduğu tespit edilmiştir.

Malpass, O'Neil ve Hocevar (1999), lise düzeyinde öğrenciler başta olmak üzere matematiksel yetenekli bir örneklemde, cinsiyet, öz yeterlik, öğrenme hedefi yönelimi, öz düzenleme ve endişenin sonuçları öğrencileri için önemli olan bir sınavdaki matematik başarısı üzerindeki etkilerini araştırmak için yapısal bir denklem modelleme çerçevesi kullanmıştır. Analizlere göre öz-yeterliliğin matematik başarısı ile olumlu ilişkili olduğunu, öz düzenleme ile orta derecede olumlu ilişkili olduğunu ve kaygı düzeyleri ile yüksek ve olumsuz ilişkili olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğrenmede hedef yönelimi (veya içsel değerin) öz düzenleme ve kaygı ile olumlu ilişkili olduğunu fakat öz yeterlik veya matematik başarısı ile ilgili olmadığını tespit etmişlerdir. Son olarak, öz düzenlemenin kaygı ile olumsuz ilişkili olduğu, ama şaşırtıcı bir şekilde matematik başarısıyla ilişkili olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin öz düzenleme ve matematik başarıları arasında ilişki bulunamamasında, örneklemin küçüklüğü ve başarı testinin öğrenciler için yüksek riskli bir sınav olmasının etkili bir neden olabileceği belirtilmiştir.

Üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme becerilerinin incelendiği bazı çalışmalarda, öz düzenlemenin alt bileşenlerinin tamamı yerine üstbiliş, motivasyon, öz yeterlik gibi alt bileşenlerin birinin veya birkaçının ele alındığı görülmektedir. Örneğin, Chan (1996) çalışmasında entelektüel yetenekli öğrenciler ile ortalama başarılı öğrencilerin motivasyonel yönelimlerini (okul başarılarının ve başarısızlıklarının nedenleri ve yetkinlik algılarının nedenleri hakkındaki inançlar) ve üstbilişsel yetenekleri (bilgi ve öğrenme ve okuma stratejilerinin bildirilen kullanımı) karşılaştırmıştır. Sonuçlara göre, kendilerini bilişsel olarak daha yetkin olarak algılayan yetenekli öğrencilerin genel bir modelini ortaya çıkarmıştır. Bu öğrencilerin başarısızlıklarını yetenek eksikliğine atfetme olasılığının daha az olduğu tespit edilmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin ortalama başarıya ulaşan akranlarıyla karşılaştırıldığında, okul görevlerindeki başarılar veya başarısızlıklar üzerinde kendi kişisel kontrollerine daha fazla güven duyduğu (stratejilerin içine girme ve kullanma çabalarının miktarı üzerinde kontrol), öğrenme stratejileri hakkında daha fazla bilgiye sahip oldukları ve daha yüksek okuma yetkinliği seviyelerine ulaştığı belirlenmiştir. Ayrıca araştırmanın sonuçlarına göre, üstün yetenekli öğrenciler ve genel grup arasında stratejilerin bildirilen kullanımları konusunda anlamlı bir farklılığın olmadığı tespit edilmiştir.

Nokelainen ve diğerleri (2007), atıf stillerinin matematiksel yeteneğin gelişimi üzerindeki etkisini inceledikleri çalışmalarında, yüksek, orta veya hafif matematiksel yetenekli katılımcıların başarıyı çabaya ve çaba eksikliğine bağlayan öğelerin, hafif matematik

üstünlüğü ve cinsiyet (kadın) düzeyi için en iyi yordayıcı olduğunu öne sürmektedirler. Araştırma sonuçlarına göre, yüksek ve orta derecede matematiksel yetenekli öğrencilerin, yeteneği çabadan daha önemli bulduğunu ancak hafif matematiksel yeteneklilerin çaba göstermeyi yetenekten daha önemli görme eğiliminde olduğu gösterilmiştir. Orta derecede ve hafif derecede yetenekli öğrenciler başarısızlığı çaba eksikliğine bağlarken yüksek derecede yetenekli öğrenciler başarısızlığı yetenek eksikliğine bağlamaktadır.

Lüftenegger ve diğerleri (2015) çalışmalarında matematikte yüksek başarı gösteren matematikte üstün yetenekli öğrenciler ile yüksek başarı gösteremeyen matematikte üstün yetenekli öğrencilerin, motivasyon ve sınıf ortamı algılarındaki farklılıkları araştırmıştır. Motivasyon bileşeni olarak, başarı hedefleri, ilgi, akademik benlik kavramı, öz yeterlik ve örtük teori bileşenlerinin ele alındığı çalışmada başarılı üstün yetenekli öğrencilerin daha yüksek motivasyon sergiledikleri bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin sınıf yapılarına ilişkin algılarında görev ve otorite açısından farklılıklar tespit edilmiştir. Yüksek başarılı grup sınıfta karar alma sürecine daha fazla katılım göstermiştir.

Hong ve Aqui (2004), matematikte akademik olarak üstün yetenekli, matematikte yaratıcı yetenekli ve üstün yetenekli olmayan şeklinde sınıflandırdıkları öğrencilerin bilişsel ve motivasyonel özelliklerini karşılaştırmışlardır. Üç grup arasında yetenek inançları bakımından bir farklılık bulunmazken, çalışmada ele alınan diğer özellikler bu üç grubu ayırt etmiştir. Matematikte akademik üstün yetenekli ve matematikte yaratıcı yetenekli öğrencilerin öz yeterliklerinin daha yüksek olduğu bulunmuştur. Benzer şekilde, akademik üstün yetenekli ve yaratıcı yetenekli öğrencilerin, bilişsel strateji kullanımın, üstün yetenekli olmayan öğrencilere göre daha fazla olduğu, ayrıca yaratıcı yetenekli öğrencilerin bilişsel strateji kullanımının diğer iki gruba göre anlamlı şekilde daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Matematikte akademik üstün yetenekli ve yaratıcı yetenekli öğrencilerin matematik yeteneği ve matematikte öz yeterlik algılarının yüksek olduğu ve bu öğrencilerin, göre matematikte öğrendiklerini üstün yetenekli olmayan öğrencilere daha değerli buldukları belirlenmiştir.

Bouffard-Bouchard ve diğerleri (1993), çalışmalarında, kavram tanımlama görevi üzerinden üstün yetenekli ve ortalama başarılı öğrenciler arasındaki öz düzenleme ile ilgili farklılıkları incelemişlerdir. Sonuçlara göre her iki grupta benzer bir üstbilişsel strateji kullanımı sıklığı görülmesine rağmen, üstün yetenekli öğrencilerin bilişsel stratejileri daha tutarlı kullandıklarını, olumsuz bir değerle daha az üstbilişsel deneyim ifade ettiklerini,

problemi çözmek için daha fazla çaba sarf ettiklerini, kendi belirledikleri hedeflere sahip olmaları yönünden daha belirgin bir tablo çizdikleri belirlemişlerdir. Üstün yetenekli öğrencilerin ortalama öğrencilerden daha iyi performans göstermelerinin yanında, kendi performanslarını tahmin etmede de daha isabetli oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre çalışmada öz düzenlemenin, yüksek performans sonuçları elde etmek için sürdürülen çabaların altında yatan bilişsel, üstbilişsel ve motivasyonel faktörlerin karmaşık bir bileşimi olduğu düşüncesi paylaşılmıştır.

Matematikte üstün yeteneklilik ile öz düzenleme becerilerinin matematiksel problem çözme sürecinde incelendiği çalışmalar da bulunmaktadır. Örneğin, Swanson (1992), üstün yetenekli öğrencilerle, ortalama ve düşük başarılı öğrencileri, üstbiliş ve problem çözme becerileri yönüyle karşılaştırmıştır. Araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerin problem çözerken diğer öğrencilere kıyasla daha az hamle kullandığını, kişi ve strateji değişkenleri açısından daha yüksek üstbilişsel bilgi sergiledikleri tespit edilmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme ve üstbiliş sonuçlarının korelasyon modellerinin merkezi bir işlem sistemine işaret ettiği öne sürülmüştür. Üstbiliş ve problem çözme süreçlerini birbirine bağlayan bu sistem verimli ise, sistemle ilgili tüm süreçlerin eşit derecede yüksek olduğu ve birbirinden bağımsız olarak çalışacağı ifade edilmiştir.

Swanson'ın (1992) çalışmasına benzer olarak, Montague ve Applegate (1993), üstün yetenekli, ortalama başarılı ve öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin problem çözme süreçlerini bilişsel ve üstbilişsel açılardan incelemiştir. Problem çözme etkinliklerinin, yüksek sesli düşünme tekniği ile gerçekleştirildiği ve öğrenci söylemlerinin kodlandığı araştırmalarında, öğrenme güçlüğü ve ortalama başarı gösteren öğrencilerin matematik problem çözme yaklaşımlarında üstün yetenekli öğrencilere göre daha az strateji kullandığı tespit edilmiştir. Ayrıca, matematik problemlerinin zorluk seviyesinin algılanmasının, öğrencilerin bilişsel aktivitelerini ve problem çözmedeki ısrarlarını etkileyebileceği belirtilmiştir. Örneğin, kolay görünen ama aslında zor olan problemlerin, öğrencilerin hayal kırıklığına uğrayana ve görevi terk edene kadar sebat etmelerine neden olabileceği, benzer şekilde, zor görünen problemlerin de öğrencilerin sorunları çözmeye çalışmadan bilişsel kaynaklarını kapatmalarına neden olabileceği ifade edilmiştir.

Montague ve Applegate (1993), çalışmalarında, öğrenme güçlüğü bulunan, ortalama başarılı ve üstün yetenekli öğrencilerin matematik problemlerini çözerken sergiledikleri

sözelleştirmeleri bilişsel ve üstbilişsel yönlerden incelemiştir. Öğrenci söylemleri kodlanarak grup içi ve sınıf içi karşılaştırmalar yapılmıştır. Buna göre, öğrenme güçlüğü çeken ve ortalama başarı gösteren öğrencilerin matematiksel problem çözme yaklaşımlarında üstün yetenekli öğrencilere göre daha az stratejik olduklarını sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, matematik problemlerinin zorluk seviyesinin algılanması öğrencilerin bilişsel aktivitelerini ve problem çözmedeki kalıcılıklarını etkileyebileceği ifade edilmiştir.

Yazgan Sağ (2012) ise üstün yetenekli ortaokul öğrencilerinin problem çözme durumlarındaki öz düzenleme davranışlarını incelediği araştırmasında, bu öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları, zor olarak nitelendirdikleri ve çözüm yolu üretmekte sıkıntı yaşadıkları problemlerde kontrol ve düzenleme gibi izleme davranışlarını daha sık sergilediklerini tespit etmiştir. Bunun yanında söz konusu izleme davranışlarını sergileyerek çözüme ulaştıkları problemlerde, buldukları cevabı sorgulamaya yönelik izleme davranışları gösterdikleri ifade edilmiştir.

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme becerileri ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak bu öğrencilerin, üstün yetenekli olmayan öğrencilerle karşılaştırıldığı çalışmaların ön planda olduğu söylenebilir. Diğer taraftan Dresel ve Haugwitz (2005), ilgili literatürde öz düzenleme stratejilerinin fiili kullanımı ile ilgili olarak, karmaşık ve en azından kısmen tutarsız bir kalıbın varlığına dikkat çekmiştir. Sonuç olarak, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenlemelerini üstün yetenekliliğin ve öz düzenlemenin farklı dinamikleri çerçevesinde ele alan çalışmalara gereksinim duyulmaktadır (Risemberg ve Zimmerman, 1990; Pintrich, 1999; Efklides, 2019).

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu başlık altında araştırmanın modeli, veri toplama süreci ve araçları, verilerin analizi, araştırmanın geçerlik-güvenirliği ve araştırmacının rolü ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmanın amacı, öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda çalışma, nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır. Nicel araştırmalar çoğunlukla nesneler arasındaki ilişkilerin oluşumunu, hacmini veya boyutunu sayılarla ifade etmekle ilgilenirken nitel araştırmalar, incelenen durumun zengin ve tanımlayıcı açıklamalarını sunmayı amaçlamaktadır (Gelo, Braakmann ve Benetka, 2008).

Yıldırım ve Şimşek (2008), nitel araştırmayı sosyal olguları bağlı bulundukları çevre içerisinde araştırmayı ve anlamayı ön plana alan bir yaklaşım olarak tanımlamıştır. Mertkan (2015) ise nitel araştırmanın, esnek bir kavramsal ve yöntemsel yapı çerçevesinde sözel verilerin toplanması, analizi, yorumlanması ve sunumu olarak tanımlanabileceğini belirtmiştir.

Araştırmada matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini ve bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme stratejilerini betimlemek amaçlandığından örnek olay çalışması araştırma metodu olarak belirlenmiştir. Nitel araştırmalarda en çok tercih edilen yaklaşımlardan birisi olan örnek olay çalışması (Mertkan, 2015), belirli bir kişi, sosyal durum, olay veya grup hakkında yeterli bilgiyi sistematik olarak toplamayı içeren ve araştırmacının incelediği durumun nasıl çalıştığını etkili biri şekilde anlaşılmasını sağlayan bir yaklaşım olarak görülmektedir. (Berg, 2001). Örnek olay çalışması, sosyal olguları tekil bir olayın ayrıntılı bir çözümlemesini yaparak araştıran bir yöntemdir ve tek bir olayı çeşitli olgularla ilişkilendirerek araştırılan verilere bütüncül bir nitelik kazandırmaktadır (Kaleli Yılmaz, 2015).

Yin (2003) örnek olay çalışmasını, araştırmanın amacı amacına göre, açıklayıcı, keşfe dayalı ve tanımlayıcı olmak üzere üç farklı şekilde kategorize etmiştir. Bu araştırma, farklı güdüsel stratejilere sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri ve bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme davranışlarını açıklamak amaçlandığından bir açıklayıcı örnek olay çalışmadır.

Baxter ve Jack (2008), açıklayıcı örnek olay çalışmasının, karmaşık bir gerçek yaşam durumuna ilişkin nedensel bağlantıların açıklanması için uygun olduğunu belirtmektedir.

Araştırmada matematiksel bilgi oluşturma ve soyutlama süreçleri ve bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme stratejileri araştırılan her bir öğrenci bir durum olarak ele alınmıştır. Gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarında veri toplama tekniği olarak odaklı görüşme ve gözlem kullanılmıştır.

Yin (2003) odaklı görüşmenin, katılımcı ile belirli bir zaman diliminde gerçekleştirilen, açık uçlu sorular ve konuşmalar içerecek şekilde gerçekleştiğini belirtmiştir. Odaklı görüşmeler kapsamında matematiksel problemler kullanılmıştır. Öğrencilerin problem çözümlerini açıklamalarını teşvik etmek amacıyla sorular sorulmuştur. Ayrıca öğrencilerin problem çözümlerinde yaptıkları işlemler ve çizimler kaydedilmiştir.

Nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan veri toplama araçlarından birisi de gözlemdir. Mertkan (2015), gözlem yönteminin, araştırmacıya davranışı gözlemesine imkân sunarak verinin doğrudan toplanmasına olanak sağladığı ve söz konusu davranışları doğal ortamında gözlemeye fırsat sunduğunu belirtmiştir. Çalışmada araştırmacı, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde sergiledikleri davranışları gözlemlemiş ve alan notları almıştır.

3.2. Katılımcılar

Türkiye'de, Millî Eğitim Bakanlığı tarafından belirlenmiş belirli tanılama aşamalarına göre belirlenen üstün yetenekli öğrenciler örgün öğretim gördüğü saatler dışında Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) eğitim görmektedir. Bu araştırmaya, İzmir ilindeki Bilim ve Sanat Merkezlerine devam eden 44 öğrenci katılmıştır. Bu öğrenciler arasından örnek olay çalışması katılımcılarını belirlemede i) araştırma kapsamında geliştirilen "matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter testinde (MPYBKT)" gösterilen performans ve ii) öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeği (ÖİMSÖ) sonuçları esas alınmıştır. MPYBKT'den yüksek performans sergileyen öğrencilerden, kendi öğrenmesine ilişkin motivasyonel strateji bildirimi farklı düzeylerde olan beş öğrenci, örnek olay çalışmasının katılımcıları olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden aykırı durum örneklemesine göre belirlenmiştir. Aykırı durum örneklemesi, normal durumlardan farklı özelliği olan ve bu nedenle normal durumlara kıyasla daha zengin bilgi ortaya koyma potansiyeli olan durumların incelenmesidir (Patton, 2002'den akt.

Mertkan,2015). Burada amaç, kendi öğrenmelerine ilişkin güdüsel strateji bildirimleri farklı olan matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerine ilişkin bir genellemeye ulaşmak değil, soyutlama sürecini etkileyebilecek öz düzenleme değişkenlerini incelemektir. Nitekim, amacın uçlarla ilgili değişkenliğin doğasını genelleme kaygısı yaşamadan ayrıntılı olarak görülmesi durumunda aykırı durum örneklemesinin iyi bir çözüm olacağı belirtilmektedir (Büyüköztürk ve diğer., 2009).

Örnek olay çalışmasının katılımcısı olan beş öğrencinin belirlenmesinde yukarıda sözü edilen araçların nasıl kullanıldığı, veri toplama süreci ve araçları başlığı altında ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.

Aşağıda, bu bölümde belirlenme prosedürü kısaca ifade edilen öğrenciler ile ilgili bilgiler sunulmaktadır. Katılımcılar için takma isimler kullanılmıştır.

Nil, bir özel okulda okuyan sekizinci sınıf öğrencisidir. MPYBKT performansı yüksektir. ÖİMSÖ sonuçlarına göre, motivasyon ve öğrenme strateji bildirimi yüksek düzeydedir.

Ela, bir devlet okulunda okuyan sekizinci sınıf öğrencisidir. MPYBKT performansı yüksektir. ÖİMSÖ sonuçlarına göre, motivasyon ve öğrenme strateji bildirimi yüksek düzeydedir.

Can, bir özel okulda okuyan sekizinci sınıf öğrencisidir. MPYBKT performansı yüksektir. ÖİMSÖ sonuçlarına göre, motivasyon ve öğrenme strateji bildirimi orta düzeydedir.

Rüzgâr, bir devlet okulunda okuyan sekizinci sınıf öğrencisidir. MPYBKT performansı yüksektir. ÖİMSÖ sonuçlarına göre, motivasyon ve öğrenme strateji bildirimi orta düzeydedir.

Burcu, bir özel okuyan sekizinci sınıf öğrencisidir. MPYBKT performansı yüksektir. ÖİMSÖ sonuçlarına göre, motivasyon ve öğrenme strateji bildirimi düşük düzeydedir.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Bu bölümde araştırmanın örnek olay çalışmasında kullanılan veri toplama aracına ilişkin detaylar ele alınacaktır. Fakat öncesinde örnek olay çalışmasının katılımcılarını oluşturan öğrencilerin belirlenmesi sürecinde faydalanılan i)matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter testi (MPYBKT) ve ii) öğrencilerin güdüsel stratejilerindeki farklılığı belirlemeye yönelik olarak uygulanan öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeği (ÖİMSÖ) ile ilgili bilgiler sunulmaktadır.

Matematikte Potansiyel Üstün Yeteneği Belirlemeye Yönelik Kriter Testi (MPYBKT)

Araştırmanın kapsamı gereği, çalışma grubunu oluşturacak matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin belirlenmesi gerekmektedir. Bu durum, öncelikle matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerinin ortaya konulması ve öğrencilerdeki bu özelliklerin belirlenmesi için kullanılabilecek etkinlikleri tasarlamanın gerekliliğine yol açmıştır. Öğrencilerin matematiksel problem çözmedeki başarılarının ve bu süreçlerde sergiledikleri becerilerin tespitinin matematikte üstün yetenekliliği belirlemek etkili bir yol olduğu birçok araştırmada vurgulanmaktadır (örn. Krutetskii, 1976; Niederer, Irwin, Irwin ve Reilly; 2003; Kim, Cho ve Ahn 2004; Leikin ve diğerleri, 2009; Szabo, 2015). Bunun yanında, matematikte üstün yetenekli öğrencileri problem çözme aktivitelerinde öne çıkaran karakteristiklerin belirlenmesi önem taşımaktadır.

Niederer ve diğerlerine göre (2003), matematiksel üstün yetenek testlerinde yer alan problemler; uzamsal, olasılıksal, mantıksal veya permütasyonel akıl yürütme gibi çeşitli problem türlerini içermeli ve problemler öğrenciyi tanıdık oldukları üzerinde çalışmak yerine öğrenmelerini yeni problemlere aktarmaya teşvik etmelidir. Krutetskii (1976) ise çalışmasında, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin problem çözüm süreçlerinde doğal olarak ortaya çıkan ve bu öğrencileri tanımlamanın temeli olan birtakım özelliklerin var olduğunu ortaya koymaktadır. Krutetskii'nin, ortalama matematiksel yetenekli öğrencilerin yoksun olduğunu ve düşük matematiksel yetenek öğrencilerin ise hiç sahip olmadığını ifade ettiği bu özellikler; tersine çevrilebilirlik (reversibility), esneklik (flexibility) ve genelleme (ability to generalize) yeteneğidir.

Tersine çevrilebilirlik yeteneği, problem çözümüne ulaşmak için zihinsel sürecin yönünü hızlı ve özgür bir şekilde yeniden inşa etmeyi ifade etmektedir (Vilkomir ve

O'Donoghue, 2009; Chamberlin, 2010). Bu yeteneğin gözlemlenebilmesi için öğrencinin, problem durumu içinde verilen bilgiden hareketle ters sırada düşünerek istenen sonuca ulaşması söz konusu olabilmektedir. Chamberlin (2010:58), Krutetskii'nin görüşlerine dayandırarak tersine çevirme yeteneği şöyle açıklamaktadır.

> *Ortalama öğrenciler genellikle öğretmenin tarif ettiği şekilde (A→B) düşünürler ki bu durum doğrusal olarak kabul edilebilir. Ancak, daha ileri düzey öğrenciler ortalama öğrencilerin sahip olmadığı yeteneklere sahiptir. Düşüncenin tersine çevrilebilirliği açısından, ileri düzey öğrenciler matematiksel prosedürleri birden fazla şekilde görmeye yatkın olabilirler (örneğin, A↔B).*

Krutetskii (1976), matematikte üstün yetenekli öğrencilerin problem çözmede ortaya koyduğu bir diğer özellik olan *esnekliği*, öğrencinin önceden sahip olduğu yapısını, problemin değişen yapısına uyarlamak için ortaya koyduğu düzenleme yeteneği olarak ifade etmektedir. Vilkomir ve O'Donoghue (2009), zihinsel süreçlerin esnekliğinin gözlemlenebilmesi için öğrencilerden, verilen probleme birden fazla çözüm yolu istenmesinin etkili olacağını belirtmektedir.

Son olarak *genelleme* yeteneği, öğrencinin belirli durumlardan türettiği ve bu durumlarla ilgili ortak noktaları tanımlamayı ve geçerlilik alanlarını genişletmeyi içeren bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Sriraman, 2003). Burada öğrencinin, verilen problem durumundaki örüntüleri veya kuralları tanıyarak daha geniş bir duruma uyarlayabilmesi söz konusudur (Krutetskii, 1976).

Bu bilgiler ışığında, Bilim ve Sanat Merkezine devam eden öğrenciler arasından örnek olay çalışmasının katılımcılarını belirlemek amacıyla geliştirilen matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter testi, öğrencilerin;

1. İşlem ve süreçlerin tersine çevirme
2. Çözüm için alternatif yollar üretme
3. Çözüme götürecek örüntü ve kuralları tanıyarak matematiksel temsillere dönüştürme
4. Verilen bilgiden hareketle (uzamsal, olasılıksal, mantıksal veya permütasyonel) akıl yürütme becerilerini sergileme

durumlarından en az birini tespit etmeye fırsat sunacak nitelikte problemlerden oluşturulmuştur. Matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter ölçeği, öğrencilerin sözü edilen özelliklerini açığa çıkaracağı ve bu özelliklerin araştırmacı tarafından tespit edilmesine olanak sağlayacağı düşünüldüğünden açık uçlu problemler şeklinde tasarlanmıştır. On beş problemden oluşan kriter ölçeği, geçerlik çalışması kapsamında matematikte üstün yeteneklilik alanında çalışmalar yapan bir uzmanının ve tez danışmanının görüşlerine sunulmuştur. Öneriler doğrultusunda düzenlemeler yapılmıştır.

MPYBKT'nin pilot çalışması, altısı BİLSEM'e devam eden toplam on sekiz ortaokul öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. BİLSEM'e devam eden öğrenciler "özel yetenekleri geliştirici programa (ÖYG)" devam eden ve matematik dersi başarısı yüksek olan öğrencilerdir. Bu öğrencilerin matematik dersinde başarılı olma durumlarına derslerine giren matematik öğretmeninin görüşleri alınarak karar verilmiştir. BİLSEM'e devam etmeyen öğrenciler ise İzmir ilindeki bir ortaokulda öğrenim gören öğrenciler arasından belirlenmiştir. Bu öğrencilerin altısı matematik dersi ortalaması düşük, diğer altısı ise yüksek olan öğrencilerdir. Öğrencilerin matematik dersi başarıları 2019-2020 eğitim öğretim yıl sonu ortalamalarına göre belirlenmiş olup, ortalaması 85 ve üzeri olan öğrenciler yüksek başarılı, 50 ve daha az olan öğrenciler düşük başarılı olarak kabul edilmiştir.

Pilot çalışma kapsamında problemler öğrencilere bireysel olarak sunulmuş, öğrencilerden varsa problemleri anlamalarını zorlaştıran kısımları açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin açıklamaları araştırmacı tarafından not edilmiştir. Ayrıca problemi çözerek cevaplarını mümkün oldukça detaylı bir şekilde açıklamalarının beklendiği ifade edilmiştir. Öğrencilerin problemlere verdiği cevaplar ve yaptıkları çözümler ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Pilot çalışmaya katılan öğrencilerin problemi anlama durumları ile ilgili alınan notlar ve problem çözümleri detaylı olarak incelenmiştir. Çözümlerinin incelenmesi sonucunda öğrencilerin anlamada zorlandığı ve/veya istenen kriterleri yansıtmada yetersiz olduğu düşünülen üç problem testten çıkarılmıştır. Geriye kalan on iki problem için öğrencilerin, genel olarak anlamada zorlanmadığı fakat problem çözümlerinin doğruluğu açısından BİLSEM'e devam eden öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmüştür. Ortaya çıkan bu farklılık ve problemlere ilişkin uzmanlardan alınan görüşler doğrultusunda, kalan problemlerin matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemek için uygun olduğu sonucuna

varılmıştır. Son hali verilen ve 12 problemden oluşan kriter testi (EK 6.), İzmir'deki Bilim ve Sanat Merkezine devam eden 44 öğrenciye uygulanmıştır.

Öğrencilerin problemler için verdikleri cevaplar ve yaptıkları çözümler, Sheffield (2000) tarafından önerilen ve matematikte üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme ve kurma etkinliklerindeki performansını değerlendirmek için kullanılabilecek bir ölçek ile puanlandırılmıştır (EK 7). Puanlamada, MPYBKT'nin bir problem çözme etkinliği olması ve bu problemlerin özelliklerine uygun olması nedeniyle; *anlamda derinlik, orijinallik ve detaylandırma/zariflik* ölçütleri kullanılmıştır. Öğrenciler tarafından yapılan çözümleri değerlendirmede kullanılan bu ölçütlerin tanımları aşağıdaki gibidir (Sheffield, 2000, s.419).

Anlamada derinlik, problemde yer alan temel kavramların ne ölçüde anlaşıldığı ve geliştirildiğidir.

Orijinallik, problem çözümünün benzersiz olması veya kavrayışı ifade etmesidir.

Detaylandırma/ zariflik, Problemin çözümünü ifade etmede kullanılan kelime, grafik, model, denklem ve/veya çizimlerin niteliğidir.

MPYBKT'de yer alan her bir problem, değerlendirme ölçeğine göre iki değerlendirici tarafından 1 ile 4 arasında değişen bir puanla değerlendirilmiştir. MPYBKT'de yüksek performans için tüm problemler için her bir ölçütten alınan puanın 3 veya üzerinde olması gerekmektedir. Buna göre, örnek olay katılımcısı olarak belirlenen beş öğrencinin problemlere ilişkin çözümleri için her bir değerlendirme ölçütüne göre değerlendiricilerden biri tarafından verilen toplam puanlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1

Örnek Olay Katılımcılarının MPYBKT Problemleri Çözümleri İçin Değerlendirme Ölçütlerine Göre Elde Edilen Toplam Puanlar

Öğrenciler	**Değerlendirme Ölçütleri**		
	Anlamada Derinlik	**Orijinallik**	**Detaylandırma/ Zariflik**
Ela	42 puan	43 puan	43 puan
Burcu	44 puan	44 puan	43 puan
Can	42 puan	42 puan	44 puan
Rüzgâr	45 puan	44 puan	45 puan
Nil	44 puan	45 puan	45 puan

Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği (ÖİMSÖ)

Bilim ve Sanat Merkezine devam eden öğrencilere uygulanan bir diğer araç, Pintrich ve De Groot (1990) tarafından geliştirilen öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeğidir (ÖİMSÖ). Yedili likert tipi olan ölçek (EK 3.) Türkçeye, Üredi (2005) tarafından matematik dersine yönelik olacak şekilde uyarlanmıştır. Araştırmada kullanımı için gerekli izin alınmıştır (EK 2.) Kırk dört maddeden oluşan ölçek, öz düzenleyici öğrenme stratejileri ve motivasyonel inançlar olmak üzere iki boyuttan oluşmaktadır. Öz düzenleyici öğrenme stratejileri boyutunda bilişsel strateji kullanımı bildirimi için 13 madde ve öz düzenleme bildirimi için 9 madde bulunmaktadır. Motivasyonel inançlar boyutunda ise öz yeterlik bildirimi için 9 madde, içsel değer bildirimi için 9 madde ve kaygı bildirimi için 4 madde bulunmaktadır. Ölçeğin bilişsel strateji alt boyutu; tekrarlama(prova), detaylandırma ve organizasyon stratejilerinin kullanımına ilişkin öğrenci bildirimlerini ölçmektedir. Öz düzenleme alt boyutunda ise üstbilişsel planlama, izleme, gözden geçirme ve çaba yönetimi stratejileri bulunmaktadır. Motivasyonel inançlar boyutunun öz yeterlik alt boyutu kapsamında performansa yönelik yeterlik ve güven ölçülürken içsel değer alt boyutunda, ilgi, sınıf çalışmasına ilişkin algı ve öğrenme yönelimi ölçülmektedir. Son olarak kaygı alt boyutunda sınavlara ilişkin kaygı düzeyi ölçülmektedir. Ölçeğin alt boyutlarına ait Cronbach alfa (iç tutarlılık) katsayıları; bilişsel strateji kullanımı için (α=,82), öz düzenleme için (α=,84), öz yeterlik için (α=,92), içsel değer için (α=,88) ve kaygı alt boyutu için (α=,81) şeklindedir (Üredi ,2005).

Bir öz raporlama ölçeği olması nedeniyle ÖİMSÖ'de, ana bilgi kaynağı olarak öğrencinin kendi öğrenmesine ilişkin bildirimini esas alınmakta, öğrencinin gelecekteki akademik performansını tahmin eden ve nispeten istikrarlı bir özelliği ortaya konulmaktadır (Winne ve Perry,2000; Panadero ve diğerleri, 2016). Bu araştırmada, kendi öğrenmesine ilişkin farklı güdüsel strateji bildiriminde bulunan öğrencilerden bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde farklı bilgiler elde edilebileceği düşüncesinden hareketle, ÖİMSÖ puanları yönüyle farklı düzeylerde öğrenciler belirlenerek örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Bilim ve Sanat Merkezlerine devam eden 44 öğrenciye uygulanan bu ölçekten alınan puanlara göre güdüsel strateji bildirimleri yönüyle düşük, orta ve yüksek olan öğrenciler belirlenmiştir. Düzeylerin belirlenmesinde Pintrich, Smith, Garcia ve McKeachie (1993) tarafından ölçeğin kullanımına ilişkin yayımlanan kılavuzda yer alan kriterler dikkate alınmıştır. Buna göre, öğrencilerin, ölçeğin herhangi bir alt boyutuna ait puan ortalaması; '1-2.19 arası' çok düşük (ÇD), '2.20-3.39 arası' düşük (D), '3.40-4.59 arası' orta (O), '4.60-5.79 arası' yüksek (Y) ve

‘5.80-7.00 arası' çok yüksek (ÇY) düzeyde olarak yorumlanmıştır. Örnek olay katılımcısı olarak belirlenen öğrencilerin ÖİMSÖ puanlarına göre her bir alt bileşen için sahip olduğu düzeyler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 2

Örnek Olay Katılımcılarının Güdüsel Strateji Bildirimi Düzeyleri

Öğrenciler	**Ölçek Alt Bileşenleri**			
	Motivasyonel İnançlar		**Öğrenme Stratejileri**	
	İçsel Değer	**Öz Yeterlik**	**Bilişsel Strateji Kullanımı**	**Öz Düzenleme**
Ela	ÇY	ÇY	Y	ÇY
Burcu	O	D	D	D
Can	O	O	O	Y
Rüzgâr	O	O	O	D
Nil	ÇY	ÇY	ÇY	Y

Öğrencilerin Tablo 2’de verilen ÖİMSÖ’nin alt boyutları dikkate alınarak Ela ve Nil’in yüksek düzeyde, Can ve Rüzgar’ın orta düzeyde ve Burcu’nun ise düşük düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrenciler olduğu görülmüştür.

