T.C
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKÖĞRETİM SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN FRAKTALLAR KONUSUNDAKİ DÜŞÜNME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ

Mehmet Çağlar COŞAR

İzmir
2012

T.C
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKÖĞRETİM SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN FRAKTALLAR KONUSUNDAKİ DÜŞÜNME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ

Mehmet Çağlar COŞAR

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Cenk KEŞAN

İzmir
2012

YEMİN

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum **“İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Fraktallar Konusundaki Düşünme Biçimlerinin İncelenmesi”** isimli çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada belirtilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

28/05/2012

Mehmet Çağlar COŞAR

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

İşbu çalışma, jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Programında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan Yrd. Doç. Dr. Cenk KEŞAN

Üye Doç.Dr. Serkan NARLI

Üye Yrd. Doç. Dr. İlhan KARAKILIÇ

Onay
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

18./07/2012

Prof. Dr. h. c. İbrahim ATALAY
Enstitü Müdürü

Tez Veri Giriş Formu

T.C
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	**436020**
Yazar Adı / Soyadı	Mehmet Çağlar COŞAR
Uyruğu / T.C.Kimlik No	T.C. 12002793194
Telefon / Cep Telefonu	
e-Posta	m.caglar.cosar@hotmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Fraktallar Konusundaki Düşünme Biçimlerinin İncelenmesi
Tezin Tercümesi	Investigating 8th Grade Students' Thinking Manners About Fractals
Konu Başlıkları	Eğitim ve Öğretim
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Bölüm	İlköğretim Bölümü
Anabilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı
Bilim Dalı / Bölüm	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2012
Sayfa	136
Tez Danışmanları	Yrd. Doç. Dr. Cenk KEŞAN
Dizin Terimleri	Fraktal geometri=Fractal geometry Geometri öğretimi=Geometry teaching
Önerilen Dizin Terimleri	Düşünme Biçimi= Thinking Manner
Yayımlama İzni	☐ Tezimin yayımlanmasına izin veriyorum ☑ Ertelenmesini istiyorum [3 Yıl]

b. Tezimin Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi tarafından çoğaltılması veya yayımının **06.07.2015** tarihine kadar ertelenmesini talep ediyorum. Bu tarihten sonra tezimin, internet dahil olmak üzere her türlü ortamda çoğaltılması, ödünç verilmesi, dağıtımı ve yayımı için, tezimle ilgili fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere hiçbir ücret (royalty) talep etmeksizin izin verdiğimi beyan ederim.
NOT: (Erteleme süresi formun imzalandığı tarihten itibaren en fazla 3 (üç) yıldır.)

18.07.2012

İmza: .....

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında değerli bilgi ve önerileri ile bana yol gösteren, danışmanım Sayın Yrd. Doç.Dr. Cenk KEŞAN' a teşekkür ederim.

Tez konumun olgunlaşmasında büyük emeği olan, değerli hocam Sayın Doç. Dr. Serkan Narlı' ya teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimime beraber devam ettiğim, desteğini her zaman hissettiğim değerli arkadaşım Gülşah Burcu POLAT' a teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında olduğu gibi yüksek lisans çalışmalarımın da tüm anlarında varlıklarıyla bana güç veren, yaptığım bütün çalışmaları destekleyen babam ve annem Cezmi ve Sevgül COŞAR' a teşekkür ederim.

Araştırmam boyunca her türlü desteği ile yanımda olan, sevgili eşim Gönlüm COŞAR' a sabır ve anlayışı için teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Yemin……i
Değerlendirme Kurulu Üyeleri……ii
Yüksek Öğretim Kurulu Dokümantasyon Merkezi Tez Veri Formu……...…...iii
Teşekkür……...iv
İçindekiler……v
Tablolar Listesi……...vii
Şekiller Listesi……...viii
Özet……xii
Abstract……..xiv

BÖLÜM I

GİRİŞ……1
1.1. Problem Durumu……2
1.2. Amaç ve Önem……..3
1.3. Problem Cümlesi……5
1.4. Alt Problemler……5
1.5. Sayıltılar……6
1.6. Sınırlılıklar……6
1.7. Tanımlar……6
1.8. Kısaltmalar……6

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR……..7
2.1. Fraktal Geometri……...7
2.2. Fraktal Geometri Öğretimi……...13

BÖLÜM III

YÖNTEM……...27
3.1. Araştırmanın modeli……27

3.2. Evren ve Örneklem……..30
3.2.1. Fraktal Geometri Başarı Testi Katılımcıları……...30
3.2.2. Örnek Olay Çalışması Katılımcıları……31
3.3. Veri Toplama Araçları…….32
3.3.1.Fraktal Geometri Başarı Testi…….32
3.3.2. Örnek Olay Çalışması Soruları……..32
3.4. Verilerin Çözümü……34

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR……35
4.1. Örnek Olay Çalışması Bulguları…….35
4.1.1. Birinci Grup Görüşme Sorularına İlişkin Bulgular……35
4.1.2. İkinci Grup Görüşme Sorularına İlişkin Bulgular……..47
4.1.3. Üçüncü Grup Görüşme Sorusuna İlişkin Bulgular……68
4.1.4. Dördüncü Grup Görüşme Sorularına İlişkin Bulgular……73

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER…….84

KAYNAKÇA…….92

EKLER……96
EK-1. Fraktal Geometri Başarı Testi……..97
EK-2. Katılımcı Bilgi Formu……109
EK-3. Görüşme Soruları……..…….110
EK-4. Fraktal Geometri Başarı Testine Ait Madde Ayırıcılık İndisi Değerleri…...117
EK-5. Resmi İzin Yazısı……..118

TABLO LİSTESİ

Tablo 1: Örnek Olay Çalışması Katılımcıları……31
Tablo 2: Fraktal Geometri Başarı Testine Ait Madde Ayırıcılık İndisi Değerleri...117

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Bir Doğal fraktal örneği olan şimşek……...8
Şekil 2: Hilbert Eğrisi Fraktalı……..9
Şekil 3: Cantor Kümesi…….9
Şekil 4: Cebirsel Fraktal Örneği…….10
Şekil 5:Noktasal Öz Benzer Fraktal……11
Şekil 6: Yaklaşık Öz Benzer Fraktal……...12
Şekil 7: Tam öz-benzer fraktal (Sierpinski Üçgeni)……..12
Şekil 8: Üç Boyutlu Fraktal Modeli……16
Şekil 9: Y3 kodlu öğrencinin televizyon fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..36
Şekil 10: Y3 kodlu öğrencinin tabak fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..37
Şekil 11: O4 kodlu öğrencinin tabak fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..37
Şekil 12: O4 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..38
Şekil 13: D4 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..39
Şekil 14: Y1 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..39
Şekil 15: O3 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..39
Şekil 16: D4 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..40
Şekil 17: D2 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları…….41
Şekil 18: O4 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları…….41

Şekil 19: O3 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..42
Şekil 20: D3 kodlu öğrencinin gül fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..43
Şekil 21: D1 kodlu öğrencinin gül fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..44
Şekil 22: O1 kodlu öğrencinin gül fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..44
Şekil 23: Y3 kodlu öğrencinin dağ sıraları fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..45
Şekil 24: Y1 kodlu öğrencinin dağ sıraları fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları……..46
Şekil 25: İkinci grup görüşme sorusunda yer alan ilk fraktal örüntüye ait adımlar....48
Şekil 26: D2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…....48
Şekil 27: D4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması……..49
Şekil 28: D4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…....49
Şekil 29: D3 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım……50
Şekil 30: O1 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım……51
Şekil 31: O2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması……..51
Şekil 32: O2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım……52
Şekil 33: O3 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım……52
Şekil 34: O4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği üçüncü adım……53
Şekil 35: Y3 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım……53
Şekil 36: Y4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği üçüncü adım……54
Şekil 37: Y1 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması……..54
Şekil 38: Y2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği üçüncü adımı……..55
Şekil 39: İkinci grup görüşme sorusunda yer alan ikinci fraktal örüntüye ait adımlar.....56
Şekil 40: D3 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması……..56

Şekil 41: D3 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait çizdiği ikinci adım……...57
Şekil 42: O2 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği ikinci adımı……..…58
Şekil 43: Y1 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması……...58
Şekil 44: Y1 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait çizdiği ikinci adım……...59
Şekil 45: İkinci grup görüşme sorusunda yer alan üçüncü fraktal örüntüye ait adımlar……60
Şekil 46: D3 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..61
Şekil 47: D4 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait kural açıklaması…….61
Şekil 48: D4 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..61
Şekil 49: D1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..62
Şekil 50: D2 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..62
Şekil 51: O3 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım ve açıklaması……...63
Şekil 52: O4 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım..…64
Şekil 53: O2 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..64
Şekil 54: O1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..65
Şekil 55: Y1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait kural açıklaması……65
Şekil 56: Y1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..66
Şekil 57: Y3 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım…..66
Şekil 58: Üçüncü grup görüşme sorusunda yer alan fraktal örüntüye ait adımlar…..68
Şekil 59: Fraktal örüntünün ikinci adımı olup olmadığı sorulan şekil……68
Şekil 60: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi…….69
Şekil 61: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna yer alan fraktala ait ikinci adım çizimi……..69
Şekil 62: D2 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi……70
Şekil 63: D1 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna yer alan fraktala ait ikinci adım çizimi……..71
Şekil 64: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi ve fraktala ait ikinci adım çizimi……..71

Şekil 65: O4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna yer alan fraktala ait ikinci adım çizimi……...72
Şekil 66: Y1 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi ve fraktala ait ikinci adım çizimi……72
Şekil 67: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi…….....73
Şekil 68: D2 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi…….78
Şekil 69: O3 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusunda yazdığı sayı örüntüsü……..…79
Şekil 70: O2 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusunda yazdığı sayı örüntüsü…….80
Şekil 71: Dördüncü grup görüşme sorusunda yapılan fraktalın model……..82
Şekil 72: O4 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi……82

ÖZET

İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Fraktallar Konusundaki Düşünme Biçimlerinin İncelenmesi

Bu çalışmanın amacı farklı başarı düzeylerindeki ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallar konusundaki anlama, kavrama ve düşünme biçimlerini incelemektir.

Çalışmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri birlikte kullanılmıştır. Bu amaçla öncelikle ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal geometri konusundaki başarılarını betimlemek amacıyla bir nicel araştırma yöntemi olan tarama yöntemi tercih edilmiştir. Ardından fraktal geometri konusunda farklı başarı düzeylerinde bulunan ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallara yönelik düşünme biçimlerinin incelenmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden biri olan örnek olay çalışması kullanılmıştır.

Araştırmanın ilk bölümünde, araştırmacı tarafından geliştirilen “Fraktal Geometri Başarı Testi”, güvenirlik ve madde analizi çalışmaları kapsamında Karabağlar İlçesi İyiburnaz İlköğretim Okulu sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Uygulamanın sonuçlarına göre başarı testinin Cronbach Alfa güvenirlik katsayısı 0,812 bulunmuştur.

Araştırmanın bir sonraki aşamasında İzmir ili Karabağlar ilçesinde rastgele seçim yöntemi ile belirlenen İlkkurşun İlköğretim Okulu 8. sınıf öğrencilerine, araştırmacı tarafından geliştirilen “Fraktal Geometri Başarı Testi” nin esas uygulaması yapılmıştır. Uygulanan testin sonuçlarına göre yüksek-orta ve düşük olmak üzere üç farklı başarı düzeyinden öğrenciler seçilmiştir. Her bir başarı düzeyinden dört öğrenci olmak üzere toplam 12 öğrenci ile araştırmanın nitel kısmı gerçekleştirilmiştir. Bir nitel araştırma yöntemi olan örnek olay yöntemi kullanılarak,

seçilen öğrenci gruplarının fraktal geometri ile ilgili düşünme düzeyleri incelenmiştir. Bu amaçla araştırmacı tarafında ilköğretim düzeyinde fraktal geometri ile ilgili görüşme soruları geliştirilmiştir. Öğrencilerin bu sorulara verdiği cevaplar derinlemesine incelenerek, fraktal şekillerle ilgili düşünme biçimleri incelenmeye çalışılmıştır.

Örnek olay çalışmasından elde edilen verilere göre öğrencilerin fraktal şekillerin öz benzerlik ve tekrarlama özellikleri ile ilgili eksik bilgilere sahip olduğu buna paralel olarak fraktal örüntülerdeki adımlar arasındaki ilişkileri görmede zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin düzgün geometrik şekillere sahip nesneleri tanımlarken Öklid geometrisinde kullanılan terimleri kullanma yoluna gittikleri, düzgün olmayan şekillere sahip nesneleri tanımlarken ise daha çok benzetme yapma yolunu tercihe ettikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Fraktal geometri öğretimi, ilköğretim 8. sınıf, Düşünme biçimi.