Araştırmanın örnek olay çalışmasında öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerine ilişkin veriler problem çözme etkinlikleri boyunca toplanmıştır. Öğrencilerin problem çözümleri sırasında sergiledikleri öz düzenleme stratejileri ise kodlama şeması ile belirlenmiştir. Aşağıda örnek olay problemleri ve kodlama şeması ile ilgili detaylar paylaşılmaktadır.

3.3.1.Örnek Olay Çalışması Problemleri

Matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini gözlemlemek amacıyla problemler geliştirilmiştir. Geliştirilen problemlerin bu gözlemi yapmaya uygun olup olmadığını belirlemek amacıyla uzman görüşüne sunulmuştur.

Görüşler doğrultusunda düzenlemeler yapılarak 6 öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerin sınıf ve BİLSEM'de öğrenim görme durumlarına ilişkin dağılım aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3

Örnek Olay Çalışması Problemlerinin Pilot Çalışmanın Gerçekleştirildiği Öğrencilerin Sınıf Düzeyi ve Okul Durumlarına Göre Dağılımı

	BİLSEM'e Devam Eden Öğrenciler		**Sadece Ortaokula Devam Öğrenciler**	
Sınıf Düzeyi	7. sınıf	8. sınıf	7. sınıf	8. sınıf
Öğrenci Sayısı	1	1	2	2

Pilot çalışma sonucunda problemlerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini gözlemlemeye uygun olduğu görülmüştür. Problemlerin iki farklı oturumda sunulmasının bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri arasındaki ilişkiyi gözlemlemede avantaj sağlayabileceğine karar verilmiştir. Örnek olay çalışmasının birinci ve ikinci oturumlarında kullanılan problemler aşağıda verilmiştir.

Birinci oturum iki problem çözme görevinden oluşmaktadır (A ve B Bölümleri).

A Bölümü Problemleri

A1. Aşağıda verilen sayıları tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıları bulunuz.

i)10 ii)15 iii)36 iv)120 v)210

A2. Aşağıda verilen sayılardan hangileri bir pozitif tam sayıyı tam bölmeyen en küçük sayı olabilir? Açıklayınız.

i) 6 ii) 7 iii) 9 iv) 10

A3. Bir tam sayıyı tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıya bu sayının en küçük bölmeyeni diyelim. Bir sayının "en küçük bölmeyen" olabilmesi için hangi özelliklere sahip olması gerekir. Bir genellemeye ulaşılabilir mi?

B Bölümü Problemleri

B1. 1'den 30'a kadar olan doğal sayılardan hangileri bir tam sayının en küçük bölmeyeni olabilir?

B2. 1'den 100'e kadar olan doğal sayılardan, asal sayı olmadığı halde, bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek sayıları belirleyiniz.

B3. En küçük bölmeyeni 5 olan en küçük iki doğal sayıyı bulunuz.

B4. En küçük bölmeyeni 4 olan iki basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?

A ve B bölümü problemleri öğrencilerin, herhangi bir pozitif doğal sayıyı tam bölmeyen en küçük doğal sayının (en küçük bölmeyen) özelliklerini keşfetmesine yönelik hazırlanmıştır. Pilot çalışma bulguları, "en küçük bölmeyen" şeklinde ifade edilebilecek bu bilgi yapısını oluşturan iki alt bilgi yapısının olabileceğini göstermiştir. Bu bilgi yapıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

- Verilen bir tam sayıyı tam bölmeyen en küçük doğal sayıyı bulma
- En küçük bölmeyeni verilen sayıyı/sayıları bulma

A bölümü probleminde yer alan ilk soru (A1) öğrencilerin bölünebilme ile ilgili bilgilerini tanımlarını gerektirmektedir. Bu bölümdeki diğer iki soru (A2 ve A3) ile öğrencilerin mevcut bilgi yapılarını nasıl ilişkilendirdiklerini ve problem durumunda nasıl uyguladıklarını gözlemlemek amaçlanmıştır. A3 sorusunun ilk bakışta öğrencilerin yeni bir yapıyı oluşturma sürecini gözlemeye uygun olduğu düşünülebilir. Fakat pilot çalışma bulguları, öğrencilerin bu sorularda mevcut bilgilerini kullandıklarını ve çözüme ilişkin hipotezler geliştirerek bu hipotezlerin doğruluğunu araştırma yoluna gittiklerini göstermiştir. Bununla birlikte öğrencilerin bu sorulardaki düşünme süreçlerinin onları yeni bilgi yapısını oluşturmaya taşıması beklenmeyen bir durum olmayacaktır. Nitekim Dreyfus ve diğerlerine göre (2015), farklı öğrencilerde oluşturmanın gerçekleşmesi yavaş veya hızlı olabilmektedir. Bu yönüyle söz konusu problemlerin, öğrenciler arasındaki bu farklılığı da tespit etme olanağı sağlayabileceği düşünülmektedir.

B bölümünde yer alan ilk problemde (B1) öğrencilerden A bölümü problemlerinde geliştirdikleri hipotezlerin doğruluğu araştırması için 1 ve 30 arasındaki sayılardan herhangi bir tam sayının en küçük bölmeyeni olabilecek ve olamayacak sayıları sınıflandırmaları

beklenmiştir. Pilot çalışmada, öğrencilerin bu sınıflandırmaları yaparken asal sayı ve bir sayının bölenleri gibi önceki bilgi yapılarını tanıdığı ve bu bilgilerden hareketle yorumlama ve ilişkilendirmelerde bulundukları görülmüştür. Bu nedenle B1 problemiyle öğrencilerin özellikle kullanma eylemlerine odaklanılmıştır. B bölümünde yer alan diğer problemlerde (B2, B3, B4) ise tanınan ve kullanılan bilgilerin yeni bir yapının oluşturulmasını sağlayıp sağlamadığını gözlemek amaçlanmaktadır.

Pilot çalışma bulguları bazı öğrencilerin B3 ve B4 numaralı sorularda pekiştirme süreçlerinin gözlenebileceğini göstermiştir. Dreyfus ve diğerlerine göre (2015), pekiştirme bitmeyen bir süreç (never-ending process) olup gerçekleşmesi, yeni bir bilginin oluşturulmasını takip eden süreçte bu bilgilerin kullanılmasına fırsat tanınmasına bağlıdır. Dolayısıyla B bölümünde yer alan problemler ile yeni bilgi yapısını oluşturabilen öğrencilerin pekiştirme süreçlerini gözlemlemek amacıyla ikinci bir problem çözme oturumu planlanmıştır. Bu oturumda öğrencilerden çözmesi beklenen problemler aşağıda verilmiştir.

İkinci Oturum Problemleri

Öğretmenin elinde bir miktar kalem vardır. Bu kalemleri, öğrencileri arasında eşit ve elinde hiç kalem kalmayacak şekilde paylaştırmayı planlamaktadır.

Öğretmen, tasarladığı paylaştırma planının, farklı sayıdaki öğrencileri arasında yapacağı paylaşımlardan hangilerinde başarılı olacağını hangilerinde başarılı olmayacağını kontrol etmek için sırasıyla ve ayrı ayrı hesaplamalar yapıyor.

Örneğin, Öğretmen'in 24 kalemi varsa bu kalemleri, 2 öğrencisine, 3 öğrencisine veya 4 öğrencisine eşit ve elinde hiç kalem kalmayacak şekilde paylaştırabilirken; 5 öğrencisine paylaştırmak istediğinde eşit sayıda ve hiç kalem kalmayacak şekilde bir paylaşım yapamıyor.

C1. Öğretmen'in elinde en az kaç kalem olursa paylaştırma planı, ilk kez 7 öğrenci arasında yapılan paylaşımda başarısız olur? Cevabınızı açıklayınız.

C2. Herhangi bir kalem ve öğrenci sayısı için, öğretmenin planının ilk kez 6 öğrenci arasında yapılan paylaşımda başarısız olması mümkün müdür? Cevabınızı açıklayınız.

C3. Kalem sayısının bilinmediğini ve öğrenci sayının 50'den az olduğunu varsayalım. Öğretmen'in planını başarısızlıkla sonuçlandıracak olası öğrenci sayılarını bulunuz? Cevabınızı açıklayınız.

İkinci oturumda kullanılan ve bir öğretmenin elindeki kalemleri öğrencileri arasında paylaştırmasına ilişkin bir durumu içeren problemlerde katılımcılardan, en küçük bölmeyen ile ilgili oluşturmuş olduğu yapıyı problem senaryosu içinde tanıyarak kullanması beklenmektedir. Dreyfus ve diğerlerine göre (2015: 198), pekiştirme analizi aşağıda verilen iki adımda gerçekleştirilebilir.

1. Oluşturulan yapı ile ilgili tüm tanıma ve kullanma eylemlerini tanımlamak ve
2. Bu eylemlerinin öğrencinin yapıyı kullanma konusundaki *güvenini*, yapıyı kullanımındaki *dolaysızlığını* ve *açıklığı*, öğrencinin yapıyı kullanırken gösterdiği *esnekliği* ve öğrencinin yapıyı kullanma konusundaki *farkındalığını* kanıtlayıp kanıtlamadığını belirlemek.

Örnek olay çalışmasının ikinci oturumunda öğrencilerin (eğer oluşturulduysa) ilk oturumda oluşturduğu "en küçük bölmeyen" yapısını problem durumunda tanıma ve kullanmalarını gözlemlemek hedeflenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin söylemleri yukarıda sözü edilen güven, açıklık, dolaysızlık, açıklık ve farkındalıklarına ilişkin kanıtlar çerçevesinde ele alınmıştır.

Problem çözme oturumlarından bir hafta önce öğrencilerle birer pilot görüşme gerçekleştirilmiştir. Pilot görüşmelerde, problemleri çözerken düşüncelerini ifade etmeleri konusunda beklenilenleri açıklayabilmek amacıyla örnek bir problem (EK 5.) çözme oturumu gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışması kapsamında her öğrenci ile bir hafta arayla iki problem çözme oturumu gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler, öğrenci ve velilerden gerekli izinler alınarak video kamera ile kaydedilmiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen her bir görüşme 45-60 dakika arası sürmüştür.

3.3.2.Problem Çözme Sürecinde Öz Düzenleme Stratejilerinin Kodlanması

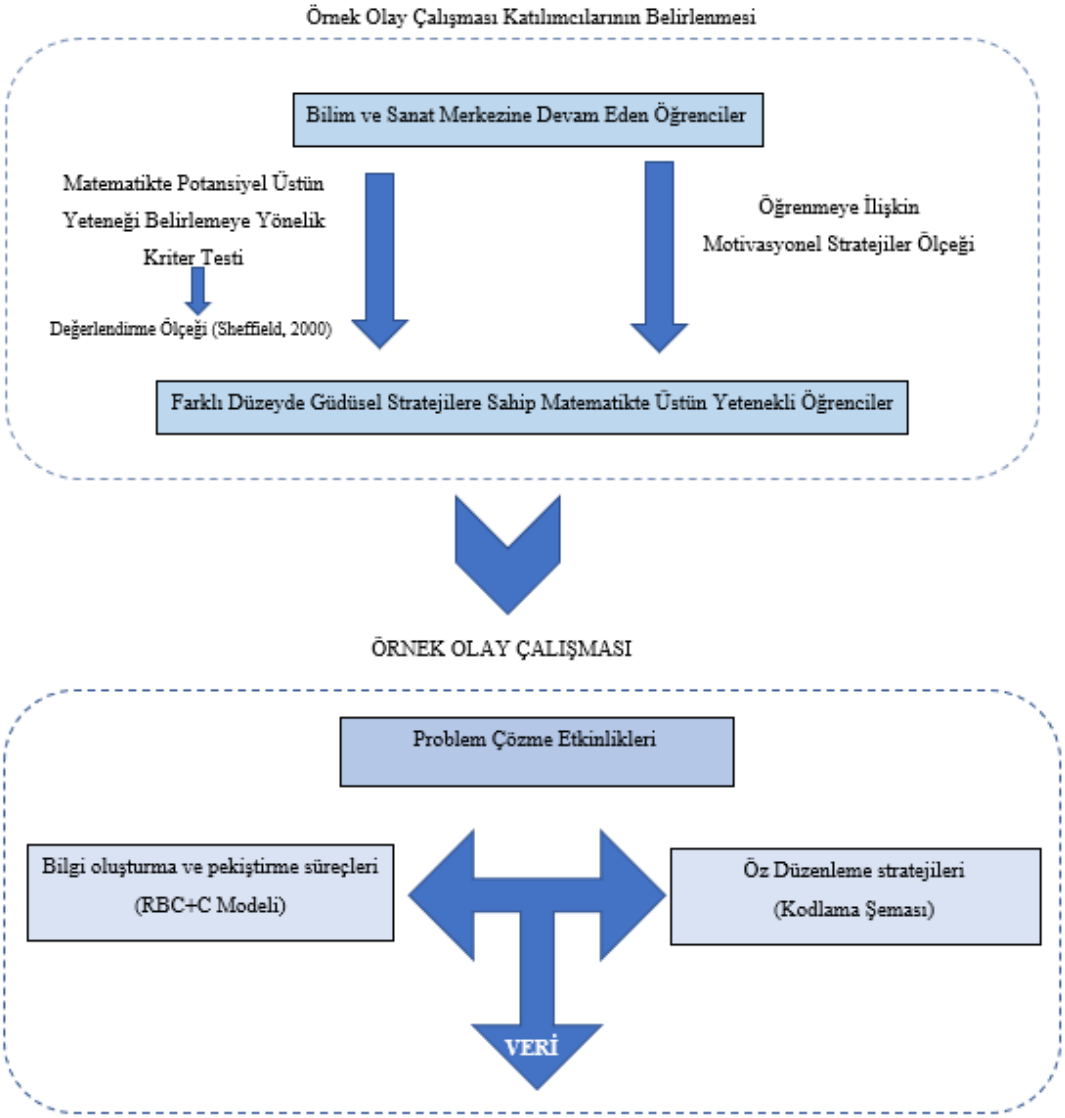
Öğrencilerin örnek olay çalışması problemlerini çözüm süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme stratejileri, Marcou (2007) tarafından Pintrich'in (1999) çalışmasında dayandırarak ortaya koyulan kodlama şeması yardımıyla analiz edilmiştir. Kodlama şemasında yer alan öz düzenleme stratejileri ile bu stratejilerin alt boyutlarına ilişkin tanımlamalar, teorik çalışmalar (örn. Winne, 1996; Winne ve Hadwin 1998; Pintrich,1999) ve benzer araştırmalardan (Azevedo ve diğerleri, 2004) faydalanılarak genişletilmiştir.

Marcou (2007) tarafında geliştirilen kodlama şeması, öğrencilerin kendi kendini düzenleyen matematiksel problem çözme davranışlarını, çözüm sürecinde sergiledikleri bilişsel, üstbilişsel ve kaynak yönetimi stratejileri çerçevesinde analiz etmek amacıyla geliştirilmiştir. *Bilişsel stratejiler*; prova, detaylandırma ve organizasyon stratejileridir. *Bilişsel prova stratejisi*, öğrencinin problemde verilen bilgilerden çözüm için alakalı olan ve olmayanları ayırmasını, anahtar kelimelerin altını çizmesini veya sözlü ifade etmesini, pasif notlar almasını, önemli ifadeleri vurgulamasını içerir. Bir diğer bilişsel strateji olan *bilişsel detaylandırma stratejisi*, öğrencinin problemi kendi sözleriyle ifade etmesini, çözüme ilişkin fikirlerini veya planlarını açıklamasını ifade eder. *Bilişsel organizasyon stratejisi* ise öğrencinin probleme veya çözümüne ilişkin düşüncelerini ifade etmek için tablo, diyagram, liste, çizim gibi temsilleri kullanmasını veya problemde yer alan gösterime veri eklemesini ifade etmektedir. Kodlama şemasında yer alan diğer ana strateji başlığı *üstbilişsel stratejiler* olup düzenleme ve izleme bileşenlerini içerir. *Üstbilişsel düzenleme stratejisi*, öğrencinin geri dönüp problem metnini veya bölümünü okumasını, çözüm için gerçekleştirdiği adımları kontrol etmesini, cevabını veya notlarını gözden geçirmesini ifade etmektedir. *Üstbilişsel izleme stratejisi* ise öğrencinin kendi kendine konuşmasını, sorgulamasını, bulduğu bir sonucun makul olup olmadığını ve problemde isteneni verip vermediğini kontrol etmesini, başka bir çözüm yolu olup olmadığını araştırmasını veya farklı çözüm yolları ile aynı sonuca ulaşıp ulaşmadığını denemesini içermektedir. Şemadaki üçüncü başlık olan kaynak yönetimi stratejisi, öğrencinin akran veya öğretmen yardımına başvurmasını ifade etmektedir. Bu strateji aynı zamanda öğrencinin zaman ve öğrenme durumunda yer alan çevresel koşulları yönetmesini içermektedir. Öğrencilerin kaynak yönetimi stratejilerini sergileme durumları; birçok çalışmada (örn. Azevedo ve diğerleri, 2004; Marcou, 2007) öğrencilerin akranları ve öğretmenleri ile etkileşim içinde olduğu sınıf içi etkinlikler ve sanal öğrenme ortamlarında gözlemlenmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılması, öğrencinin araştırmacı ile olan diyaloglarının yardım arama çerçevesinin dışında kalması ve problemlerin çözümü için net bir zaman sınırının olmaması nedeniyle kaynak yönetimi stratejisine ilişkin kodlama yapılmamıştır.

Kodlama şemasında yer alan tanımlamaların genişletilmesi sonrasında uzman görüşüne sunulmuştur. Örnek olay çalışması problemleri için ikisi BİLSEM'e devam eden toplamda altı öğrenci ile geçekleştirilen pilot çalışmada aynı zamanda öğrencilerin stratejik davranışları kodlama şemasına göre analiz edilmiş ve bu doğrultuda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Son hali verilen kodlama şeması ile öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme

süreçlerindeki stratejik davranışları kodlanmıştır. Öğrencilerin söylemleri farklı zamanlarda iki kez kodlanmış ve kodlamalar karşılaştırılmıştır. Farklı kodlamalar üzerinde tekrar durularak gerekli düzenleme yapılmıştır. Kodlama şeması EK 4.'de yer almaktadır.

Aşağıda, örnek olay çalışması katılımcılarının belirlenmesine yönelik çalışmalardan veri analizine kadar alan süreci içeren şekil yer almaktadır.



Şekil 5. Araştırma Süreci

3.4. Verilerin Analizi

Araştırmanın örnek olay çalışması katılımcılarını belirlemek amacıyla kullanılan matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter testi ve öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeğinden elde edilen verilerin analizinin yapılma şekli "Veri Toplama Süreci ve Araçları" başlığı altında detaylı olarak ele alınmıştır. Bu bölümde ise örnek olay çalışmasında elde edilen verilerinin analizinin nasıl yapıldığı açıklanmaktadır.

Örnek olay çalışmasında öğrencilerin bilgi oluşturma, pekiştirme süreçleri ve sergiledikleri öz düzenleme stratejileri üzerinde durulmuştur. Bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin incelenmesinde RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin problem çözme etkinlikleri boyunca sergiledikleri öz düzenleme stratejileri ise şema yardımıyla kodlanmıştır. Raporlaştırmada, klasik tek örnek olay çalışması çoklu durum kullanılmıştır. Yin, (2003, s.147), bu raporlama türünü şöyle açıklamaktadır;

> *Bu raporlama türünde genellikle durumların (case) her biri için tek tek ayrı bölümler veya başlıklar halinde sunulan birden fazla anlatı içermektedir. Bu bireysel durum anlatılarına ek olarak, raporlamada ayrıca çapraz durum analizini (cross-case analysis) ve sonucunu kapsayan bir bölüm bulunmaktadır.*

Elde edilen bulgular, öğrencilerin her biri için ayrı başlıklar altında incelenmiştir. Söz konusu başlıklar altında öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma süreçleri yorumlanarak bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme stratejileri ele alınmıştır. Aynı başlık altında öğrencilerin pekiştirme süreçleri ve bu süreçlerde sergiledikleri stratejik davranışlar incelenmiştir. Öğrencilerin bilgi oluşturma, pekiştirme süreçleri ve stratejik davranışları arasındaki ilişki ayrı bir başlık altında ele alınmıştır.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Bu başlık altında araştırmanın katılımcılarının belirlenmesinde kullanılan araçların ve araştırma stratejisi olan örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirlik çalışmaları ile ilgili detaylar paylaşılmaktadır.

Örnek olay çalışmasının katılımcılarını belirlemek için kullanılan araçlardan birisi matematikte potansiyel üstün yeteneği belirlemeye yönelik kriter testidir. Veri Toplama Süreci ve Araçları başlığı altında geliştirilme süreci açıklanan kriter testinin geçerlik çalışması

kapsamında uzman görüşü alınmıştır. Testin güvenirlik çalışması kapsamında ise pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Büyüköztürk ve diğerlerine göre (2009), güvenirliğin tespit edilmesi, kullanılacak puanların elde edildiği duruma göre iki başlık altında incelenebilir. Bunlar; tek uygulamaya dayalı yöntemler ve iki uygulamaya dayalı yöntemlerdir. Ölçme sonuçlarının güvenirliğinin incelenmesinde kullanılan iki uygulamaya dayanan yöntemlerden birisi de değerlendirmeciler arası tutarlılıktır. Büyüköztürk ve diğerleri (2009: 113), bu yöntemi şöyle açıklamaktadır;

> *Çok sayıda objenin belirli bir özelliğe ne derece sahip olduğuna ilişkin iki veya daha fazla gözlemciye ait puanların güvenirliğini incelemede kullanılır… Gözlemcilerin aynı objeler için verdikleri puanlar birbirine yaklaştıkça güvenirliğin artacağı söylenebilir.*

Öğrencilerin kriter testinden aldığı puanların güvenirlik çalışması kapsamında değerlendirmeciler arasındaki tutarlılığa bakılmıştır. Öğrencilerin problemlere verdiği cevaplar, testi oluşturan soruların her biri için hazırlanan değerlendirme ölçeği yardımıyla iki uzman tarafından puanlanmıştır. Şencan (2005), sürekli verilerden oluşan bir ölçümde tutarlılığın incelenmesi için değerlendiricilere ait puanlar arasındaki korelasyon katsayısının hesaplanabileceğini belirtmektedir. Buna göre, öğrencilerin testten aldıkları toplam puan üzerinden değerlendiriciler arasındaki korelasyon katsayısı .92 olarak hesaplanmıştır.

Örnek olay çalışması problemlerinin geçerlik ve güvenirlikleri uzman görüşü alınarak ve pilot çalışma gerçekleştirilerek sağlanmıştır. Bu sürece ilişkin detaylar Veri Toplama Süreci ve Araçları başlığı altında ele alınmıştır.

Nitel araştırmalarda niteliği arıtmaya yönelik farklı paradigmalara dayanan bakış açıları bulunmaktadır. Bunun yanında, Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan (2018), pozitivizmin kesinlik varsayımına paralel olarak önerilen güvenduyulabilirlik (trustworthiness) varsayımının genel olarak kabul gördüğünü ve araştırmanın bu varsayımın ön gördüğü kriterler temelinde betimlenmesinin kavramsal kargaşayı ortadan kaldırmada etkili olduğunu ifade etmektedir. Lincoln ve Guba (1986) bu kriterleri; inandırıcılık (credibility), aktarılabilirlik (transferability), tutarlılık (dependability) ve onaylanabilirlik (confirmability) şeklinde sınıflandırmıştır. Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirliği sözü edilen kriterler çerçevesinde ele alınmıştır.

Cope (2014)'a göre inandırıcılık, verilerin veya katılımcı görüşlerinin doğruluğunu ve bunların araştırmacı tarafından doğru bir şekilde yorumlanarak temsil edilmesini ifade etmektedir. Nitel bir araştırmanın inandırıcılığını artırmak için literatürde çeşitli teknikler önerilmektedir. Bu araştırmada örnek olay çalışmasının inandırıcılığının sağlanmasında uzun sürekli irtibat kurma, sürekli gözlem ve katılımcı kontrolü teknikleri kullanılmıştır. Araştırmacı, katılımcıların her biri ile yaklaşık bir ay boyunca haftada bir gün görüşmeler gerçekleştirmiş ve onları gözlemiştir. Sürekli etkileşim, araştırmacının katılımcıları daha yakından tanımasına fırsat yaratmıştır. Örnek olay çalışması problemlerinin sunulmasından önce farklı problem durumları üzerinde çalışmıştır. Bu durum, katılımcıların kendini daha rahat ifade etmesine olanak sağlamıştır. Böylece araştırmacının, katılımcıların bilgi oluşturma süreçlerini ve öz düzenleme stratejilerini tespit etmek için uygun bir ortam oluşmuştur. Problem çözme oturumlarından sonra katılımcıların her biriyle ayrı ayrı görüşmeler yapılmıştır. Kendi ifadeleri ve araştırmacı tarafından tutulan notlar paylaşılarak katılımcıların fikirleri alınmıştır. Yanlış yorumlanan diyaloglar üzerinden düzeltmeler yapılmıştır.

Arastaman ve diğer. (2018) aktarılabilirliğin bir araştırmanın belirli bulgularının anlam ve çıkarımları korumak kaydıyla benzer bağlam veya durumlara ne derecede uyarlanabildiğiyle ilgili olduğunu belirtmektedir. Örnek olay çalışması sonuçlarının aktarılabilirliği, bağlamsal faktörlerin ayrıntılı betimlenmesi ve örneklem seçimi ile sağlanmıştır. Katılımcıların profilleri ve örnek olay problemleri verileri, doğrudan ve ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Bunun yanında üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi, çoklu durum deseni oluşturmak amacıyla güdüsel strateji bildirimleri yönüyle düşük, orta ve yüksek düzeyde öğrencilerin katılımı ile gerçekleştirilmiştir.

Nitel araştırmalarda tutarlılık, araştırmanın bulguları ve yapılan yorumlamaların tutarlı bir sürecinin ürününe karşılık gelmesi ile ilgilidir (Arastaman ve diğer,2008). Bu kapsamda araştırmada, katılımcılara benzer görüşme soruları yöneltilmiş, gözlemler not edilerek görüşme metinleri ile birleştirilmiş, örnek olay görüşme metinleri ve katılımcıların stratejik davranışları farklı zamanlarda iki kez kodlanmış ve bu kodlamalar arasındaki tutarsızlıklar tekrar değerlendirilmiştir.

Onaylanabilirlik, araştırmacının süreç içindeki nesnelliğinin bir ölçütü olarak ele alınmaktadır. Shenton (2004) onaylanabilirlik kriterinin sağlanması açısından çalışmanın

bulgularının araştırmacının özellikleri ve tercihlerinden ziyade katılımcıların deneyim ve fikirlerinin sonucu olduğunu mümkün olduğunca sağlamaya yardımcı olacak adımlar atılması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu kapsamda araştırmada her bir katılımcı ile ilgili görüşme metinleri detaylı bir şekilde sunulmuş, bulgular ve ulaşılan fikirler bu metinler ışığında yorumlanmıştır.

3.6. Araştırmacının Rolü

Örnek olay çalışması katılımcılarının bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini ve bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme stratejilerini incelemek amacıyla öğrencilere matematiksel problemler sunulmuş ve bu problemleri çözüm süreçleri gözlenmemiştir. Dolayısıyla örnek olay çalışmasında araştırmacı katılımcı gözlem yoluyla veri toplamıştır. Kaleli Yılmaz'a göre (2015), katılımcı gözlemde gözlemci gözlenen bireyle bir aradadır ve onun gibi davranır. Bu durum araştırmacının sadece gözlem yaptığı anlamına gelmemektedir. Nitekim Yin (2003), araştırmacının örnek olay çalışması içinde çeşitli roller üstlenebileceğini belirtmektedir. Örnek olay çalışmasında araştırmacı, öğrencilerin problem çözümlerini açıklamalarını ve düşüncelerini yansıtmalarını teşvik etmek amacıyla çeşitli sorular yöneltmiştir. Ayrıca bu süreçte katılımcıların kayıt altına alınmayan davranışlarını gözlemiş ve görüşmeler sonunda notlar almıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde örnek olay çalışmasından elde edilen bulgular ve yorumlamalar yer almaktadır. Araştırmada elde edilen bulgular, Bölüm 1'de yer alan araştırma problemlerine cevap verebilmek amacıyla iki başlık şeklinde sunulmaktadır. Birinci alt başlık altında problemlerden ilk üçünü içeren ve bu bölümde birleştirilerek "Yüksek, orta ve düşük düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?" şeklinde ifade edilen alt problemlere cevap verilmektedir. İkinci alt başlık altında ise araştırmanın üçüncü ve dördüncü alt problemleri olan "farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri arasındaki farklılıklar nelerdir?" ve "farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme davranışları nelerdir?" şeklindeki alt problemlere cevap verilmektedir.

4.1. Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçleri ve Bu Süreçlerde Sergiledikleri Öz Düzenleme Davranışları

Örnek olay çalışmasının katılımcıları olan matematikte potansiyel üstün yetenekli beş öğrencinin her biri ile ikişer problem çözme oturumu gerçekleştirilmiştir. Birinci problem çözme oturumu iki problem çözme görevinden oluşmaktadır (A ve B bölümleri). A bölümde öğrencilerden, verilen pozitif tam sayıların her biri için (10, 15, 36, 120 ve 210) bu sayıları tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıyı belirlemeleri istenmiştir. Ardından verilen pozitif tam sayıların (6,7,9 ve 10), bir sayının en küçük bölmeyeni olup olamayacağını tespit etmeleri istenmiştir. İlk iki sorudan sonra öğrencilerden, bir pozitif tam sayının en küçük bölmeyeni olabilecek sayıların ortak özelliklerinin olup olmadığını belirlemeleri istenmiştir. B bölümünde ise öğrencilerden ilk olarak, 1'den 30'a kadar olan sayılardan en küçük bölmeyen olabilecek ve olamayacak sayıları belirlemeleri istenmiştir. Ardından 1'den 100'e kadar olan sayılardan, asal sayı olmadığı halde bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek olanları belirlemeleri istenmiştir. B bölümünde son olarak en küçük bölmeyeni 5 en küçük iki doğal sayıyı ve en küçük bölmeyeni 4 olan iki basamaklı doğal sayıları tespit etmesi istenmiştir. İkinci oturumda ise bir öğretmenin elindeki kalemleri öğrencileri arasında paylaştırmasına ilişkin bir durumun anlatıldığı problem ile katılımcılardan en küçük bölmeyen ile ilgili -eğer

gerçekleştiyse- oluşturmuş olduğu yapıyı problem senaryosu içinde tanıyarak kullanması beklenmiştir.

Örnek olay katılımcısı olan beş öğrencinin her biri için, yukarıda sözü edilen problem çözme durumlarındaki matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri ile bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme stratejileri ayrı başlıklar altında incelenmiştir.

4.1.1.Nil'in Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular

Nil, kendi öğrenmesine ilişkin güdüsel strateji bildirimi yüksek düzeyde olan bir öğrencidir. Aşağıda, Nil'in problemin ilk bölümünde yer alan ve verilen sayıları tam bölmeyen en küçük sayıyı bulmasının istendiği soruya ait görüşmedeki ifadelerin bir bölümü yer almaktadır.

A: Araştırmacı N: Nil

1A: *Başlayabiliriz, istersen.*

2N:*(Soruyu okuyor). Aşağıdaki sayıları tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıları belirleyiniz … (Düşünüyor)*

3A: *Soruyu anladığını düşünüyor musun?*

4N: *Evet... Bu sayıların ben bir şeylerini çıkarayım… Hım… kaç böleninin olduğunu… gerçi ona gerek yok, bir dakika. Tam bölmeyen en küçük tam sayı diyor (En küçük ifadesini daire içine alıyor) … O zaman 3(10 için) … 15'in 2, biraz kenara yazdım… 2,3 … (sayıları deniyor) 5(36 için) … 120 için …1,2,3,4,5,6 (sayıları deniyor) 7 oluyor…*

5A: *Her sayı için deniyorsun sanırım*

6N: *Evet, 210 için 1,2,3… (sayıları hızlıca deniyor) 4, tamam.*

Verilen sayıları bölmeyen en küçük sayıyı bulmasının istendiği ilk soruda Nil'in, denemeler yaparak sonuçları doğru bulduğu görülmektedir. Görüşmenin ilerleyen bölümlerinde, bu denemeleri bölünebilme kuralları çerçevesinde yaptığını ifade etmiştir. Örneğin; 6 ve 7 sayılarının, pozitif bir tam sayıyı tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayı olup olamayacağını düşündüğü bölümü inceleyelim.