ABSTRACT

Investigating 8th Grade Students' Thinking Manners About Fractals

The purpose of this study is to investigate comprehension, perception and thinking manners of 8th grade students' who are in different success level about fractals.

Quantitative and qualitative research methods were used together. For that purpose at first as a qualitative method, survey method was used for investigating 8th grade students' success level about fractals. Case study which is one of the qualitative research methods was used to investigate 8th grade students' tkinking manners about fractals.

In the first stage of the research, fractal geometry achievement test which was developed by the researcher was applied to 8th grade students' of Karabağlar İyiburnaz Primary School for reliability and item analysis. Due to the results of the application, Cronbach Alpha coefficient of the achievement test was found as 0,812.

In the next stage of the research, fractal geometry achievement test was applied mainly to 8th grade students of Karabağlar ilkkurşun Primary School that is randomly chosen in İzmir city.

Due to the scores of the achievement test, students were chosen from three different success levels that are low, intermediate and high. Four students from each level were chosen and qualitative part of research was studied with 12 students. Case study as a qualitative research method was used to determine thinking manners about Fractal pattens of chosen student groups. For this purpose, clinical interview questions were developed by the researcher. Students' thinking manners were analysed according to given answers to interview questions. The researcher tried to investigate the thinking manners about fractal patterns.

Due to the results of the case study, students don’t have enough knowledge about the concept of self similarity and iteration. Students have difficulties in understanding relationship between steps of fractal patterns. Students used terms of Euclidean Geometry to identify objects that have regular shapes. However they prefer to draw analogies to identifying objects that have irregular shapes.

Keywords: Fractal geometry teaching, primary school of 8th grade, thinking manner

BÖLÜM I

GİRİŞ

Geometri, öğrencilerin çevresindeki yapılar ile matematiksel bilgileri arasında ilişkiler kurmasını sağlayan bir matematik dalıdır. Matematik eğitiminin genel amaçları doğrultusunda öğrencinin evreni kavraması yolunda önemli bir katkıya sahiptir. İnsanların günlük yaşamda karşılaştıkları basit problemlerin önemli bir bölümünün çözümü için temel geometri bilgilerinin kullanılması gerekmektedir. Bu nedenle öğretim programlarında geometri öğretimi geniş ve önemli bir yere sahiptir.

Okullarda öğretilen geometri iki bin yıllık bir geçmişe sahip olan Öklid geometrisidir. Fakat gerçekte doğa Öklid geometrisindeki kavramlara uygun bir yapı göstermez. Bu anlamda Öklid geometrisi 20. yüzyılda gelişen yeni kuramlara cevap verememiştir. (Gündüz, 1998). Bu koşullar altında ortaya yeni bir geometri alanı ortaya çıkmış ve ürünlerini vermeye başlamıştır. Bu yeni geometri alanının ismi "Fraktal Geometri"dir.

Fraktal geometri uzayıp giden dağ sıralarının engebelik derecesini, çeşit çeşit dallanan ağaçların dallanmalarını, bir kıyı şeridinin kıvrımlarını, her türlü girintili çıkıntılı yapıları veya her biri bir mükemmel yapıya sahip kar tanelerini rahatlıkla inceler ve onların aynı zamanda fonksiyonel olan geometrik yapılarına ait özelliklerini ortaya koyar (Üstün, 1999).

Geometri öğretiminin genel amaçları; "öğrencinin kendi fiziksel dünyasını anlamada geometriyi kullanması ve problem çözme becerisinin geliştirilmesi" olarak iki ana başlık altında incelenebilir (Baki, 2001).

Okullarda öğretilen geometri idealize edilmiş soyutlamalardan oluşurken, tabiattaki nesnelerin görünüşleri çok daha karmaşıktır. Mandelbrot doğada Öklid geometrisine rastlamanın neredeyse imkânsız olduğunu "Ne bulutlar birer küre, dağlar koni ve ağaç kabuğu pürüzsüz değildir, ne de şimşekler bir doğru boyunca ilerlemezler" sözüyle ifade etmektedir (Karakuş, 2010). Geometri öğretimimin genel amaçları da dikkate alındığında okullarımızda öğretilen geometrinin günlük yaşamla olan ilişkisinin daha güçlü kurulması gerekliliği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda fraktal geometri, geometri eğitiminin genel amaçları kapsamında öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evreni açıklamada ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesinde Öklid geometrisinden çok daha başarılıdır (Baki, 2001). Bu durum Öklid dışı geometrilerin de ilköğretim matematik programlarında yer almasına neden olmuş ve 2005 yılında değişen ilköğretim matematik programında fraktallar konusuna sekizinci sınıf düzeyinde kazanımlar arasında yer verilmiştir.

Bu araştırmada, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal şekiller ile ilgili düşünme biçimlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Çalışma; Giriş, İlgili Yayın ve Araştırmalar, Yöntem, Bulgular ve Yorumlar, Sonuç, Tartışma ve Öneriler olmak üzere beş bölümden oluşmaktadır.

1.1.Problem Durumu

Geometrik fraktallar, genellikle basit bir başlangıç şekli ile başlar ve bu fraktalın kendine özgü geometrik ve cebirsel bir kural ile devam ederek başlangıçtaki şekilden çok daha farklı bir yapının oluşması ile meydana gelir. Fraktal şekiller geometrik şekiller olduğu gibi, kendine özgü kuralları oluşundan dolayı aynı zamanda yapısında derin cebirsel ilişkiler barındıran matematiksel modellerdir.

İlköğretim matematik programının ve ders kitaplarının incelendiği araştırmalarda, konu ile ilgili tasarlanan etkinliklerin fraktal şekillerin bahsedilen geometrik ve cebirsel özelliklerine yeterince vurgu yapılmadığı belirtilmiştir. Öğretim programında örnek olarak verilen etkinlikler fraktalın ne olduğunu ve sahip olduğu matematiksel örüntüleri keşfetmekten ziyade daha çok verilen geometrik bir örüntüyü ifade etme ya da bir sonraki adımını çizme şeklindedir. (Karakuş, 2010).

Fraktal şekiller, birer tasarım ürünleri olduğu için ilköğretim matematik derslerinde uygulanacak fraktal geometri etkinlikleri öğrencilerin tasarı ve soyut düşüncelerini planlayarak geometrik şekillere dökme yeteneklerini geliştirebilecek bir yapıya sahip olmalıdır.

Yapılan literatür çalışmalarında fraktallar konusuna yönelik sınırlı sayıda çalışmaya rastlanmaktadır. Özel bir süsleme örüntüsü olan fraktal şekillere ait öğrencilerin bakış açılarını ve düşünme düzeylerini belirlemeye yönelik bir çalışma bulunmamaktadır. Hazırlanan ders kitapları ve öğretmen kaynakları incelendiğinde fraktallar ile ilgili yeterli açıklamaların yapılmadığı görülmektedir. Örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanına eklenen fraktallar konusu bu haliyle hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin zihinlerinde bir soru işareti olarak kalacaktır (Karakuş, 2010).

İlköğretim düzeyinde fraktal geometri öğretiminde yapılandırılacak etkinliklerde, öğrencilerin fraktal şekillerle ilgili hangi özelliklerin dikkate alınması gerektiği konusunda soru işaretleri bulunmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin fraktal şekillere ilişkin bakış açılarının ve değişik düzeylerdeki öğrencilerin bu şekillerle ilgili düşünme biçimlerinin belirlenmesi fraktal geometri ders programlarının ve etkinliklerinin geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

Bu bilgiler doğrultusunda fraktal geometri ile ilgili yapılacak çalışmalarda öğrencilerin hangi süreçlerden geçtikleri ile ilgili edinilecek bilgilerin, konunun sınıf içindeki etkinliklerde uygulanacak yöntemle ilgili hem öğretmenlere hem de araştırmacılara yol göstereceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada, öğrencilerin fraktal geometride yer alan şekil ve kavramlara ilişkin düşünme biçimleri, geliştirilen veri toplama araçları aracılığıyla belirlenmeye çalışılarak, öğrencilerin düşünme biçimleri arasındaki farklılıkların neler olduğu araştırılmaktadır.

1.2.Amaç ve Önem

Geometri öğretiminin en önemli amaçlarından biri hem doğal varlıkların hem de insanlar tarafından yapılan nesnelerin hangi geometrik özellikleri sayesinde

görevlerini yerine getirdiklerini öğretmektir. Şekilsel özelliklerin varlıkların evrendeki rollerinde ne denli önemli olduğu öğrencilere kavratılmalıdır (Üstün,1999). Bu nedenledir ki nesnelerin girintili çıkıntılı olması, pürüzlere sahip olması veya eğriliklere sahip olması gibi özellikleri aslında nesnenin bir kusuru değil, tam aksine onu fonksiyonel kılan özelliklerindendir. Fraktal geometrinin amacı bu özellikler ile ilgilenerek, nesnelerin düzensizliklerinde gizli olan dizaynı ortaya koymaktır.

Sekizinci sınıf matematik programı incelendiğinde fraktal geometri konusu Geometri öğrenme alanının "örüntü ve süslemeler" alt öğrenme alanında yer almaktadır. Öğretim programının konuyla ilgili kazanımları doğrultusunda öğrencilerden; doğru, çokgen ve çember modelleri ile örüntüler inşa etmesini ve bu örüntülerden fraktal olanlarını belirlemeleri beklenmektedir. Dolayısıyla, fraktal geometri konusuna daha çok süsleme etkinlikleri merkezinde yaklaşılmıştır.

Süsleme etkinliklerinde öğrencilerin kendi estetik tercihleri öne çıkar. Bu etkinliklerde, öğrencilerin geometrik şekillerin hangilerinin belli bir bölgeyi süslemede daha uygun olacağına, şekillerin özelliklerini dikkate alarak karar vermeleri önemlidir. Bu ise, öğrencilerin şekilleri analiz etmelerini gerektirir (MEB, 2005).

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) uluslar arası düzeyde bir kuruluş olup, okul matematiğinin ilkeleri ve standartlarına yönelik bir çalışma yayınlamıştır. Fraktallar konusunun içerdiği kazanımlar, NCTM'nin içerik standartları arasında geometri ve cebir standartları içersinde ele alınmıştır. Buna göre, öğrencilerin geometri bilgilerini sanat, bilim, mimari ve günlük yaşam gibi sınıf dışı etkinliklerde kullanmalarının gerektiği açıkça ifade edilmiştir.(NCTM,2000). Ayrıca bu standartlara göre öğrencilerden; eşitliklerden, grafiklerden veya tablolarda hareketle lineer olan ve olmayan fonksiyonların tanımlanması beklenmektedir.

İlköğretim matematik öğretim programı ve NTCM'nin ilgili kazanımları incelendiğinde, fraktallar konusunun, öğrencilerde geometri ve cebir ile ilgili belirli kazanımların geliştirilmesinde önemli bir araç olduğu görülmektedir.

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal özellik gösteren şekil ve nesneler ile ilgili düşünme, anlama ve kavrama biçimlerinin ortaya konulmasıdır. Farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerin söz konusu nesnelerin özelliklerini kavrama biçimleri arasındaki farklılıkların ortaya konulması hedeflenmektedir.

Öğrencilerin fraktal özellik gösteren şekil ve nesnelere yönelik bakış açılarının belirlenmesi, fraktal geometri ile ilgili yapılandırılacak program ve etkinliklerin, öğrencilerin bu bakış açılarının dikkate alınarak düzenlenmesini sağlayacak ve böylece etkinliklerin verimliliğini arttıracaktır. Ayrıca öğrencilerin fraktal geometri ile ilgili zorlandıkları alanlar belirlenerek bunların giderilmesine yönelik önlemler alınabilecektir. Bunların dışında, yapılan literatür taramasında ilköğretim öğrencilerinin fraktal şekil ve nesneler ile ilgili düşünme biçimlerinin araştırıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda çalışma sonucu ortaya konulacak sonuçların alana katkı sağlayacağı umulmaktadır.

1.3.Problem Cümlesi

İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal şekil ve nesnelere ilişkin düşünme biçimleri nelerdir?

1.4.Alt Problemler

Araştırmanın alt problemleri aşağıda belirtilmektedir.

1. İlköğretim sekizinci sınıf öğrencileri doğal fraktal nesneleri nasıl tanımlamaktadırlar?
2. İlköğretim sekizinci sınıf öğrencileri, belirli adımları verilen fraktalları yakın ve sonlu bir adıma nasıl devam ettirmektedirler?
3. İlköğretim sekizinci sınıf öğrencileri fraktallara ait sayı örüntülerini nasıl belirlemektedirler?

4. İlköğretim sekizinci sınıf öğrencileri fraktallara ait sayı örüntülerinin kurallarını nasıl bulmaktadırlar?