15N: *Tamam… (sesli okuyor) 6, 7, 9 ve 10 sayıları bir sayının en küçük bölmeyeni olabilir mi? …Hım … Mesela diğer sorudaki gibi mi?*

16A: *Oradakiyle aynı şeyi mi soruyor?*

17N: *E … yani o zaman 1,2,3,4,5 hepsine bölünecek (6 için düşünüyor)*

18A: *Ne yapman gerekiyor?*

19N: *Tek tek bakmak lazım. Ya da yine bölünebilme kurallarına göre…(Düşünüyor). 60 olabilir mi? (Kendi kendine soruyor) 60, 6'ya bölünüyor gerçi olmaz o… 40 falan olmaz, 80 var ama 3'e bölünmez, 90? … Gerçi, 2 ve 3'e bölündüğünde 6'ya da bölünmez mi bu? (Kendine soruyor) … E nasıl olacak? Olamaz o zaman 6. Olamaz (Kendinden emin) …Ama 7 olabilir bence. Çünkü hani 6'daki gibi bir kural yok onda. Şu aklımda bir sayı yok ama bence (7) olabilir (Kenara not alıyor).*

20A: *Peki bir sayı bulmak istesek?*

21N: *… (İşlem yapıyor) mesela 60. 2'ye de 3'e de 4'e de 5'e de 6'ya da bölünür. Yani 60 olur.*

Nil'in, 6 sayısının en küçük bölmeyen olup olmayacağına karar verebilmek için belirlediği sayılar üzerinden bölünebilme kurallarına göre denemeler yapması gerektiğini düşündüğü, 2 ve 3'e tam bölünebilen sayıların 6'ya da tam bölüneceği ön bilgisini ifade ettiği (19N) dolayısıyla bu bilgileri tanıdığı görülmektedir. Ayrıca Nil, tanıdığı bu bilgisi yapısından hareketle, 7 sayısı için de bir öngörüde bulunmuştur. Bu öngörüsünü desteklemesini sağlayacak bir örnek istendiğinde ise 7'den önceki pozitif tam sayılara bölünecek şekilde bir seçim yaparak geçerli bir cevap verdiği görülmüştür (21N). Bu durum, Nil'in, en küçük bölmeyeni istenen bir sayıyı bulmaya yönelik (örneğin 7'nin en küçük bölmeyeni olabilecek sayının 60 olması gibi) bir görüş geliştirmeye başladığına dair bir ipucu olabilir. Problemin bu bölümünde tanıdığı bilgilerinin, devam eden süreçte nasıl şekilleneceği tekrar ele alınacaktır.

Nil'in 9 sayısının, bir sayının en küçük bölmeyeni olup olamayacağına ilişkin soruda önceki bölümlerde yaptığı gibi denemler yapmadığı ve kendi deyimiyle *bölünebilme kurallarına* dayandırarak bir cevap verdiği görülmektedir. Bu durum Nil'in, tanımış olduğu bilgisi aracılığıyla bir strateji geliştirmeye başladığı anlamına gelmektedir. Her ne kadar cevabından emin görünse de bu cevabı desteklemek amacıyla en küçük bölmeyeni 9 olabilecek bir sayı bulmaya çalışmıştır. Kullanma sürecinde öğrenci, problemin çözümüne dair ortaya

attığı bir fikrin veya hipotezin doğruluğunun araştırabilir. Dolayısıyla burada görülen durum, Nil'in kullanma sürecinde olduğunu göstermektedir. Görüşmenin ilgili bölümünü inceleyelim.

22A: *Peki, 9 (Bir sayının en küçük bölmeyeni) olabilir mi?*

23N: *(hızlıca cevap veriyor) Şimdi 9'a bölünen şeyler mutlaka 3'e de bölünmesi gerekiyor ama 3'e her bölünen 9'a da bölünecek diye bir kural da yok, o yüzden 9 olabilir (Kendinden emin). Sayı düşüneyim mi?*

24A: *Nasıl istersen. Desteklemek istersen…*

25N: *O zaman mesela 60 çarpı 7'den 420 var, hatta daha küçük olsun 30 çarpı 7 çünkü 30 'da 7'ye bölünemeyen bir sayı. O zaman 210 ama 7'nin şeyi (katı) yani…210 8'e bölünebilir mi, bölünmez. Zaten az önce 210'a 4 demiştik. O zaman olmaz… 420'yi düşünsem… 9 olur 420. Olur çünkü 420…2,3,4,5,6,7…ama 8'e bölünmez. O zaman…(Düşünüyor)… Sanki başka yol denemem lazım…Hım…100'ü düşüneyim…8'e bölünmez. 1000 desem 8'e bölünür ama 7'ye bölünmez…7000 desem 3'e bölünmez. 3000 desem 7'ye bölünmez. 21000 desem? 2,3,4,5'e de bölünür. 2 ve 3 var 6'ya da bölünür, 7'ye de bölünür, 8'e de bölünür. N'olur 9'a bölünmesin. Bölünür mü? Rakamları toplamından bölünmez. Evet 21000. Hah iyi. Buldum.*

Nil'in, 9'un bir sayının en küçük bölmeyeni olabileceği yönündeki cevabını gerekçelendirdiği bölüm incelendiğinde (25N) 9'dan önceki tüm pozitif sayıları bir çarpan olarak içerecek şekilde denemeler yaparak bir sayı oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Nil'in bir sayının bölenleri ile ilgili bilgisini tanıdığı ve bundan hareketle denemeler yaparak bu bilgisini kullandığı dikkate alındığında her iki epistemik eylemin (tanıma ve kullanma) birlikte gerçekleştiği söylenebilir. Bu durum epistemik eylemlerin doğrusal olmadığı ve iç içe olduğu iddiasını destelemektedir. 10'un, bir sayını en küçük bölmeyeni olamayacağını ifade ettiği bölümde de Nil'in, kullanma sürecinde olduğu görülmektedir.

26A: Peki sence 10 (en küçük bölmeyen) olabilir mi?

27N: 21000 çarpı 9 ama o 10'a bölünür…. (Düşünüyor)

28A: Ne düşünüyorsun?

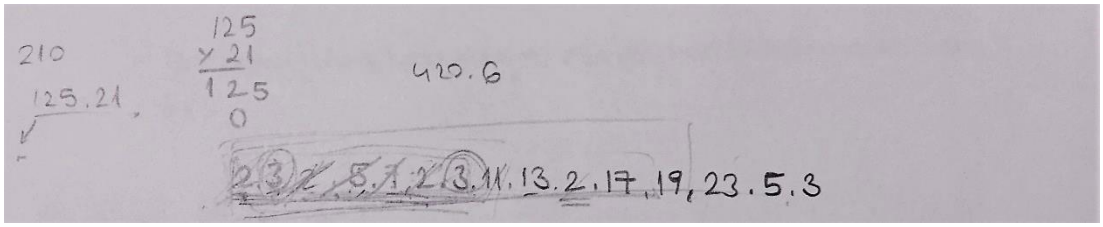
29N: … Şimdi 10'u bölmesi için sonu 0 olmalı, sonu 0 ise de 5'e mutlaka bölüneceği için … O zaman olmaz (kendinden emin).

30A: Hım hım. Peki en küçük bölmeyen olanların ortak bir özelliği var mı sence?

31N: Hım… Şimdi şey diyeceğim… 6 olamaz çünkü 2 ve 3'e bağlı bir şey. Herhangi bir sayının bir şey bölmesiyle bağlı olmaması lazım bence. Mesela 7, direkt kendi bölünür veya bölünmez. 6 gibi değil. Mesela 10 da olmaz çünkü 10'a bölünen her şey 5'e de bölünür. Ama burada 9 bunu çürütüyor sanki. Çünkü 9'a bölünen her şey 3'e de bölünür…(düşünüyor) hayır aslında tam tersi. 3'e bölünüyorsa 9'a bölünür. O zaman evet. Doğru. Yani dediğim gibi… aynen aynen. O zaman böyle diyebilirim …

Görüşmenin bu bölümünde dikkat çeken bir nokta da Nil'in, en küçük bölmeyen olan ve olmayan sayıların ortak özelliklerini üzerinde düşünmeye başlamasıdır (31N). Bu durum tanıma ve kullanma ile eş zamanlı olarak oluşturma sürecine girmeye başladığının göstergesi olabilir. Nil'in, 6 ve 10 sayılarının, iki asal sayının çarpımı olduğu için en küçük bölmeyen olamayacağını ifade etmesi, oluşturacağı yeni yapının önemli bir parçasıdır.

Problemin bir sonraki bölümünde Nil'den, 1'den 30'a kadar sayılardan hangilerinin en küçük bölmeyen olabildiğini tespit etmesi istenmiştir. Görüşmenin önceki bölümünde ifade ettiği (31N) ortak özelliği de göz önünde bulunduran Nil, tüm sayıları deneyerek sınıflandırmayı doğru bir şekilde yapmıştır. Bununla birlikte yaptığı denemelerde rastgele sayılar belirlemek yerine en küçük bölmeyen olup olmadığını araştırdığı sayıdan önceki tüm sayıları çarpan olarak içeren sayılar oluşturmaya çalışarak ilerlemesi dikkat çekmektedir. Bunu yaparken incelediği sayıya göre yeni çarpanlar yazarak işlemlerini devam ettirmiştir. Nil'in bu aşamada yaptığı işlemler aşağıdaki gibidir.



Şekil 6: Nil'in İşlemleri

Nil, en küçük bölmeyen olan ve olmayan sayıları sınıflandırırken bir süre sonra bu sayıların ortak özelliklerine daha fazla odaklanmaya başlamıştır. Bu durumda Nil'in, yeni bir yapı oluşturmaya ihtiyaç duyduğu anlamına gelebilir. İlgili bölüme ait diyalogu inceleyelim.

39N: *…. 24 olmaz. Evet, ilk bölmeyen olmaz. Aslında bu sayılar arasında sanki asal sayılar var ama 8 var, 9 var, acaba yanlış yere mi yazdım? (Sayılara bakıyor)*

40A: *Yanlış mı oldu sence?*

41N: *Hayır aslında doğru. Acaba kare olan sayılar (Tam kare doğal sayıları kastediyor) ve asal sayılar olabilir mi? (Kendi kendine soruyor) … 30'a kadar devam edeyim bence… (Denemelerini sürdürüyor) … 27 için yine aynı şeyi yapalım. (Şekil 6'daki yazdığı çarpanlara bakıyor) 3 var yine 3 var bir 3 daha lazım. O zaman 27 olabilir. O zaman sadece karesi olmuyor …*

42A: *Teorin çürüdü mü bu durumda?*

43N: *Evet … çünkü kare dışındakiler de var.*

44A: *Peki, devam edecek misin?*

45N: *Bitireyim bence 30'a kadar. Sonra bakacağım. 28 için 4 ve 7 var, yani 28 olamaz. 29 olur. Zaten asallar var demiştim. Gerçi teorim çürüdü sanki ama burada da (en küçük bölmeyen olmayanları gösteriyor) asal yok, bakalım…29 olur. 30 için de 30 olmaz zaten 2,3 ve 5 var o yüzden 30 da olmaz.*

46A: *Peki, ne yapmayı düşünüyorsun?*

47N: *Şimdi bir tekrar bakayım.*

48A: *Peki.*

49N: *Mesela 2'nin… 2 üzeri 1 var, 2 üzeri 2 var, 2 üzeri 3 var, 2 üzeri 4 var. 2 üzeri 5 32 bu listede yok ama muhtemelen o da olurdu. 3 üzeri 1 var, 3 üzeri 2 var, 3 üzeri 3 var. 4 üzeri 1 var. 4 üzeri 2 var. 5 üzeri 1, 5 üzeri 2 var. 7 ,8,9'un karesi küpü bu aralıkta (1ve 30 aralığı) olmaz. O zaman şöyle desek? Asal sayılar veya bir sayının karesi küpü olur mu?*

50A: *Sayılarınla kontrol ettin mi?*

51N: *Aslında, şöyle asal sayıların karesi ve küpü olur bence ama 16 var mesela… ya da 27…*

52A: *Ne düşünüyorsun?*

53N: *Asal sayı veya asal sayının 2,3,4,5 gibi üsleri. Ya da şöyle diyeyim. Asal sayı veya asal sayının kuvveti olması lazım. Zaten tek bir asal sayı olmalı yoksa 6'da olduğu gibi en küçük bölmeyen olamaz…*

54A: *Hepsine uyuyor mu söylediğin?*

55N: *Evet (Kendinden emin).*

Görüşmenin bu bölümünde dikkat çeken bir nokta da Nil'in "ilk bölmeyen" şeklinde ifade ettiği bir dil geliştirmeye başlamış olmasıdır. Bu dilin devam eden süreçte kullanılma şekli ilerleyen bölümlerde tekrar ele alınacaktır. Yukarıda görüldüğü gibi Nil, önceki bölümlerde bir sayının en küçük bölmeyen olamayacağı durumları belirledikten sonra en küçük bölmeyen olması için gereken özelliklerin neler olabileceği ile ilgili yeni bir bilgi oluşturmuştur. Dolayısıyla bu bölümde Nil'in oluşturduğu yapılar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

- Bir pozitif tam sayı, bir asal sayının pozitif kuvvetleri şeklinde yazılabiliyorsa bu sayı en küçük bölmeyen olabilir.
- Bir pozitif sayı iki ya da daha fazla asal sayının kuvvetlerinin çarpımı şeklinde yazılabiliyorsa bu sayı en küçük bölmeyen olamaz.

Problemin ikinci bölümünde Nil'den ilk olarak 1'den 100'e kadar olan sayılar arasından asal sayı olmadığı halde en küçük bölmeyen olabilecek sayıları belirlemesi istenmiştir. Nil'in ilk bölümde oluşturduğu bilgisini rahatlıkla kullandığı söylenebilir. Görüşmenin ilgili bölümünü inceleyelim.

56A: *Peki diğer soruya geçelim mi?*

57N: *Geçelim… (soruyu okuyor) 1'den 100' kadar olan doğal sayılardan, asal sayı olmadığı halde, bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek sayıları belirleyiniz. Şimdi…Hı… şey işte, asal sayıların kuvvetleri işte…mesela 16 asal değil ama bir asal sayının kuvveti. 1'den gitmiyorum mesela 1 asal sayı değil. 2'nin (1 dışındaki) diğer kuvvetleri 4,8,16, 32,64. 128 geçer. 3'ün kuvvetleri için 9 ,27 ve 27 çarpı 3, 81. 81 olur. 81'den sonrakiler olmaz. 4'ü düşünemem asal değil. 5 için düşünsek, 25 sonrası olmaz zaten. 7 için düşünsem bir tek 49 olur. 8,9,10 … 11 desem zaten geçer. Bu kadar ... (Kontrol ediyor). Evet bu kadar (kendinden emin).*

Çözümünden anlaşılacağı üzere (57N) Nil, yeni oluşturduğu bilgilerden biri olan, bir sayının en küçük bölmeyen olabilmesi için asal sayı veya asal sayının pozitif bir kuvveti olan sayı olması gerektiği bilgisini açık bir şekilde kullanmaktadır.

Problemin ikinci bölümündeki diğer sorularda ise, en küçük bölmeyeni 5 olan en küçük iki pozitif sayıyı ve en küçük bölmeyeni 4 olan iki basamaklı tüm doğal sayıları tespit

etmesi istenmiştir. Her ne kadar Nil bu soruları çözmesini sağlayacak bilgiyi oluşturmuş olsa da başlangıçta denemeler yaparak istenen sayılara ulaşmayı tercih etmiştir. Aşağıda bu bölüme ait görüşme diyalogları yer almaktadır.

58A: *Peki çözümünden eminsen diğer soruya bakalım istersen.*

59N: *Tamam… (soruyu sesli okuyor) İlk bölmeyeni 5 olan en küçük iki doğal sayıyı bulunuz Hım ... 6 olmaz. 4'e bölünmez. 8 desem 3'e bölünmez. Şimdi bir dakika… 6 dedim ya mesela onu 4 ile çarpsam 24 olur. Ama daha küçüğü var mı diye kontrol edelim…12 diyelim. Bakalım (kontrol ediyor). Evet 12 olur. Daha küçüğü var mı bakalım. 11 olmaz 10 da olmaz. Yani en küçük 12. 12'den sonrakilere bakalım. Zaten 12'den 24'e kadar yoksa 24 olacaktır. 13 olmaz,14 olmaz, 15 olmaz…Gerçi bir saniye tek tek denemesem mi? Ama sağlama alalım. Aslında 24 olacak ama yine de deneyelim. 16 olmaz, 17, 18 ... olmaz 19 zaten olmaz, 20 olmaz,21,22… 23 olmaz. Evet 24. Yani 12 ve 24. Aslında böyle yapmamam lazım çünkü 50 deseydi tek tek denemek zor olurdu. Bence o şekilde (çarpan ekleyerek yapmasını kastediyor) yapılabilir.*

60A: *Mesela sıradaki soruda öyle bir durum var galiba.*

61N: *(soruyu okuyor) İlk bölmeyeni 4 olan iki basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?... Evet (gülüyor)… O zaman o tekniği kullanabiliriz. İlkini bulup genişletelim. İlki için düşünürsek 6 var. İki basamaklı dediği için şimdi ben bunu işlem yaparak bulacağım. 2 (çarpanı) eklersek 12 olmaz olmaz. Çünkü 4'e bölünür ama çarpı 3 dersem 18 olur. Bu durumda en küçüğünü buldum,18. Güzel. Çarpı 4… diyemeyiz,4'e bölünür. Çarpı 5 desem, olur. 30 olur… (kontrol ediyor) evet. 6 dersem bir tane daha 2 gelir olmaz. 7 dersem olur, 42. 8 diyemem. 9 dersem 54 olur 54 yazabilirim. 10 desem olmaz. 11 desem 66 olur. 12 diyemem. 13 desem 13 çarpı 6 kaç (hesaplıyor) 78, bu da olur. Bölünür mü 4'e? (Kendi kendine soruyor), bölünmez. 14 olmaz. 2 gelir… yani hep tek sayı katlarını alacağım aslında. 15 desem olur 90 galiba, evet 90 olur. 17 desem zaten 2 basamaklıyı geçiyor. O zaman bu kadar.*

62A: *Sence arada atladığın sayı olabilir mi?*

63N: Bence iyi, çünkü önceki soruda da bu metodu kullandım. Bence eksik olamaz. (Kendinden emin).

En küçük bölmeyeni 5 olan en küçük iki doğal sayıyı bulmaya çalışan Nil, çözümün, 5'ten önceki çarpanları yazarak yapılabileceğini söylemesine rağmen denemelerle sayılara ulaşma yolunu seçmiştir (59N). Bununla birlikte kullandığı bu yöntemin daha büyük sayılarda çözümü zorlaştıracağının da farkındadır. Nil'in oluşturduğu bilgiyi kullanmayı seçmeyip kendine deyimiyle "sağlam" bir yola çözüme ulaşmayı seçmesi yeni oluşturduğu bilginin kırılgan olduğunun bir göstergesi olabilir. Bununla birlikte bir sonraki soruda denemeler yapmanın, çözümü zorlaştıracağını görerek yeni oluşturduğu bilgiyi kullanma ve istenen sayılara ulaşmak için gerekli çarpanları yazma yoluna gitmiştir (61N). Nil, yaptığı çözümden emin olduğunu belirtmiştir (63 N).

Buraya kadar paylaşılanlar, Nil'in matematiksel olarak doğru bir bilgiyi oluşturduğunu göstermektedir. Şimdi de Nil'in, görüşmenin başından itibaren öz düzenleme stratejilerini nasıl sergilediğini inceleyelim.

Problemi çözme sürecine genel olarak bakıldığında Nil'in ilk sorudan itibaren çözüm için attığı her adımın farkında olduğu görülmektedir. Nil, problemin çözümüne başlar başlamaz anahtar kelimeleri daire içine almış (4N), çözüme ulaşabilmek için düşündüğü yollardan alakalı olan ve olmayanları ayırmış (4N), gerekli gördüğü durumlarda notlar almış (4N, 19N, 25N) dolayısıyla bilişsel prova stratejisi sergilediğine dair önemli kanıtlar sunmuştur. Problem çözümünün ilk aşamasından itibaren sorulanları kendi sözleriyle ifade ederek (4N,57N) ve birtakım planlar yapıp bunları sözlü olarak ifade ederek (4N, 19N, 25N, 45N) bilişsel detaylandırma stratejisini uyguladığını göstermiştir. Şekil1'de de görüleceği üzere yaptığı denemelerdeki düşüncelerini ifade etmek için en küçük bölmeyen olup olmadığını araştırdığı sayıdan önceki tüm sayıları çarpan olarak içeren sayıların temsilini bir liste aracılığı ile oluşturmuş ve bu gösterimine sürekli çarpanlar ekleyerek sonuca ulaşmış dolayısıyla bilişsel organizasyon stratejisi sergilemiştir. Nil'in, problem sürecinin başından sonuna kadar düzenli olarak çözümlerini kontrol ettiği, verdiği cevapları gözden geçirerek sınadığı dikkat çekmektedir (25N, 39N, 43N, 49N, 51N, 53N,59N, 61N). Bu durum Nil'in üstbilişsel düzenleme stratejisi sergilediğine dair önemli ipuçlarıdır. Benzer şekilde, yaptığı çözümleri sık sık sorgulamış (19N, 57N, 59N), görüşünü destekleyecek yeni çözüm yolları aramış (41N, 59N,61N) dolayısıyla kendi çözüm sürecini üstbilişsel olarak izlemiştir.

Birinci problem ile ilgili yukarıda detayları paylaşılan birinci oturumdan bir hafta sonra yeniden bir görüşme oturumu daha gerçekleştirilmiştir. Bu oturumda, bir problem

durumu üzerinden Nil'in oluşturmuş olduğu bilgileri nasıl kullanacağının belirlenmesi amaçlanmıştır. Nil'in bu problemi çözme süreci, bir öğretmenin elindeki kalemleri öğrencileri arasında paylaştırmasına ilişkin farklı senaryolar üzerinden, en küçük bölmeyen ile ilgili oluşturulan bilgilerin pekiştirilip pekiştirilmediğine ilişkin ipuçları sunmaktadır.

Problemin ilk sorusunda, öğretmenin elindeki kalem sayısı bilinmeden, paylaştırma işleminin ilk kez 7 öğrenci arasındaki paylaştırmada başarısız olup olamayacağı sorulmuştur. Nil'in problemi okuduktan sonra daha önceki görüşmede oluşturduğu bilgiyi kolaylıkla tanıdığı görülmektedir.

67N: *(Soruyu okuyor) … Hım…Tamam. Yani burada demeye çalıştığı şey daha önce yaptığımız gibi, yani bu sayının ilk bölmeyeni 7 olacak (Sorunun altına not alıyor)*

68A: *O konuyla mı ilgili bu soru?*

69N:*(Soruyu tekrar okuyor) … Evet (Kendinden emin)*

70A: *Nasıl bulacaksın?*

71N: *Yani, ilk bölmeyeni 7 olacak en küçük sayıyı bulmamız isteniyor soruda. Önceden yaptığım yöntemi yapayım. (Çarpan ekleyerek sonucu bulmayı kastediyor). Şöyle yapayım ben; 2 çarpı 3 çarpı 2, burada 5 'i eklemem lazım 5'e bölünsün diye yani (çarpıyor) 60.*

72A: *Daha az sayıda kalem olamaz mı?*

73N: *Hayır olamaz, (Kendinden emin). 60 tane kalem olması lazım en az.*

Nil, soruyu okuduktan sonra çözüm için daha önce oluşturduğu bilgisini kullanması gerektiğini açık bir şekilde ifade etmiştir (67N). Bunu yaparken, kendisinin "ilk bölmeyen" şekilde ifade ettiği bir kavramı kullandığı dikkat çekmektedir. Nil, problemin çözümü için gerekli bilgilerini tanımanın yanında, probleme ilişkin bu dili daha önceki oturumda geliştirmeye başlamıştı. Problemi okuduktan hemen sonra, önceki bilgilerini doğrudan tanıması ve bunu kendi geliştirmiş olduğu üslupla dile getirmesi pekiştirme eyleminin *dolaysızlık* yönüne işaret etmektedir. Ayrıca Nil, araştırmacının daha az kalem olup olamayacağı ile ilgili sorusuna net bir şekilde "olamaz" cevabını vermiş (73N) ve yapabilecek olmasına rağmen cevabını kontrol etme ihtiyacı da hissetmemiştir. Bu durum Nil'in, pekiştirme eyleminin bir diğer karakteristiği olan *açıklık* özelliğini sergilediğini göstermektedir.

Problemin ikinci sorusunda, herhangi bir kalem ve öğrenci sayısı için, öğretmenin planının ilk kez 6 öğrenci arasında yapılan paylaşımda başarısız olmasının mümkün olup olamayacağı sorulmuştur. Nil'in çözümünü inceleyelim.

75N: *(Soruyu okuyor) … Diğer sorudan bağımsız galiba değil mi?*

76A: *Evet.*

77N: *Tamam… (Soruyu tekrar okuyor) …Ha tamam. Yine aynı şeyi yapayım (Bir önceki sorudaki gibi çarpan yazmayı kastediyor) … Ama bir dakika… Yani aslında soru diyor ki, 12 ilk bölmeyen olabilir mi?... Şimdi… Ne demiştik daha önceden? (Kendi kendine soruyor). Asal sayı veya asal sayının kuvvetlerinden biri olmalı. 12 asal değil ve asal sayının kuvveti de değil. Yani olamaz. Zaten çarpanlarını yazarsak da bunu görürüz, 3 ve 4 olunca 12 mecburen oluyor. Yani 12 olamaz.*

Nil'in soruyu okuduktan sonra kendi cümleleriyle yeniden ifade ettiği görülmektedir. Ardından, daha önce oluşturmuş olduğu bilgisini açık ve net bir şekilde ifade etmiştir (77N). Çözümünü, bu bilgisine göre cevaplandırdıktan sonra cevabında yer alan iddiasını kanıtlamak için örnek kullandığı dikkat çekmektedir. Öğrenciler, pekiştirmeden önce düşüncelerini formüle etmek için somut örneklere ihtiyaç duymakta ancak pekiştirmeden sonra iddialarını göstermek için örnekler kullanmaktadır (Monaghan ve Özmantar, 2006). Bu görüş, Nil'in oluşturmuş olduğu yapısını pekiştirdiğine yönelik bir önemli bir ipucu sunmaktadır.

Problemin son bölümünde Nil'den, kalem sayısının bilinmediği ve öğrenci sayının 50'den az olduğunun bilindiği bir durum için, öğretmenin planını başarısızlıkla sonuçlandıracak öğrenci sayısının neler olabileceğini bulması istenmiştir. Bu oturumdaki diğer sorularda olduğu gibi bu soruda da Nil, problemde geçen ifadeleri kendi geliştirdiği dilde yeniden ifade etmiş ve oluşturmuş olduğu bilgisini açık bir şekilde kullanmıştır.

81N: *(soruyu sesli okuyor) … Hı…bu biraz uğraştıracak gibi…Yani şey diyor burada, ilk bölmeyen olması gerekiyor. Planın başarısız olması dediği bu ... Şimdi kalem sayısını bilmiyoruz ve öğrenci sayısı 50'den az (soruyu tekrar okuyor) … şimdi o zaman öğrenci sayısı için 50'den küçük sayıları düşünüp hangi sayılarda ilk bölmeyen olabilir onu bulmamızı istiyor ... Ha aslında 50'den küçük ilk bölmeyen olabilen sayıları bulmamızı istiyor soru. Tek tek denememe gerek yok.*

82A: *Nasıl bulacaksın o halde?*

83N: *Asal sayılar ve kuvvetleri, denemeye gerek yok. Bu sevindirici bir şey (Gülüyor). İlk önce asal sayıları yazayım 50'ye kadar…2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43 olur 47. O zaman bir de bunların kuvvetlerini bir düşüneyim. Şimdi 2'nin kuvveti olarak 4,8,16,32 yani 50'ye kadar olan tüm kuvvetler. 9, 27... 81 geçer. 5 için 25 ekleyebiliriz, bir de 49 ekleyebiliriz ve bu kadar.*

84A: *Emin misin sayılardan?*

85N: *Evet eminim, bunlar.*

Nil'in, problemin çözebilmek için denemeler yapmaya dayanan bir yol olduğunu ifade etmesine rağmen, oluşturduğu bilgiyi kullanmayı tercih ettiği görülmektedir (81N). Bilgisini kullanırken oluşturmuş olduğu yapıya sık sık atıfta bulunması *esnekliğinin*, bu yapısını sorunsuz ve zahmetsiz bir şekilde kullanarak sonuca varması ise *farkındalığının* önemli birer göstergesi olarak görülebilir.

Nil'in sergilemiş olduğu öz düzenleme stratejilerine, pekiştirme süreci bağlamında geri dönelim. Nil, problemi okuduktan hemen sonra net bir şekilde daha önce oluşturduğu bilgiye gönderme yapmış, sorunun altına "ilk bölmeyeni 7 olacak" şeklinde not almış (67N) dolayısıyla bilişsel prova stratejisini sergilediğini göstermiştir. Bununla birlikte, *ilk bölmeyen* terimini kullanarak problemi kendi oluşturduğu dil çerçevesinde yeniden tanımlamıştır (67N, 71N). Buna ek olarak soruyu çözmek için önceki etkinliklerde yaptığı çözüme benzer bir yol izlemesi gerektiğini ifade ederek planını açıkladığı da düşünüldüğünde (71N,77N) Nil'in bilişsel detaylandırma stratejisi sergilediği söylenebilir. Nil'in bu problem çözümünde dikkat çeken bir diğer davranışı da problemin senaryosunu sık sık tekrar okuması olmuştur (69N, 77N, 81N). Sorunun çözümü için gerekli bilgiyi fark ettiğinden emin olan Nil'in daha önceki çözümlerini de hatırlamaya çalıştığı düşünüldüğünde (77N, 83N) kendini üstbilişsel olarak düzenlediği söylenebilir. Ayrıca Nil, her ne kadar çözümlerinden emin olsa da cevabını gerekçelendirmek için daha önce kullandığı başka stratejileri kullanarak da cevabını kontrol etmiş (77N) ve çözüm sürecini üstbilişsel olarak izlemiştir. Süreç bir bütün olarak incelendiğinde, Nil'in sergilediği öz düzenleme stratejileri ile pekiştirme eyleminin karakteristikleri arasında bir etkileşim olup olmayacağı sorusu akla gelmektedir. Bu soru, araştırmanın tartışma bölümünde tekrar ele alınacaktır.

4.1.2.Ela'nın Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular

Ela, kendi öğrenmesine ilişkin güdüsel strateji bildirimi yüksek düzeyde olan bir öğrencidir. Ela ile gerçekleştirilen birinci görüşme oturumunun ilk bölümünde kendisinden verilen sayıları tam bölmeyen en küçük sayıyı bulması istenmiştir. Aşağıda soruya ait görüşmedeki ifadelerinin bir bölümü yer almaktadır.

A: Araştırmacı E: Ela

1A: *Evet, Başlayabiliriz istersen.*

2E: *(soruyu okuyor). Soruda tam bölmeyen en küçük tam sayıları bulmamızı istiyor…*

3A: *Yaptığın işlemleri sesli olarak da ifade eder misin?*

4E: *Tabii. (Yazarken söylüyor).10'un 3'tür. 15'in 2'dir. 36'nın 5'tir. 120'nin 7'dir.*

5A: *Bunlara nasıl karar verdin?*

6E: *Tek tek denedim. Sırayla sayılara baktım. Düşündüm, bölüp bölmediğini. 1,2,3,4'ü denedim.*

7A: *Bölünüp bölünmediğine nasıl karar veriyorsun?*

8E: *Bölme kurallarını öğrenmiştik, ona bakarak*

Ela ilk soruda sayıların bölünmediği en küçük sayıları tespit etmek için daha önce öğrendiğini söylediği (8E) *bölünebilme kuralları* bilgisini kullandığını ifade etmiştir. Problemin diğer sorularında benzer şekilde bu yapısını kullandığı söylenebilir. 6 sayısının herhangi bir pozitif tam sayının en küçük bölmeyeni olup olamayacağı sorusunda tanıdığı bilgisini kullanarak doğru çözüme ulaştığı görülmektedir.

28E: *Hım(düşünüyor)… olmuyor (düşünüyor) … Böyle bir sayı var mı ki? …*

29A: *Sorunun, olabilir mi? diye sorduğuna dikkat et istersen.*

30E: *(Düşünüyor)…Yani, 6'ya bölünmüyorsa 2 veya 3'e bölünmüyor demektir aslında…. O zaman en küçük (sayı) onlardan biri (2 ve 3'ü kastederek) olmaz mı zaten? Yani 6 yoktur o yüzden bence... En küçük değildir yani. O zaman 6'nın yoktur (not alıyor).*

31A: *6, bir sayının en küçük bölmeyeni olamaz diyorsun yani, değil mi?*

32E: *Evet, olamaz, dediğim gibi (kendinden emin)*

Görüldüğü gibi Ela, bir sayının en küçük bölmeyen olamayacağını, bölünebilme ile ilgili bilgi yapısına dayandırarak gerekçelendirmiştir (30E). 7'nin en küçük bölmeyen olup olamayacağı sorusunda ise çözüm için bir strateji geliştirmeye başladığı görülmektedir.