1.5.Sayıltılar

1. Araştırmada kullanılan fraktal geometri başarı testine ilişkin alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.
2. Araştırmanın örnek olay çalışması bölümünde kullanılan sorular için alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.
3. Öğrencilerin fraktal geometri başarı testine ve görüşme sorularına içtenlikle yanıt verdiği kabul edilmektedir.

1.6. Sınırlılıklar

1. Araştırma 2011-2012 öğretim yılı İzmir ili metropol ilçesindeki sekizinci sınıf öğrencilerinden seçilen örneklem ile sınırlıdır.
2. Örnek olay çalışması seçilen öğrenci grubu ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Araştırmada yer alan bazı ifadelere ait tanımlar aşağıda belirtilmektedir:

Fraktal: Kesir boyutlu küme (Türk Dil Kurumu Sözlüğü).

Etkinlik: Çocukların kendi amaç ve gereksinimlerine uygun geldiği için isteyerek katıldıkları bir öğrenme durumu (Türk Dil Kurumu Sözlüğü).

1.8. Kısaltmalar

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde fraktal geometri ve öğretimi ile ilgili yayın ve araştırmalara yer verilmiştir. Öncelikle fraktal geometri ile ilgili genel bilgiler ele alınmakta, ardından fraktal geometri öğretimine yönelik yayın ve araştırmalar incelenmektedir.

2.1. Fraktal Geometri

Fraktal Latince kökenli bir kelime olup kırıklı anlamına gelmektedir. Matematiksel olarak fraktal kavramı ilk olarak Karl Weierstrass tarafından kullanılmıştır (Hacısalihoğlu,2004). Benoit Mandelbrot fraktal geometrinin babası olarak tanınmakla beraber, Georg Cantor, Giuseppe Peano, David Hilbert, Helge von Koch, Waclaw Sierpinski, Gaston Julia veya Felix Hausdorff gibi matematikçiler yaptıkları çalışmalar ile Mandelbrot'un fraktal geometri kavramını ortaya atmasında kilit rol oynamışlardır (Peitgen, Jürgens & Saupe,2004).

Fraktal geometri klasik geometri de denilen Öklid geometrisinin bir uzantısıdır (Ürey,2006). Öklid geometrisine göre doğru parçası veya doğru tek boyutludur. Bir düzlem üzerine çizilen eğriler de tek boyutludur. Fakat bu eğrilerden düzlemin tamamını kaplayacak kadar çizdiğimizde iki boyutlu olan düzlemin kendisi elde edilir. Bu noktadan hareket matematikçiler kesirle ifade edilen "boyut" kavramına ulaşmışlardır. Fraktal boyut adı da verilen bu kavram eğrilerin tam sayı olmayan boyutları olduğunu ifade eder. Örneğin bir bulutun tam olarak iki mi yoksa üç boyutlu mu olduğu söylenemez. Zira bulutun boyutu 2 ve 3 arasında bir değere sahiptir. Kıyı şeritleri, ağaçlar, kristaller, dağ zirveleri gibi gerçek nesnelerin birçoğunda bu durum görülmektedir (Villiers,1996)

Fraktal şekil ve nesneleri genel olarak üç farklı başlık altında inceleyebiliriz. Bunlar; Doğal Fraktallar, Geometrik Fraktallar ve Cebirsel fraktallardır (Fractals Pack Educators Guide, 2009)

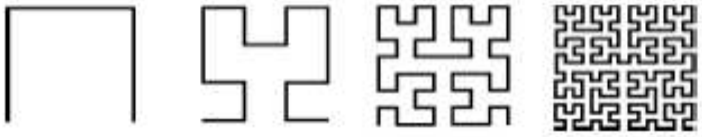
Doğal Fraktallar, çoğu zaman farkında olmadığımız fakat günlük yaşantımızda karşılaşabileceğimiz nesnelerdir. Örneğin, brokoli, mısır patlağı, dağ zirveleri, nehir yatakları vb nesneler doğal fraktal örneklerinden sadece birkaçıdır. Bunun yanında akciğerlerimiz, beyin kabuğumuzdaki nöronlar, spiral galaksi yapıları, amonit fosilleri gibi şaşırtıcı fraktal örnekleri de doğal fraktallardandır. Aşağıda doğal bir fraktal örneği olan şimşek yer almaktadır (Birken& Coon,2008)

Şekil 1: Bir Doğal fraktal örneği olan şimşek



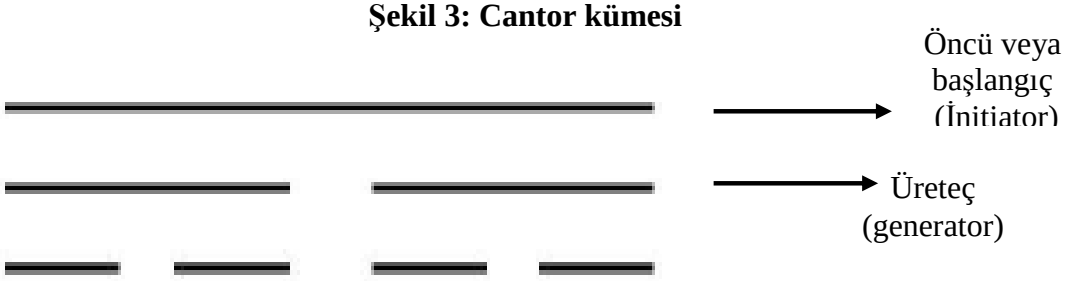
Geometrik fraktallar, seçilen bir şekle, basit bir geometrik metodun (proccess) uygulanması ile elde edilen fraktallardır. Sierpinski üçgeni, Kantor kümesi, Koch eğrisi gibi fraktallar geometrik fraktal örneklerindendir. Aşağıda Hilbert eğrisi adı verilen geometrik fraktal örneğine yer verilmiştir (Birken& Coon,2008).

Şekil 2: Hilbert Eğrisi Fraktalı



Geometrik fraktallarda, başlangıç için seçilen bir şekle aynı süreç veya işlem tekrar tekrar uygulanarak fraktalın oluşumu sağlanır. Aşağıda en sık rastlanılan fraktallardan olan Cantor Kümesine ait bir çizim verilmiştir.

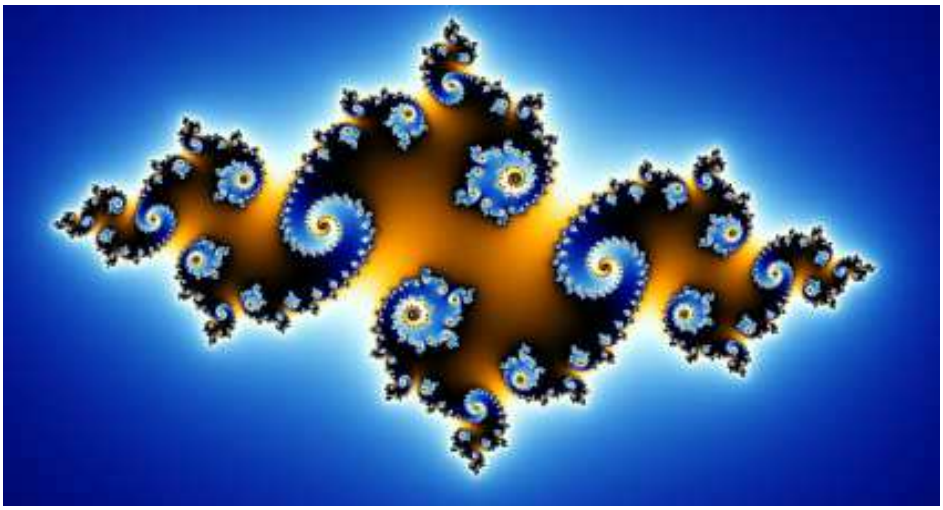
Şekil 3: Cantor kümesi



Şekilde görüldüğü gibi bir fraktalın oluşturulması aşamasında seçilen ilk şekle fraktalın öncüsü veya başlangıcı (initator) adı verilir. Fraktal şeklin oluşturulması için ilk uygulamanın yapıldığı ve fraktala ait karakteristik özelliğin ortaya çıktığı adıma ise fraktalın üreteci (generator) adı verilmektedir.

Cebirsel fraktallar, bir denkleme ait grafiğin tekrar tekrar hesaplanıp çizilmesi ile oluşan fraktallardır. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesi ile birlikte cebirsel fraktalların üretilmesi daha kolay olmuştur. Aşağıda bir cebirsel fraktal örneğine yer verilmiştir (Fractals Pack Educators Guide, 2009).

Şekil 4: Cebirsel Fraktal Örneği



Fraktal örnekleri incelendiğinde, bunların insan gözüne güzel görünen ve matematikçiler tarafından ilgi çekmek için oluşturulmuş şekiller olduğu düşünülse de gerçek böyle değildir (Gündüz, 1998). Fraktallar temelde bazı doğal olayları açıklamak için kurulan modellerin çözüm uzaylarıdır. Bunun yanında fraktal geometrinin bulguları, birçok bilim dalında uygulama alanı bulmaktadır.

Fraktalların temek olarak üç temel özelliği bulunmaktadır. Bunlar; “tekrarlama”, “boyut” ve “öz-benzerlik” özellikleridir (Karakuş, 2010). Fraktal şekillerin klasik Öklid şekilleriyle olan ilişkilerini ve aralarındaki farkı anlayabilmek için bu özelliklerin irdelenmesi gerekmektedir.

Tekrarlama; n kez tekrar eden bir geribildirim süreci olarak tanımlanabilir (Martinez, 1999). Tekrarlama kavramı matematiksel olarak, bir fonksiyonun herhangi bir değer için hesaplanan sonucunun veya çıktısının, aynı fonksiyonun başlangıç değerine tekrar uygulanmasıdır.

Boyut kavramı klasik geometri anlayışından farklı olarak fraktal geometride tamsayı olmayan değerler de alabilmektedir. Bir yapının kırıklık, pürüzlük, karmaşıklık veya dallanma derecesine o yapının “Fraktal Boyutu” adı verilir (Üstün,1999). Fraktal boyut ile ilgili olarak 3 farklı boyut çeşidinden

bahsedilmektedir. Bunlar; öz benzerlik boyutu (self similarity dimension), compass dimension (divider dimension) ve box-counting dimension şeklindedir. Bunların her biri Mandelbrot'un fraktal boyutunun birer versiyonlarıdır (Peitgen ve diğer, 2004). Fraktal boyutlar, gerçek yaşam bilgilerini tanımladığı için oldukça önemlidir. Zira bir kıyı şeridinin veya bulutun gerçek boyutu ancak bu metotlarla belirlenebilir (Barnsley,1988)

Öz-benzerlik özelliği (Self Similarity) fraktalların bir diğer önemli özelliklerindendir. Öz-benzerlik, şeklin belirli küçük bir parçasının şeklin bütünüyle benzerlik göstermesi olarak tanımlanmaktadır (Peitgen ve diğer, 2004).

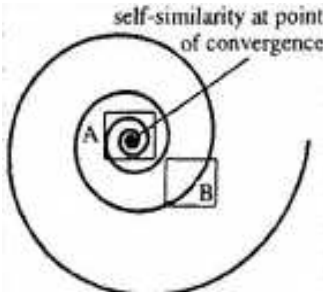
Fraktal geometrideki benzerlik ile Öklid geometrisindeki benzerlik hemen hemen aynı mantığa dayanmaktadır. Fakat fraktal yapılar kendi kendilerinin benzerleridir ve her adımda eklenen benzer motifler, kesirli boyutlara sahip şekilleri oluşturmaktadır (Üstün, 1999).

Fraktal şekillerde öz-benzerliğin oluşumunda yer alan mekanizmaya göre üç tür öz-benzerlikten bahsedilebilir.

Noktasal öz-benzerlik (self-similarity at a point): Şeklin sadece bir noktası etrafında öz benzerlik kurulmasıdır (Üstün,1999). Bu nokta şekildeki kopyaların boyutlarının sıfıra ulaştığı limit noktasıdır (Peitgen ve diğer, 2004).

Şekil 5:Noktasal öz benzer fraktal

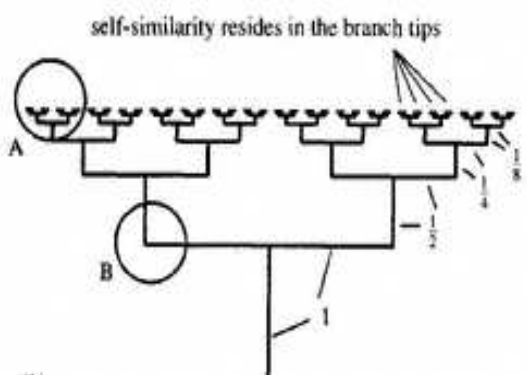
(Addison, 1997)



Yaklaşık öz-benzerlik (self affinity): öz benzerlik şeklin dallanma noktalarında bulunuyorsa bu tarz öz benzerliğe yaklaşık öz-benzerlik adı verilir (Addison, 1997).