34E: *(Düşünüyor) … Sayıları düşünmek lazım bence.*

35A: *Ne demek istiyorsun?*

365E: *(Düşünüyor)…Birkaç tane sayı düşündüm. Ama illaki bir tanesine bölünmüyor 7'den önce….*

37A: *Nasıl?*

38E: *Bir kere 2 'ye bölünecek, 3'e de 4'e de…. 5 sıkıntı oluyor….*

39A: *5'e de bölünmesi mi lazım?*

40E: *Evet. Hepsine bölünecek 7'ye bölünmeyecek. 40 olmuyor mesela (Düşünüyor) … Nasıl? nasıl? (Düşünüyor)… 36 mesela oluyor ama 5 sıkıntılı oluyor sadece…(Düşünüyor) 5 ile çarpsak?*

41A: *Olur mu?*

42E: *(Çarpıyor) 180… Bakalım… 2,3,4…4'e bölünür mü? Evet … 5 ,6… oldu. O zaman 180 olur.*

Ela, zihinden sırasıyla denemeler yaparak il kez 7'ye bölünemeyen bir sayı tespit etmeye çalışmıştır. 2,3,4 sayılarına bölünen bir sayıyı elde ettikten sonra (40E) bulduğu sonucu 5 ile çarptığında ulaştığı sayının, 5 ve 6'ya da bölüneceğini, dolayısıyla bulduğu sonuç olan 180'in en küçük bölmeyeninin 7 olduğunu tespit ettiği görülmektedir (42E). Bu stratejisini, aynı soru 9 sayısı için sorulduğunda da kullanmaya çalışmış fakat 6 ve 8 sayılarının çarpanlarını oluşturmada sorun yaşamıştır.

50E: *Bence en küçük bölmeyen olur ama …. Kimin (hangi sayının) olur onu bulmam lazım.*

51A: *Nasıl olabilir?*

52E: *Zaten 9'un katı olan bir sayı olamaz… Ama 2'nin 3'ün falan katı olacak…(düşünüyor) 6 ve 8 sıkıntı yaratıyor şu an.*

53A: *Nasıl bir sıkıntı yaratıyor?*

54E: *Aklımdan bir sayı düşünüp tek tek deniyorum…*

55A: *Bölünüp bölünmeyeceğini mi?*

56E: *Evet (Düşünüyor) …*

57A: *Ne düşünüyorsun?*

58E: *Hım... Buna sonra tekrar bakabilir miyim?*

Ela, 7 sayısı için geliştirdiği stratejisini 9 için uygularken sorun yaşamış ve çözümünü ertelemiştir (58E). Fakat görüşmenin devamında başka sayılar için yaptığı birçok deneme sonrasında, 9 sayısına tekrar döneceğini ifade etmiştir. Diğer sayılar için yaptığı gözlemlerden hareketle 9 sayısı için bir görüş oluşturmaya çalıştığı izlenimi uyandırmıştır.

10 sayısının en küçük bölmeyen olup olamayacağını tespit etmesi istendiğinde ise, 6 sayısı için yaptığı yoruma benzer bir yorum yaparak 10'un en küçük bölmeyen olamayacağını ifade etmiştir. Görüşmenin devamında tespit ettiği sayılar üzerinden en küçük bölmeyen olabilen sayıların ortak bir özelliğinin olup olmadığı üzerine düşünmeye başladığı görülmüştür. İlgili bölümü inceleyelim.

74E: *Hepsini (tüm sayıları kastediyor) kapsar mı bilmiyorum ama (düşünüyor)…. Çarpanlarına bölünmemesi gerekir, tam anlatamadım belki ama…Yani, çarpınca o sayı yapan sayılara bölünmemesi gerekir… mesela 6'daki gibi… 6'yı 2 ve 3'ü çarparak oluşturuyoruz ya, 2 ve 3'e bölünmüyorsa 6'ya da bölünmez…*

75A: *O zaman en küçük bölmeyenin nasıl olması gerekir?*

76E: *Yani… en küçük bölmeyen olması için bu özellikte olmaması lazım…*

77A: *Bu özelliği nasıl ifade edebilirsin?*

78E: *Ben az önce galiba … tersini söyledim galiba (düşünüyor)….Bunlara bölünmemesi gerekiyor demiştim ya (2 ve 3'ü gösteriyor) bunlara bölünmesi gerekiyor.*

79A: *Yani?*

80E: *Kendinden önceki sayılara bölünmesi gerekiyor… (Önceki cevaplarına bakıyor). Evet böyle.*

Görüldüğü gibi Ela, bulduğu sonuçlar üzerinden bir genellemeye varmaya çalışarak, en küçük bölmeyen olabilen/olamayan sayıları ortak özellikleri üzerine fikirler üretmeye çalışmıştır (78E, 80E). Oluşmaya başlayan bu fikrini daha önce ertelemiş olduğu 9 sayısına tekrar dönerek açıklamaya çalışmıştır.

87E: *O zaman sayı (en küçük bölmeyeni 9 olabilen sayıyı kastediyor) 2'nin katı, 3'ün katı, 4'ün katı 5'in katı…(yazıyor) bunların ortak katı diyebiliriz sanırım…*

88A: *Ne demek istedin?*

89E: *Bunları (2,3,4,5…sayılarını kastediyor) çarpsak? (Kendi kendine soruyor)*

Ela'nın bu aşamada daha önceki bilgi yapılarından biri olduğu anlaşılan "ortak kat" bilgisini de tanıdığı görülmektedir (87E). Çözümünün devam eden aşamalarında bu bilgi yapısını açık bir şekilde kullanmaya başlamıştır.

95E: *Bir kontrol edeceğim (işlem yapıyor) … Aslında bazı sayıları fazladan çarpmaya gerek yok (düşünüyor) …*

96A: *Ne düşünüyorsun?*

97E: *(Düşünüyor) … Ortak kat dediğimiz için, 2,3,4,5'i çarpınca 120. 120'nin içinde zaten 6 var aslında tekrar 6 ile çarpmaya gerek yok.*

98A: *Ne yapılabilir?*

99E: *…120'yi 6 ile çarpmadan 7 ile çarpabiliriz (çarpıyor) … 840 yapar. 8 için de kontrol etmem lazım (840'ı 8'e bölüyor) …8'e de bölünüyor…*

100A: *Ne düşünüyorsun?*

101E: *8'le çarpmamıştım ama… A aslında 4'le çarpınca zaten 2 de vardı 8 zaten kendiliğinden oluyor…o zaman 840'ın en küçük bölmeyeni 9'dur.*

102A: *Emin misin?*

103E: *Evet… Çünkü tek tek kontrol ettim.*

Kendisi ortak kat olarak ifade etse de Ela'nın sayıları çarparken ortak katların en küçüğünü dikkate alarak işlemlerini gerçekleştirdiği görülmektedir. Buraya kadar yaptığı çözüm bütün olarak ele alındığında Ela, daha önceki bilgi yapılarını tanımış ve problemin çözümü için kullanmıştır. Bunun yanında en küçük bölmeyen olan/olamayan sayıların özellikleri ile ilgili yeni bilgi yapılarını oluşturmaya başladığı söylenebilir. Bir sonraki soruda Ela'dan 1'den 30'a kadar olan sayıları en küçük bölmeyen olup olmama özelliklerine göre sınıflandırması istenmiştir. 6 ve 10 sayılarının özelliklerini bulmaya çalışırken geliştirdiği görüşünden hareketle sayıların önemli bir bölümünün özelliğini tespit etmiş ve ortak özellikleri üzerine daha fazla yoğunlaşmaya başlamıştır.

154E: *Ben olmayanlar için hep 6'daki gibi düşünüyorum…. Mesela 20'de şöyle düşündüm 20'nin katlarını düşünürsem 120'ye kadar falan, hepsi 4 ve 5'e bölünüyor o nedenle 20'den önce 4 veya 5'e bölünür diye düşündüm.*

155A: *Peki, söylediğin en küçük bölmeyen olmayanların ortak özellikleri sanırım. Olabilenler için bir şey söyleyebilir misin?*

156E: *(Düşünüyor) … Aslında aklıma bir şey geliyor ama….*

157A: *Söyler misin?*

158E: *Asallar hep burada (En küçük bölmeyen olanları gösteriyor). Ama asal olmayanlar da var… mesela 4*

159A: *Asal olamayanlar ile ilgili bir şey var mı aklında?*

160E: *Asal sayıların çarpanları var mesela*

161A: *Nasıl yani?*

162E: *4 mesela (düşünüyor)… Çarpanı 2'dir. … 8 de öyle…*

163A: *9?*

164E: *O da 3 çarpı 3*

165A: *O halde?*

166E: *Çarpanları asal mı olacak?*

167A: *Diğerlerine de bakmak gerekmez mi?*

168E: *Evet (düşünüyor)…16, 4 tane 2… o zaman? (Kendi kendine soruyor).... ya asal olacak(Düşünüyor)…*

169A: *Ya da?*

170E: *Çarpanları asal olacak.*

Görüldüğü gibi Ela, geliştirdiği stratejisini uyguladıktan sonra sayıları belli bir yere kadar gruplandırmış, ardından bu sayıların çarpan özelliklerini incelemeye başlamıştır (160E, 162E, 164E, 170E). Dahası en küçük bölmeyen olabilen sayıların asal sayı veya asal sayının kuvveti olması gerektiğini ifade etmiştir. Bu özelliği gerekçelendirilmesi istendiğinde ise görüşünü şöyle ifade etmiştir.

178E: *Aslında 9 için yapınca fark etmiştim sanki, 8'e geldiğimde 8'le çarpmaya gerek kalmamıştı, çünkü 2 ve 4'ten dolayı 8 gelmişti zaten. Ama 6 gibi sayılarda böyle olmuyor…*

179A: *Peki, Bu sebep senin için yeterliyse, 20'den sonraki sayıları da yazabilir misin?*

180E: *Evet (kendinden emin)*

Ela, problemin başından itibaren yaptığı çözümlerde, sayıların ortak özelliklerine odaklandığına dair belirtiler göstermişti. Bunu kendi söylemiyle de desteklemiş oldu (178E). Ela'nın, tanıdığı bilgilerinden hareketle başarılı bir şekilde geliştirip uyguladığı stratejileri sonucunda yeni bilgisini oluşturduğu söylenebilir. Sonraki bölümde, 1'den 100'e kadar sayılardan, asal olmadığı halde en küçük bölmeyen olabilen sayıları tespit etmesinin ve en küçük bölmeyeni 5 olan en küçük iki tam sayıyı belirlemesinin istendiği sorularda da yeni oluşturduğu yapılarını rahatlıkla kullandığı söylenebilir. Ela'nın soruları ele alma şekli incelendiğinde, bazı aşamalarda çözüm için bir fikir oluşturduğu fakat bunu ifade ederken temkinli davranarak düşüncesine kanıt olacak nitelikte işlemler yaptığı görülmektedir (58E, 95E,156E,178E). Benzer bir durum, en küçük bölmeyeni 4 olan tüm iki basamaklı sayıları belirlemesinin istendiği soruda da görülmektedir.

215E: *Soruda ne diyormuş? (Soruyu sesli okuyor) en küçük bölmeyeni 4 olan iki basamaklı kaç tane doğal sayı vardır? (Düşünüyor) … Yani 2 ve 3'e bölünecek ama 2 basamaklı olacak (Düşünüyor) … 12 olacak … Hayır, olmaz… 18…tek tek denemek olmaz, 99'a kadar tek tek mi gideceğiz? (Kendi kendine soruyor) Olmaz.*

216A: *Sayıları tek tek mi düşünüyorsun?*

217E: *Evet ama ona gerek yok.*

218A: *Nasıl yapacaksın?*

219E: *30 var.*

220A: *Nasıl buldun?*

221E: *3 ile çarptım. Zaten öncesinde (18'den küçük) olmaz.*

222A: *Peki*

223E: *42 var…Bir şey düşündüm ama erken olur sanki?*

224A: *ne demek istedin?*

225E: *Bir şey düşündüm ama onun için erken olabilir.*

226A: *ne düşündün?*

227E: *12'şer artıyor mesela bundan (42) sonra 54. Ama bundan önce var mıdır? (Düşünüyor) … Yoktur … evet demek ki oluyor … 66 oluyor, 78 de oluyor (Düşünüyor)... 90 da oluyor (Düşünüyor) … Zaten ondan sonra üç basamaklı oluyor(düşünüyor) …Bir de kontrol edersek (Kontrol ediyor) … 12'nin tek katları zaten… evet, bunlardır. (Kendinden emin)*

Ela'nın, en küçük bölmeyeni 4 olan iki basamaklı en küçük iki sayıyı bulduktan sonra sayılar arasındaki örüntüye odaklandığı anlaşılmaktadır (215E,219E). Örüntünün her adımında bulduğu sayının 4'e bölünmediğinden emin olmaya çalıştığı için fikrini söylerken temkinli davrandığı (223E, 225E), gerekli denemeleri gerçekleştirdikten sonra fikrini açıkça ifade ettiği görülmektedir (227E). Bu durum yeni oluşturduğu yapının kırılganlığına işaret ediyor olabilir. Sonuç olarak Ela'nın, verilen bir sayının en küçük bölmeyen olup olmayacağını tespit etmesini ve en küçük bölmeyeni verilen bir sayıyı bulmasını sağlayacak bilgisini oluşturduğu söylenebilir.

Buraya kadar, Ela'nın bilgi oluşturma süreci incelendi. Şimdi de bu süreçte sergilediği öz düzenleme davranışlarına bakalım. Ela, bu oturumda kendisine verilen soruları okuduktan sonra ifadeler arasında kendisi için önemli olanları vurgulamış ve kâğıtta altını çizmiştir (2E, 30E). Soruları kendi cümleleriyle ifade ederek planlarını açıkladığı da düşünüldüğünde (38E, 40E, 52E) bilişsel prova ve bilişsel detaylandırma stratejilerini sergilediğine dair ipuçları sunduğu söylenebilir. Daha önce de ifade edildiği gibi süreç boyunca, sorunun yanıtını veya sonuca götürecek tahminlerini ifade etmede temkinli davranmıştır. Sezgisel olarak veya deneyerek ulaştığı fikirleri desteklemek için o ana kadar attığı adımları kontrol ederken bu fikirlere kanıt olabilecek işlemleri yaptığı görülmektedir (42E ,95E, 97E, 99E, 101E, 154E, 178E, 227E). Dolaysıyla Ela, üstbilişsel düzenleme stratejisi sergilediğine dair ipucu olabilecek davranışlarda bulunmuştur. Bulduğu sonuçların veya verdiği cevapların makul olup olmadığını kontrol etmesi (42E, 99E, 158E, 227E), başka çözüm yolları üretmeye çalışması/üretmesi (50E, 87E, 95E, 217E, 221E, 227E) gibi ipuçları değerlendirildiğinde ise çözüm sürecini üstbilişsel olarak izlediği söylenebilir.

Birinci problem ile ilgili yukarıda detayları aktarılan etkinliklerden sonra bir problem durumu üzerinden Ela'nın oluşturmuş olduğu bilgileri nasıl kullanacağının belirlenmesi amacıyla bir oturum daha gerçekleştirilmiştir. İlk oturumdan bir hafta sonra yapılan problem çözme etkinliği sürecinde, bir öğretmenin elindeki kalemleri öğrencileri arasında paylaştırmasına ilişkin farklı senaryolar üzerinden, en küçük bölmeyen ile ilgili oluşturulan bilgilerin pekiştirilip pekiştirilmediğine ilişkin ipuçları aranmıştır. Ayrıca problemi çözme sürecine etki eden öz düzenleme stratejileri tespit edilmeye çalışılmıştır.

Problemin ilk sorusunda, öğretmenin elindeki kalem sayısı bilinmeden, paylaştırma işleminin ilk kez 7 öğrenci arasındaki paylaştırmada başarısız olup olamayacağı sorulmuştur.

Ela, ilk soruyu okuduktan hemen sonra problemin, en küçük bölmeyen ile ilgili olduğunu söyleyerek çözümünü doğru bir şekilde yapmıştır. Görüşmenin ilgili bölümlerini, Ela'nın önceki etkinliklerde oluşturduğu bilgilerini soyutlayıp soyutlamadığını, pekiştirme eyleminin karakteristikleriyle birlikte ele alalım.

231E: *Peki (Problemi okuyor) …En küçük bölmeyeni 7 olan sayıyı soruyor, bence. Yani en küçük bölmeyeni…*

232A: *En küçük bölmeyenle mi alakalı bu soru?*

233E: *Evet… Bence öyle (kendinden emin)*

234A: *Peki, ne yapmalısın o halde?*

235E: *Çarpabilirim.*

236A: *Ne demek istiyorsun?*

237E: *…Öğretmenin en kaz kaç kalemi vardır? diye sorduğu için 7 olamayacak şekilde çarparım (yazıyor) 2, 3, 4 yerine bir daha 2.*

238A: *Neden 4 yazmıyorsun?*

239E: *En az kalem sayısı soruluyor (Kendinden emin) 5, 6 ya gerek yok 2 ve 3 var. Budur, 60.*

240A: *Sence en küçük bu sayı mıdır? Daha küçük olamaz mı?*

241E: *Yok. (Kendinden eminim). Katları olabilir (60'ın katlarını kastediyor). Onlar da en küçük olmaz.*

Ela'nın problemi okuduktan hemen sonra, problemin en küçük bölmeyenle ilgili olduğunu söylemesi (231E), dahası bunu kendinden emin bir üslupta dile getirmesi (233E) oluşturduğu yapıları tanıdığını göstermektedir. Bununla birlikte Ela, en küçük bölmeyeni 7 olacak sayıyı nasıl bulacağıyla ilgili olası çözüm yolunu da belirlemiş (235E, 237E) ve doğru bir şekilde uygulamıştır. Ela, problemin çözümü için gerekli bilgilerini tanımakla birlikte, bu bilgisini hızlı, doğrudan ve kendinden emin bir tavırla ve dile getirmiştir. Bu davranışlarının, pekiştirilmiş bilginin *Dolaysızlık* karakteristiğini işaret ettiği söylenebilir.

Görüşmenin yukarıda aktarılan bölümünde dikkat çeken bir nokta da Ela'nın çeldirici sorulara verdiği cevaplar olmuştur. Pekiştirme sürecinde öğrenciler, yeni oluşturduğu bilgiler, oluşturduğu matematiksel bilgiler ve bu oluşturduğu bilgilerle yaptığı çıkarımlarla meydan okumalara karşı direnç göstermeye başlayabilirler (Monaghan ve Özmantar, 2006). Araştırmacının çeldirici sorularına (232A, 238A, 240A) rağmen Ela, çözüm yolunun

doğruluğunda ısrar etmiştir. Bu durum aynı zamanda Ela'nın oluşturduğu yapısına olan *Güvenini* karakterize etmekte ve bilgi yapısını pekiştirdiğine dair bir kanıt sağlamaktadır.

İkinci soru olarak yöneltilen ve öğretmenin ilk kez 12 öğrencisi arasında yapacağı paylaştırmada başarısız olup olamayacağının sorulduğu problemde de Ela, önceki oturumda oluşturmuş olduğu bilgisini tanımış ve doğru bir şekilde kullanmıştır.

243E: *(soruyu içinden okuyor) … En küçük bölmeyeni 12 olan bir sayı var mıdır diye soruyor aslında… Hım … Var mıdır öyle bir sayı? ... İspat edelim o zaman… Yine bu yöntemle (İlk soruyu kastediyor ve yazıyor) … Ah, 3 ve 2'ler var, hayır olmaz. Mümkün değildir. Doğru, olamazdı zaten.*

244A: *Nasıl emin olabiliriz?*

245E: *Evet, zaten en küçük bölmeyen 12 olamaz ki. (Kendinden emin). Soruya göre şöyle yazalım o zaman (yazıyor ve söylüyor) … Mümkün değildir, çünkü bir sayı 3 ve 4'e bölünüyorsa 12'ye tam bölünür.*

Görüldüğü gibi Ela, öğretmenin ilk kez 12 öğrenci arasında yapacağı paylaştırmada başarısız olmasının mümkün olmayacağını oluşturduğu yapılarına dayandırarak rahatça gerekçelendirmiştir (243E, 245E). Ela'nın soruya yaklaşımındaki netliği, en küçük bölmeyen terimini yerinde kullanımı, önceki etkinlikte oluşturduğu bilgiye "Doğru, zaten olamazdı" diyerek atıfta bulunması ve çözümünü zahmetsiz bir şekilde yapması pekiştirilmiş bilgi yapısının *Esneklik* özelliğini işaret etmektedir.

Oturumun son sorusunda ise Ela'dan, kalem sayısının bilinmediği ve öğrenci sayının 50'den az olduğunun bilindiği bir durum için, öğretmenin planını başarısızlıkla sonuçlandıracak öğrenci sayısının neler olabileceğini bulması istenmiştir. Başlangıçta soruyu anlamakta zorlanan Ela, problemde geçen ifadelerle ilgili araştırmacıya çeşitli sorular sormuş ve fikrini netleştirmiştir. İlgili bölümü inceleyelim.

251E: *51 kalemi varsa, (başarısız) olur… Başka sayıları da bulmamız mı isteniyor?*

252A: *50'den küçük tüm sayılar için başarısız olup olamayacağını bulman isteniyor.*

253E: *Kalem sayısı için mi?*

254A: *50'den küçük olanlar neyin sayısı?*

255E: *Ah, tamam, öğrenci sayısı için, (okuyor) … Kalem sayısı öğrenci sayısından fazla olmalı diyor, tamam. Bu bizim diğer soruda bulduğumuz en küçük bölmeyen olabilecek sayılar (Kendinden emin)*

256A: *3 olabilir mi peki?*

257E: *Evet.*

258A: *Örnek verebilir misin?*

259E: *52 (hızlı bir şekilde cevaplandırıyor)*

260A: *Peki*

261E: *4 olur.*

262A: *Hangi kalem sayısı için olur?*

263E: *54. 2 ve 3'e bölünür. 4'e bölünmez.*

264A: *Peki, 5 olabilir mi?*

265E: *56…yo... 3'e bölünmez (düşünüyor)… Şu an bir sayı bulamadım ama gerek var mı? Çarparsak buluruz. Önceki sorularda bulduğuma göre söylüyorum.*

266A: *Örnek bulman gerekmez mi?*

267E: *Bence gerek yok, hepsini yazayım mı?*

Ela, problemde isteneni anladıktan sonra araştırmacının örnek istediği tüm sorulara doğru cevap vermiştir. İlk kez 5 öğrenci için yapılacak paylaştırmanın başarısız olup olamayacağı sorusuna ise o an için cevap bulamamış fakat yapabilecek olmasına rağmen örnek bulmaya gerek olmadığını ifade etmiştir (265E). Paylaştırmanın başarısız olabileceği öğrenci sayılarını asal sayı veya asal sayının kuvveti olan bir sayı olacak şekilde yazarak çözümünü sonlandırmıştır.

Ela'nın yeni bilgi yapısını pekiştirdiğine ilişkin ipuçlarını sunduktan sonra şimdi de süreç boyunca sergilediği öz düzenleme stratejilerini ele alalım. Daha önce de belirtildiği gibi Ela, problemi okuduktan hemen sonra sorunun, en küçük bölmeyen kavramıyla alakalı olduğunu vurgulamıştır (231E, 233E). Bu, problemin çözümüne yönelik bilişsel prova stratejisini sergilediğine dair önemli bir ipucu olarak görülebilir. Ayrıca, sürecin genelinde problemleri kendi cümleleriyle tekrar etmiş (231E,243E), çözüme ilişkin fikrini ve planlarını aktarmış (235E, 237E, 239E, 255E, 265E, 267E) dolayısıyla bilişsel detaylandırma stratejisi uyguladığına ilişkin kanıtlar sunmuştur. Oturumun son sorusunu anlamakta zorluk yaşayan Ela, problem metnini tekrar tekrar okuyarak üstbilişsel düzenleme stratejisi uygulamıştır. Problemdeki ifadeleri anlamakta yaşadığı zorluk karşısında sorular soran Ela'nın kaynak

arama stratejisini sergilediği düşünülebilir. Burada verilen yardımın, Ela'nın çözümünü yapmasına yardımcı olacak şekilde değil, sorunun anlaşılmasına hizmet edecek nitelikte olması önemlidir. Son olarak, cevabını gerekçelendirirken aynı zamanda cevabını kontrol ederek (245E) çözümünü üstbilişsel olarak izlediğine dair bir ipucu sunmuştur.

4.1.3. Rüzgar'ın Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular

Rüzgâr, kendi öğrenmesine ilişkin güdüsel strateji bildirimi orta düzeyde olan bir öğrencidir. Aşağıda, Rüzgar'ın birinci oturumun ilk bölümünde yer alan ve verilen sayıları tam bölmeyen en küçük sayıyı bulmasının istendiği soruya ait görüşmedeki ifadelerin bir bölümü yer almaktadır.

A: Araştırmacı R: Rüzgâr

1A: Başlayalım istersen.

2R: (Soruyu sesli okuyor). Aşağıdaki sayıları tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıları belirleyiniz. Her biri için ayrı ayrı bulmalıyım sanırım

3A: Evet

4R: (Her sorunun cevabını seri olarak yazıyor). 3 (10 için), 2 (15 için), 5 (36 için) (Düşünüyor)…7 sanırım (120 için) …evet 7 ... 4 olmuyor (210 için), evet 4 oluyor.

5A: Nasıl karar veriyorsun?

6R: 1'den sonraki sayılara tek tek baktım ve zihnimden böldüm.

Görüşmenin yukarıdaki bölümü incelendiğinde Rüzgar'ın bölünebilme bilgisini tanıyarak sayıların en küçük bölmeyenlerini hızlı bir şekilde tespit ettiği görülmektedir. Devam eden bölümde, verilen sayıların en küçük bölmeyen olup olmadığına karar verirken tanıdığı bu yapıları kullanabildiği gözlenmektedir. Aşağıda bu bölüme ait görüşmenin detayları sunulmuştur.

15A: *Peki, diğer soruya geçebilirsin.*

16R: *Tamam. (Soruyu okuyor). 6, 7, 9 ve 10 sayıları bir sayının en küçük bölmeyeni olabilir mi? (Düşünüyor)… 6 en küçük bölmeyen olabilir sanırım.*

17A: *Hangi sayının en küçük bölmeyeni olabilir?*

18R: *(Düşünüyor)…yok, olamaz.*

19A: *Neden peki?*

20R: *Ondan önce (6'yı kastediyor) 3 de olabilir. 6'ya bölünürken hem 3'e hem 2'ye bölünmesi gerekiyor. 2 ve 3'ten birine bölünmemesi demek en küçük bölmeyenin o olması demek çünkü.*

21A: *Peki. 7?*

22R: *7 olur.*

23A: *Hangi sayının ilk bölmeyeni olur mesela?*

24R: *(Düşünüyor)... Kaç olsun? (Kendi kendine soruyor) ... mesela 49.*

25A: *49, 7'ye bölünmez mi?*

26R: *A Pardon, bölünmeyen diyordu... 25 olsun. O da olmaz ... (Düşünüyor) 32 olabilir mi? Olmaz. 40'larda bir şey olmaz(düşünüyor) ... Ben çok fazla zihinden işlem yaptım. Direkt 5, 2 ve 3'ü çarpacağım, 30. Bir de 4'ü almam lazım... o zaman 120.... (Düşünüyor) o zaman 120 evet.*

27A: *Peki, eminsen 9'a da bak istersen*

28R: *Hım (Düşünüyor) ... 3'e bölünecek, evet olabilir (Düşünüyor) ... O zaman şöyle mi yapalım? (kendi kendine soruyor) 2'ye 3'e bölünecek 4'e 5'e gidecek, o zaman 2 yazarım, 3 yazarım 4 yazarım.... Ya da 2 yazsam? Zaten 4 olur.... (4'ü siliyor) 5 yazarım, yine 3 yazarım... 3 zaten var, yazmam...7 için öyle bir şey yok... yine 2 yazarım, 8 için... bu sayı 2 ye bölünür... 3'e bölünür 4'e bölünür, 5'e bölünür 6'ya bölünür 7'ye bölünür, 8'e bölünür, çarpalım ... Aslında gerek yok bu sayının ilk bölmeyeni 9 olabilir.*

Görüldüğü gibi Rüzgâr, bir sayının 6 ile bölünebilmesi için 2 ve 3'e de bölünmesi gerektiği bilgisini kullanarak, 6'nın bir sayının en küçük bölmeyeni olamayacağını ifade etmiştir (20R). Her ne kadar soruyu ilk okuduğunda bunun tersi bir görüş bildirse de hatasını fark etmiş ve çözümüne doğru devam etmiştir. Benzer bir durumu 7 sayısını yorumlarken de yaşamış ve soruyu yanlış anladığını fark ettikten sonra doğru çözüme ulaşmaya çalışmıştır (24R). Burada dikkat çeken bir nokta da 7 sayının en küçük bölmeyeni olabilecek bir örnek bulmaya çalışırken denemeler yaparak başladıktan bir süre sonra deneme yapmaktan vazgeçip bir strateji geliştirmeye başlamasıdır (26R). Bu stratejisini, 9 sayısını yorumlarken de başarılı bir şekilde kullanmış ve belki de yeni bilgisinin küçük parçalarından birini oluşturmaya başladığına ilişkin bir ipucu sunmuştur. Bununla birlikte sürecin devamında Rüzgar'ın, en küçük bölmeyen olabilecek sayılarla ilgili bir görüş geliştirmeye başladığı söylenebilir. Görüşmenin ilgili bölümünü inceleyelim.

37A: *Peki devam edersek, sence bir sayının en küçük bölmeyen olması için hangi özelliklerde olması lazım? Sıradaki soru bunu soruyor çünkü.*

38R: *(Soruyu içinden okuyor) … En küçük bölmeyen olması için…. Ya asal olması lazım…. Ya da … 9 da olduğu gibi…. Bölme kurallarında kendinden öncekilere bakıyoruz ya…. O kural olmaması lazım…*

39A: *Neden asal olması lazım?*

40R: *Çünkü çarpanları yazınca asal sayıları oluşturmuyor, zaten asal…*

41A: *Asal olmayanları daha açık nasıl ifade edebilirsin?*

42R: *Mesela 6'da hem 2 hem 3 olması lazım ama 9 da sadece 3 var…*

43A: *Asal olmayanların başka bir özelliği var mı sence?*

44R: *(Düşünüyor)… Bir tane asal çarpanı olacak.*

Rüzgar'ın son söylemi(44R) öncekilerle birlikte incelendiğinde daha önceden var olan bir bilgisini (asal çarpan) tanıdığı ve kullandığı söylenebilir. Ayrıca, bu yapılarını kullanmasıyla eş zamanlı olarak yeni bilgi yapısının bir parçasını daha oluşturmaya başladığı görülmektedir. Nitekim, 1'den 30'a kadar olan sayılardan en küçük bölmeyen olanları ve olmayanları belirlemesi istenen soruda yeni oluşturduğu yapısını net bir şekilde ifade etmiştir.

48R: Şimdi…. Şöyle yaparım ben…. (Sayfayı ikiye ayırıyor) ("olabilenler ve olmayanlar" yazıyor) ... Şunun için (En küçük bölemeyen olabilenleri yazacağı bölümü kastederek) özellikle fazla alan ayırdım.

49A: Neden?

50R: Onları da farklı kategorilere ayıracağım

51A: Nasıl?

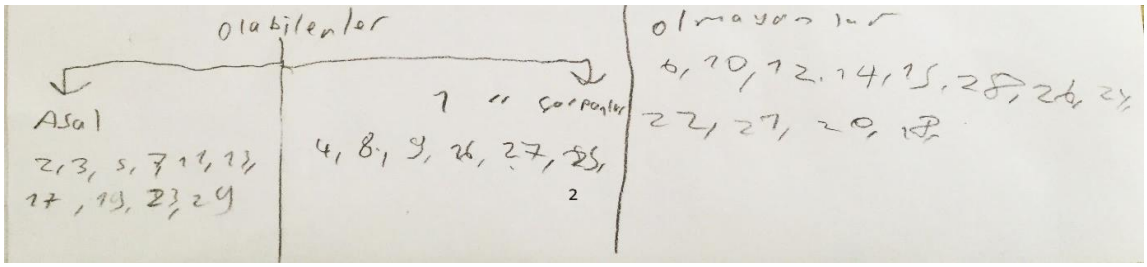
52R: (yazıyor)… Asallar ve 1 asal çarpanı olanlar (Sayıları yazmaya başlıyor)

53A: Nasıl yazacaksın?

54R: Sırayla(yazıyor)…. 8 olur… evet 2 çarpı 2 çarpı 2 ... 9 olur 3 çarpı 3 ... (Diğer sayıları yazıyor) o zaman ben hiç uğraşmayayım. Asal sayıların üslerini alayım…. İkinci üçüncü kuvvetlerini alayım… dördüncü kuvvet var mı? (Kendi kendine soruyor) … var 16, 25 (sayıları yazıyor) …

Rüzgâr, en küçük bölmeyen olabilen sayıların bir asal çarpanının olması gerektiği bilgisini oluşturduktan sonra, bu sayıları yazarken asal sayıların kuvvetlerini alabileceğini

ifade etmiş (54R) ve çözümünü doğru bir şekilde tamamlamıştır. Sayıları, şekil 7'deki gibi sınıflandırmıştır.



Şekil 7: Rüzgar'ın sınıflandırması

Görüşmenin bir sonraki aşamasında asal olmadığı halde en küçük bölmeyen olabilen sayıları belirlenmesi istendiğinde Rüzgar'ın hızlı ve doğru bir şekilde doğru çözümü yaptığı görülmüştür. Görüşmenin son soruları olan en küçük bölmeyeni 5 olan en küçük iki sayıyı belirleme ve en küçük bölmeyeni 4 olan iki basamaklı sayıları belirleme görevlerini de sorun yaşamadan tamamlamıştır. Dolayısıyla Rüzgar'ın en küçük bölmeyen olabilen ve olamayan sayıların özelliklerine ilişkin bilgisini oluşturduğu söylenebilir.

Rüzgar'ın birinci problemin ilk oturumunda sergilediği öz düzenleme stratejilerini inceleyelim. Problem çözüm sürecinin bütünü bakıldığında Rüzgar'ın, sorunun kendisi için önemli olduğunu düşündüğü bölümünü sesli okuduğu (örneğin;2R,16R), anahtar kelimeleri vurguladığı(26R,38R) ve problemi kendi sözcükleriyle yorumladığı (28R) görülmektedir. Bu davranışları bilişsel prova ve detaylandırma stratejilerini uyguladığına dair ipuçları olarak değerlendirilebilir. Şekil 7'de görülen sınıflandırma şemasını oluştururken (48R) bulduğu sonuçları daha net göstermeyi amaçlamış dolayısıyla bilişsel organizasyon stratejisi sergilemiştir. Üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejilerine yönelik olarak ise, çözümünü farklı bir yolla desteklediği ifadeleri (26R, 28R, 54R) dışında bir ipucu sunmamıştır.

Birinci problem ile ilgili yukarıda paylaşılan bölümlerin ardından bir hafta sonra yeniden bir görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmede, bir problem durumu üzerinden Rüzgar'ın oluşturmuş olduğu bilgileri kullanıp kullanmayacağı belirlenmek amaçlanmıştır. Daha önce de belirtildiği gibi problem, bir öğretmenin elindeki kalemleri öğrencileri arasında paylaştırmasına ilişkin farklı senaryolar içeren sorulardan oluşmaktadır. Bu sorulara verdiği

cevapları üzerinden en küçük bölmeyen ile ilgili oluşturduğu bilgileri pekiştirip pekiştirmediğine ilişkin ipuçları incelenmektedir.

Problemin ilk sorusunda, Gülten öğretmenin paylaştırma işlemini tek tek denerken ilk kez 7 öğrenci arasındaki paylaştırmanın başarısız olduğu durumdaki kalem sayısının kaç olabileceği sorulmuştur. Rüzgâr soruyu okuduktan sonra çözüm için bir fikir ileri sürmüş ve ardından sorunun en küçük bölmeyen kavramı ile ilgili olduğunu fark etmiştir. Görüşmenin ilgili bölümünü inceleyelim.

65A: *Problemi mümkün oldukça açıklayarak çözersen sevinirim.*

66R: *(soruyu sesli okuyor) … İlk kez 7 öğrenci arasında paylaştırınca başarısız oluyor deniyor… yani 7'nin katı olmayacak kalemler… Biz burada direkt 2,3,4,5,6'yı çarpsak cevabı bulamaz mıyız? (Kendi kendine soruyor). Olabilir bence.*

67A: *Kaç olmalı o halde.*

68R: *Aslında sizinle yaptığımız önceki çalışmayla da ilgili olabilir bu soru. Ne demiştik (Düşünüyor)… En küçük bölmeyen …*

69A: *Soru onunla mı ilgili?*

70R: *Evet, hatırlıyorum ben onu.*

Görüşmelerin birinci oturumunda Rüzgar'ın oluşturduğu yapının parçalarından birisi de en küçük bölmeyeni verilen sayıyı oluşturmak için izlediği ve asal çarpanları tespit edip çarparak ilerlediği algoritma bilgisiydi. Soruyu okuduktan hemen sonra tam olarak doğru olmasa da bu bilgisini tanıdığı görülmektedir (66R). Sorunun en küçük bölmeyen kavramı ile ilgili olduğunu ifade ettikten sonra tanıdığı bilgisini kullandığı ve girişte yaptığı yanlışlıkları düzelttiği görülmüştür.

71A: *Nasıl yaparsın o halde?*

72R: *(2,3,4,5,6 sayılarını kastederek) sayıları çarpsak çok büyük oluyor ama … 720. Çok büyük oluyor. Çarpmada mı hata yaptım acaba.*

73A: *Hangi sayıları çarpıyorsun?*

74R: *2,3,4,5,6.*

75A: *Tekrar çarp istersen.*

76R: *(Çarpıyor)… 720 evet. Ama büyük oldu bu sayı (Düşünüyor)… Aslında şimdi fark ettim. Aslında bunları çarpmaya gerek yok. Yani bunların en sade haliyle çarpmak lazım.*

77A: *En sade hali ne demek?*

78R: *Yani 2 ve 4'ü çarpmaya gerek yoktu aslında. 4'ü yazarsak zaten 2'de olmuş oluyor… (Hesaplıyor)… 60 oluyor.*

79A: *Hangi sayıları çarpmış oldun?*

80R: *4,3 ve 5 yeterli. Diğerleri zaten içinde oluyor.*

81A: *Hım. Peki. Emin misin? Daha küçük bir sayı olmaz mı?*

82R: *Yok, olamaz (Kendinden emin). Zaten tüm sayılar var 7'den önceki. En sade hallerini çarptım.*

Görüldüğü gibi Rüzgâr, tanıdığı bilgilerini kullanarak problemin ilk sorusuna cevap vermiştir. Bulduğu sayının, soruda istendiği gibi en küçük sayı olduğundan da emindir. Problemin ikinci sorusunda ise, bu paylaştırma işleminin ilk kez 12 öğrencisi arasında başarısız olup olamayacağı sorulmuştur. Rüzgâr bu soruda da doğru cevabı kendinden emin bir tavırla ifade etmiştir.

83A: *Peki. İstersen diğer soruya geçebilirim.*

84R: *Tamam… (soruyu okuyor) … Mümkün değildir. Sebebi şu; 12'ye bölünebilen her sayı mutlaka 3'e bölünür mesela. 4 ve 3 var yani. O yüzden imkânsız. İlk kez 12 öğrenci arasında yapılacak paylaşımda başarısız olması diyor, evet olmuyor*

85A: *Bu durumda 12 öğrenci arasında yapılacak paylaşımda ilk kez başarısızlık yaşamış olamaz diyorsun?*

86R: *evet, evet olamaz.*

Rüzgâr, ilk kez 12 öğrenci arasında paylaştırmanın başarısız olamayacağını ifade etmiştir. Cevabı incelendiğinde (84R) cevabını bölünebilme kuralları çerçevesinde ifade ettiği söylenebilir. 12 sayısının en küçük bölmeyen olamayacağına ilişkin bir ifadesi olmadığı için, bu bilgisini tanıyıp tanımadığı ile ilgili bir ipucu elde edildiği söylenemez. Bu noktada problemin üçüncü sorusuna vereceği cevap önemli olabilir. Kalem sayısının bilinmediği ve öğrenci sayının 50'den az olduğunun bilindiği bir durum için, öğretmen'in planını başarısızlıkla sonuçlandıracak öğrenci sayısı sayılarının neler olabileceği ile ilgili soruya Rüzgar'ın verdiği cevapları inceleyelim.

88R: *Bakalım (Soruyu okuyor) … Kalem sayısına x diyelim, öğrenci sayısına y diyelim (Düşünüyor) … Kalem sayısı bilinmiyor, öğrenci sayısı da 50'den az diyor. Deneme yanılma yapmaktan başka şansımız yok (Düşünüyor)… Ya da kısa bir yol bulmak lazım yani… Hım… Ne kalem sayısı verilmiş ne de öğrenci sayısı…*

89A: *Sadece öğrenci sayısının 50'den az olduğu biliniyor.*

90R: *(Düşünüyor)… Şimdi ben tahminimi söylüyorum, öğrenci sayısı kesinlikle tek sayı olamaz… O yüzden tek sayıları elemek lazım (Hesaplıyor)… 48'e kadar olabilir… 24 tane oluyor, 2,4,6,8 diye gidersek… Bence budur.*

91A: *Neden çift sayıları seçtin peki?*

92R: *Aklıma ilk bu geldi, yanlış olabilir ama*

93A: *Denemeler yapsan bulamaz mısın?*

94R: *Onun içine girersem çıkamam çünkü, kalem sayısı da belli değil, bulamayız.*

95A: *Sonuç olarak ne dersin?*

96R: *Çift sayılar olabilir derim sadece.*

Rüzgar'ın, önce soruda geçen ifadeleri x ve y gibi bilinmeyenlerle dönüştürdüğü ardından çözümün deneme yanılma yolu ile bulunabileceğini ifade ettiği görülmektedir (88R). Dolayısıyla çözüm için zihninde net bir yol oluşmamıştır. Nitekim, cevabını, öğrenci sayısının çift sayıda olması gerektiği tahminine dayandırmış ve bu tahmini test edecek bir deneme gerçekleştirmemiştir (90R). Her ne kadar oturumun başlangıcında problemin en küçük bölmeyen ile ilgili olduğunu ifade etse de üçüncü soruda bu bilgisini tanımadığı görülmektedir. Dolayısıyla Rüzgar'ın, en küçük bölmeyen olabilen sayıların özelliği ile ilgili olarak birinci oturumda oluşturmuş olduğu yapısını pekiştiremediği söylenebilir.

İkinci oturum boyunca Rüzgar'ın hangi öz düzenleme stratejilerini sergilediğiyle alakalı ipuçlarını inceleyelim. Problemleri okuduktan sonra anahtar kelimeleri vurguladığı (66R, 88R) ve çözüme ilişkin fikrini ve planlarını açıkladığı söylemlerinden (66R, 76R,88R, 90R) hareketle bilişsel prova ve detaylandırma stratejilerini sergilediği söylenebilir. Problemin birinci ve ikinci soruları için metni tekrar okuduğu, çözüm adımlarını düzenlediği (78R, 80R) ve cevabını kontrol ettiği görülmektedir (84R). Bu davranışları ise söz konusu soruların çözüm sürecinde üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izlemeyi gerçekleştirdiğine yönelik kanıtlar sunmaktadır. Fakat problemin üçüncü sorusunu çözerken ortaya attığı tahminine yönelik bir düzenleme gerçekleştirmediği dahası bulduğu sonucun makul olup olmadığını kontrol

etmediği görülmektedir (90R, 94R). Dolayısıyla yanlış sonuçlara ulaştığı üçüncü soruyu çözme sürecinde, üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejilerine ilişkin bir davranış kodlanamamıştır.

4.1.4. Can'ın Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular

Can, kendi öğrenmesine ilişkin güdüsel strateji bildirimi yüksek düzeyde olan bir öğrencidir. Aşağıda, Can'ın birinci oturumun ilk bölümünde yer alan ve verilen sayıları tam bölmeyen en küçük sayıyı bulmasının istendiği soruya ait görüşmedeki ifadelerin bir bölümü yer almaktadır. Can birinci oturumun ilk sorusunu okuduktan sonra, problemi kendi cümleleriyle ifade ederek verilen sayıları bölmeyen en küçük sayıları tespit etmiştir. Kararını nasıl verdiği sorusu üzerine bölünebilme kurallarını gerekçe göstermiştir. Görüşmenin ilgili bölümünü inceleyelim.

A: Araştırmacı C: Can

4C: *Tam bölmüyor ve en küçük pozitif tam sayı olacak…mesela 10 için düşünürsek 3 olur… 15 için 2 olur… 36 için 5…120 için 7'dir ve … 240 için de 4 olur.*

5A: *Bu sayılara nasıl karar verdin?*

6C: *Deniyorum sayıları. Mesela 10 kaça bölünür kaça bölünmez diye*

7A: *120 için nasıl karar verdin mesela?*

8C: *Hım…çift olduğu için 2'ye bölünür, 1 2 daha 3(rakamlarını topluyor), 3'e de bölünür, 4'e de bölünür, sonu 0 olduğu için 5'e de bölünür…6'ya bölersek 20 çıkar, bölünür. Ama 7'ye tam bölünmüyor, o nedenle 7 olur.*

Can'ın söylemlerinden anlaşılacağı üzere (8C), bölünebilme ile ilgili önceki bilgilerini tanıdığı söylenebilir. Her ne kadar bölünebilme kurallarına dayandırsa da görüşmenin devam eden bölümlerinde sorularda isteneni zihninden rastgele sayılar belirleyerek ulaşmayı tercih ettiği görülmektedir. Bunun yanında, deneyerek bulduğu sayılar dışında sayılar olup olamayacağı ile ilgili yöneltilen sorular üzerine bölünebilme kurallarını uyguladığı söylenebilir. 6 sayısının en küçük bölen olup olamayacağını düşündüğü soruda yaptığı açıklamaları inceleyelim.

16C: *(soruyu okuyor) 6, 7, 9 ve 10 sayıları bir sayının en küçük bölmeyeni olabilir mi? … 6 olamaz (kendinden emin)*

17A: *Neden?*

18C: *… Denedim, Zaten en küçüklerinden başlarsak 2 olmaz 12 zaten olmaz 17 asal…. Denedim kolay sayıları… olmaz.*

19A: *Denemeye devam etsen bulamaz mısın? Yani nasıl emin olabiliriz?*

20C: *(Düşünüyor)… Bence ondan önce başka sayılar olur, çünkü zaten 6'ya bölünmesi için 2 ve 3'e de bölünmesi lazım, o yüzden onlardan birine bölünmüyor demek ki o nedenle 6 olmaz.*

Can'ın, cevabını gerekçelendirmesi istenen durumlarda tanıdığı bilgisini kullanmayı tercih ettiği görülmektedir (20C). Bunun yanında, tanıdığı bilgileri kullanırken de sık sık çözümüyle ilgili fikrini değiştirdiği görülmektedir. 9 sayısının en küçük bölmeyen olup olmayacağını düşündüğü bölümü inceleyelim.

25A: *Peki, 9 için ne dersin?*

26C*: …(Düşünüyor) olmaz.*

27A: *Neden?*

28C: *Düşündüm ama olmuyor, rastgele sayılar denedim…*

29A: *6 olamaz demiştin ya mesela. Onda gösterdiğin gibi bir neden gösterebilir misin?*

30C: *(Düşünüyor) … 3 diyeceğim ama 3 oluyor … oluyor*

31A: *9 ilk bölmeyen olabilir mi yani?*

32C: *1,2,3,4,5,6,7,8 hepsini çarparsak…. 9'a bölünür*

33A: *yani? Olabilir mi? Olamaz mı?*

34C: *Olamaz.*

Can'ın soruların çözümüne yönelik tek bir strateji kullandığı söylenemez. Örneğin; 9'un en küçük bölmeyen olamayacağını ifade ettiği söylemlerinin (26C, 28C) çözümde belirli deneme dışında bir yöntem kullanmadığı izlenimi yaratmaktadır. Cevabının nedeni sorulduğunda ise 9'dan önceki tüm sayıları, çarpan özelliklerini düşünmeksizin çarparak yanlış bir cevaba ulaşmıştır. Burada Can'ın önceden oluşturmuş olduğu bazı bilgileri yanlış kullandığı görülmektedir. Bir sonraki soruda 10'un en küçük bölmeyen olamayacağını, çarpanları arasında 2 ve 5 olmasına dayandırmıştır. Bunun üzerine benzer bir gerekçenin 9 sayısı için gösterilip gösterilemeyeceği sorulmuştur. Can'ın soruya yaklaşımını inceleyelim.

36C: *10'a bir bakalım… Olamaz bence. Çünkü 2 ve 5 var. 6'daki gibi, 10'dan önce bu ikisinden birine bölünmemesi lazım.*

37A: *Peki, o zaman 9 için de böyle bir neden gösteremez misin?*

38C: *9'da 3 diyeceğim(düşünüyor) … 2 kere 3, 6 oluyor ve 9'a bölünmüyor (sayılar yazıyor)… o zaman olur.*

39A: *Çarpma mı yaptın?*

40C: *Evet çarparak gittim (2 ve 3 yazıyor) bir 2 daha eklersek (çarpmayı kastediyor) 4 olur (en başa bir 2 daha yazıyor) 5'i de eklerim (çarpmayı kastediyor), 6 zaten var (2 ve 3 çarpanlarından dolayı), 7 de olsun (7 yazıyor), 8… bir tane 2 daha eklerim (En başa 2 yazıyor), tamam.*

41A: *Çarpmanın sonucu için, en küçük bölmeyeni 9'dur diyebilir miyiz?*

42C: *Evet. Çünkü 9'dan önceki tüm sayılara bölünebiliyor ama 9'a bölünmüyor…*

Görüldüğü üzere Can, 9 sayısı için aslında daha önce bir ipucu yakalamasına rağmen (30C) kullanmadığı yapısını bu kez kendisinden gerekçe istendiğinde kullanmaya başlamıştır (40C). Bunun üzerine Can'a en küçük bölmeyen olabilen sayıların özelliklerinin nelere olabileceği sorulduğunda, incelediği son sayı olan 9 sayısı ve fikrinden emin olduğu gözlenen 6 sayısı üzerinden açıklamaya çalışmıştır.

43A: *Peki. O halde istersen diğer soruya bakalım. Sence bir sayının en küçük bölmeyeni olabilen sayıların ortak özellikleri var mıdır?*

44C: *…(Düşünüyor) Çarpanlarının olmaması lazım*

45A: *Ne demek istiyorsun?*

46C: *Bir tanesi kare mesela 9, bir kare ama 6 değil, 6 iki tane sayının çarpımı. 9 bir tane sayının (kendisiyle) çarpımı, aynı sayının…*

47A: *Bunu başka şekilde nasıl ifade edebilirsin?*

48C: *(Düşünüyor)… Bilmiyorum…Böyle ifade edebilirim.*

Can'ın söylemlerinden anlaşılacağı üzere çözüm için net bir düşünceye sahip olmadığı görülmektedir. Bunun bir diğer göstergesi de 1'den 30'a kadar olan sayılardan en küçük bölmeyen olan ve olmayan sayıları tespit etmesi istendiğinde ortaya çıkmıştır.

74C: *12 olmaz, 13 olur, 14 olmaz, 15 olmaz, 16 olmaz, 17 olur, 18 olur… (diğer sayıları yazıyor)*

75A: *Sayıları gruplandırırken nasıl bir yol izledin?*

76C: *…Yani aslında zihnimden denedim, olur mu olmaz mı diye. Asalların bazıları olabiliyor. Ama diğerleri için bir şey diyemem… Onları deneyerek düşünmek gerekiyor*

9 sayısı için uyguladığı stratejiden (40C) faydalanarak çözüme ulaşmaya çalışan Can, tekrar fikir değiştirerek bir sayının en küçük bölmeyen olup olmayacağını belirlemek için deneme yapmanın gerekli olduğunu ifade etmiştir. Denemeleri sonucunda, sayıların bir kısmını en küçük bölmeyen olup olmama özelliğine göre yanlış sınıflandırdığı düşünüldüğünde Can'ın yeni bilgi yapısını uyumsuz elemanlı bir kısmi yapıda (incompatible element PaCC) oluşturduğu söylenebilir.

Can'ın problemi çözme sürecini yönetirken sergilediği öz düzenleme davranışları nelerdir? Bunları ele alalım. Can'ın sürekli fikir değiştirmesine neden olabilecek ipuçlarına bakıldığında, birkaç adım önce yaptığı işlemlere veya cevaplara geri dönerek kontrol etmediği görülmektedir. Cevap aradığı sorulara alternatif çözüm yolları üretmektense çözümlerini çoğunlukla bir sistematiğe dayanmayan denemelere göre yapmaya çalışmıştır. Dolayısıyla Can, üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejilerini sergilediğine dair kayda değer bir ipucu sunmamıştır. Genellikle tahmine dayalı olarak çözüme ilişkin fikirlerini sunması (44C, 76C) ve problemin ifade ettiği durumu kendi kelimeleri ile açıklaması (4C) bilişsel detaylandırma stratejisi sergilediğine dair temel bazı ipuçları sunsa da doğru sonuçlara ulaşamamıştır.

4.1.2.Burcu'nun Matematiksel Soyutlama Süreci ve Öz Düzenleme Davranışlarına İlişkin Bulgular

Burcu, kendi öğrenmesine ilişkin güdüsel strateji bildirimi düşük düzeyde olan bir öğrencidir. Aşağıda, Burcu'nun birinci problemin ilk bölümünde yer alan ve verilen sayıları tam bölmeyen en küçük sayıyı bulmasının istendiği soruya ait görüşmedeki ifadelerin bir bölümü yer almaktadır.

A: Araştırmacı B: Burcu

1A: *Haydi başlayalım istersen.*

2B: *(Soruyu okuyor) Aşağıdaki sayıları tam bölmeyen en küçük pozitif tam sayıları belirleyiniz … En küçük pozitif tam sayılar…yani pozitif dediği için 1 olabilir. 1, 10'u tam bölmüyor.*

3A: *Hım hım*

4B: *Bi saniye…bölebilir... Hı, o zaman 3'tür.*

5A: *Soruyu anladın mı?*

6B: *Evet, evet. Tersini düşündüm sanırım.*

7A: *Peki diğer sayılar için ne dersin?*

8B: *15 için 2'dir. Bu da (36 için) 5'dir, 120'nin 7 dir, Bu da (210 için) 8...hayır 4'tür.*

9A: *Nasıl karar veriyorsun?*

10B: *Yani 1,2,3, diye denedim.*

Probleme ait görüşmenin yukarıdaki bölümü incelendiğinde, Burcu'nun çözümüne bir hata ile başladığı görülmektedir. Daha sonra hatasını fark eden Burcu, çözümüne doğru bir şekilde devam etmiştir. Verilen sayıları tam bölmeyen en küçük tam sayıları tespit ederken denemeler yaptığını ifade eden Burcu'nun problemin devamına ilişkin ifadelerini inceleyelim.

17A: *Peki. O zaman diğer soruya bakalım istersen.*

18B: *(soruyu okuyor) 6, 7, 9 ve 10 sayıları bir sayının en küçük bölmeyeni olabilir mi? … Hım... 6 bir sayının en küçük bölmeyeni olabilir mi?... Bilmiyorum…belki de…şimdi 1'e bölünmesi gerekiyor, 2'ye bölünmesi gerekiyor, 3'e bölünmesi gerekiyor ama 2 ve 3'e bölünürse 6'ya da bölünmesi gerekiyor, o zaman 6 olamaz.*

19A: *Peki, 7 olabilir mi?*

20B: *Şimdi, yine aynı şekilde… 2'ye bölünmesi gerekiyor sayının, 3'e bölünmesi gerekiyor, 4'e bölünmesi gerekiyor, 5'e ve 6'ya bölünmesi gerekiyor. O zaman 7 (bir sayının en küçük bölmeyeni) olabilir.*

21A: *Bir örnek verir misin? Hangi sayının en küçük bölmeyeni olabilir?*

22B: *Mesela (düşünüyor) … (yazıyor) 2 çarpı 3 çarpı… tekrar 2 yapabiliriz bence çünkü 2 çarpı 2, 4, sonra çarpı 5, 6 var zaten… (çarpıyor). 60.*

23A: *60'ın en küçük bölmeyeni 7 midir yani?*

24B: *Evet. (Kendinden emin).*

Burcu, 6'nın bir sayının en küçük bölmeyeni olup olamayacağı sorusuna daha önceden oluşturduğu anlaşılan" 6 ile bölünebilmesi için 2 ve 3'e bölünmesi gerekir" şeklinde ifade ettiği bilgisini tanıyarak cevap vermektedir (18B). 7'nin bir sayının en küçük bölmeyeni olup olamayacağı sorusuna ise 7'den önceki tüm sayıları kontrol ederek cevap verdiği ve çözüm ile ilgili bir strateji geliştirmeye başladığı görülebilir (20B). Bu stratejisini, en küçük bölmeyeni 7 olan bir sayı belirlemesi istendiğinde bu sayıyı, 2'den başlayarak 7'ye kadar olan tüm sayıları oluşturacak şekilde asal sayıları çarpma yoluyla oluşturarak uygulamıştır. Mevcut matematiksel yapılarını, problemin çözümü için uyguladığı düşünüldüğünde Burcu'nun kullanma eylemi sürecinde olduğu söylenebilir. Görüşmenin devamında Burcu'dan 9 sayısı için aynı soruyu cevaplandırması istenmiştir.

25A: Peki, 9 için ne dersin?

26B: Şimdi (Düşünüyor)… 6'nın içinde de 3 çarpanı var, 3 zaten 6'dan önce geldiği için 3 çarpı 3, 9'u sağladığı için, dolayısıyla 9 olamaz bir sayının en küçük bölmeyeni, bence.

27A: Anlamadım sanırım. Tekrar söyler misin?

28B: Mesela, bulacağımız sayının 9'dan önceki tüm rakamlara bölünmesi gerekiyor…şimdi (yazıyor) 3'e de bölünmesi gerekiyor, 6'ya da bölünmesi gerekiyor ama 6 zaten 2 çarpı 3 demek. Bir de 3 var … iki tane 3 olduğu için 9 eder … Yani 9'a bölünür bu sayı.

29A: 3'ü çarpan olarak neden yazdın?

30B: Ama 3 var.

31A: Şunun için soruyorum. 7 için yaparken 2 çarpı 2 'den 4 var demiştin? 4'ü yazmamıştın. Orada mı hata yaptın acaba?

32B: Hım (7 için yaptığı işlemleri gözden geçiriyor) … Aslında doğru 4'ü tekrar yazmaya gerek yok.

33A: Aynısı 9 için yapılamaz mı?

34B: (yazıyor) 2 dedik, 3 dedik, tekrar 2, 4 oldu, 5, 6 (zaten) vardı, 7(yazıyor), 8 için bir daha 2 gerekiyor. Bu kadar.

35A: O halde bu sayıları çarparsak elde edeceğimiz sayının en küçük bölmeyeni 9 olur mu?

36B: Olur.

37A: Tekrar bakacak mısın?

38B: Bakalım… (kontrol ediyor) evet olur.

39A: Az önceki hatan ne olabilir?

40B: En küçüğü düşünmemem olabilir. Aslında 6'da 3 zaten vardı, onu göremedim.

Burcu'nun 7 sayısı için yaptığı denemelerden hareketle kullanmaya başladığı stratejisini 9'un bir sayının en küçük bölmeyeni olup olamayacağına ilişkin soruda kullanırken hata yaptığı görülmektedir (28B). Fakat daha sonra hatasını fark ederek gerekli düzeltmeleri yapmıştır. Bununla birlikte Burcu aynı soru 10 için sorulduğunda, hatasız ve kendinden emin bir çözüm yapmıştır.

41A: *Peki. 10 (en küçük bölmeyen) olabilir mi?*

42B: *10 olamaz (kendinden emin). Çünkü 2 ve 5, o ikisine de bölünmesi gerekiyor sayının, bu da o sayının 10'a bölünmesini gerektiriyor, yani 10 olamaz. Bundan eminim.*

6 sayının iki asal çarpanının olmasının bu sayının en küçük bölmeyen olmasına engel olan bir özellik olduğunu fark eden Burcu, aynı bakış açısıyla 10 için de cevabını gerekçelendirmiştir (42B). Bu noktada Burcu'nun en küçük bölmeyen sayıların özellikleri ile ilgili geliştirdiği bu görüşün, (eğer oluşturabilecekse) oluşturacağı yapının parçalarından biri olduğu söylenebilir. Görüşmenin takip eden bölümünde, o ana kadar yaptığı çözümlerden hareketle en küçük bölmeyen olabilen sayıların ortak özelliklerinin neler olabileceği sorulmuştur.

43A: *Peki. Bu kadar örnek senin için yeterli olur mu bilmiyorum ama, bir sayının en küçük bölmeyen olabilmesi için sence hangi özelliklere sahip olması gerekir?*

44B: *Aslında onu düşünüyordum. 9 olmasaydı, şey derdim…Kendinden önceki sayılar …o sayıyı bölebiliyorken, 9 bölemez derdim. Ama burada 9 yaptığımızda mesela…6 bölüyor ve 3 de bölüyor ama 6'yı tekrar yazmadık. Bu zaten 9'un en küçük bölmeyen olmasını sağladı. O yüzden benim aklımdaki bu tanım uçtu.*

Burcu'nun 44B numaralı söylemi incelendiğinde, 9 sayısının, bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek nitelikte bir sayı olmasının, yeni oluşturacağı yapı için engel teşkil ettiği söylenebilir. Burcu'nun en küçük bölmeyen olamayan sayıların özelliğine dair bilgisini oluşturmasına rağmen, en küçük bölmeyen olabilen sayıların özelliğini fark etmesini

zorlaştıran durum ne olabilir? Bu soru, Burcu'nun görüşmede sergilediği öz düzenleme stratejileri ile birlikte tartışma bölümünde tekrar ele alınacaktır.

Görüşmenin takip eden bölümünde, Burcu'dan 1'den 30'a kadar olan sayılardan en küçük bölmeyen olabilen ve olamayan sayıları tespit etmesi istenmiştir.

45A: *Anladım. Teorin çürüdü yani. 1'den 30'a kadar sayıları denersen (Bir sonraki soru) belki ortak bir özellik bulabilirsin. Denemek ister misin?*

46B: *Tamam ilk buna bakalım*

47A: *İstersen (en küçük bölmeyen) olanlar ve olmayanlar diye ayırabilirsin.*

48B: *Tamam … (çizgi çekiyor). 1 olamaz, 2 olabilir mi? Olabilir, 3 mesela, 3 olabilir mi? Olabilir. 3 de 4'ün en küçük bölmeyenidir. 4 olabilir mi?... 5'in en küçük bölmeyenidir, hayır hayır, 5'in en küçük bölmeyeni 2'dir. (Düşünüyor) …*

49A: *4 için düşünüyorsun sanırım*

50B: *4 olabilir.*

51A: *Hangi sayının?*

52B: *Hım… şu mantığı devreye sokalım (İlk soruyu gösteriyor) 2,3 o zaman 6. 6'nın en küçük bölmeyeni olabilir. 5 olabilir mi? 2,3, ve 4.2 çarpı 3 çarpı 2 yaparsak mesela, 12'nin en küçük bölmeyeni olabilir. O zaman 5 de olabilir. 6 olamaz demiştik, 7 olabilir demiştik. 8 olabilir mi? Mesela 2.3.2.5.7 ..8'di zaten 8 olabilir. 9 olabilir dedik. 10 olamaz. 11 olabilir mi? (Kendi kendine soruyor) Olabilir. 12 olabilir mi? 12 olamaz, çünkü 3 ve 4. 13 olabilir… Zaten bütün asal sayılar olabilir mi? Olabilir bence, ama asal sayı olmasına gerek de yok. Mesela 4 asal say değil, 8 değil, 9 değil …*

Burcu, sayıları en küçük bölmeyen olup olmamalarına göre gruplandırırken başlangıçta zihninden belirlediği sayılar üzerinden denemeler yapmıştır (48B). Bir süre sonra, problemin başında uyguladığı stratejisini tekrar kullanarak istenilen sayıya ulaşabileceği asal sayıları çarpma yolunu tercih etmiştir (52B). Bulduğu sonuçlardan hareketle, asal sayıların en küçük bölmeyen olabileceğine karar vermiş fakat oluşturduğu bu yapı, 4,8,9 gibi sayılar için belirsizlik yaşamasına neden olmuştur. Oluşturma çoğu zaman merak, belirsizlik, şaşkınlık gibi bir ihtiyaçtan kaynaklanmaktadır. Burada yaşadığı belirsizlik durumu Burcu'nun bir yeni bir oluşturmaya ihtiyaç duymasına neden olmuş olabilir. Burcu'nun problemi çözme süreci şöyle devam etmiştir.