Şekil 6: Yaklaşık öz-benzer fraktal

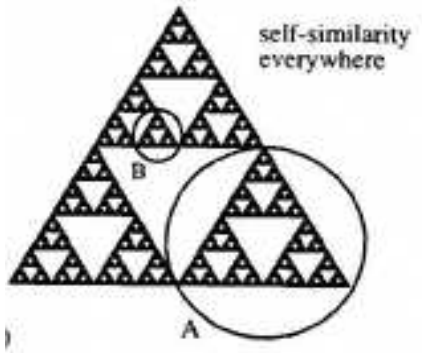
(Addison,1997)



Tam öz-benzerlik (Strict self-similarity): şeklin her noktası, bütünü ile benzer ise buna Tam öz-benzerlik adı verilir (Peitgen ve diğer,2004)**.** Sierpinski üçgeni, Koch eğrisi gibi fraktallar tam öz-benzer fraktallardır.

Şekil 7: Tam öz-benzer fraktal (Sierpinski Üçgeni)

(Addison,1997)



Öz- Benzerlik özelliği doğal fraktallarda da yer alan bir özelliktir. Galaksilerin spiral yapıları noktasal öz-bezerliğe örnek olarak verilebilir. Bunun yanında eğrelti otu veya bir ağaçta görebileceğimiz öz benzerlik yaklaşık öz-benzerlik örneği iken

dağ sıralarının sahip olduğu öz-benzerlik tam öz-benzerliğe örnek gösterilebilir (Üstün,1999).

2.2. Fraktal Geometri Öğretimi:

Fraktal geometri, matematiğin genç bir dalı olduğu için, öğretim programlarında da yeni yeni yer almaya başlamıştır. Buna paralel olarak fraktal geometrinin öğretimine yönelik akademik çalışmalar da Öklid geometrisine yönelik çalışmalara göre oldukça azdır.

Ülkemizde fraktallar konusu ilköğretim matematik programına 2005 yılından itibaren dâhil edilmiş bir konudur. 6-8. sınıflar ilköğretim matematik programının giriş bölümünde fraktalların programa eklenmesinin gerekçesi şöyle açıklanmıştır.(MEB,2006)

> Matematiğin "örüntülerin bilimi" olduğu görüşünün yanı sıra, kavramların ve nesnelerin kendi içkin (immanent) doğalarıyla değil, onları içeren yapılarıyla (örüntülerle) ilgilendiği yaklaşımı göz önünde tutulmuştur. Bu yüzden örüntü alt öğrenme alanı, ayrıntılı olarak ele alınmış ve özel birer örüntü olan fraktallara yer verilmiştir. Bu yaklaşımda söz gelimi; 13'ün bir asal sayı olmasının, sayının kendi içsel özelliğinden değil, doğal sayılar içindeki yeri nedeniyle belirlendiği ileri sürülür. Bunun gibi "bir doğrunun eğimi", seçilen yatay eksene/doğruya göre değiştiğinden bu doğrunun yaradılıştan gelen bir içsel özelliği değildir.

Fraktal geometri konusu ilköğretim matematik programında "Geometri öğrenme Alanı"nın "Örüntü ve Süslemeler" alt öğrenme alanı içersinde ele alınmıştır. Konu ile ilgili kazanım ise **"**Doğru, çokgen ve çember modellerinden örüntüler inşa eder, çizer ve bu örüntülerden fraktal olanları belirler" şeklinde ifade edilmiştir. Kazanımın açıklamalar bölümünde örüntü ve süslemelerin çeşitli geometri yazılımları ile de yaptırılabileceği belirtilmiştir. Ayrıca fraktalın, bir şeklin orantılı olarak küçültülmüş ya da büyütülmüşleri ile de inşa edilen örüntüler olduğunun vurgulanması beklenmektedir. Konu ile ilgili ölçme-değerlendirme çalışması olarak ise "doğada bulunan fraktal örneklerinin sınıfta sergilenmesi" istenmektedir.

Ülkemizde fraktal geometrinin ilköğretim matematik öğretimi programına 2005 yılında dâhil edildiği düşünüldüğünde konu ile ilgili derin araştırmalar bulunmadığı söylenebilir.

Üstün (1999)'ün çalışmasında ortaöğretim düzeyinde fraktal geometri konusu ele alınmıştır. Çalışmada fraktal geometri ile ilgili, söz konusu düzeye yönelik geniş bir literatür taraması yapılmış ve orta öğretim düzeyinde "fraktal geometri ünitesi" geliştirilmiştir. Geliştirilen üniteyle ilgili akademik değerlendirmeler yapılıp, uzman görüşleri ışığında üniteye son şekli verilmiştir.

Baki, Karakuş ve Kösa (2007)'nın çalışmalarında ilköğretim öğrencileri ile öğretmen adaylarının fraktal nesneleri tanımlama şekilleri incelenmiştir. Çalışmada daha önce fraktal geometri dersi almamış ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerine ve öğretmen adaylarına Öklid geometrisi ile tanımlanabilen nesneler ile fraktal özellik gösteren nesneler sunulmuş ve grup arkadaşlarıyla beraber tartışarak bu şekillerle ilgili tanımlamalarda bulunmaları istenmiştir. Araştırmanın sonucunda ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal nesneleri, öğretmen adaylarından daha başarılı bir şekilde tanımladıkları bulgusu elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının fraktal şekilleri tanımlarken sık sık ve ilköğretim öğrencilerinden çok daha fazla Öklid geometrisi bilgilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Öklid geometrisinin öğrencinin çevresini anlamasına ve teorik bilgileri ile fiziksel dünyasını ilişkilendirmesi ve birleştirmesine yeterli ölçüde fırsat vermediği vurgulanmıştır. Bu nedenle öğretmen adaylarının, şekilleri tanımlarken ilköğretim öğrencilerine göre daha fazla zorluk yaşadığı belirtilmiştir. Öğretmen adaylarının bir şekli tanımlarken başka bir şekli kullanma yolunu tercih etmedikleri, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin ise oldukça yaratıcı benzetmelerde bulundukları görülmüştür. Bu duruma neden olarak ise öğretmen adaylarının Öklid geometrisi ile uzun zamandır çalışıyor olmaları gösterilmiştir. İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin ise fraktal nesnelerin şekillerini daha çok kıvrımlı, girintili, zikzaklı vb. gibi kelimelerle tanımladıkları görülmüştür. Elde edilen sonuçlar kapsamında ilköğretim öğrencilerinin çevrelerinde karşılaştıkları girintili, çıkıntılı, karmaşık ve düzensiz nesnelerin şekillerini tanımlamalarını kolaylaştıracak fraktal geometri etkinliklerine derslerde yer

verilmesi gerektiği belirtilmiştir. Sınıf içi etkinliklerde iki ve üç boyutlu fraktal örneklerine yer verilmesi gerektiği söylenmiştir. Ayrıca konunun ilköğretim düzeyinde öğretilmesi nedeniyle, ilköğretim matematik öğretmenlerine fraktal geometri ile ilgili hizmet içi eğitim verilmesinin gerekliliği vurgulanmıştır.

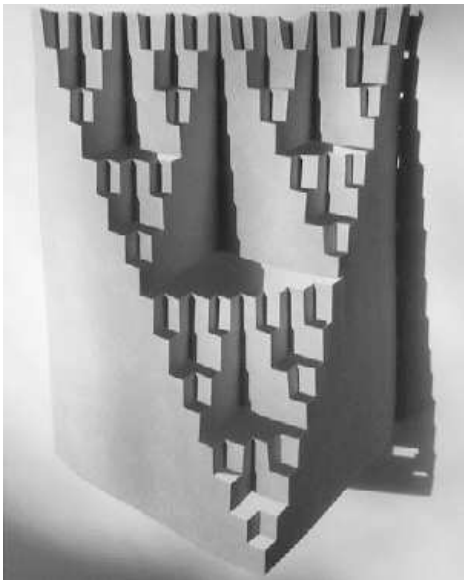
Baki, Karakuş ve Kösa (2008)'nın çalışmalarında öğretim amaçlı hazırlanan bir web sitesini kullanarak fraktallar konusunda gerçekleştirilen öğretime yönelik öğrencilerin ve öğretmenlerin görüşlerinin ortaya konulmak istenmiştir. Araştırmanın örneklemini uygulama yapılan sınıfın öğretmeni ve 17 öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada "The Shodor Foundation" tarafından hazırlanan web sitesi kullanılmıştır. Dersin içeriğinde Sierpinski üçgeni, Sierpinski halısı ve Koch kar tanesi fraktallarının temel özelliklerinin keşfedilmesine yönelik çeşitli etkinlikler kullanılmıştır. Bu konularda sitede bulunan çalışma yaprakları araştırmacı tarafından Türkçeye çevrilerek dersin öğretmenine verilerek uygulanması sağlanmıştır. Uygulamalar dersin öğretmeni tarafından sınıf ortamında internete bağlı bir bilgisayar ve projeksiyon aleti kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler dersin öğretmeni tarafından ikişerli gruplara ayrılmışlardır. Dersin öğretmeni sitedeki animasyonları hem kendisi hem de öğrencilerin kullanmalarını sağlamıştır. Oluşan geometrik örüntüleri öğrencilerin görmeleri için yönlendirmeler yapmış ve dağıtılan çalışma yapraklarındaki tabloları doldurmalarını sağlamıştır. Daha sonra elde edilen sonuçları bir sınıf tartışmasında tahtaya yazarak tüm öğrencilerin görmesini sağlamıştır. Ayrıca öğretmen öğrencilerin bu örüntülerden yararlanarak genellemelere ulaşmaları için çeşitli sorular sorarak çıkarsamalar yapmalarını sağlamıştır. Veri toplamak amacıyla sınıf öğretmeniyle yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Öğrencilere ise görüş formu dağıtılmıştır. Buna göre öğretmen web destekli öğretim yapmadan önce matematik öğretmede kullandığı yolun klasik yöntem olduğunu belirtmektedir. Ancak web destekli öğretimi kullanarak işlediği ders sonunda matematik öğretmede kullandığı klasik matematik öğretimi düşüncesinde bir değişim olduğunu ve matematik öğretmede öğrencinin de aktif bir rol alması gerektiğini ifade etmektedir. Ayrıca web destekli öğretim sayesinde şekil çizimine fazla zaman ayrılmayacağı belirtilmiştir. Fraktalların tekrarlama özelliğine yönelik hazırlanan animasyonların öğrencilerin öğrenmelerine olumlu etki ettiğini

belirtilmiştir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu ise web destekli fraktal geometri dersinin zevkli olduğunu söylemişlerdir. Bu durum web destekli eğitimin öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini daha çok çektiğini ve derse katılmaya teşvik ettiğini göstermektedir.

Karakuş (2010)'un yaptığı çalışmada ilköğretim sekizinci sınıf düzeyinde fraktal geometri konusunun öğretimine yönelik alternatif bir etkinlik tasarlanmıştır. Araştırmada, çeşitli kesme ve katlama çalışmaları ile üç boyutlu fraktal model hazırlama ile ilgili sınıf içi etkinliğin uygulama adımları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Üç boyutlu fraktal kart adı verilen materyalin oluşturulma adımlarının öğrencilerde fraktalların "tekrar" özelliğini kavratmadaki önemi üzerinde durulmuştur. Fraktalların öz benzerlik özelliğine vurgu yapılması gerektiği belirtilen çalışmada, fraktal geometri derslerinin öğrencilerin estetik duygularını harekete geçireceği savunulmuştur. Tasarlanan etkinlik sonucu öğrencilerin oluşturacakları üç boyutlu fraktal model (bkz. şekil 8) üzerinden fraktallara ilişkin cebirsel özelliklerin nasıl kavratılacağı ile ilgili önemli ipuçlarına yer verilmiştir.

Şekil 8: üç boyutlu fraktal modeli

(Karakuş,2010)



Karakuş, Bütün, Kösa ve Çekmez (2010)'in çalışmalarında fraktal geometri konuları kapsamında ilköğretim ve ortaöğretim programları ve ders kitaplarının değerlendirmesi yapılmıştır. Çalışmanın ilk bölümümde fraktal geometri ile ilgili bilgiler verilerek Öklid geometrisi ile fraktal geometri arasındaki farklılıklar üzerinde durulmuştur. Çalışmanın sonraki bölümünde ise ilköğretim matematik programının, 2005 yılı itibariyle eklenen fraktal geometri kazanımlarına, bakış açısı irdelenmiştir. Buna göre fraktal geometrinin öğretim programına katılma gerekçesinin, konuyu kapsayacak şekilde ifade etmediği eleştirisinde bulunulmuştur. İlköğretim matematik programının konu ile ilgili kazanımı şöyledir: "Doğru, çokgen ve çember modellerinden örüntüler inşa eder, çizer ve bu örüntülerden fraktal olanları belirler".(MEB,2006). Araştırmada, bu kazanımın, sadece Öklid geometrisinin şekillerini kullanarak verilen örüntülerin fraktal olup olmadığına öğrencilerin karar vermesine yönelik hazırlandığı belirtilmiştir. Ders kitaplarının fraktal için yaptığı "bir şeklin orantılı olarak büyütülmüş veya küçültülmüşleri ile inşa edilen örüntüler" tanımın eksik olduğu ve fraktalın öz benzerlik özelliğini vurgulamasına karşın, tekrar (iteration) özelliğine vurgu yapmadığı belirtilmiştir. Bu durumun, öğrencilerde bir şeklin fraktal olup olmadığını anlaması konusunda sıkıntı yaşatacağı öne sürülmüştür. Öğretmen kılavuz kitaplarında da fraktallara ait özelliklerin yer almadığı belirtilmiştir. Öğrenci ders ve çalışma kitaplarında yer alan fraktal geometri etkinliklerinin, fraktalın ne olduğunu ve sahip olduğu örüntüleri keşfetmekten ziyade verilen geometrik bir örüntüyü ifade etme veya bir sonraki adımını çizme şeklinde kurgulandığı savunulmuştur. Ders kitaplarında klasik fraktallara yer verilmemesi bir diğer eleştirilen noktadır. Hem ilköğretim hem de ortaöğretim düzeyinde yapılacak fraktal geometri derslerinde bilgisayar destekli etkinliklere de yer verilmesi gerektiği savunulmuştur. Çalışmanın sonunda öğrencilerin fraktalları nasıl anladıkları, nasıl öğrendikleri ve öğretmenlerin bu konuyu nasıl öğrettikleri ile ilgili alan yazındaki eksikliğe dikkat çekilmiştir.

Konu ile ilgili yurt dışında yapılan çalışmalar incelendiğinde ise konunun öğretimine yönelik ilköğretim, ortaöğretim ve kısmen yüksek öğretim düzeyinde çalışmaların yer aldığı görülmektedir.

Raiteri (2005) ‘in araştırmasında fraktal geometrinin ilköğretim düzeyinde çevrimiçi (on-line) yöntemlerle öğretimi üzerinde durulmuştur. 23 öğretmen, 15 sınıf ve 12 okul örnekleminde yapılan araştırmada çevrimiçi metotlarla fraktal öğretiminin çeşitli yaş guruplarındaki öğrencilerle çalışılmasının sonuçları üzerinde durulmuştur. Bir elektronik öğrenme ve öğretme ortamı yaratılarak hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin fraktal geometri konusunda daha derin bilgilere sahip olmaları sağlanmıştır. Çalışma bir yılı aşkın bir süre sürdürülmüştür. Araştırmada fraktal geometrinin her düzeyde öğretiminin mümkün olduğu tespitine yer verilmiştir. Fraktal geometrinin öğrencilerin ilgisini çeken bir konu olduğuna ve gerçek yaşam problemleri ile birlikte öğretiminin doğru bir yöntem olacağına değinilmiştir. Fraktal geometri konularının disiplinler arası bir yapıya sahip oluşu nedeniyle, konunun öğretiminde öğretmenlere önemli roller düştüğü söylenmiştir.

Kern ve Mauk (1990)’un çalışmalarında fraktal geometri öğretimi ile ilgili giriş niteliğinde tanıtıcı bir takım metotlar içermektedir. Buna göre, fraktal geometri öğretiminin gerçek hayat durumlarından hareketle başlatılması gerektiği savunulmuştur. Örneğin; bir fraktal geometri dersine, kıyı şeridinin uzunluğunu veya bir eğrelti otunun özelliklerini inceleme gibi doğal fraktallar temelindeki etkinlikler ile başlamanın doğru olduğu söylenmiştir. Bu amaçla Koch kar tanesi fraktalının iyi bir örnek teşkil edebileceği belirtilmiştir. Yazarlar ayrıca bir programlama dili olan LOGO ile fraktal geometri öğretiminin nasıl yapılabileceğini tartışmışlardır. Koch kar tanesi fraktalının LOGO ile inşasını ve öğretim yöntemi olarak nasıl kullanılabileceği anlatılmıştır. Araştırmada fraktal geometri öğretiminin öğrenciler üzerindeki olumlu etkileri üzerinde durulmuş, fraktalların öğrencilerin diğer matematik konularını öğrenmesine öncülük edebileceği belirtilmiştir.(Fine,1995)

Camp (1991)’in araştırmasında öğrencilerde, fraktallara özgü tekrarlama (iteration) özelliğinin kavratılmasında Koch kar tanesi fraktalının kullanışlılığı üzerinde durulmuştur. Ayrıca koch kar tanesinin, öğrencilere fraktal boyutu kavratmada uygun olduğu belirtilmiştir.(Fine 1995). Coes (1993)’ün araştırmasında ise fraktalların öz-benzerlik özelliği üzerinde durulmuştur. Öz benzerliğin kavratılmasından önce Öklid geometrisindeki benzerlik kavramının öğretilmesi

gerektiği savunulmuştur. Bunun ardından süsleme blokları veya kilitlenen küp modelleri kullanarak öz benzerliğin kavratılabileceği belirtilmiştir. Bu amaçla hem iki boyutlu hem de üç boyutlu şekillerin etkinlik materyali olarak kullanılması gerektiği söylenmiştir.

Peitgen ve diğer (1991) “Fractals For the Classroom” isimli kitaplarında daha çok ortaöğretim seviyesinde sayılabilecek fraktal geometri etkinliklerine yer vermişlerdir. Kitapta, fraktal geometri konuları ile matematiğin diğer branşları arasında nasıl ilişkiler kurulabileceği ile ilgili önemli bilgiler verilmektedir (Fine,1995). Çalışmada ayrıca grafik hesap makinesi kullanılarak yapılabilecek etkinliklere de yer verilmiştir (Langille, 1996)

Bowers (1991)’in çalışmasında fraktal geometrinin ortaöğretim düzeyinde öğretimi ile ilgili bazı araştırmalar yapılmıştır. Çalışmada fraktal kavramının oluşturulmasında karşılaşılan zorlukların, güçlüklerin belirlenmesi, fraktal geometri konusunun kavranmasında yeterli çeşitli ölçütlerin ortaya çıkarılması ve fraktal konusunun öğretimi ile ilgili çeşitli değişkenleri ortaya koymanın amaçlandığı belirtilmektedir. Durum çalışması yöntemini kullanıldığı araştırmanın iki aşaması bulunmaktadır. Bunlardan birincisi klinik mülakat aşaması ikincisi ise öğretim deneyimi veya uygulamasıdır. Klinik mülakattan önce, 27 tane 12 sınıf öğrencisine uygulanmak üzere bir ölçek geliştirilmiştir. Ölçekte fraktal boyut ve benzerlik olmak üzere iki ana başlıkta toplanabilecek soru tarzlarına yer verilmiştir. Araştırmanın klinik mülakat aşamasında, geliştirilen ölçeğin sonuçlarına göre seçilen dört öğrenci ile birebir görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmelerde amaç öğrencilerin özellikle fraktal boyut ile ilgili düşüncelerini açığa çıkarmaktır. Öncelikle öğrencilerin uygulanan ölçekte yer alan sorulara verdiği cevaplarla ilgili gerekçelerin sorgulandığı sorular yönlendirilmiştir. Araştırmanın sonraki söz konusu öğrenci grubu için bir öğretim deneyimi tasarlanmıştır. Bu tasarıda dört farklı etkinlik yer almaktadır. Araştırmacı etkinliklerin tasarımında Van Hiele’nin geometrik düşünme düzeylerini dikkate almıştır. İlk iki etkinlik görsel özellik taşırken, diğer iki etkinlik ise betimsel özellik taşımaktadır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin fraktalar konusunda yaşadığı bazı zorluklar izah edilmiştir. Buna göre öğrencilerin öz benzerlik özelliğini

kavramada çeşitli güçlükler yaşadığı belirtilmiştir. Bunun nedeni olarak ise Öklid geometrisindeki klasik benzerlik kavramındaki eksiklikler gösterilmiştir. Öğrencilerin yaşadığı bir diğer güçlük de boyut kavramındadır. Ayrıca fraktal şekillerin uzunluk, alan ve hacimleri ile ilgili güçlüklerinde yandığı belirtilmiştir. Araştırmanın bir diğer ilgi alanı ise öğretim etkinliklerinde öğretmenin motive edici özelliğidir. Ayrıca fraktal geometri dersinin başında gösterilecek bazı fraktal resimlerinin ilgili çekebileceği ve motivasyonu arttırabileceği belirtilmiştir.

Fine (1995), araştırmasında fraktal geometri ile ilgili ortaöğretim düzeyinde bir ünite planı hazırlayarak ve bu ünitenin öğrenci başarısına etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışmanın ilk aşamasında fraktal geometri ilgili bir üç haftalık bir ünite planı hazırlanmıştır. Buna göre ünitedeki her bir ders 45 dakika olacak şekilde tasarlanmıştır. Her bir derste fraktallarla ilgili çeşitli konular yer almaktadır. Bunlar; genel kavramlar, koch kar tanesi, sierpinski üçgeni, Chaos oyunu, kıyı şeridi problemleri, karmaşık sayılar, Mandelbrot kümeleri ve bilgisayar programlarıdır. Hazırlanan ünite planı bir lisedeki üç adet onuncu sınıfa (yetmiş üç kişi) derslerinde uygulanmıştır. Her dersin sonunda o derste işlenen konu ile ilgili küçük testlere yer uygulanmıştır. Ayrıca öğrencilere o gün işlenen konu ile ilgili çeşitli ödevler verilmiştir. Konunun öğretimine yönelik çeşitli bilgisayar programları hazırlanarak ünite planına dâhil edilmiştir. Ünite planı dâhilinde işlenen derslerin başarını ölçmek amacıyla, birinci yöntem olarak, her dersin son on dakikasında, araştırmacı tarafından geliştirilen altı ayrı ölçek uygulanmıştır. İkinci yöntem ise yine araştırmacı tarafından geliştirilen 25 adet açık uçlu problemin uygulanmasıdır. Ünite planında yer alan her konunun yer aldığı bu problemler, her bir öğrenciye uygulanarak sonuçları incelenmiştir. Bir öğrencinin başarı düzeyini ölçmek için yapılan testten ve açık uçlu problemlerden elde ettiği puanların ortalaması alınmıştır. Üç sınıftaki öğrencilerin sonuçları da 84 ve üstünde olmuştur. Buna göre hazırlanan ünite planı başarılı kabul edilmiştir. Araştırmanın sonucunda lise düzeyinde daha uzun süreli ünite planlarının geliştirilebileceği vurgulanmıştır. Bunun yanında konunun ilköğretim düzeyinde uygulanmasının yararlı olacağı belirtilmiştir.

Langille (1996)'nin çalışmasında ise ortaöğretim düzeyinde fraktal geometri ile ilgili ünite planı geliştirilip uygulanarak, olanın etkililiği tartışılmıştır. Bu amaçla öncelikle fraktal geometri ünitesi geliştirilmiştir. Geliştirilen ünitede ilk olarak bir slayt gösterisine yer verilmiştir. Slayt gösterisindeki resimler özellikle doğal fraktal örneklerinden seçilerek öğrencilerin dikkatlerini toplamak amaçlanmıştır. Gösterinin bir diğer amacı da fraktalların öz benzerlik özelliğini fotoğraftaki örneklerinden hareketle öğrencilere kavratmak olmuştur. Ünitenin bir diğer konusu da Chaos oyunudur. Araştırmacı bu oyunu eklemesinin amacını öğrencilere, chaos teorisi ile fraktal geometri arasındaki ilişkiyi kavratmak olarak açıklamaktadır. Ünitenin üçüncü konusu da "basit fraktal yapılar" olarak adlandırılmıştır. Bu bölümde koch kar tanesi ve buna benzer fraktal yapıların inşası üzerinde durulmuştur. Dördüncü konu öz benzerlik olarak belirlenmiştir. Bu konu dâhilinde fraktal boyut üzerinde de durulmuştur. Beşinci konu ise teknoloji tabanlı fraktal aktivitelerini içermektedir. Çeşitli geometri yazılımları kullanılarak fraktal yapıların inşası yapılmış ve özellikleri incelenmiştir. Sonraki bölümde paskal üçgeni, sierpinski üçgeni gibi fraktallarla ilgilenilmiştir. Çalışmanın değerlendirme bölümünde iki temel veriden faydalanılmıştır. Bunlarda birincisi açıklanan etkinliklerde sunulan test, ödev vb değerlendirme araçlarında elde edilen veriler, ikinci ise öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış klinik mülakatlar sonucu elde edilen verilerdir. Klinik mülakat soruları; öz benzerlik, fraktal boyut, fraktalların şekilsel özellikleri, verilen fraktalın eksik adımını tamamlama ve kıyı şeridi uzunluğu hesaplama şeklinde özetlenebilecek konu başlıklarından seçilen sorulardan oluşmaktadır. Öğrencilerin klinik mülakat sorularına verdikleri yanıtlar derinlemesine incelenmiş ve genel bir durum tespiti yapılmıştır.