53A: *Belki onların da bir ortak özelliği vardır.*

54B: *Hepsini yazıp bakacağım. 14 olamaz 2 ve 7'de. 15 olamaz 3 ve 5'ten… 16'da olamaz… Bir yazayım (çarpanları yazıyor) 16 için 4 tane 2 çarpanı gerekiyor ama burada 3 tane var, yani 16 olabilir. 17 de olabilir. Yani, kendisinden önceki sayıların çarpanlarıyla kendisini elde edemediğimiz sayılar olması gerekiyor. Onun için asal sayıların hepsi olabilir demiştim. Mesela 18 olabilir mi? 18'i 2 ve 9 ile elde edebiliriz. O zaman olamaz. 19 zaten olabilir. 20, hayır olamaz, elde edebiliyoruz çünkü. 21, 7 ve 3'ten olamaz. 22, 11 ve 2'de olamaz. 23 olamaz. 24 de 4 ve 6 var, olamaz. 25 olabilir mi? Hım (düşünüyor)… 25 olabilir mi?... Ben onu denemek istiyorum. (Çarpanları yazıyor) (14'e kadar hızla geliyor). 15 oluyor, 16 için bir 2 daha, 17 gerekiyor, 18 elde ediyoruz…(yazıyor) 24'ü elde ediyoruz… o zaman 25 olabilir. 26 olamaz,13 ve 2 var çünkü… 27 olabilir mi? 3 tane 3 yok yani 27 olabilir. 28 olabilir mi? Olamaz. 29 zaten asal, 30 olamaz.*

55A: *O halde bir ortak özellik elde edebildin mi?*

56B: *Yani… kendisinin çarpanları… Şöyle, Kendisini, kendisinden önceki sayıların çarpanlarını kullanarak elde edemediğimiz sayılardır.*

Burcu sayıları gruplandırmaya devam ederken o ana kadar tespit ettiği sayılar üzerinden bir ortak özellik ifade etmiştir. Yukarıda altı çizili olarak verilen ifade ile Burcu, verilen bir sayının en küçük bölmeyeni olan sayıyı tespit ederken kullandığı, asal sayıları çarparak elde etme stratejisini kastetmektedir (Örneğin; 2.3.2.5 işleminin sonucu olan sayının en küçük bölmeyeninin 7 olması). İfade Burcu'nun probleme ilişkin bir yapı oluşturduğuna ilişkin bir ipucu gibi görünse de görüşmenin devamında bu sayıların farklı özelliklerini dikkate almıştır.

57A: *Peki, Bundan sonra sana bir sayı söylense, o sayının en küçük bölmeyen olup olmadığını anlar mısın?*

58B: *Evet.*

59A: *Peki, o zaman diğer soruya bir bakalım.*

60B: *(soruyu okuyor) 1'den 100' kadar olan doğal sayılardan, asal sayı olmadığı halde, bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek sayıları belirleyiniz. Hım… Asal sayı olmadığı halde… mesela 4 demiştim… 8 olabiliyor, 9 olabiliyor… olabiliyordu değil*

mi? (Önceki çözümlerini inceliyor) 16 olabiliyor, 25 olabiliyor, 27 olabiliyor (Düşünüyor) …

61A: *Neden durdun?*

62B: *32 olabiliyor, Bu mesela (4'ü gösteriyor) 2 üzeri 2, 8 de 2 üzeri 3….4 ,5… Bu da (9 için) 3 üzeri 3. 3 üzeri 4, 81 de olabilir. Başka olabilir mi?... Ben mesela diğerlerine bakmadım. Bu da 5'in mesela, 5'in bir sonraki kuvveti 125, o 100'ü geçiyor… 6'nın mesela 36 var...*

63A: *36 bir sayının en küçük bölmeyeni olabilir mi?*

64B: *Olabilir (kendinden emin). Çünkü onun öncesinde 6'yı iki kez yazmamız gerekmemişti. Onun öncesinde 6'yı başka sayılarla çarptığımız için vardı. Onun için 36 da olabilir. (Sayıları düşünmeye devam ediyor) … O zaman 49 da olabilir, 7'nin ikinci kuvveti, 100 de olabilir, 10'un ikinci kuvveti. Bu kadar. Ben bu kadar buldum.*

65A: *Peki, kontrol etmek ister misin?*

66B: *Ben bu kadar buldum.*

67A: *Anladım. Mesela 36 hangi sayının en küçük bölmeyeni olabilir?*

68B: *Hım (düşünüyor)…İşlemi uzun ama şöyle… çarpanları yazarken 6'yı iki kez yazmıyoruz. O nedenle 36 oluşmuyor yani. Bu yüzden işlem yapsam da o sayı 36'ya bölünmeyecek.*

Burcu, 4,8,9,16 gibi sayılar üzerinden, asal sayı olmayan en küçük bölmeyen sayıların, herhangi bir sayının kuvveti olacağını düşünerek yanlış bir yapı oluşturmuştur. Dahası, daha önceki bölümlerde doğru bir şekilde uyguladığı stratejisini, 36 sayısı için düşünürken yanlış bir şekilde uygulayarak kuvveti alınacak sayının asal sayı olması gerektiğini görememiştir. Araştırmacının, 36'nın hangi sayının en küçük bölmeyeni olacağını sorduğu sorusuna da 6 sayısını iki kez yazmadığını söyleyerek yanlış bir çözüm sunmuştur (68B). Bu ipuçlarından hareketle Burcu'nun problemi çözme sürecinde tanıdığı bilgilerini yanlış kullandığı dolayısıyla doğru olmayan bir bilgi yapısı oluşturduğu söylenebilir.

Şimdi de Burcu'nun problem çözme sürecinde sergilediği öz düzenleme stratejileri inceleyelim. Burcu'nun problemin başında soruyu okuduktan hemen sonra yanlış bir çözümle sürece başladığı görülmektedir (2B). Soruları genellikle içinden okuduğu, soruyla alakalı herhangi bir bilgiyi vurgulamadığı veya not almadığı göz ününde bulundurulduğunda bilişsel prova stratejisi sergilediğine dair bir ipucu olmadığı söylenebilir. Bilişsel detaylandırma stratejisi açısından incelendiğinde ise problemin çözümünde yapacaklarına ilişkin planlarını

zaman zaman açıklamış olduğu görülmektedir (20B, 52B, 54B). Burcu'nun problemi çözme sürecinde en az ipucu sergilediği stratejiler; üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejileri olmuştur. Nitekim, 62B ve 64B söylemleri incelendiğinde, birkaç adım önce doğru bir şekilde kullandığı bilgilerini burada yanlış uyguladığı görülmektedir. Görüşmenin bazı bölümlerinde yaptığı hataları araştırmacının soruları üzerine fark ettiği de düşünüldüğünde (3A, 31A, 39A) Burcu'nun problem çözme sürecini üstbilişsel olarak düzenlediğine veya izlediğine dair ipucu olabilecek bir davranış gözlenemediği söylenebilir.

Bir hafta aradan sonra gerçekleştirilen ikinci oturumda, bir öğretmenin elindeki kalemleri öğrencileri arasında paylaştırmasına ilişkin farklı senaryolara dayalı bir problem sunulmuştur. Burcu'nun, önceki oturumda yanlış oluşturduğu yapısını kullanmaya devam ettiği görülmüştür. Her ne kadar yanlış oluşturulan bilginin sonraki etkinliklerde yeniden düzenlenmesi mümkün olabilse de Burcu bu düzenlemeyi gerçekleştirmediği için söz konusu oturum incelemenin dışında tutulmuştur.

4.2. Problem Çözme Oturumlarından Elde Edilen Bulgulara Genel Bir Bakış

Bu bölümde "farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri arasındaki farklılıklar nelerdir?" ve "farklı düzeyde güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme davranışları nelerdir?" şeklinde ifade edilen alt problemlere cevap aranmıştır. Bu amaçla güdüsel stratejileri yönüyle farklı düzeylerde olan matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçleri ve bu süreçlerde sergiledikleri stratejik davranışları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar özetlenmiştir.

Problem çözme etkinlikleri iki oturumda gerçekleştirilmiştir. İlk oturumda öğrencilerden

a) Verilen bir sayının en küçük pozitif bölmeyenini bulmalarını
b) Verilen bir sayısın herhangi pozitif bir tam sayının en küçük bölmeyeni olup olmadığını belirlemelerini
c) En küçük bölmeyen olan ve olmayan sayıların ortak özelliklerini belirlemelerini

d) En küçük bölmeyeni verilen sayıları belirlemelerini gerektiren yedi soru ile bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

İkinci oturumunda ise öğrencilerin, (eğer oluşturma gerçekleştiyse) ilk oturumda oluşturduğu yapıları, bir problem durumu üzerinden tanıma ve kullanma şekillerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Güdüsel strateji düzeyleri bakımından farklı olan matematikte potansiyel üstün yetenekli beş öğrencinin, yukarıda sözü edilen her iki problem çözme oturumu sürecinde sergiledikleri öz düzenleme stratejileri kodlama planına göre incelenmiştir. Öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde ve bu süreçlerde sergiledikleri stratejik davranışları arasında birtakım farklılıklar belirlenmiştir.

Güdüsel stratejisi yüksek düzeyde olan öğrenciler (Nil ve Ela) birinci problem çözme oturumunda ulaşılması öngörülen bilgi yapısını oluşturmuştur. Ayrıca bu öğrencilerin oluşturdukları yeni bilgi yapılarını ikinci oturum problemlerinde pekiştirdiklerine yönelik kanıtlar gözlenmiştir.

Güdüsel strateji bildirimi orta düzeyde olan öğrencilerden biri olan Rüzgâr, birinci problem çözme sonunda öngörülen bilgi yapısını oluştururken diğer öğrenci olan Can'ın uyumsuz elemanlı bir kısmi yapı oluşturduğu gözlenmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin ikinci problem çözme oturumlarında yeni bilgi yapılarını pekiştirdiklerine kanıt niteliğinde davranış veya söylem gözlenmemiştir.

Düşük düzeyde güdüsel stratejiye sahip Burcu'nun ise birinci problem çözme oturumunda matematiksel olarak yanlış bir bilgi yapısı oluşturduğu gözlenmiştir. Ayrıca Burcu'nun ikinci problem çözme oturumunda, yanlış oluşturduğu bu bilgi yapısını kullanmaya devam ettiği görülmüştür.

Matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin tamamı, problemi çözmeleri için gereken doğru bilgileri *tanımıştır*. Öğrenciler arasında dikkate değer ilk farkın *kullanma* eyleminin gerçekleşme biçiminde ortaya çıkmaya başladığı gözlenmiştir. Tüm öğrenciler çözüm için geçerli olabilecek nitelikte bir matematiksel strateji uygulamış olsa da güdüsel stratejileri yüksek düzeyde olan öğrencilerin, seçtikleri matematiksel stratejileri uygulamada

daha kontrollü olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin, sürecin başından sonuna kadar öz düzenleme stratejilerini kullandıklarına dair ipucu niteliğinde davranışlar sergilediği gözlenmiştir.

Doğru bilgiyi *oluşturan* üstün yetenekli öğrencilerin görüşme metinleri öz düzenleme stratejileri açısından kodlandığında, bilişsel prova ve bilişsel detaylandırma stratejisi kullandıklarına dair söylemler dikkat çekmekte, ayrıca üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejileri kullandıklarına kanıt olabilecek söylem ve davranışlarda bulundukları görülmektedir. Doğru bilgiyi oluşturamayan öğrencilerin ise bilişsel prova ve detaylandırma stratejilerini kullanmalarına rağmen üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejilerini kullandıklarına dair oldukça sınırlı kodlamalar gerçekleştirildiği görülmektedir.

Örnek olay çalışması kapsamında gerçekleştirilen etkinliklerden diğeri de doğru bilgi oluşturan öğrencilerin *pekiştirme* süreçlerinin incelenmesidir. Bu kapsamda doğru bilgi oluşturan dört öğrencinin yeni oluşturdukları bu bilgileri pekiştirip pekiştirmediğine ilişkin davranışları RBC+C modelinin; dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalık karakteristikleri yönüyle ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin bu süreçteki söylemleri, kodlama planındaki öz düzenleme stratejileri perspektifinde incelenmiştir. Pekiştirme eylemini gerçekleştiren öğrencilerin özellikle bu sürecin başında bilişsel strateji kullanımlarının ön planda olduğu görülmektedir. Üstbilişsel düzenleme ve izleme stratejilerinin niteliği bakımından birtakım farklılıklar olduğu görülmüştür. Üstbilişsel düzenleme stratejisi çerçevesinde incelendiğinde, pekiştirme eylemini gerçekleştiren öğrencilerin ilk oturumda oluşturdukları bilgileri dikkate alarak ve attıkları adımları bu yeni bilgileri doğrultusunda gözden geçirerek ilerledikleri görülmüştür. Üstbilişsel izleme stratejisine ilişkin davranışlarının gözlenmesi sonucunda ise öğrencilerin çözüme ilişkin farklı çözüm yollarını, cevaplarını kontrol etmekten çok araştırmacıya gerekçe sunmak amacıyla uyguladıkları görülmüştür.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu başlık altında araştırmanın problem ve alt problemlerine yönelik elde edilen bulgular ve yapılan yorumlamalar tartışılmaktadır. Bu kapsamda öncelikle, matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri stratejik davranışlara ilişkin bulgular ele alınmıştır. Takip eden başlık altında, öğrencilerin sergiledikleri stratejik davranışlarının, bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerindeki epistemik eylemlerin gerçekleşmesi yönünden ilişkili olduğu noktalar üzerinde durulmaktadır. Son olarak araştırma sürecinde elde edilen sonuçlara dayanarak gelecek araştırmalar için önerilerde bulunulmaktadır.

5.1.1.Matematikte Potansiyel Üstün Yetenekli Öğrencilerin Sergiledikleri Stratejik Davranışlara Yönelik Bulgulara İlişkin Tartışma

Araştırmanın katılımcısı olan matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde ve bu süreçlerde sergiledikleri öz düzenleme stratejilerinde sahip oldukları güdüsel stratejilerine göre farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Bu başlık altında, matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme davranışlarına yönelik bulgular ve yorumlar tartışılmaktadır.

Öz düzenlemeli öğrenme teorileri, öğrencilerin öğrenme ortamlarında süreci ve kendi performanslarını yönetebilmesi için sahip olması veya geliştirmesi gereken özellikleri açıklamaya çalışan geniş bir çerçevedir. Öz düzenlemeli öğrenmeye ilişkin ortaya atılan modeller, bilişsel, üstbilişsel, motivasyonel ve içeriksel faktörlerin her birinin öğrenme sürecini nasıl etkilediğini modellemeye çalışmaktadır (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000; Winne ve Perry, 2000). Bu araştırmada matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri öz düzenleme davranışları sosyal bilişsel bir bakış açısı ile ele alınmıştır.

Daha önce de belirtildiği gibi öz düzenleme, öğrencilerin öğrenmeleri ile ilgili hedefler belirlediği ve biliş, motivasyon ve davranışlarını bu hedefe ulaşmak amacıyla izlediği, düzenlediği ve kontrol ettiği aktif ve yapıcı bir süreçtir (Pintrich, 2000). Bu tanımdan hareketle öz düzenlemenin, öğrencilerin etkili bir öğrenme gerçekleştirebilmesi için kritik bir rolü olduğu söylenebilir. Öyle ki Zimmerman (2000), öğrencilerin öğrenme ortamlarındaki etkililiğinin öz düzenleme stratejilerini kullanmalarına ve bu süreçlerin etkililiği hakkındaki inançlarına bağlı olduğunu öne sürmektedir.

Öğrencilerin öğrenme süreçlerinde öz düzenleme stratejileri kullanımlarının ölçülmesi öz düzenleme literatürünün merkezi konularından birisidir. Winne ve Perry (2000), öz düzenlemeli öğrenmenin yetenek ve vaka (event) özelliklerinin olduğunu ve ölçümlerin bu çerçevelerde gerçekleştirildiğini belirtmektedir. Öz düzenlemeli öğrenme bir yetenek olarak ölçüldüğünde bilgi, genellikle öz raporlama ölçekleri gibi ölçümler üzerinden elde edilmektedir. Öz düzenleme bir vaka (event) olarak ölçüldüğünde ise sesli düşünme protokolleri ve performans gözlemlerinde olduğu gibi hareket halindeki bir aktivitenin durdurularak incelenmesi söz konusudur. Araştırmanın örnek olay çalışması katılımcılarını oluşturan öğrencilerin belirlenmesinde, öz düzenleme bir yetenek olarak ölçülmüştür. Bu kapsamda öğrencilere uygulanan ölçeğin bir öz raporlama ölçeği olması nedeniyle ana bilgi kaynağı, öğrencinin maddelere verdiği cevaplardır. Dolayısıyla ölçekten elde edilen sonuçların, öğrencilerin kendi öz düzenleme stratejilerine veya diğer bir adıyla öğrenmede güdüsüel stratejilerine ilişkin algıları (veya öz bildirimleri) olduğu söylenebilir (Panadero ve diğer., 2016).

Matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin kendi öğrenmelerine ilişkin güdüsel strateji bildirimleri "öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeği" ile belirlenmiştir. Bununla birlikte bazı araştırmalarda (örn. Zimmerman ve Martinez-Pons, 1990; Chan, 1996; Dresel ve Haugwitz, 2005) matematikte üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme stratejilerini kendi öğrenme durumlarında kullanıp kullanmadıklarına ilişkin öz bildirimleri ile bu stratejileri fiili kullanımları arasında karmaşık ve kısmen tutarsız bir yapı olduğu belirtilmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin öz bildirimleri ile matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri fiili durum arasında paralellik olduğu söylenebilir. Nitekim güdüsel strateji bildirimi yüksek olan öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinde bilişsel ve üstbilişsel strateji sergilediklerine kanıt niteliğinde davranış ve söylemler kodlanmıştır. Öte yandan güdüsel strateji bildirimi orta ve düşük düzeyde olan

öğrencilerin, yüksek düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilere göre özellikle üstbilişsel strateji kullanımları noktasında daha sınırlı davranış sergilediği görülmüştür.

Yüksek düzeyde güdüsel stratejilere sahip öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri, stratejik davranışları çerçevesinde incelendiğinde, bu öğrencilerin bilişsel ve üstbilişsel strateji kullanımlarının belirgin olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin, problemlerde verilen bilgilerden ilgili ve ilgisiz olanları ayırdığı, problemleri kendi sözleriyle yorumladığı ve problemin çözümüne ilişkin fikir ve planlar öne sürdüğü tespit edilmiştir. Ayrıca gerektiğinde çözüm adımlarını kontrol edip düzenledikleri, gerçekleştirdiği işlem ve/veya çözümleri sık sık gözden geçirdiği, bulduğu sonuçların makul olup olmadığını kontrol ettikleri ve farklı çözüm yolları üzerinden sonuçları kontrol ettikleri dolayısıyla çözüm süreçlerini izleyerek ilerledikleri görülmüştür. Orta düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin süreçleri incelendiğinde özellikle üstbilişsel strateji kullanımlarının oldukça sınırlı olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin, problemleri kendi cümleleriyle yorumlayarak çözüme ilişkin birtakım planlamalar yaptıkları görülse de çözüm süreçlerini izlediklerine yönelik kayda değer davranış veya söylemler sergilemedikleri tespit edilmiştir. Düşük düzeyde strateji bildirimine sahip öğrencinin ise bilişsel strateji kullanımına ilişkin oldukça sınırlı davranış gösterdiği görülmüş, çözüm sürecini izlediğine dair ise davranış veya söylem gözlemlenmemiştir.

Öğrencilerin süreç boyunca sergiledikleri stratejik davranışlar arasında en belirgin farklılık üstbilişsel strateji kullanımları noktasında olduğu görülmüştür. Matematiksel problem çözme sürecinde stratejik davranışların etkileşimini inceleyen bazı araştırmalarda üstbilişsel stratejilerin kritik rolüne vurgu yapıldığı görülmektedir. Örneğin Swanson (1992), üstbiliş ve problem çözme arasındaki sistemin verimli olmasının, matematiksel aktivite ile ilgili tüm süreçlerin verimli olmasına neden olacağını belirtmektedir. Yimer ve Ellerton (2006) ise problem çözmede bilişsel süreçlere etki eden üstbilişsel davranışların varlığına dair göstergeleri tanımladıkları çalışmalarında, üstbilişsel izleme olmadan, öğrencilerin problemin çözümü için uygun olan yolu seçebilme ve zarif bir matematiksel çözüme ulaşma olasılıklarının oldukça düşük olduğunu ifade etmişlerdir. Bu görüşler, mevcut araştırmanın farklı güdüsel stratejilere sahip öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri stratejik davranışlara ilişkin bulguları ile paralellik göstermektedir.

Tüm öğrenciler çözüm için geçerli olabilecek nitelikte bir matematiksel strateji uygulamış olsa da güdüsel strateji düzeyi yüksek olan öğrencilerin, problemi analiz ederek

çözüm yolları geliştirmede, seçtikleri matematiksel stratejileri uygulamada, çözüm süreçlerini sık sık gözden geçirip kontrol etmede ve ulaştıkları sonuçları alternatif yollarla desteklemede daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Bu tespiti, Burcu ve Ela'nın olayları çerçevesinde tekrar ele alalım. Her iki öğrenci de 1'den 30'a kadar olan sayılardan en küçük bölmeyen olabilen sayıları bulmaları beklenen problem (B1) için doğru çözümler yapmıştı. Ayrıca iki öğrencinin de bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek sayıların ortak özellikleri ile ilgili görüş geliştirmeye başladığı tespit edilmişti. Öyle ki, Burcu bu görüşünü "kendisini, kendisinden önceki sayıların çarpanlarını kullanarak elde edemediğimiz sayılardır" şeklinde ifade ederken Ela, "Asal sayılar ve çarpanı asal olan sayılar" şeklinde ifade etmişti. 1'den 100'e kadar olan doğal sayılardan, asal olmadığı halde bir sayının en küçük bölmeyeni olabilecek sayıları belirlemelerinin istendiği problemde (B2) Burcu, ulaştığı genellemeden hareket ederek 4,8,9 ve 16 sayıların en küçük bölemeyen özelliği taşıdığını tespit etmiş ve sadece bu örneklerden hareketle herhangi bir sayının kuvveti şekilde yazılabilen sayıların en küçük bölmeyen olabileceğini ifade ederek yanlış sonuca ulaşmıştı. Burcu, çözüm adımlarını kontrol etmemiş, cevabını gözden geçirme ihtiyacı hissetmemiş ve ulaştığı sonucun makul olup olmadığını irdelememişti. Dolayısıyla görüşme metinleri kodlandığında üstbilişsel strateji kullandığına dair bir davranış sergilemediği görülmüştü. Diğer taraftan Ela'nın bulguları incelendiğinde aslında problem çözümünün başından itibaren geliştirmeye başladığı görüşünü ifade etmekte temkinli davrandığı, geliştirdiği görüşünü test etmek için denemeler yaptığı ve verdiği cevapların makul olup olmadığını kontrol ederek farklı çözüm yolları ile destekleyerek doğru sonuçlara ulaştığı görülmüştü. Dolayısıyla Ela'nın görüşme metinleri stratejik davranışları yönüyle incelendiğinde üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejilerini sergilediği görülmüştür. Sonuç olarak problem çözme sürecindeki yaklaşımları arasındaki bu farklılıklar göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin üstbilişsel strateji kullanımlarının bilişsel strateji kullanımlarını organize ederek doğru bilgi yapısına ulaşmalarında kritik öneme sahip olduğu söylenebilir.

Buraya kadar yapılan tartışmada, araştırmanın katılımcıları olan matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin stratejik davranışları, öz düzenlemeli öğrenme perspektifinde ele alınmıştır. Matematikte üstün yeteneklilik literatürünün, öğrencilerin matematiksel aktivitelerde öz düzenleme stratejilerinin araştırıldığı çalışmaların önemli bir bölümünde bu öğrencilerin diğer öğrencilerle veya üstün yeteneklilik derecesine göre kendi içinde karşılaştırmaların yapıldığı göze çarpmaktadır. Örneğin, Zimmerman ve Martinez-Pons (1990), akademik olarak yetenekli bir okula devam eden öğrencilerle normal okullardan gelen

öğrencilerle yaptıkları çalışmalarında iki grup arasındaki öz düzenleme stratejileri kullanımları açısından farklılığın zayıf olduğunu belirlemişlerdir. Diğer taraftan Montague ve Applegate'nin (1993), üstün yetenekli, ortalama başarılı ve öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerini bilişsel ve üstbilişsel açılardan inceledikleri çalışmalarında üstün yetenekli öğrencilerin, öğrenme güçlüğü ve ortalama başarı gösteren öğrencilere göre daha fazla strateji kullandıkları tespit edilmiştir. Üstün yetenekli öğrencileri stratejik davranışları ile ilgili çalışmaların bu heterojen doğası (Dresel ve Haugwitz, 2005) ve mevcut araştırmanın bulguları göz önüne alındığında, üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme stratejileri kullanımlarında bireysel farklılıklar olabileceği görülmektedir.

5.1.2.Matematikte Potansiyel Üstün Yetenekli Öğrencilerin Soyutlama Süreçlerine Yönelik Bulgulara İlişkin Tartışma

Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri RBC+C modeli aracılığıyla gözlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin söz konusu süreçlerde sergiledikleri davranışlar öz düzenleme stratejileri yönüyle kodlanmıştır. Bu bölümde, RBC+C modelinin bilgi oluşturma ve pekiştirme ile ilgili yönleri, öz düzenleme stratejileri perspektifinde tekrar ele alınmaktadır. Bununla birlikte, öz düzenleme stratejileri ve RBC+C modelinin matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerinin gerçekleşmesi yönünden ilişkili olduğu noktalar üzerinde durulmaktadır.

Araştırma kapsamında soyutlama süreçleri incelenen öğrencilerin kendi öğrenmelerine ilişkin güdüsel strateji algılarında farklılıklar olduğu görülmektedir. Farklı güdüsel strateji bildirimlerine sahip bu öğrencilerin öz düzenleme stratejileri, matematiksel soyutlama süreçlerinde vaka yönüyle incelenmiş ve bu stratejileri kullanmaları yönüyle de farklılıklar olduğu belirlenmiştir. Bu farklılıkları öz düzenleme stratejileri ve RBC+C modelinin epistemik eylemleri perspektifinde ele alalım.

Bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde öğrencilerin öz düzenleme davranışlarının incelendiği stratejilerden biri olan *bilişsel öğrenme stratejileri*, üzerinde çalışılan görev ile ilgili önemli bilgilerin dikkate alınmasını, fikirlerin açıklanmasını ve mevcut bilgilerle ilişkisinin kurulmasını gerektiren bir strateji olarak karşımıza çıkmaktadır (Pintirch ve De

Groot, 1990; Pintrich, 1999). Winne ve Perry'ye göre (2000), önceki görevlerden edinilen temsiller ve uzun süreli hafızadan alınan bilgiler bu stratejinin ana kaynağıdır.

Yeni matematiksel bilgiyi oluşturma süreçlerinde, bilişsel strateji kullanımı yüksek olan öğrenciler, problemlerde verilenler üzerinden mevcut bilgi yapıları ile bağlantılar kurmuş, bu ilişkiyi problemin çözümüne yönelik kullanma konusunda planlar yaparak ilerlemiştir. Daha önce ifade edildiği gibi tanıma eylemi, öğrencinin önceki bilgi yapısı ile yeni durum veya problemle ilişki kurmasını, kullanma eylemi ise tanınan bu yapıların bir strateji veya çözüm ileri sürerek kullanılmasını ifade etmektedir (Hershkowitz ve diğer,2001; Dreyfus ve diğer., 2015) RBC+C modelinin öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştiğine dair sunduğu bu tanımlamalar incelendiğinde, bilişsel öğrenme stratejilerinin varlığına ilişkin ipuçları dikkat çekmektedir. Nitekim araştırmanın bulguları öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerinde bilişsel strateji kullanımlarının ön planda olduğunu ortaya koymuştur. Örneğin; kendi öğrenmesine ilişkin bilişsel strateji bildirimi yüksek düzeyde olan Nil ile gerçekleştirilen ve en küçük bölmeyen sayıların özellikleri ile ilgili bilgisini oluşturduğu çalışmada, bilişsel prova stratejisi kullanarak, önceki yapılarından biri olduğu anlaşılan bölünebilme kuralları bilgisini dikkate almış ve problem durumu ile ilişkilendirmiştir. Dolayısıyla Nil'in önceki bilgi yapısını tanımasında bilişsel strateji kullanımı etkili olmuştur. Nil, tanıdığı bu bilgisinden hareketle bilişsel detaylandırma stratejisi kullanarak, verilen sayıların en küçük bölmeyen olup olamayacağını belirlemeye ilişkin fikrini ve planlarını paylaşmış, geliştirdiği matematiksel stratejileri doğru bir şekilde kullanmıştır. Bu durum, bilişsel stratejilere ilişkin davranışların tanıma ve kullanma süreçlerindeki önemine işaret etmektedir.

Bilişsel prova ve detaylandırma stratejileri yalnızca problem çözme sürecinin başında gözlenmemiştir. Güdüsel stratejileri yüksek olan öğrencilerin, tanıdıkları her yeni bilgiyle bu stratejileri kullandıkları dikkat çekmektedir. Örneğin Ela ile gerçekleştirilen ve 9 sayısının en küçük bölmeyen olup olmadığını araştırdığı bölümde "ortak kat" bilgisini tanımış ve çözüm sürecinin devamında bu bilgisini kullanacak nitelikte stratejiler geliştirerek sonuca ulaşmıştır.

Güdüsel strateji bildirimleri yönüyle farklı olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerindeki belirgin farklılıklardan biri kullanma eylemi sürecinde görülmüştür. Örneğin; Can ile gerçekleştirilen görüşmede, 9 sayısının en küçük bölmeyen olup olamayacağını belirlemeye çalışırken ilk olarak denemeler yapmasına rağmen bir süre sonra bölünebilme kuralları bilgisini tanıdığı ve çözüm için geçerli bir strateji geliştirdiği görülmüştü. Devam

eden bölümde verilen sayıları aynı stratejiyi uygulayarak tespit etmek yerine birtakım sınırlı denemeler yaparak bulmaya çalıştığı ve aslında geliştirmiş olduğu stratejiyi uygulamadığı dikkat çekmektedir. Var olan bilgi yapısını tanımasına rağmen belirgin bir planlama yapmadığı ve çözüm için net bir fikir ileri sürmediği düşünüldüğünde Can'ın bilişsel detaylandırma stratejisini sergilemediği söylenebilir. Dreyfus ve diğerlerine göre (2015), tanınan bir bilgi yapısının kullanma ve oluşturmayı gerektirip gerektirmemesi sadece göreve bağlı bir durum olmayıp öğrenci eylemlerinin dikey yeniden düzenlemeye yol açıp açmaması ile yakından ilgilidir. Bu noktadan hareketle, öğrencilerin bilişsel detaylandırma stratejisi kullanımlarının bilgi oluşturma sürecindeki tanıma ve kullanmalarına ilişkin eylem ve ifadelerinin inşa edici bir nitelik kazanmasına önemli bir katkısının olduğu söylenebilir.

Sonuç olarak, güdüsel stratejileri yüksek öğrencilerin bilişsel stratejileri kullanımının, tanıma ve kullanma süreçlerinde yoğun olduğu görülmüştür. Bu sonuç, öğrencilerin oluşturma sürecinde bilişsel strateji kullanımına ilişkin davranış sergilemediği anlamına gelmemektedir. Fakat yeni bilgi yapısının oluşturulduğuna dair ipucu davranışların gözlenmesi ile eş zamanlı olarak üstbilişsel stratejilere ilişkin davranışların da ortaya çıkmaya başladığı söylenebilir.

Öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili kuramsal çalışmalarda ve matematiksel problem çözme özelindeki araştırmalarda vurgulanan kritik süreçlerden birisi de bilişin düzenlenmesine ilişkin stratejilerdir. Üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme olarak ele alınan bu stratejiler kişinin öğrenmesinde öz düzenlemeye açılan kapı olarak görülmektedir (Winne, 1996). Bu stratejiler kısaca öğrencinin öğrenme ortamındaki davranış ve anlayışlarında, kendi hedef ve kriterlerini gözden geçirerek düzeltmeler yapmasını ifade etmektedir. Araştırmada, güdüsel strateji düzeyi yüksek olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde bu stratejileri daha fazla kullandığı görülmüştür. Bu öğrencilerin, probleme ilişkin matematiksel stratejilerini belirledikten sonra attıkları her adımı kontrol ettiği, buldukları çözümlerin önceki cevapları ile tutarlılığını irdelediği ve bu çözümlerini doğrulayacak alternatif yolları tespit edip uyguladığı görülmüştür. Örneğin; Ela ile gerçekleştirilen ve 1'den 30'a kadar olan sayılardan en küçük bölmeyen olanları ve olamayanları belirlenmesi istenen bölümde, üzerinde çalıştığı her sayı için daha önceki bölümlerde izlediği yolları kendisine sık sık hatırlatarak denemeler yaptığı, tespitlerinin makul olup olmadığını farklı yöntemler ile (örneğin, sayıların en küçük ortak katlarını bulması) test ettiği ve tespit ettikleri üzerinden bir genellemeye varmaya çalıştığı belirlenmişti. Buradan hareketle Ela'nın, yeni matematiksel bilgisini oluşturmaya başladığına ilişkin izlerle,

üstbilişsel düzenleme ve izleme stratejileri sergilediğine dair ipuçlarının iç içe gözlendiği söylenebilir.