Simmit ve Davis (1998)'in araştırmalarında "fraktal kart" adı verilen, kâğıt veya kartonun belli kurallara göre katlanıp kesilmesiyle oluşturulan üç boyutlu fraktal modellere ilişkin çalışmalara yer verilmiştir. Çalışmada öncelikle fraktal kartın oluşturulma adımları ayrıntılarıyla verilmiştir. Ayrıca bu üç boyutlu fraktal modellerin sierpinski üçgeni gibi klasik fraktallarla olan ilişkileri ve ortak özellikleri incelenmiştir. Bunun yanında geliştirilen bu etkinliklerin, ilköğretim ve ortaöğretim öğrencileri ve öğretmen adaylarıyla yapılacak öğretimin içeriği tartışılmıştır.

Araştırmaya göre özellikle fraktal geometrinin erken yaşlarda öğretiminde kullanılacak dilin önemi vurgulanmıştır. Şekillerin özelliklerini tanımlamak için kelime dağarcığı geliştirilmesinin önemli olduğu belirtilmiştir. Çalışmada fraktal şekillerin sahip olduğu sayısal örüntülerin ilköğretim düzeyinde öğretimine dikkat çekilmiştir. Fraktal kart etkinliklerinde öğrencilerden, fraktalların sahip olduğu örüntüyü oluşturacak şekilleri sayma, bunları tablolaştırma ve bunlarda hareketle sonraki herhangi bir adımdaki şekil sayısını bulma ile ilgili öğrenci görevlerine yer verilmesi gerektiği savunulmuştur. Etkinliklerde yer alan bir diğer konu da üç boyutlu fraktallarda herhangi bir adımda oluşan çokgensel bölgelerin alanlarını hesaplatmaya yönelik görevlerdir. Bu tarz etkinliklerin, öğrencilerin eski bilgilerini fraktallara uygulamasına fırsat verdiği düşünülmektedir. Alan ile ilgili etkinliklerin ortaöğretim veya üniversite düzeyindeki öğretiminde "limit" kavramının kullanımı tartışılmıştır. Bu noktadan hareketle de fraktal modellerin boyutlarına yönelik etkinlikler sunulması önerilmiştir.

Vacc (1999a), çalışmasında 359 ilköğretim öğrencisinin çeşitli fraktal şekilleri tanımlama biçimlerini araştırmıştır. Doğal fraktal örnekler olan kızarmış tavuk yüzeyi, patlamış mısır ve kıvırcık marul seçilmiştir. Bilgiler bireysel, yarı yapılandırılmış klinik mülakatlar yolu ile toplanmıştır. Buna göre çocukların büyük bir çoğunluğu patlamış mısırı tanımlarken klasik geometri terimlerini kullanmışlardır. Kızarmış tavuğun ve marulun özelliklerini tanımlarken ise klasik geometri terminolojisinin yanında çeşitli sıfatlar, tabirler veya benzetme içeren kelimeleri seçmişlerdir. Bu nedenle klasik geometri bilgilerinin öğrencilerin şekilleri tanımlamada kullanacakları terminolojiyi kısıtlayacağı vurgulanmıştır. Çalışmada öğrencilere çeşitli fraktal şekiller üzerinden tanımlamalar yapmanın faydalı olacağı savunulmuştur.

Vacc (1999b)'ın çalışmasında, öğretmenlerin, öğretmen eğitimcilerinin ve öğretmen eğitimi araştırmacılarının fraktal geometrinin muhtemel sınıf uygulamaları konusunda bilgi sahibi olmalarını sağlayarak, bu konunun ilköğretim programlarına uygunluğu ile ilgili bir tartışma ve fikir ortaya konulması amaçlanmıştır. Çalışmada fraktallar iki farklı kategoride incelenmiştir: doğal fraktallar ve matematiksel

fraktallar. Çalışmanın bir sonraki bölümünde fraktal geometrinin temel kavramlarına yönelik etkinlikler sınıflandırılarak açıklanmıştır. Buna göre bu etkinlikler şu şekilde sıralanabilir:

- Fraktal örüntüleri tanımlama etkinlikleri
- Fraktal şekilleri açıklama etkinlikleri
- Fraktallarla ilgili ölçme etkinlikleri
- Öz benzerlik ile ilgili etkinlikler

Vacc (1999b), ilköğretim öğrencilerinin iki ve üç boyutlu şekilleri anlama konusunda üç temel aşamadan geçtiklerini, Van Hiele (1986)'nin geometrik düşünme modeline göre açıklamaktadır. Bunlar düzeyler: 0. Düzey: Görsel düzey, 1. Düzey: analitik düzey ve 2. Düzey: İnformal çıkarım düzeyidir. Lehrer, Fennema, Carpenter, ve Osana (1992), bir öğrencinin görselleştirmesinin, analiz etmesinin veya örüntüleri sınıflandırma yoluyla informal çıkarımda bulunmasının, kelime dağarcığına bağlı olduğu belirtilmektedirler (akt. Vacc,1999b). Bunun için öğrencilerin çeşitli nesnelerin özellikleri üzerine konuşmalar, tartışmalar yapılması gerektiği belirtilmektedir. Fraktal şekilleri tanımlama etkinlikleri kapsamında Vacc (1999b)'ın yaptığı araştırma şöyledir: daha önce fraktal geometri dersi almamış, 25 öğretmen adayı,21 dördüncün sınıf ve 23 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere üç farklı grup oluşturulmuştur. Her bir gruptan patlamış mısırın ve kıvırcık marulun şeklini tanımlamaları ve listelemeleri istenmiştir. İkinci sınıf öğrencileri bu şekillerin özelliklerini tanımlamada en az zorluk yaşayan grup olmuştur. Öyle ki, özellik listesi en uzun olan grup ikinci sınıf öğrencileridir. Dördüncü sınıf öğrencileri ve öğretmen adayları klasik geometri bilgililerini kullanarak şekillerin özelliklerini listelemek için oldukça yoğun çaba sarf etmişlerdir. Örneğin patlamış mısırı tanımlarken "birçok küçük çemberden oluşmaktadır" cümlesi oldukça sık kullanılmıştır. Marul için ise "eğrilerle dolu" ifadesi kullanılmıştır. Her iki gruptaki öğrencilerin bazıları bu iki nesnenin şekillerinin tanımlanmasının mümkün olmadığını belirtmişlerdir. İkinci sınıf öğrencileri ise tam tersine nesnelerin özelliklerini tanımlama konusunda oldukça yaratıcı kelimeler kullanmışlardır. Örneğin; patlamış mısır için, dalgalı, kıvrımlı, girintili-çıkıntılı gibi sözcükler

seçerken, marul için, buruşuk, kırışık vb gibi kelimler seçmişlerdir. Ayrıca patlamış mısırı tanımlarken, "şef şapkası gibi" ve marulu tanımlarken " dinozor derisi gibi" şeklinde benzetmelerde bulunmuşlardır. Bu durum Vacc(1999b) tarafından şöyle yorumlanmıştır:

> İkinci sınıf öğrencilerinin klasik geometri bilgileri diğer öğrencilerin bilgileri kadar derin ve etraflı değildir. Bu durum fraktal şekillerin özelliklerini tanımlarken ikinci sınıf öğrencilerini engellenmemelerini sağlamıştır. Öğretmen adaylarının daha derin olan geometri bilgileri, onları etkinlikteki görevlerini yerine getirme konusunda sınırlandırmıştır. Klasik geometri bilgileri ile bu düzensiz şekilleri tanımlamak yoluna gittikleri için bu etkinliği oldukça zor bulmuşlardır. Zira bu öğrencilerden eğitimleri boyunca düzensiz şekilleri tanımlamaları beklenmemiştir.

Fraktal geometri konularına giriş etkinlikleri çerçevesinde çeşitli doğal fraktal örnekleri gösterilerek, o şekillerle ilgili yorum yaptırılması gerektiği belirtilmiştir. Bu etkinliklerde öğretmenlerin tartışma ortamı yaratması gerektiği söylenmiştir.

Fraktal şekilleri açıklama etkinlikleri kapsamında, artık fraktal şekilleri tanıyan öğrencilere, bilgilerini çevrelerine uygulamaları için fırsat verilmesinin önemli olduğu belirtilmiştir. Bu anlamda önerilen ilk etkinlik şu şekilde açıklanabilir (Vacc,1999b): Öğrenciler kendilerince bir "fraktal şekiller" listesi oluştururlar. Bu listede yer alan şekillerin neden fraktal olduğunu diğer arkadaşlarına açıklaması istenir. Seçilen fraktal şekillerin, her bir parçasının aynı özelliği taşıyıp taşımadığının nedenleriyle sorulması ile öğrenciler fraktalların özelliklerini bulmaya yönlendirilir.

Fraktallarla ilgili ölçme etkinlikleri kapsamında, Kern ve Mauk (1990), Fine (1995) ve Langille (1996)'nin çalışmalarında da yer alan kıyı şeridi uzunluğu hesaplama etkinliklerinin veya benzerlerinin uygulanabileceği belirtilmiştir. Bu amaçla bir eğirinin uzunluğunu hesaplamaya yönelik etkinlik örneğine yer verilmiştir. Bu etkinliklerin öğrencilerde fraktal nesnelerin görünüşte aynı fakat detayına girildiğinde farklı ölçüler barındırma özelliğini kavratmada etkili olabileceği savunulmuştur. Dolayısıyla fraktal şekillerin ölçü ile ilgili olan özelliklerinin, öğretiminde kullanılması önerilmiştir.

Öz benzerlik ile ilgili olarak ise web tabanlı etkinliklerin yapılabileceği belirtilmiştir. Bunun yanında fraktal özellik gösteren bir doğal nesnenin sınıf ortamında ayrıntılı incelenerek ve öğrencilere sorular sorarak öz benzerlik kavramını öğrencilerin kendilerinin oluşturmalarına fırsat verilmesi gerektiği savunulmuştur.

Raiteri ve Cambini (2004) fraktalların öğretimine yönelik yaptıkları çalışmada, gerçek yaşam problemleri kullanılarak yapılan öğretim ile web destekli öğretimin beraber kullanımını tartışmışlardır. Çalışmanın ilk bölümünde gerçek yaşam problemlerinin modellenmesi metoduyla öğretim konusu çeşitli örnekleriyle ele alınırken, ikinci bölümünde ise bu yöntemin, web tabanlı öğretimde kullanımı üzerinde durulmuştur. Fraktalların öğretimi için "Fractinit" yazılımını ile sierpinski üçgeninin öğretimine yönelik örnek bir etkinlik sunulmuştur. Raiteri ve Cambini (2004) çalışmalarında fraktalların bir öğretimsel materyal olarak kullanılmasının nedenlerini şöyle sıralamışlardır:

- Fraktalların, öğrencilerin duyuşsal zekâlarına hitap eden, estetiksel bir yönünün olması.
- Fraktal modellerin, tıptan sinemaya kadar birçok alanda kullanılabilirliğinin olması
- Öğretimsel amaçlı birçok web sitesinin kurulmuş olması.
- Fraktalların doğasının öğrencilerde, keşfetmekten ziyade icat etme algısını oluşturması.

Fraboni ve Moller (2008) çalışmalarında fraktalların tekrarlama (iteration) özelliğinin sierpinski üçgeni ile nasıl öğretileceği ile ilgili bir etkinlik yer almaktadır. Çalışmada öncelikle fraktal geometrinin tanımı ve öz benzerlik özelliği açıklanmıştır. Ardından geometri öğretiminin iki temel nedeni açıklanmıştır. Bunlardan birincisi geometrinin hem çok eski hem de çok yeni bir alan olmasıdır. Öklid geometrisi 2000 yılı aşkın bir geçmişe sahip iken fraktal geometri 1960'larda ortaya çıkmış bir geometri alanıdır. İkinci neden olarak ise fraktal geometrinin doğadan geliyor olması olarak açıklanmıştır. Araştırmanın uygulama bölümünde sierpinski üçgeninin oluşturulma adımları açıklanarak, bu üçgen üzerinden çeşitli adımlardaki küçük

üçgen sayısı, bu üçgenlerin her birinin alanı veya bir adımdaki toplam alanı bulma gibi çeşitli etkinlik aşamaları yer almaktadır. Daha ileri düzeylere yönelik olarak, paskal üçgeni, karmaşık sayılar, fonksiyonlar vb. gibi konuların fraktallar içerisine dâhil edilebileceği söylenmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi ele alınmaktadır. Araştırmanın modeli, evren ve örneklem, veri toplama araçları ve veri çözümleme teknikleri ayrıntıları ile açıklanmaktadır.

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri birada kullanılmıştır. Bu bölümde nitel ve nicel araştırma yöntemleri tartışılacak ve buradan hareketle araştırmanın modeli açıklanacaktır.

Nicel araştırma, bir fenomen ile ilgili sayısal verilerin toplanarak, bu verilerin matematiksel (özellikle istatistiksel) olarak analizi ile açıklanması olarak tanımlanabilir (Muijs, 2004). Nitel araştırma ise, ilişkilerin, etkinliklerin, durumların ya da materyallerin niteliğinin incelendiği araştırmalardır (Fraenkel ve Wallen 2006'den akt. Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009).

Nitel ya da nicel araştırmaları planlarken bize yol gösteren en temel başlangıç, araştırmak istediğimiz konudur (Büyüköztürk ve diğer,2009). Nitel ve nicel araştırma yöntemleri arasındaki farklılıklar aşağıdaki şekilde sıralanabilir. (Oakley 1999'dan aktaran Blaxter, Hughes ve Tight, 2006)

- Nitel araştırmalar süreç odaklı iken, nicel araştırmalar sonuç odaklıdır.

- Nitel araştırmalar gerçek, zengin ve derin bilgilerin ile çalışmaya uygun iken nicel araştırmalar ise daha zor ve yenilenebilir veriler ile çalışmaya daha uygundur.
- Nitel araştırmalar bütüncül bir yaklaşıma sahip iken, nitel araştırmalar tikel (partiküler) bir yaklaşıma sahiptir.
- Nitel araştırmalarda doğal ve kontrolsüz gözlemler yer alırken, nicel araştırmalarda dikkat çeken ve kontrollü durumların ölçülmesi yer alır.

Yukarıda belirtilen farklılıkların yanında nitel araştırma yöntemlerinin ortak birçok yönü de bulunmaktadır. Blaxter ve diğer (2006)'a göre hem nitel hem de nicel araştırmalarda bir teorinin veya bir hipotezin test edilmesi amaçlanabilir. Her ne kadar nicel araştırmalarda yapılan ölçümleri sayısal bir değer ile ifade etmek söz konusu olsa bile her iki araştırma biçiminde de ölçümleme yapılmaktadır. Nitel araştırmalar bunu açık uçlu sorular yardımıyla sayısal olmayan sonuçlarla gerçekleştirir.

Frankel ve Devers (2000)' e göre nitel araştırmaların nicel araştırmalardan daha bilimsel ve daha iyi olduğunu söylemek doğru değildir. Her bir araştırma yönteminin kendi içinde çeşitli avantajları bulunmaktadır. Öneli olan yapılan araştırma için doğru yöntemi seçmek veya bu yöntemlerin her ikisini birden uygun bir şekilde kullanmaktır (akt. Büyüköztürk ve diğer, 2009).

Bu araştırmada ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal geometri konusundaki başarı düzeylerini incelemek için bir nicel araştırma yöntemi olan tarama yöntemi kullanılmıştır. Bir konuya ilişkin katılımcıların görüşlerinin ya da ilgi, beceri, yetenek, tutum vb. özelliklerinin belirlendiği araştırmalara tarama araştırmaları denir (Büyüköztürk ve diğer, 2009). Sapsford (1999), tarama araştırmasını şu şekilde ifade etmişlerdir. (akt. Blaxter ve diğer, 2006)

> Tarama araştırmalarında sistematik bir gözlem veya görüşme yer almaktadır. Burada araştırmacının cevaplanması istenen sorular sorulmaktadır. Bu sorulara verilebilecek cevaplar belirlenmiştir. Tarama çalışmalarının kalbinde standardize etmek yatmaktadır ve tutarlı

> sorulara tutarlı cevapların alınması önemli bir noktadır. Belirlenen soruların (ölçeğin) standart bir ölçme aracına dönüştürülmesi için tüm kişilere aynı yolla, aynı şekilde sorulması gerekmektedir.

Araştırmada fraktal geometri konusunda farklı başarı düzeylerinde bulunan ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal şekiller ve nesnelere yönelik düşünme biçimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle çalışmanın diğer bölümünde nitel araştırma yöntemlerinden olan örnek olay çalışması yapılmıştır. Yin (2003) 'e göre örnek olay çalışması, üzerinde çalışılan konunun ayrıntılarının kolaylıkla ayırt edilemediği durumlarda kullanılan bir metottur (akt.Blaxter ve diğer, 2006). Cohen, Manion ve Marrison (2000) örnek olay çalışmasını şu şekilde açıklamışlardır:

> Değişkenlerin manipüle edilerek çeşitli durumların belirlendiği, standart soruların sorulduğu, temsili örneklemlerin seçildiği deneysel araştırmalar ve tarama çalışmalarının aksine örnek olay çalışmalarında amaç bir çocuğa, bir gruba, bir sınıfa veya bir okula ait spesifik durumların karakteristik özellikleri gözlemlenir. Bu gözlemlerin amacı sözü edilen öğrencinin, grubun, sınıfın veya okulun konuyla ilgili yaşam döngüsünde yer alan çeşitli olguları derinlemesine inceleyip araştırarak, bu grupların ait olduğu daha geniş popülasyonlar ile ilgili bir genellemeye ulaşmaktır.

Gall, Borg ve Gall,(1996) Durum çalışması olarak da adlandırılan örnek olay çalışmasının kullanılış amaçlarını şöyle sıralamışlardır (akt. Büyüköztürk ve diğer, 2009).

- Bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek
- Bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek
- Bir olayı değerlendirmek

Örnek olay çalışmalarında verilerin toplanması aşamasında doküman analizi ile birlikte çoğunlukla gözlem ve görüşmeler kullanılır. Burada amaç, duruma ilişkin kesin ve detaylı tanımlamaların yapılmasıdır (Büyüköztürk ve diğer, 2009).

Görüşme tekniği, soru sorma veya belirli konuları tartışmayı içeren bir metottur. Gözlem ve ölçeklerle bilgi toplamanın zor olduğu durumlarda kullanılabilecek en

uygun tekniklerden biridir (Blaxter ve diğer, 2006). Büyüköztürk ve diğer,2009'e göre görüşme tekniği bir araştırma sürecinin çeşitli aşamalarında kullanılabilir. Örneğin;

- Hipotez üretmek veya daha detaylı bir araştırmanın başlangıç aşamasında,
- Diğer veri toplama araçlarının pilot uygulamalarında veya doğrulanmalarında,
- Temel veri toplama aracı olarak,
- Verilerden elde edilen çıkarımların doğruluğunun ve temsil edilebilirliğinin kontrolünde yer alabilir.

Bunlara paralel olarak, Cohen ve diğer, 2000 görüşme tekniğini kullanma amaçlarını şöyle sıralamışlardır:

- Herhangi bir konuda bir kişiyle ilgili değer biçmek veya o kişiyle ilgili değerlendirme yapmak,
- Bir hipotezi test etmek veya bir hipotez geliştirmek,
- Bir deneysel çalışmada veya bir ankette elde edilen bilgilerden çıkarımlarda bulunmak,

Bu araştırmada öğrencilerin fraktal şekil ve nesnelere ilişkin bakış açılarının, düşünme biçimlerinin nasıl olduğunun incelenmesi amaçlandığından, örnek olay çalışmasında görüşme tekniği kullanılmıştır.

3.2. Evren ve Örneklem

Bu bölümde fraktal geometri başarı testi katılımcıları ve örnek olay çalışmasının katılımcıları ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.2.1. Fraktal Geometri Başarı Testi Katılımcıları

İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal geometri konusundaki başarılarının incelenmesi amacıyla yapılan nicel araştırmanın evrenini İzmir ili ilçelerindeki sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu araştırmanın örneklemini

ise 2011-2012 eğitim öğretim yılında belirtilen evrenden seçilen Karabağlar İlkkurşun İlköğretim Okulunda öğrenim gören 194 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın yapılabilmesi için İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınmıştır.(EK-5).

3.2.2. Örnek Olay Çalışması Katılımcıları

Örnek olay çalışmasının evrenini, fraktal geometri başarı testi uygulanan 194 öğrenci oluşturmaktadır. Belirtilen evren içerisinde amaçsal örnekleme yöntemi ile 12 öğrenci seçilmiştir. Amaçsal örnekleme, çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına olanak sağlayan bir yöntemdir (Büyüköztürk ve diğer, 2009). Amaçsal örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekle yöntemi kullanılmıştır. Evrende incelenen problemle ilgili olarak kendi içinde benzeşik farklı durumların belirlenerek çalışmanın bu durumlar üzerinde yapılması maksimum çeşitlilik örneklemeyi tanımlar (Büyüköztürk ve diğer, 2009). Örnek olay çalışmasında çalışma yapılacak öğrencilerin seçiminde aynı örnekleme uygulanan fraktal geometri başarı testinin sonuçları kullanılmıştır. Testin sonuçlarına göre düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç farklı grup oluşturulmuştur. Her bir gruptan dörder öğrenci olmak üzere toplam 12 öğrenci ile çalışma yapılmıştır. Çalışma yapılan öğrencilerin düzeyleri ve cinsiyetlerine ait bilgililer aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 1

Örnek Olay Çalışması Katılımcıları

Cinsiyet	Düşük Düzey	Orta Düzey	Yüksek düzey
Bayan	2	2	2
Erkek	2	2	2
TOPLAM	12		

3.3.Veri Toplama Araçları

Bu bölümde araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan fraktal geometri başarı testi ve örnek olay çalışması soruları ile ilgili açıklamalar yer almaktadır.

3.3.1.Fraktal Geometri Başarı Testi

Yapılan literatür çalışmaları sonucunda fraktal geometri ile ilgili ilköğretim düzeyinde bir başarı testine rastlanmamıştır. Başarı testinde yer alacak maddeler üç sınıfta toplanmıştır. Bunlar fraktal şekilleri tanımlama, fraktal şekilleri açıklama ve fraktal şekillerle ilgili ölçmeye dayalı soru tarzlarıdır. Bu sınıflandırmanın yapılmasında Vacc (1999)'un ilköğretim düzeyinde fraktal geometri etkinliklerini sınıflamada kullandığı çerçeve dikkate alınmıştır. Özellikle ders kitapları ve ilköğretim matematik programı dikkate alınarak, çoktan seçmeli 24 maddeden oluşan bir test geliştirilmiştir.

Geliştirilen başarı testinin kapsam geçerliliği Dokuz Eylül Üniversitesi ve Ege Üniversitesinde görev yapan iki uzmanın görüşleri alınarak sağlanmıştır. Fraktal geometri, konusu ders kitaplarında 2011-2012 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminde yer alan bir konu olduğu için geliştirilen testin pilot uygulaması da ikinci yarıyılda gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma İzmir İli Karabağlar İlçesinde bulunan İyiburnaz İlköğretim Okulu sekizinci sınıf öğrencilerine Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınarak uygulanmıştır. Pilot çalışmaya 196 sekizinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Elde edilen verilere göre yapılan analiz sonucunda testin Cronbach's Alpha güvenirlik katsayısı 0,812 olarak bulunmuştur. Madde ayırıcılık indisi, 20'den düşük olan iki madde testten çıkarılarak teste son hali verilmiştir. Maddelere ait ayırıcılık indisi EK- 4 de yer almaktadır.

Yapılan geçerlik ve güvenirlik analizleri sonucunda 22 maddeden oluşan "Fraktal Geometri Başarı Testi" EK-1 de yer almaktadır.

3.3.2. Örnek Olay Çalışması Soruları

Örnek olay çalışması kapsamında çalışılacak 12 öğrenciye yöneltilmek üzere görüşme soruları geliştirilmiştir. Sorular yapılan literatür çalışmaları sonucu

öğrencilerin fraktal şekil ve nesnelere ilişkin düşünme biçimlerini açığa çıkarmaya yönelik hazırlanan etkinlikler de dikkate alınarak hazırlanmıştır. Kapsam geçerliğini sağlama amacıyla, hazırlanan sorulara ilişkin Dokuz Eylül Üniversitesinde görev yapan bir öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Öneriler doğrultusunda görüşme sorularına son şekli verilmiştir. Görüşme soruları kendi içinde benzer özellikte soruların yer aldığı dört gruptan oluşmaktadır.