Kendi öğrenmesine ilişkin güdüsel strateji bildirimi düşük olan Burcu'nun aynı problemdeki süreci incelendiğinde ise, çözüm için geçerli bir matematiksel strateji geliştirip doğru çözümler yapmasına rağmen en küçük bölmeyen olabilen sayıların; asal sayı veya bir doğal sayının kuvveti olan sayılar olduğunu ifade ederek uyumsuz elemanlı bir kısmi yapı (incompatible element PaCC) oluşturduğu görülmüştür. Burcu'nun, tespit ettiği uyumsuz sayıları (örneğin; 36 ve 100) önceki çözüm yöntemi doğrultusunda gözden geçirmediği, sonuçların makul olup olmadığını başka bir yöntemle test etmediği ve çözüm için attığı adımlarını kontrol etmediği düşünüldüğünde üstbilişsel düzenleme ve izleme stratejilerini sergilemediği söylenebilir. Ela ve Burcu'nun çözüm süreçlerine dair bu örnek durumdan ve araştırma kapsamındaki diğer öğrencilerden elde edilen bulgulardan hareketle, üstbilişsel düzenleme ve üstbilişsel izleme stratejilerinin öğrencilerin bilgi oluşturma sürecine önemli bir katkısının olduğu görülmektedir. Elbette öğrencilerin doğru bilgi oluşturmalarında sadece söz konusu stratejilerin varlığının etkili olduğu iddia edilemez. Fakat süreci başarıyla tamamlayan öğrencilerin davranışları incelendiğinde bu stratejileri kullanımlarının etkisinin göz ardı edilemeyeceği düşünülmektedir. Deyfus ve diğerlerine göre (2005), oluşturma eylemi gücünü, kendisini oluşturan yapı taşları olan tanıma ve kullanma eylemlerini birbirine bağlayan matematiksel bağlantılardan almaktadır. Bu noktadan hareketle bilgi oluşturmada tanınan ve kullanılan yapıların üstbilişsel olarak izlenerek düzenlenmesinin, söz konusu bağlantıların meydana gelmesine katkıda bulunduğu söylenebilir.

Öğrencilerin öz düzenleme stratejileri kullanımlarına ilişkin ipuçlarının tespit edildiği diğer bir bölüm de doğru matematiksel bilgiyi oluşturan öğrencilerin pekiştirme süreçleriydi. Bu süreçte kodlanan öğrenci söylemleri incelendiğinde bilişsel strateji kullanımlarına ilişkin belirgin ipuçları dikkat çekmektedir. Örneğin Nil, ikinci oturumda sunulan problemi okuduktan sonra, "*…daha önce yaptığımız gibi, yani bu sayının ilk bölmeyeni 7 olacak…"* ifadesini kullanarak, oluşturduğu bilgisine atıfta bulunmuş, problemi kendi sözleriyle (ilk bölmeyen) yorumlamış, çözüme ilişkin planını ifade etmiş ve soruyla alakalı pasif notlar almıştı. Bu ipuçları Nil'in bilişsel prova ve bilişsel detaylandırma stratejilerini sergilediğine ilişkin göstergelerdir.

Tsamir ve Deyfus'a göre (2005), pekiştirmeyi incelemenin ilk adımı, bir yapının ortaya çıkmasının ardından bu yapı ile alakalı tanıma ve kullanma eylemlerini gözlemlemektir. Pekiştirmeyi gerçekleştiren öğrencilerin problem çözme oturumlarına ilişkin bulgular incelendiğinde, yeni problem durumunda, önceki oturumda oluşturmuş oldukları bilgi yapılarını tanımaları ve kullanmaları sürecinde bilişsel strateji kullanımları dikkat çekmektedir. Bu durum birinci oturum problemleri için yapılan ve tanıma/kullanma eylemlerinin gerçekleşmesinde bilişsel stratejilerin aktif rolünün olduğu tespitini tespiti ile paralellik göstermektedir. Nitekim pekiştirmeyi gerçekleştirebilen öğrenciler, ikinci oturum probleminde yer alan senaryo durumlarında yeni oluşturmuş oldukları bilgi yapısı ile bağlantılar kurarak, bu bağlantılar doğrultusunda fikir ve planlar öne sürerek ve bu bilgiye açık şekilde atıfta bulunarak bilişsel strateji sergilediklerine ilişkin net ipuçları sunmuştur.

Pekiştirmenin incelenmesinde izlenen ikinci adım ise öğrencilerin yukarıda sözü edilen tanıma ve kullanma eylemlerinde sergiledikleri birtakım bilişsel/psikolojik özelliklerin ele alınması olmuştur. Dreyfus ve diğerlerinin (2015) ortaya koyduğu ve dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalık olarak sınıflandırılan bu karakteristiklerin oluşumunda öğrencilerin sergilediği bilişsel/üstbilişsel stratejilerin etkisi olduğu görülmüştür. Bu durumu bazı örnekler çerçevesinde ele alalım. Nil'in ikinci görüşme oturumunda problemi okuduktan sonra oluşturduğu yeni yapıya doğrudan erişim sergilemesi dahası bunu kendi oluşturduğu dil çerçevesinde ifade etmesi dikkat çekmektedir. Nil'in bu davranış ve söylemleri bilişsel detaylandırma stratejisi kullandığına dair kanıt sunduğu gibi oluşturmuş olduğu yapıya erişim şekli itibariyle *dolaysızık* karakterinin ve görevler arası bağlantıları zahmetsiz bir şekilde kurması yönüyle de *esneklik* karakteristiğinin varlığına işaret etmektedir. Benzer şekilde probleme yönelik çözümünü doğrulanması için deneme yapmaya dayanan bir yol olduğunu ifade etmesine rağmen oluşturduğu bilgi yapısını kullanmayı tercih etmesi, üstbilişsel strateji kullandığına dair bir ipucu sağlamakla birlikte, yapının kendisi için açık ve tartışılmaz bir hale geldiğini göstermesi açısından *açıklık* karakteristiğini ortaya koyduğunu göstermektedir. Nil, yeni bir yapı oluşturduğu ilk oturumda çözüm için attığı her adımı doğrulamaya çalışmıştı. İkinci oturumda ise kendinden emin ve sorunsuz bir şekilde kullandığı bilgi yapısını doğrulamaya gerek duymadı fakat kendisinden gerekçe istendiği durumlarda alternatif yolları rahat bir şekilde uygulayabildi. Burada sözü edilen durum, Nil'in *güven ve farkındalık* karakteristiklerini sergilediğini göstermekle birlikte pekiştirme süreci ile ilgili önceki çalışmalarda ortaya konulan başka birtakım sonuçlarla da tutarlıdır. Öyle ki Monaghan ve Özmantar (2006), öğrencilerin pekiştirmeden önce, düşüncelerini formüle etmek için somut

örneklere ihtiyaç duyduğunu ancak pekiştirmeden sonra iddiaları göstermek için örnekler kullandığını vurgulamıştır. Nil'in ikinci oturumda sergilediği üstbilişsel izleme davranışları, pekiştirme sürecinde bu stratejileri sadece çözümlerinin tutarlılığını kontrol etmek amacıyla değil, aynı zamanda iddialarına gerekçe oluşturmak amacıyla da kullandığı şeklinde yorumlanabilir.

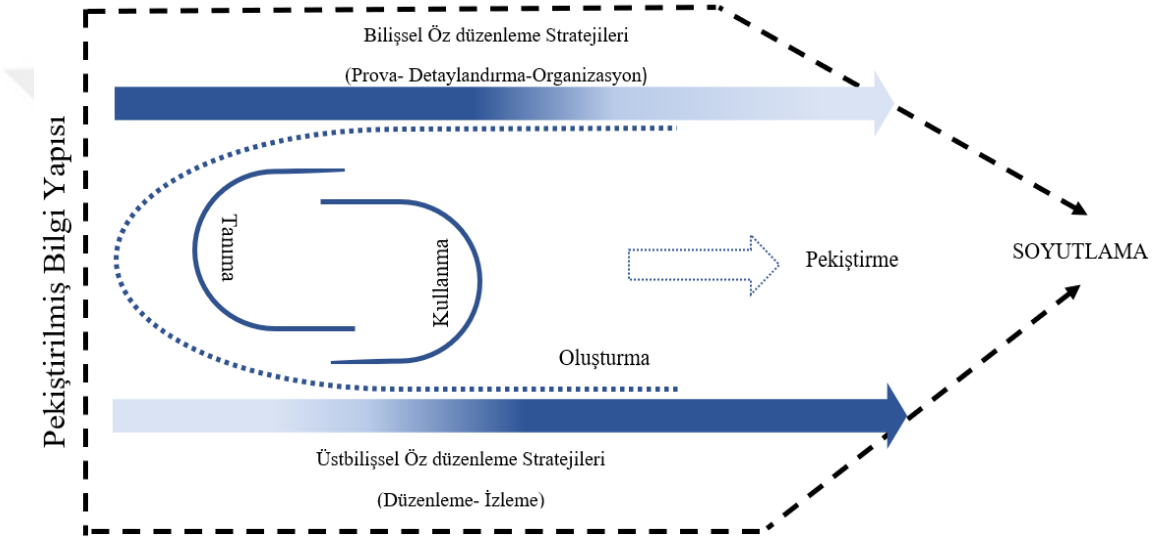
Sonuç olarak, Nil'in sürecin başından itibaren sergilediği stratejik davranışları, kendisi için yeni olan bilgi yapısını yeni bir problem durumunda tanıma ve kullanmasına ve bunları yaparken gösterdiği bilişsel/psikolojik özelliklerin meydana gelmesine katkıda bulunmuştur. Bu durum, Dreyfus ve Tsamir'in (2004), pekiştirme sürecinde öğrencinin yaşadığı karışıklıklara rağmen süreci doğru tamamlamasına yarayacak bilgileri kendine sürekli hatırlatmasının, farkındalığının, güveninin, esnekliğinin ve sonuçta ortaya çıkacak öz düzenlemesinin yüksekliğini teşkil edeceğini iddiasıyla paralellik göstermektedir.

Yukarıda Nil'in görüşme süreci için ifade edilen durumu Rüzgâr ile gerçekleştirilen ikinci problem çözme oturumu özelinde tekrar ele alalım. İlk oturumda en küçük bölmeyen kavramı ile ilgili bilgisini oluşturan Rüzgar'ın bu yeni yapısını yeni bir durumda uygulayamaması ile ilgili en önemli ipuçları, kalem paylaştırma probleminde; kalem sayısının bilinmediği ve öğrenci sayının 50'den az olduğunun bilindiği bir durum için öğretmenin planını başarısızlıkla sonuçlandıracak öğrenci sayılarını belirlemeye çalışırken elde edilmiştir. Rüzgâr her ne kadar oturumun başlangıcındaki ilk iki soruyu problemin en küçük bölmeyen ile ilgili olduğunu ifade ederek çözebilmiş olsa da son soruda bu bilgisini kullanamamıştı. Problemin çözümü için geçerli bir nedene dayalı olmayan bir tahmin yürüterek cevabın 50'den küçük çift tam sayılar olabileceğini söylemişti. Dahası, deneyerek bulmanın mümkün olmadığını belirterek bu tahminin makul olup olmadığının tespitine dönük bir düzenleme yapmamıştı. Bu saptamalara dayanarak Rüzgar'ın kırılgan olan bu yapısının yeni problem yapısında kullanışlı bir hale gelmediği söylenebilir. Üstbilişsel düzenleme ve izleme davranışlarının önceki aşamada edinilen bilgi veya düşünceyi yeniden kalibre ettiği görüşünden hareketle (Winne ve Hadwin, 1998), Rüzgar'ın bu aşamada söz konusu stratejileri uygulayamamasının yeni bilgi yapısını problemde manipüle edememesinde etkili olduğu düşünülmektedir.

Pekiştirme sürecine ilişkin bulgular bir bütün olarak ele alındığında, öğrencilerin bilişsel strateji kullanımları, oluşturdukları yeni bilgi yapısını yeni bir problem durumunda

tanımalarına ve kullanmalarına etki ederken, üstbilişsel strateji kullanımları tanıma ve kullanma eylemlerinde sergiledikleri bilişsel/psikolojik karakteristiklerin oluşumuna katkıda bulunduğu görülmektedir.

Sonuç olarak, öz düzenleme stratejileri temelinde ele alınan bilişsel ve üstbilişsel bileşenler ile bilgi yapısının oluşumu ve pekiştirilmesini belirlemede faydalanılan epistemik eylemlerin etkileşim içinde olduğu görülmüştür. Bu etkileşim aşağıdaki şekilde açıklanabilir.



Şekil 8: Öz Düzenleme Stratejileri ve Epistemik Eylemlerin Etkileşimi

Yukarıdaki şekilde öz düzenleme stratejilerinin bilgi oluşturma süreci ile olan etkileşimi açıklanmıştır. Bilişsel öz düzenleme stratejileri, üzerinde çalışılan görev ile ilgili mevcut bilgileri dikkate alınmasını (bilişsel prova), çözüme ilişkin fikir ve planlamaları oluşturarak cevapların üretilmeye başlanmasını (bilişsel detaylandırma) ve görevle ilişkin bilgilerin bir araya getirilmeye başlanmasını (Bilişsel organizasyon) gerektirdiğinden, sürecin bütününe etki etmekle birlikte özellikle tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleşmesine eşlik etmektedir. Şekilde bilişsel stratejilerin, bilginin oluşumu ve pekiştirilmesi süreçleri ile olan etkileşimini ifade eden okun renk değişimi, bu stratejilerin süreç içindeki gözlenme sıklığını temsil etmektedir. Üstbilişsel öz düzenleme stratejileri ise, süreç içinde göreve ilişkin edinilen/edinilmeye başlayan bilgilerin hedefler doğrultusunda gözden geçirilmesini (Üstbilişsel düzenleme) ve elde edilen sonuçların veya sürecin bütününün kalibre edilmesini (Üstbilişsel izleme) gerektirmektedir. Üstbilişsel stratejiler her ne kadar sürecin bütününde

gözlemlenebilir olsa da çözüme ilişkin matematiksel stratejilerin uygulanmaya başlanmasıyla birlikte varlığı netlik kazanmaktadır. Üstbilişsel stratejilerin süreç ile olan etkileşimini temsil eden oktaki renk değişimi gözlemlenme sıklığını temsil etmektedir. Şekilde gösterilen etkileşimler, araştırmada elde edilen veriler ışığında oluşturulmuştur.

Bu başlık altında şimdiye kadar yapılan tartışmada, matematikte potansiyel üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve soyutlama süreçlerinde sergiledikleri stratejik davranışlar ile RBC+C modelinin sunduğu epistemik eylemlerin etkileşimi ele alınmıştır. Matematikte üstün yeteneklilikle ilgili modellerin, tanımlamaların ve bu öğrencilerin özelliklerinin ele alındığı çalışmalar incelendiğinde soyutlamanın vurgulandığı görülmektedir. Öyle ki Sriraman (2003), matematikte üstün yetenekli öğrencileri diğer öğrencilerden ayıran özelliklerden biri olarak soyutlama ve genelleştirme becerisini işaret etmiştir. Benzer şekilde Greenes (1981), matematikte üstün yetenekli öğrencilerin iyi gelişmiş soyutlama yeteneklerine sahip olduğunu, sezgisel sıçramalar yapabildiğini ve yeni fikirlerin keşfinde risk alabildiklerini ifade etmiştir. Bu çalışmanın bulguları ifade edilen bu bakış açıları ile belirli bir noktada farklılık göstermektedir. Nitekim, araştırmanın katılımcısı olan tüm üstün yetenekli öğrencilerin daha önceki bilgi yapılarını tanımada başarı göstermelerine rağmen, yüksek düzeyde güdüsel stratejiye sahip olanların, bu bilgi yapılarını kullanarak yeni bilgi yapıları oluşturmada ve oluşturdukları yeni bilgi yapılarını pekiştirmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Bu noktadan hareketle, üzerinde anlaşılmış genel bir tanım olmadığı da düşünüldüğünde, matematikte üstün yetenekli öğrencileri matematiksel bir aktivitede ön plana çıkaran karakteristiklere mevcut araştırmanın sonuçlarına göre birtakım eklemeler yapılabilir: Matematikte üstün yetenekli öğrenciler, matematiksel düşünme ve öğrenme süreçlerinde gösterdikleri bilgi edinme ve işlemeye ilişkin becerilerinin ve matematiksel problem çözme süreçlerinde sergiledikleri etkililik ve yaratıcılık özelliklerinin yanında sözü edilen süreçleri yönetme ve izleme bakımından yüksek kapasiteye sahip bireylerdir.

Daha önce ifade edildiği gibi soyutlama kavramı, matematikte üstün yeteneklilik literatüründe özellikle genelleştirme becerisiyle çerçevesinde ele alınmıştır. Örneğin Krutetskii (1976), soyutlamayı, sayı, şekil ve ilişkilerden hareketle gerçekleştirilen bir genelleme becerisi olarak ele alıp, matematikte üstün yetenekli öğrencilere bulunması gereken bir özellik olarak tanımlamıştır. Araştırmanın bulguları güdüsel strateji düzeyine bakılmaksızın tüm öğrencilerin, verilen problem durumlarında genellemeye varma eğiliminde

olduklarını göstermiştir. Bununla birlikte, çözüm sürecinde özellikle üstbilişsel strateji sergileyen öğrencilerin doğru genellemelere ulaşmada daha başarılı oldukları görülmüştür.

5.2. Öneriler

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma ve soyutlama süreçlerinin incelendiği çalışmada gelecek araştırmalar ve matematikte üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi konularında bazı önerilerde bulunulabilir.

Bu araştırmada öğrencilerin öz düzenleme stratejileri bilişsel ve üstbilişsel boyutta ele alınmıştır. Öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılması ve araştırmacının çalışmadaki rolü nedeniyle kaynak yönetimi stratejileri dikkate alınmamıştır. Öğrencileri sınıf ortamında veya grup çalışması esnasında gözlemlemeye fırsat tanıyacak bir araştırma tasarımı ile söz konusu stratejinin gözlenmesi mümkün olabilir. Böyle bir araştırmanın öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerine etki edebilecek bir değişkenin daha ortaya konulmasına katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Araştırmada, yanlış veya eksik bilgi oluşturan öğrencilerin pekiştirme süreçleri ile ilgili incelemelere yer verilmemiştir. Doğru bilgi oluşturamayan öğrencilerin daha sonraki etkinliklerdeki bilişsel süreçleri ve bu süreçlerde ortaya koyacakları stratejik davranışları daha geniş bir araştırmanın konusu olabilir.

Çalışmada, farklı güdüsel strateji düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde sergiledikleri stratejik davranışlarda farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Benzer veya farklı bir grup üzerinde strateji eğitiminin soyutlama süreci üzerindeki etkilerinin ele alındığı çalışmalar gerçekleştirilebilir.

Pekiştirme süreci, RBC+C modelinin üzerinde tartışılan ve geliştirilmeye açık bileşenlerinden birisidir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin pekiştirme süreçleri, yeni bilgi yapılarını oluşturmalarını takip eden süreçte ele alınmıştır. Bununla birlikte pekiştirme süreci bitmeyen bir süreç olarak görülmektedir. Bu nedenle oluşturulan bilgi yapılarının daha uzun süreçlerde pekiştirilmesinin incelenerek konuyu boylamsal bakış açısıyla ele alan çalışmalar gerçekleştirilebilir.

KAYNAKÇA

Amit, M., & Neria, D. (2007). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, *40*(1), 111–129.

Arastaman, G., FİDAN, İ. Ö., & Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik: Kuramsal bir inceleme. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *15*(1), 37-75.

Artz, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and instruction*, *9*(2), 137-175.

Azevedo, R., Cromley, J. G., & Seibert, D. (2004). Does adaptive scaffolding facilitate students' ability to regulate their learning with hypermedia?. *Contemporary educational psychology*, *29*(3), 344-370.

Baxter, P., & Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report*, *13*(4), 544-559.Benis-Sinaceur, H. (2014). Facets and levels of mathematical abstraction. *Philosophia Scientiæ. Travaux d'histoire et de philosophie des sciences*, (18-1), 81-112.

Berg, B.L. (2001). Qualitative research methods for the social sciences. Boston: Ally and Bacon.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). *Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings*, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2: 119-126.

Boekaerts, M., & Corno, L. (2005). Self-Regulation in the Classroom: A Perspective on Assessment and Intervention. *Applied Psychology: An International Review*, *54*(2), 199-231.

Bouffard-Bouchard, T., Parent, S., & Lavirée, S. (1993). Self-regulation on a concept-formation task among average and gifted students. *Journal of Experimental Child Psychology, 56*(1), 115-134.

Budak, İ. (2007), *Matematikte Üstün Yetenekli Öğrencileri Belirlemede Bir Model.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Trabzon.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F., (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* Ankara: Pegem

Chamberlin, S. A. (2010). Mathematical problems that optimize learning for academically advanced students in grades K-6. *Journal of Advanced Academics*, *22*(1), 52-76.

Chan, L. K. S. (1996) Motivational orientations and metacognitive abilities of intellectually gifted students, *Gifted Child Quarterly, 40,* 184–193.

Cope, D.G. (2014). Methods and meanings: Credibility and trustworthiness of qualitative research. *Oncology Nursing Forum, 41*(1), 8991

De Corte, E., Depaepe, F., Op't Eynde, P., & Verschaffel, L. (2011). Students' Self-Regulation of Emotions in Mathematics: An Analysis of Meta-Emotional Knowledge and Skills. ZDM Mathematics Education, 43, 483-495.

De Corte, E., Verschaffel, L., & Op't Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 687–726). Academic Press.

Dermitzaki, I., Leondari, A., & Goudas, M. (2009). Relations between young students' strategic behaviours, domain-specific self-concept, and performance in a problem-solving situation. *Learning and instruction*, *19*(2), 144-157.

Dresel, M. & Haugwitz, M. (2005). The Relationship between cognitive abilities and self-regulated learning: Evidence for interactions with academic self-concept and gender. High Ability Studies, 17(2), 201–218.

Dreyfus T., Hershkowitz R., Schwarz B. (2015) The Nested Epistemic Actions Model for Abstraction in Context: Theory as Methodological Tool and Methodological Tool as Theory. In: Bikner-Ahsbahs A., Knipping C., Presmeg N. (eds) Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Advances in Mathematics Education. Springer, Dordrecht.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior, 23,* 271-300.

Efklides, A. (2019). Gifted students and self-regulated learning: The MASRL model and its implications for SRL. *High Ability Studies, 30,* 102 - 79.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Burch, M., Hamlett, C. L., Owen, R., & Schroeter, K. (2003). Enhancing third-grade student'mathematical problem solving with self-regulated learning strategies. *Journal of educational psychology*, *95*(2), 306.

Gagne, F. (1985). Giftedness and Talent: Reexamining a Reexamination of the Definitions. *Gifted Child Quarterly*, *29*(3), 103–112.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(3), 163–176.

Gelo, O., Braakmann, D., & Benetka, G. (2008). Quantitative and qualitative research: Beyond the debate. *Integrative psychological and behavioral science*, *42*(3), 266-290.

Gür, Ç. (2017). *Eğitimsel ve sosyal-duygusal bakış açılarıyla üstün yetenekli öğrenciler.* Ankara: Anı Yayıcılık.

Greene, J. A., & Azevedo, R. (2007). A theoretical review of Winne and Hadwin's model of self-regulated learning: New perspectives and directions. *Review of educational research*, *77*(3), 334-372.

Greenes, C. (1981). Identifying the Gifted Student in Mathematics. *The Arithmetic Teacher, 28*(6), 14-17.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education 32,* 195-222.

Hoffman, B., & Spatariu, A. (2008). The influence of self-efficacy and metacognitive prompting on math problem-solving efficiency. *Contemporary educational psychology*, *33*(4), 875-893.

Hong, E., & Aqui, Y. (2004). Cognitive and motivational characteristics of adolescents gifted in mathematics: Comparisons among students with different types of giftedness. *Gifted Child Quarterly*, *48*(3), 191–201.

Jacobse, A. E., & Harskamp, E. G. (2012). Towards efficient measurement of metacognition in mathematical problem solving. *Metacognition and Learning, 7*(2), 133–149.

Kaleli-Yılmaz, G. (2015). *Durum çalışması.* Mustafa Metin (Ed.). Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri. (s. 261 – 285). Ankara: Pegem

Kidron, I., & Monaghan, J. (2009). Commentary on the chapters on the construction of knowledge. In B. B. Schwarz, T. Dreyfus, & R. Hershkowitz (Eds.), *Transformation of knowledge through classroom interaction* (pp. 81–90). London: Routledge.

Kim, H., Cho, S., & Ahn, D. (2004). Development of Mathematical Creative Problem Solving Ability Test for Identification of the Gifted in Math. *Gifted Education International*, *18*(2), 164–174.

Kramarski, B., & Gutman, M. (2006). How can self- regulated learning be supported in mathematical E- learning environments?. *Journal of Computer Assisted Learning, 22*(1), 24-33.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press

Koç Koca, A., & Gürbüz, R. (2021). Problem solving strategies used by gifted secondary school students to solve math problems. *Bolu Abant İzzet Baysal University Journal of Faculty of Education, 21*(1), 348-359.

Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions. *The Mathematics Enthusiast, 8* (1&2), 167–188.

Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem-solving acts. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), Creativity in mathematics and the education of gifted students (pp. 115-127). Dordrecht, the Netherlands: Sense Publishers.

Leikin, R., Leikin, M., Paz-Baruch, N., Waisman, I., & Lev, M. (2017). On the four types of characteristics of super mathematically gifted students. *High Ability Studies*, *28*(1), 107-125.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1986). But is it rigorous? Trustworthiness and authenticity in naturalistic evaluation. *New directions for program evaluation*, *1986*(30), 73-84.

Lüftenegger, M., Kollmayer, M., Bergsmann, E., Jöstl, G., Spiel, C., & Schober, B. (2015). Mathematically gifted students and high achievement: The role of motivation and classroom structure. *High Ability Studies*, *26*(2), 227-243.

Malpass, J. R., O'Neil, H. F., & Hocevar Jr, D. (1999). Self- regulation, goal orientation, self-efficacy, worry, and high- stakes math achievement for mathematically gifted high school students. *Roeper Review*, *21*(4), 281-288.

Marcou, A. (2007). Coding strategic behaviour in mathematical problem solving In D. Küchemann (Ed.), Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27, 1, (pp. 54-59).

Marcou, A., & Lerman, S. (2006). Towards the development of a self-regulated mathematical problem solving model. In *th conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education*.

Marcou, A., & Philippou, G. (2005). Motivational beliefs, self-regulated learning and mathematical problem solving. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 297-304. Melbourne: PME.

Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional science*, *26*(1), 49-63.

Mertkan, Ş. (2015). *Karma araştırma tasarımı.* Ankara: Pegem Akademi.

Mitchelmore M.C., White P. (2012) *Abstraction in Mathematics Learning*. In: Seel N.M. (eds) Encyclopedia of the Sciences of Learning. Springer, Boston, MA.

Monaghan, J., & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, *62*(3), 233-258.

Montague, M., & Applegate, B. (1993). Middle school students' mathematical problem solving: An analysis of think-aloud protocols. *Learning Disability Quarterly*, *16*(1), 19–32.

Muis, K. R. (2008). Epistemic profiles and self-regulated learning: Examining relations in the context of mathematics problem solving. *Contemporary Educational Psychology*, *33*(2), 177-208.

Niederer, K., Irwin, R. C., Irwin, K.C. & Reilly, I. L. (2003). Identification of Mathematically Gifted Children in New Zealand. *High Ability Studies*, 14 (1), 71 - 84.

Nokelainen, P., Tirri, K., & Merenti-Välimäki, H. L. (2007). Investigating the influence of attribution styles on the development of mathematical talent. *Gifted Child Quarterly*, *51*(1), 64-81.

Öztelli Ünal, D. (2019). Non-Routine Problem Solving Processes of Turkish Mathematically Gifted Students [Unpublished master's thesis]. Boğaziçi University, Istanbul

Panadero, E. (2017). A review of self-regulated learning: Six models and four directions for research. *Frontiers in Psychology, 8*(422). doi:10.3389/fpsyg.2017.00422

Panadero, E., & Alonso Tapia, J. (2014). How do students self-regulate?: review of Zimmerman‟ s cyclical model of self-regulated learning. *Anales de psicologia*.

Panadero, E., Klug, J., & Järvelä, S. (2016). Third wave of measurement in the self-regulated learning field: When measurement and intervention come hand in hand. *Scandinavian Journal of Educational Research, 60*(6), 723–735.

Perels, F., Dignath, C., & Schmitz, B. (2009). Is it possible to improve mathematical achievement by means of self-regulation strategies? Evaluation of an intervention in regular math classes. *European Journal of Psychology of Education, 24*(1), 17-31.

Pintrich, P. R. (1999). The Role of Motivation in Promoting and Sustaining Self-Regulated Learning. *International Journal of Educational Research, 31*, 459-470.

Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In *Handbook of self-regulation* (pp. 451-502). Academic Press.

Pintrich, P., & Groot, E.D. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology, 82*, 33-40.

Pintrich, P. R., Smith, D. A. F., Garcia, T., & Mckeachie, W. J. (1993). Reliability and Predictive Validity of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (Mslq). *Educational and Psychological Measurement, 53*(3), 801–813.

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kontoyianni, K., & Kattou, M. (2011). A Model of Mathematical Giftedness: Integrating Natural, Creative, and Mathematical Abilities. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 11*, 39-54.

Puustinen, M., & Pulkkinen, L. (2001). Models of self-regulated learning: A review. *Scandinavian journal of educational research*, *45*(3), 269-286.

Ron, G., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2010). Partially correct constructs illuminate students' inconsistent answers. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(1), 65-87.

Rosenbloom, P.C. (1960). Teaching gifted children mathematics. In: E. Torrance (Ed.) *Talent and Education: present status and future directions: papers presented at the 1958 Institute on Gifted Children* (pp 351-370). Minneapolis: University of Minnesota.

Roth, A., Ogrin, S., & Schmitz, B. (2016). Assessing self-regulated learning in higher education: a systematic literature review of self-report instruments. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, *28*, 225-250.

Renzulli, J. (2005). The Three-Ring Conception of Giftedness: A Developmental Model for Promoting Creative Productivity. In R. Sternberg & J. Davidson (Eds.), *Conceptions of Giftedness* (pp. 246-279). Cambridge: Cambridge University Press.

Renzulli, J. S. (2011). What Makes Giftedness?: Reexamining a Definition. *Phi Delta Kappan*, *92*(8),

Risemberg, R., & Zimmerman, B. J. (1992). *Self- regulated learning in gifted students. Roeper Review, 15(2), 98–101.*

Sağlam, Y. (2015). Contextualizing Action for the Abstraction of Scientific Knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(6), 1621-1632.

Sternberg, R. J. (2000). Patterns of giftedness: A triarchic analysis. *Roeper Review*, *22*(4), 231-235.

Sternberg, R. J., & Kaufman, S. B. (2018). Theories and conceptions of giftedness. In *Handbook of giftedness in children* (pp. 29-47). Springer, Cham.

Sternberg, R. J., & Zhang, L. (1995). What Do We Mean by Giftedness? A Pentagonal Implicit Theory. *Gifted Child Quarterly*, *39*(2), 88–94.

Schoenfeld, A. H. (2007) What is mathematical proficiency and how can it be assessed? In Schoenfeld, A. (Ed.) *Assessing mathematical proficiency* (pp. 59-74) Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, *196*(2), 1-38.

Sheffield, L. (1994). The Development of Gifted and Talented Mathematics Students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards. Mathematics Research-Based Decision Making Series 9404.

Sheffield, L. J. (2000). Creating and developing promising young mathematicians. *Teaching children mathematics*, *6*(6), 416-426.

Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for information*, *22*(2), 63-75.

Singer, F. M., Sheffield, L. J., Freiman, V., & Brandl, M. (2016). Research on and activities for mathematically gifted students. In Research On and Activities For Mathematically Gifted Students (pp. 1-41). Springer International Publishing.

Sriraman, B. (2003). Mathematical Giftedness, Problem Solving, and the Ability to Formulate Generalizations: The Problem-Solving Experiences of Four Gifted Students. *Journal of Secondary Gifted Education*, *14*(3), 151–165.

Sriraman, B. (2005). Are Giftedness and Creativity Synonyms in Mathematics? *Journal of Secondary Gifted Education, 17*(1), 20–36.

Sungur, S., & Tekkaya, C. (2006). Effects of problem-based learning and traditional instruction on self-regulated learning. *The journal of educational research*, *99*(5), 307-320.

Swanson, H. L. (1992). The relationship between metacognition and problem solving in gifted children. *Roeper Review: A Journal on Gifted Education, 15*(1), 43 48.

Szabo, A. (2015, February). Mathematical problem-solving by high-achieving students: Interaction of mathematical abilities and the role of the mathematical memory. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1087-1093).

Şencan, H. (2005). Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Tabach, M., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2006). Constructing and consolidating of algebraic knowledge within dyadic processes: A case study. *Educational studies in mathematics*, *63*(3), 235-258.

Tzohar-Rozen, M., & Kramarski, B. (2013). How does an affective self-regulation program promote mathematical literacy in young students. *Hellenic Journal of Psychology, 10*(3), 211-234.

Threlfall, J., & Hargreaves, M. (2008). The problem- solving methods of mathematically gifted and older average- attaining students. *High ability studies*, *19*(1), 83-98.

Triquet, K., Peeters, J., & Lombaerts, K. (2017). Self-Regulated Learning Online: Empirical Foundations. *Promotion and Evaluation for Teacher Professional Development Contributing SRL Part of Deliverable D, 1*.

Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2005). How fragile is consolidated knowledge? Ben's comparisons of infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 15-38.

Usiskin, Z. (2000). The Development Into the Mathematically Talented. *Journal of Secondary Gifted Education*, *11*(3), 152–162.

Üredi, I. (2005). *Algılanan anne baba tutumlarının ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin öz düzenleyici öğrenme stratejileri ve motivasyonel inançları üzerindeki etkisi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, *1*(3), 279-305.

Van Tassel-Baska, J. (2005). Domain-specific giftedness: Applications in school and life. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* (pp. 358-376). Cambridge, England: Cambridge University Press

Veenman, M. V. (2011). Alternative assessment of strategy use with self-report instruments: A discussion. *Metacognition and learning*, *6*(2), 205-211.

Vilkomir, T., & O'Donoghue, J. (2009). Using components of mathematical ability for initial development and identification of mathematically promising students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *40*(2), 183-199.

Weinstein, C. E., Schulte, A. C. & Palmer, D. (1987). Learning and study strategies inventory (LASSI). *Clearwater, FL: H & H Publishing*.

Winne, P. H. (1996). A metacognitive view of individual differences in self-regulated learning. *Learning and Individual Differences*, *8*(4), 327–353.

Winne, P. H. (2017). Cognition and metacognition within self-regulated learning. In *Handbook of Self-Regulation of Learning and Performance* ed. Patricia A. Alexander , Dale H. Schunk and Jeffrey A. Greene (Eds.), (pp. 36–48). Abingdon: Routledge.

Winne, P. H., & Hadwin, A. F. (1998). Studying as self-regulated learning. In D. J. Hacker, J.Dunlosky, & A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 279-306). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Winne, P. H., & Perry, N. E. (2000). *Measuring self-regulated learning*. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (p. 531–566). Academic Press.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir.

Yazgan-Sağ, G (2012). *Üstün yetenekli ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel problem çözme durumlarındaki öz düzenleme davranışları.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yıldırım, A. ve Simsek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2006). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: An emerging model. *Identities, cultures, and learning spaces*, 575-582.

Yin, R.K. (2003). *Case Study Research: Design and Methods*. USA: Sage.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational Psychologist, 25*(1), 3–17.

Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In *Handbook of self-regulation* (pp. 13-39). Academic Press.

Zimmerman, B., & Kitsantas, A. (2007). Reliability and validity of self-efficacy for learning form (SELF) scores of college students. *Zeitschrift für Psychologie/Journal of Psychology, 215*(3), 157-163.

Zimmerman, B. J., & Martinez-Pons, M. (1986). Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. *American Educational Research Journal, 23,* 614-628.

Zimmerman, B. J., & Martinez-Pons, M. (1990). Student differences in self-regulated learning: Relating grade, sex, and giftedness to self-efficacy and strategy use. *Journal of Educational Psychology, 82*(1), 51–59.

Zimmerman, B. J., & Moylan, A. R. (2009). Self-regulation: Where metacognition and motivation intersect. In *Handbook of metacognition in education* (pp. 311-328). Routledge.

EKLER

EK 1.

AKADEMİK ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Mehmet Çağlar COŞAR		
E-postası/Web Sayfası			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı	Matematik Eğitimi		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm/ ABD	Yıl
Lisans	9 Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği/ İlköğretim	2008
Yüksek Lisans	9 Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği/ İlköğretim	2012
YL Tez Başlığı	İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallar konusundaki düşünme biçimlerinin incelenmesi		
YL Tez Danışmanı	Yrd. Doç. Dr. Cenk KEŞAN		

Akademik Eserler

(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.)

Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.

*Coşar, M. Ç., & Keşan, C. (2021). Self-regulation behaviours of a gifted student in mathematical abstraction process. *Turkish International Journal of Special Education and Guidance & Counselling (TIJSEG), 10*(2), 152-168.

Keşan, C., Erkuş, Y. ve Coşar, M.Ç. (2017). Öğretmen Adaylarının Üçgen Kavramına Yönelik Kavram İmajlarının Görselleştirilmesinde Som ve Ward Kümeleme Algoritmalarının Kullanımı. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE),6(1), 46-57*

Keşan, C., Coşar, M.Ç. ve Erkuş, Y. (2016). Matematik uygulamaları dersini seçen ortaokul öğrencilerinin derse ilişkin görüşleri. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi. 7*(14), 33-44.

Coşar, M. Ç., & Keşan, C. (2013). Investigating 8th Grade Students' Thinkıng Manners About Fractal Patterns. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education 2*(3), 23-28

Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler

Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller

EK 2.

UYGULAMA İZİNLERİ

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı :12018877-604.01.02-E.4736550 04/03/2020
Konu :Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a)MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarihli ve 81576613-10.06.02-E.1563890 sayılı yazısı (Genelge 2020/2)
b)Dokuz Eylül Üniversitesi Rektörlüğünün 13/02/2020 tarihli ve 15847 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı Öğrencisi Mehmet Çağlar COŞAR'ın; "Öğrenmede Farklı Güdüsel Stratejilere Sahip Üstün Yetenekli Öğrencilerinin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması kapsamında geçerlik-güvenirlik çalışmasını İlimize bağlı ekli listede belirtilen okullarda uygulama isteği ilgi (b) yazı ile belirtilmektedir.

Söz konusu araştırma çalışması uygulanmasının, ekli listede belirtilen okullarda 2019-2020 öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumu yöneticilerinin uygun gördüğü şekilde yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınızı arz ederim.

Harun YAZAR
Milli Eğitim Müdür V.

Ek:
1-Araştırma Değerlendirme Formu
2-Anket Formları

OLUR
04/03/2020

Erhan GÜNAY
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Fevzipaşa mh. 452 sk. no:15 konak/ İZMİR
Elektronik Ağ:
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr

Bilgi için: Dadı ALP Bilgisayar İşletmeni
Tel: 0 (232) 280 36 31
Faks: 0 (___) ___ __ __

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden f0d0-55b9-3e64-b5ad-9d35 kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Mehmet Çağlar COŞAR
Kurumu / Üniversitesi	DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim ABD Matematik Öğretmenliği
Araştırma yapılacak iller	İzmir
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	Konak Şehit Ömer Halisdemir Bilim ve Sanat Merkezi. Narlıdere Sıdıka Akdemir Bilim ve Sanat Merkezi. Çiğli Kaşıyaka Aydoğan Yağcı Bilim ve Sanat Merkezi. Bornova Şehit Fatih Satır Bilim ve Sanat Merkezi Karabağlar Seniha Mayda Ortaokulu- Karabağlar Öğretmenler ve Şeker Mevhibe Ortaokulu-Karabağlar Ülkü Ortaokulu-Konak Güzelyalı rtaokulu
Araştırmanın konusu	Öğrenmede Farklı Güdüsel Stratejilere Sahip Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi
Üniversite / Kurum onayı	------
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	Öğrenmede Farklı Güdüsel Stratejilere Sahip Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi (Tez)
Veri toplama araçları	Öğrenmede Güdüsel Stratejiler Anketi- 7. sınıf Matematikte potansiyel Üstün yeteneği Belirlemeye Yönelik Kriter Ölçeği- 7. /8. Sınıf Matematik Başarı Ölçeği Belirtke Tablosu-Yarı yapılandırılmış Görüşme formu Problem Çözümü Öncesi ve Sonrası Görüşme Soruları Veli İzin Formu
Görüş istenilecek Birim/Birimler	---------

KOMİSYON GÖRÜŞÜ

İlgi: Milli Eğitim Bakanlığı'nın 21/01/2020 tarihli ve 1563890 sayılı Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Konulu, 2020/2 Sayılı Genelgesi.

Genelge gereğince; araştırma başvurusu olması gereken nitelikler açısından incelenmiş olup, araştırmanın 2019-2020 öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumları yöneticilerinin uygun gördüğü şekli ile yapılmasına oybirliği ile karar verilmiştir

Komisyon Kararı	Oybirliği ile alınmıştır.
Muhalif üyenin Adı ve Soyadı: ----	Gerekçesi; ----------

KOMİSYON

03/03/2020

ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULANMA İZİNLERİ

Re: Ölçek kullanımı İçin İzin Talebi

ışıl tanrıseven
5.08.2020 12:27

Kime: Çağlar Coşar

Ölçme aracını çalışmanızda kullanabilirsiniz.
İyi çalışmalar dilerim.

Çağlar Coşar ·, 3 Ağu 2020 Pzt, 22:52 tarihinde şunu yazdı:

> Hocam merhabalar,
>
> Ben M.Çağlar COŞAR. Dokuz Eylül Üniversitesi ilköğretim matematik öğretmenliği programı doktora öğrencisiyim. Tez çalışmamda kullanmak üzere Türkçe'ye uyarlamış olduğunuz "Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği"ni kullanmak için izninizi rica ediyorum.
>
> Saygılarımla
> M.Çağlar COŞAR

--
Prof. Dr. Işıl Tanrıseven
Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi
Eğitim Bilimleri Bölümü
Eğitim Programları ve Öğretim Anabilim Dalı

EK 3.

ÖĞRENMEYE İLİŞKİN MOTİVASYONEL STRATEJİLER ÖLÇEĞİ

Aşağıda **matematik** dersi içindeki davranışlarınızı tanımlayan 44 madde bulunmaktadır. **Verilen ifade düşüncenizi tam olarak yansıtıyorsa 7'yi, hiç yansıtmıyorsa 1'i işaretleyiniz. Bu iki durum dışında 1 ve 7 arasında düşüncenizi en iyi açıklayan numarayı seçiniz.** İşaretlemenizi kutunun içine **X** işareti koyarak yapabilirsiniz. Ölçekte doğru veya yanlış cevap yoktur.

1 ---- 2 --- 3 --- 4 --- 5 --- 6 --- 7

Düşüncemi hiç Yansıtmıyor — Düşüncemi tam olarak yansıtıyor

1. Yeni şeyler öğrenebilmek için zorlayıcı sınıf çalışmalarını tercih ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2. Sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında bu derste başarılı olacağımı umuyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
3. Sınav esnasında o kadar gergin olurum ki öğrendiğim bilgileri hatırlayamam.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
4. Bu derste öğretilenleri öğrenebilmek benim için önemlidir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
5. Bu derste öğrendiklerimi seviyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
6. Bu derste öğretilenleri anlayabileceğimden eminim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
7. Bu derste öğrendiğim bilgileri diğer derslerde de kullanabileceğimi düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
8. Bu derste çok başarılı olmayı umuyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
9. Bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında, iyi bir öğrenci olduğumu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
10. Daha fazla çalışmayı gerektirse bile genellikle bir şeyler öğrenebileceğim ödev konularını seçerim**.**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
11. Bu derste verilen ödevleri ve problemleri çok iyi yapacağımdan eminim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
12. Sınava girdiğim zaman gergin ve tedirgin hissederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
13. Bu derste iyi not alacağımı düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
14. Sınavda başarısız olduğum zaman bile hatalarımdan bir şeyler öğrenmeye çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
15. Bu derste öğrendiklerimin benim için faydalı olduğunu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
16. Çalışma becerilerim bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında mükemmeldir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
17. Bu derste öğrendiklerimin ilginç olduğunu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

18. Bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında, çalıştığım konular hakkında daha fazla bilgi sahibi olduğumu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
19. Bu dersle ilgili konuları öğrenebileceğimden eminim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
20. Sınavlar beni çok endişelendirir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
21. Bu dersin konularını anlamak benim için önemlidir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
22. Sınava girdiğim zaman, soruları cevaplandırmada ne kadar başarısız olduğumu düşünürüm.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
23. Sınava çalışırken derste öğrendiğim bilgilerle, kitaptaki bilgileri bir araya getirmeye çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
24. Ödevimi yaparken, soruları doğru şekilde cevaplandırabilmek için öğretmenin derste anlattığı şeyleri hatırlamaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
25. Çalışmakta olduğum konuyu öğrendiğimden emin olmak için kendi kendime sorular sorarım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
26. Çalışmakta olduğum konularda ana fikirlerin neler olduğuna karar vermek benim için zordur.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
27. Çalıştığım konu zor olduğunda ya çalışmayı bırakırım ya da sadece kolay bölümleri çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
28. Ders çalışırken önemli bilgileri kendi sözcüklerimle ifade ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
29. Bir anlam ifade etmese bile daima öğretmenin söylediğini anlamaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
30. Sınava çalışırken olabildiğince fazla bilgi hatırlamaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
31. Çalışırken konuları hatırlamama yardımcı olması için notlarımı yeniden yazarım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
32. Yapmak zorunda olmadığımda bile bölüm sonu sorularını veya alıştırmaları yaparım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
33. Çalışma konuları sıkıcı olduğunda bile bitirene kadar çalışmaya devam ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
34. Sınava çalışırken önemli bilgileri kendi kendime defalarca tekrar ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
35. Çalışmaya başlamadan önce konuyu öğrenmek için yapmam gerekenleri düşünürüm.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
36. Yeni ödevleri yapmak için eski ödevlerden ve ders kitaplarından öğrendiklerimden faydalanırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
37. Genellikle çalıştığım şeylerin ne hakkında olduğunu anlamadığımı fark ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
38. Öğretmen ders anlatırken başka şeyler düşündüğümün ve söyleneni dinlemediğimin farkında varırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
39. Bir konuyu çalışırken, tüm bildiklerimi birbirine uygun şekle getirmeye çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
40. Çalışırken arada bir durup okuduklarımı gözden geçiririm.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

41. Bu ders için bir konuyu çalışırken hatırlamama yardımcı olması için bilgileri kendi kendime tekrar ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
42. Çalışmama yardımcı olması için kitabımdaki ünitelerin ana hatlarını çıkarırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
43. Dersi sevmediğimde bile iyi bir not almak için çok çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
44. Çalışırken, okuduklarımla bildiklerim arasında bağlantı kurmaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

EK 4.

PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE STRATEJİK DAVRANIŞLARI KODLAMA ANAHTARI

Değişken	Tanım	Söylem numarası
Bilişsel Stratejiler		
Bilişsel Prova	Alakalı verileri ilgisiz verilerden ayırmak: Anahtar kelimelerin veya ifadelerin altını çizmek veya sözlü ifade etmek, İlgili verilerin pasif not almak. Okurken kelimeleri yüksek sesle söyleme.	
Bilişsel Detaylandırma	Öğrenilecek materyali kendi sözleriyle yorumlama. Probleme veya çözüme ilişkin fikirlerini açıklamak. Probleme veya çözüme ilişkin planlarını açıklamak.	
Bilişsel Organizasyon	Düşünceyi organize etmek için temsilleri kullanma (tablo, diyagram, çizim veya liste.) Mevcut gösterime veri ekleme.	

Üstbilişsel Stratejiler	
Üstbilişsel Düzenleme	Geri dönüp metnin-problemin bir bölümünü yeniden okuma. Önceki adımlarını kontrol etme ve düzeltme. Notlarını ve aldığı cevabı gözden geçirme.
Üstbilişsel İzleme	Yüksek sesle düşünmek (Kendi kendine konuşmak, kendi kendini sorgulamak.) Başka bir çözüm olup olmadığını kontrol etme. Yüksek sesle düşünmek: kendi kendine konuşmak, kendi kendini sorgulamak. Sonucun makul olup olmadığını ve problemin koşullarını karşılayıp karşılamadığını kontrol etme. Aynı sonucun elde edilip edilmediğini kontrol etmek için farklı çözüm yolları denemek

EK 5.

PİLOT GÖRÜŞME PROBLEMİ

Beyaz ve mavi otobüs, 100 km uzunluğundaki yola aynı anda çıkacaklardır. Fakat yolculuklar için aşağıdaki gibi farklı planlamaları vardır.

1. PLAN	2. PLAN	3. PLAN
Beyaz Otobüs: Yolun yarısını saatte 60 km sabit hızla, kalan yarısını saatte 80 km sabit hızla gidecektir. **Mavi Otobüs:** Yolculuk süresinin yarısında saatte 60 km sabit hızla, kalan yarısında 80 km sabit hızla gidecektir.	**Beyaz Otobüs:** Yolun yarısını saatte 80 km sabit hızla, kalan yarısını saatte 60 km sabit hızla gidecektir. **Mavi Otobüs:** Yolculuk süresinin yarısında saatte 80 km sabit hızla, kalan yarısında 60 km sabit hızla gidecektir.	**Beyaz Otobüs:** Yolun her iki yarısını da saatte 80 km sabit hızla gidecektir. **Mavi Otobüs:** Yolculuk süresinin her iki yarısında da saatte 60 km sabit hızla gidecektir.

Yukarıdaki her bir plana göre, otobüslerden hangisi yolu daha önce tamamlar? Planları kendi içinde ve planlar arasında karşılaştırma yaparsanız cevabınız ne olur? Açıklayınız.

EK 6.

MATEMATİKTE POTANSİYEL ÜSTÜN YETENEĞİ BELİRLEMEYE YÖNELİK KRİTER TESTİ

1. SORU

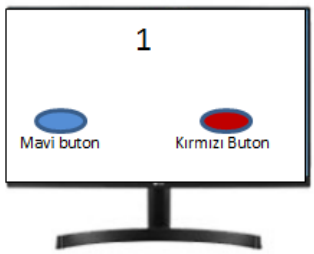
Kuzenler Doğa, Deniz, Oğuz ve Yağız bir saat belirleyerek kafede buluşmaya karar verirler. Herkes kendi saatine göre tam zamanında kafede olduğunu düşünür fakat durum gerçekte böyle değildir. Aralarında çıkan geç kalma tartışmasını fark eden kafe sahibi en geç kalan kişinin geldiği anda her birine saatinin kaç olduğunu sorar. Aldığı cevaplar şöyledir:

Doğa: 14.00 Deniz: 14.20 Oğuz: 14.35 Yağız: 14.15

Saati doğru olan kafe sahibi yukarıdaki yanıtlara göre, içlerinden sadece birinin zamanında geldiğini, birinin 15 dakika geç kaldığını birinin 20 dakika erken geldiğini ve birinin de 5 dakika erken geldiğini söyler. Buna göre; doğru saatin 16.00 olduğu bir anda her birinin saatinin kaç olduğunu bulunuz. Cevabınızı açıklayınız.

2. SORU

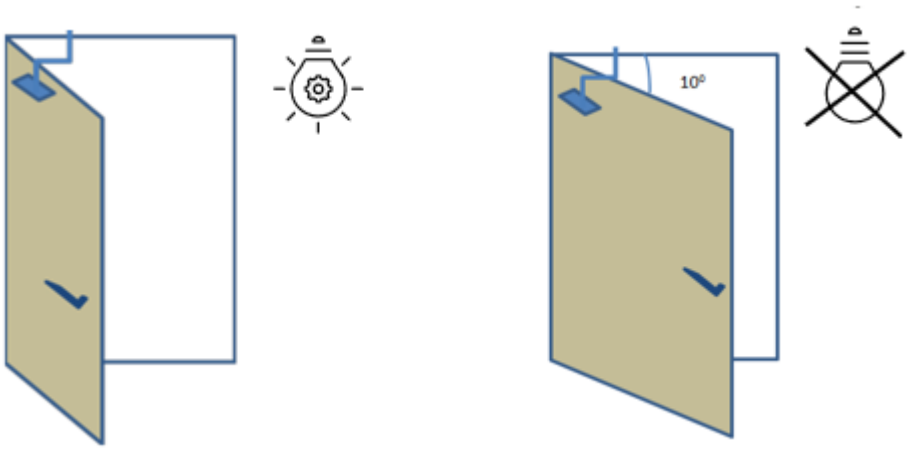
Özge öğretmenin, öğrencileri için geliştirdiği bir bilgisayar oyununda mavi ve kırmızı olmak üzere iki buton bulunmaktadır.



Mavi butona her tıklandığında, o an ekranda bulunan sayıya 1 eklenmekte, kırmızı butona her tıklandığında ise o an ekranda bulunan sayı 2 katına çıkmaktadır. Ekranda 1 yazılı iken 75 sayısına ulaşmaya çalışan bir öğrenci mavi ve kırmızı butonlara toplamda en az kaç kez tıklamalıdır? Cevabınızı açıklayınız.

3. ve 4. SORULARI AŞAĞIDA VERİLEN BİLGİLERE GÖRE CEVAPLANDIRINIZ.

Aşağıda, Sertuğ'un apartman giriş kapısının hızlı kapanmasını önleyen ve kapının kapanmasına yakın sönen kapı aydınlatmasına ait tasarladığı mekanizmanın çizimleri verilmiştir.



Mekanizmanın çalışma prensibi şöyledir.

- Kapı, 90^0 açık iken belli bir süre saniyede 5^o(hızlı kapanma), sonrasında ise saniyede 2^0(yavaş kapanma) olacak şekilde kapanmaktadır.
- Kapı 90^0 açıkken tamamen kapanması 27 saniye sürmektedir.
- Kapı açıkken yanan kapı önü aydınlatması, kapının kapanmasına 10^0 kala sönmektedir.

Buna göre,

3. SORU: Kapının hızlı kapanma hareketi (saniyede 5^o'lik kapanan kısmı) kaç saniye sürmektedir? Cevabınızı açıklayınız.

4. SORU: Kapı, 90^0 açıkken (ve ışık yanıyorken) serbest bırakıldıktan kaç saniye sonra kapı aydınlatması söner? Cevabınızı açıklayınız.

5. SORU

Bir hedefe ok atma oyununun kuralları şöyledir.

- ✓ Oyunda tüm oyuncuların atış sayıları toplamı 50'dir.
- ✓ Bir yarışmacı yaptığı isabetli atıştan dolayı 9 puan kazanır, isabetsiz atıştan ise 5 puan kaybeder. Ayrıca oyuncunun her bir isabetsiz atışı her bir rakibine de 3 puan kazandırır.

Aşağıda Arif, Semih ve Tolga'nın oynadığı oyun sonucunda oluşan bazı bilgiler verilmiştir.

OYUNCULAR	İSABETLİ ATIŞ SAYISI	İSABETSİZ ATIŞ SAYISI	TOPLAM PUAN
ARİF	10	6	114
SEMİH			
TOLGA		8	116

Yukarıda verilen bilgilere göre; oyun sonunda Semih'in toplam puanı kaçtır? İşlemlerinizi gösteriniz.

6. SORU

Şeker patlatma oyununda sarı(S), kırmızı(K), mavi(M), yeşil(Y) ve beyaz(B) renkli şekerlerin her birinden beşer tanesi, ekranda aşağıda gösterildiği gibi dizilmiştir.

S1	S2	S3	S4	S5
K1	K2	K3	K4	K5
M1	M2	M3	M4	M5
Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
B1	B2	B3	B4	B5

Şekil 1

Şekerlerden biri patlatıldığında yerine bir sonraki gelmektedir. Örneğin yukarıdaki tabloda M2 numaralı şeker patlatılırsa ekran aşağıdaki gibi oluyor.

Örnek:

S1	S2	S3	S4	S5
K1	K2	K3	K4	K5
M1	M3	M4	M5	Y1
Y2	Y3	Y4	Y5	B1
B2	B3	B4	B5	

Buna göre; Şekil 1'e göre ekranın ikinci satırında 4 farklı renkte şekerin yan yana görüntülenebilmesi için en az kaç şeker patlatılmalıdır? Cevabınızı açıklayınız.

7. SORU

ŞEKİL 1



Yukarıdaki şekilde kurbağalar birer taşın üstünde durmaktadır. Aralarında ise sadece bir kurbağanın atlayabileceği bir taş daha vardır. Kurbağalar bu boş taştan faydalanarak yer değiştirmek istiyor. Kurallar ise şöyle;

- ✓ **Önündeki taş boş ise atlayabilir.**
- ✓ **Önündeki ilk taşta bir kurbağa varsa (yani doluysa) o taşa atlayamaz**
- ✓ **Önündeki taşta, arkasındaki taş boş olan bir kurbağa varsa kurbağanın üzerinden atlayarak boş olan ilk taşa geçebilir.**
  Örnek:



- ✓ **Geriye atlama yok!**

Buna göre; aşağıdaki şekilde (şekil 2) soldaki kurbağaların en sağdaki taşlara ve sağdakilerin ise en soldaki taşlara geçebilmesi için toplamda en az kaç atlama yapmaları gerekir? Hamleleri açıklayınız.

ŞEKİL 2



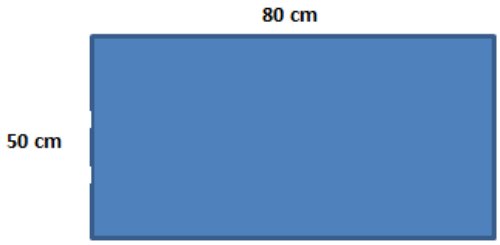
8 ve 9. SORULARI AŞAĞIDA VERİLEN BİLGİYE GÖRE CEVAPLANDIRINIZ

Öğretmenleri tasarım dersinde, İdil ve Güneş'e dikdörtgensel bölge şeklindeki kartonlardan veriyor. Bu kartonlardan, parça artırmadan ve kenar uzunlukları tam sayı olacak şekilde karesel bölge şeklinde parçalar kesmelerini istiyor.

İdil ve Güneş, öğretmenlerinin istediği kesme işlemini, birbirlerinden farklı stratejilerle gerçekleştiriyor;

- İdil kartonu, mümkün olan en az sayıda karesel bölge elde edecek şekilde kesecektir. İdil'e göre oluşturacağı karesel bölgelerin eş olma zorunluluğu yoktur.
- Güneş ise karesel bölgeleri en az sayıda fakat karesel bölgeler birbirine eş olacak şekilde kesecektir.

8.SORU: Öğretmenleri, aşağıdaki gibi kenar uzunlukları 50 cm ve 80 cm olan bir dikdörtgensel bölge şeklinde karton verirse İdil'in ve Güneş'in keserek oluşturacağı karesel bölge sayılarını ve bu karesel bölgelerin kenar uzunluklarını bulunuz. Cevabınızı açıklayınız.



9. SORU: Öğretmenleri ikisine de dikdörtgensel bölge şeklindeki yeni eş kartonlardan birer tane veriyor. İkisi de kendi kesme stratejisini uyguluyor ve ikisi de 5 tane karesel bölge oluşturuyor. Buna göre öğretmenin verdiği dikdörtgen kartonun kenar uzunlukları neler olabilir?

10 ve 11. SORULARI AŞAĞIDA VERİLEN BİLGİYE GÖRE CEVAPLANDIRINIZ

Spor yaparak yağ yakımı hedefliyorsanız aktivite esnasındaki hedef nabız aralığını (HNA) tespit etmek oldukça önemlidir. Bu hesabı doğru yapabilmek için karvonen formüllerini kullanabilirsiniz. HNA hesaplamak için gerekli bilgiler; yaşınız ve dinlenme halindeki nabzınızdır. Bu bilgileri kullanarak spor yaparken hangi nabız aralığında olmanız gerektiğini aşağıdaki aşamalara göre hesaplayabilirsiniz.

1.Aşama: Spor tecrübenize göre bir egzersiz yoğunluğu sınırlarını belirlemelisiniz. İdeal egzersiz yoğunluğu; başlangıç seviyesinde olanlar için **%50-60 arası**, orta seviye için **%60-70 arası** ve ileri seviye için, **%75 veya üzeri** olmalı.

2. Aşama: Egzersiz yoğunluğunu belirledikten sonra aşağıdaki karvonen formüllerini kullanarak hedef nabız aralığınızı hesaplamalısınız. Bulacağınız nabız aralığı, yağ yakabilmek için egzersiz esnasında ulaşmanız gereken nabız aralığını ifade eder.

(Dinlenme halindeki nabız: DN)

Maksimum nabız (MN) = 220 – yaş

Kalp Atım Yedeği (KAY) = MN – DN

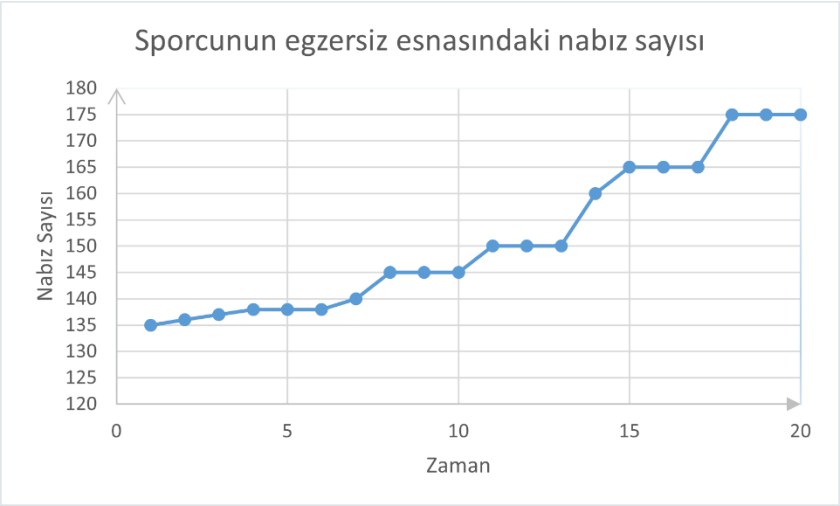
Hedef nabız aralığı alt sınırı = (KAY x Egzersiz yoğunluğu alt sınırı) + DN

Hedef nabız aralığı üst sınırı = (KAY x Egzersiz yoğunluğu üst sınırı) + DN

10. SORU:

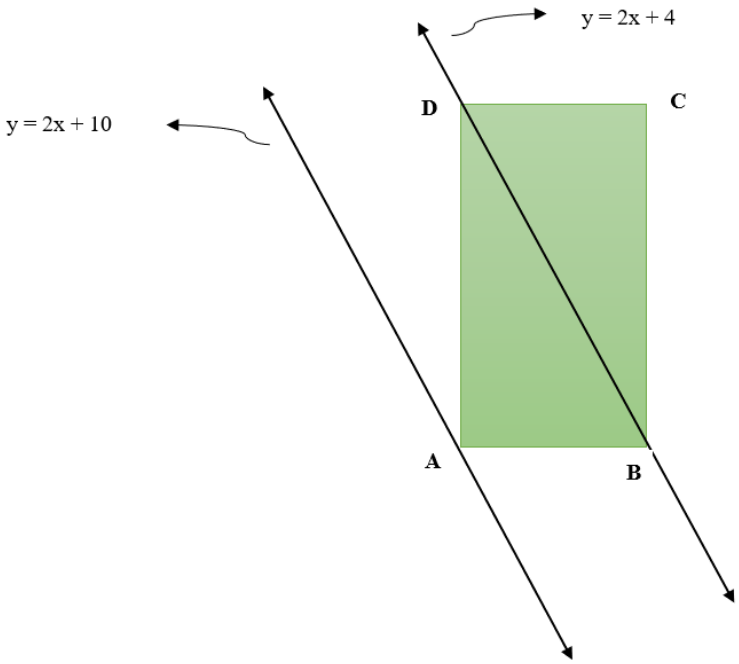
Yukarıda verilen bilgilere göre, 30 yaşında, dinlenme halindeki nabzı 80 olan başlangıç seviyesindeki birinin yağ yakımı için egzersiz yaparken hedeflemesi gereken nabız aralığı nasıl olmalıdır? Cevabınızı açıklayınız.

11. SORU:



Yukarıda ileri düzey bir sporcunun yaptığı egzersiz esnasındaki nabız sayısını gösteren grafik verilmiştir. Grafikte verilen bilgilere göre sporcunun egzersiz yoğunluğu hangi aralıktadır? Bu seviyenin sporcunun kendi seviyesine uygun olup olmadığını açıklayınız.

12. SORU



Yukarıda iki doğrunun denklemleri yanlarında verilmiştir. Buna göre ABCD dikdörtgensel bölgesinin alanı kaç birim karedir?

EK.7.

ÖĞRENCİLERİN MPYBKT PROBLEMLERİ ÇÖZÜMLERİNİ DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ

Ölçütler	**Puanlar**			
	1	2	3	4
Anlamada derinlik	Hiç anlamama veya az anlama.	Kısmen anlama; küçük ve önemsiz matematiksel hatalar.	İyi anlama; Matematiksel olarak doğru çözümler.	Derin anlama; iyi geliştirilmiş fikirler.
Orijinallik	Farklı olabilecek fakat çözüme götürmeyen bir metot.	Çözüme götürebilecek fakat yeterince yaygın olmayan bir metot.	Sadece birkaç öğrencinin kullandığı sıra dışı ve uygulanabilir bir metot.	Çok az sayıda (bir ya da iki) öğrencinin kullandığı özgün ve anlaşılır bir metot.
Detaylandırma/ zariflik	Uygun olmayan veya az uygun açıklamalar.	Anlaşılabilir fakat bazı durumlar için net olmayan açıklamalar.	Doğru matematiksel terimlerin kullanımıyla yapılan net açıklamalar.	Grafik, şema, model veya denklemlerin yerinde ve doğru bir şekilde kullanımıyla yapılan tam, anlaşılır açıklamalar.