Birinci grup görüşme soruları bölümünde öğrencilerden fotoğrafları gösterilen çeşitli nesnelerde yer alan şekilleri tanımlamaları istenmektedir. Bu nesnelerin dört tanesi Öklid geometrisi ile tanımlanabilecek şekiller içerirken, dört tanesi de fraktal özellik gösteren nesnelerden seçilmiştir. Bu sorular hazırlanırken Vacc (1999)'un çalışmasına yer alan "fraktalları tanımlama" şeklinde isimlendirilen etkinliklerden yararlanılmıştır.

İkinci grup görüşme soruları bölümünde, oluşturulma adımları verilen fraktal özellikteki örüntülerin eksik adımlarını çizme ve örüntünün nasıl oluştuğunu açıklamaya yönelik üç soru yer almaktadır.

Görüşme sorularının üçüncü bölümünde bir adet soru yer almaktadır. Soruda bir fraktal örüntünün ilk iki adımına ait çizim verilmiştir. Ardından öğrencilerden, çizilen üçüncü bir şeklin bu fraktal örüntüye ait üçüncü adım olup olamayacağını nedenleriyle anlatmaları istenmiştir.

Dördüncü grup görüşme soruları bölümünde ise Simmt ve Davis (1998)' in çalışmalarında yer alan üç boyutlu fraktal oluşturmaya yönelik etkinliklerden faydalanılmıştır. Bu bölümde öğrencilerden, oluşturulma aşamaları verilen bir üç boyutlu fraktalın yapılması istenmiş ardından oluşturulan üç boyutlu modelin özelliklerine ilişkin sorulara yer verilmiştir.

Geliştirilen görüşme soruları öğrencilere uygulama yapılan okulun boş bir sınıfında birebir uygulanmıştır. Görüşme sırasında öğrenci cevapları hem sözlü hem de yazılı olarak alınmıştır. Öğrencilerin cevapları ses kayıt cihazı ile öğrenciden izin

alınarak kaydedilmiştir. Örnek olay çalışmasına ait katılımcı bilgilendirme formu EK-2'de ve görüşme soruları da EK- 3'te yer almaktadır.

Geliştirilen fraktal geometri başarı testi 2011-2012 eğitim öğretim yılı ikinci döneminde İzmir İli Karabağlar İlçesinde bulunan İlkkurşun İlköğretim Okulu sekizinci sınıf öğrencileri örneklemine uygulanmıştır. Testin, 194 öğrenciden, bir ders saati (40 dakika) süre verilerek cevaplanması istenmiştir. Uygulama sonucuna göre öğrencilerin aldığı puanlar düşük-orta –yüksek olmak üzere üç gruba ayrılarak her gruptan dörder öğrenci olmak üzere toplam 12 öğrenci seçilmiştir. Seçilen gruplar ile araştırmanın görüşme örnek olay çalışması bölümü gerçekleştirilmiştir.

Görüşmeler yaklaşık olarak 45-50 dakikalık bir zaman diliminde gerçekleştirilmiştir. Görüşme sırasında araştırmacı öğrencilere soruları yöneltmiş ve öğrencilerden cevabını sözel olarak ifade etmesini istemiştir. Öğrencinin cevabı ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Ayrıca öğrenciden cevabını yazması istemiştir. Öğrenci ile ilgili kayda değer gözlemler araştırmacı tarafından not almıştır.

3.4. Verilerin Çözümü

Fraktal geometri başarı testi çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir test olduğu için her bir maddenin doğru cevabı 1, yanlış cevabı ise 0 olarak kodlanmıştır. Buna göre 22 soruluk testten en yüksek alan öğrenci 22 puan, en düşük alan öğrenci ise 2 puan almıştır. Puanları en yüksekten en düşüğe doğru sıralanan öğrencilerden puanı 0 ile 7 arası olan öğrencilerin performansı düşük, 8 ile 14 arası olan öğrencilerin ki orta ve 15 ile 22 arasında alan öğrencilerin performansı ise yüksek olarak belirlenmiştir.

Görüşme sorularında öğrencilerin verdikleri cevaplar hem ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş hem de öğrenciden verdiği cevabı yazılı olarak ifade etmesi istenmiştir. Görüşmeye verilerinin çözümünde öğrencilerin yazılı olarak verdiği cevaplar, ses kayıtları ve görüşmecinin öğrenci ile ilgili notları dikkate alınmıştır. Tespit edilen bilgiler konu ile ilgili literatür ışığında yorumlanmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde yapılan analiz ve değerlendirmeler sonucunda problem ve alt problemlere ilişkin elde edilen bulgular ve bunlara bağlı olarak yapılan yorumlamalar yer almaktadır.

4.1. Örnek Olay Çalışması Bulguları

Bu kısımda araştırmanın örnek olay çalışması bölümüne katılan öğrencilerle yapılan görüşmelere ait bulgulara yer verilmiştir. Fraktal geometri başarı testinin sonuçlarına göre seçilen öğrenciler bulundukları düzeye göre kodlanmıştır. Düşük, orta ve yüksek düzey olmak üzere her düzeyden dörder öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Buna göre düşük başarı düzeyindeki öğrenciler D1, D2,D3 ve D4 şeklinde kodlanmıştır. Orta başarı düzeyindeki öğrenciler O1,O2,O3 ve O4 şeklinde ve yüksek başarı düzeyinde yer alan öğrenciler ise Y1,Y2,Y3 ve Y4 şeklinde kodlanmıştır.

4.1.1. Birinci Grup Görüşme Sorularına İlişkin Bulgular

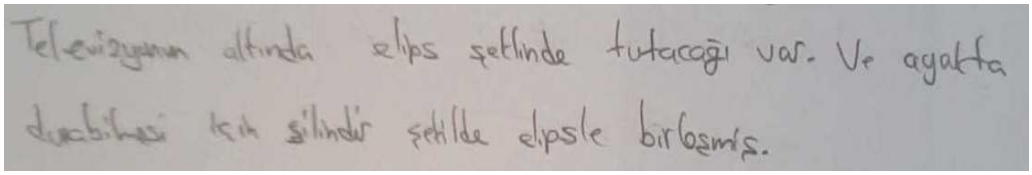
Görüşme sorularının ilk bölümünde öğrencilere önce Öklid geometrisinde yer alan kare, dikdörtgen, daire, üçgen gibi şekilleri barındıran dört farklı resim gösterilmiş ve öğrencilerden bu şekilleri tanımlamaları, tarif etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu şekilleri zorlanmadan tanımlamış ve şekillerle ilgili gözlemlerini ayrıntılı bir şekilde anlatabilmişlerdir. Genel olarak yüksek başarı düzeyinde yer alan öğrenciler gösterilen nesnelerde yer alan şekilleri tanımlarken kare, dikdörtgen, üçgen vs gibi geometrik terimleri daha sık ve daha yerinde

kullanmışlardır. Bunun yanında köşeli, yuvarlak, hilal şeklinde vb gibi terimler kullanıldığı da tespit edilmiştir.

Kapı resminin içerdiği şekilleri tanımlarken öğrencilerin tamamı, dikdörtgen ifadesini kullanmışlardır. Bunun yanında kapıda yer alan detaylara dikkat eden öğrenciler motiflerdeki kare ve daire şekilleri tarif etmişlerdir. Öğrencilerden bazıları kapı üzerinde yer alan motifleri tarif ederken "hilal gibi", "yuvarlak gibi" şeklinde ifadeler de bulunmaktadır. Genel olarak öğrenciler bu şekli tarif ederken zorlanmamışlardır.

Televizyon resminde yer alan şekilleri tarif ederken öğrencilerin tamamı dikdörtgen ifadesini kullanmışlardır. Bunun yanında detaylarda yer alan şekiller tarif eden öğrenciler de bulunmaktadır. Aşağıda Y3 kodlu öğrencinin televizyon resmi ile ilgili açıklamasından bir bölüm yer almaktadır.

Şekil 9: Y3 kodlu öğrencinin televizyon fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



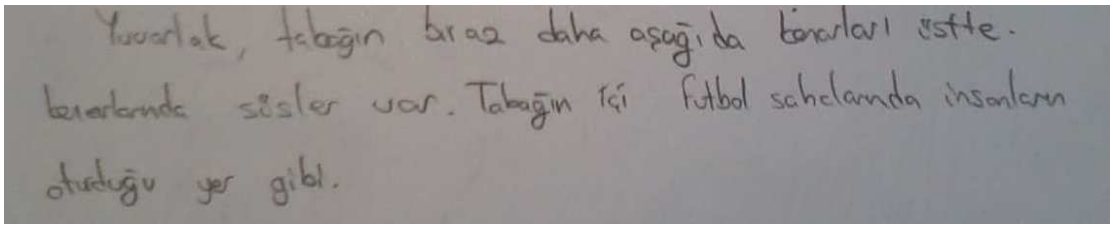
Yüksek düzeyde bulunun bu öğrencinin cevabı incelendiğinde elips ve silindir gibi Öklid geometrisinde kullanılan terimlere yer verdiği görülmüştür. O2 kodlu öğrenci de benzer biçimde şu şekilde bir tarif yapmıştır: "*Dikdörtgen biçimindeki televizyonun ayakta durabilmesi için "elips" biçiminde bir şekil var."* Düşük düzeyde yer alan D3 kodlu öğrenci de tarifinde dikdörtgen, daire ve silindir terimlerine yer vermiştir.

Bir sonraki şekil olan tabak için öğrencilerin tamamına yakını öncelikle daire ifadesini kullanmışladır. Öğrencilerden tabak şekli ile ilgili "daire" ifadesine ek olarak başka neler söyleyebilecekleri sorulduğunda ise tarif ederken zorlandıkları görüşmüştür. Y4 düzeyindeki öğrenci ile yapılan görüşme aşağıdadır.

Araştırmacı (A): Fotoğrafta gördüğün tabağı nasıl tanımlayabilirsin?
Y4: Daireden oluşmuş.
A: Başka neler söyleyebilirsin?
Y4: …(*düşünüyor*) İçi çok hafif oyuk, çevresinde balıksırtı gibi küçük desenler var.

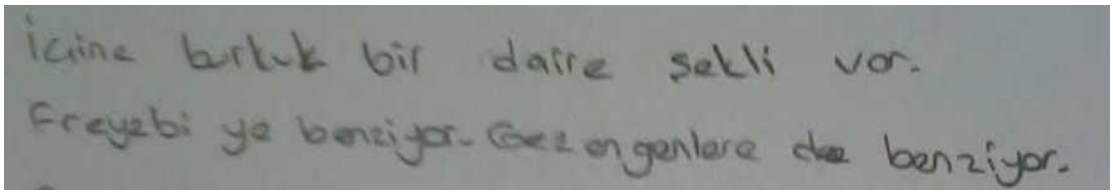
Öğrencinin cevabında görüldüğü gibi şekli tarif ederken klasik geometrik terimlerin yeterli olmadığı durumlarda benzetmeler yapma yoluna başvurulmaktadır. Y3 kodlu öğrencini tabak fotoğrafındaki şekiller ilgili tarifi şöyledir.

Şekil 10: Y3 kodlu öğrencinin tabak fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Y3 kodlu öğrenci tabağın kenarlarındaki eğimi tarif ederken, futbol sahalarındaki tribün benzetmesinde bulunmuştur. Benzer şekilde aşağıda O4 kodlu öğrencinin tabak fotoğrafına yaptığı açıklama yer almaktadır.

Şekil 11: O4 kodlu öğrencinin tabak fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



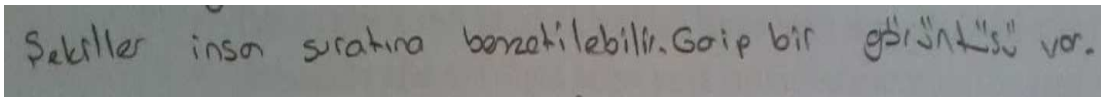
Bunların yanında tabak şekliyle ilgili olarak “çukur, yuvarlak, içine burkuk, içine gömük, kenar uzunluğu olmayan” şeklinde ifadeler kullanılmıştır.

Öğrencilerin bayrak ile ilgili tarifleri ve açıklamaları incelendiğinde genellikle “ters üçgen” ifadesine rastlanmaktadır. Bunun yanında bayrakta yer alan hilal ve yıldız şekilleri ile ilgili çeşitli açıklamalar bulunmaktadır.

Etkinliğin ilk bölümünde öğrencilere Öklid geometrisi terimleri ile tanımlanabilecek dört farklı fotoğraf gösterilmiştir. Yukarıdaki örneklerde de incelendiği gibi öğrenciler genel olarak şekilleri tarif ederken zorlanmamışlardır. Kelime dağarcıklarında bulunan geometrik terimleri kullanan öğrencilerden tariflerine eklemeler yapmaları istendiğinde daha çok günlük hayatta kullandıkları yuvarlak, çubuk, köşeli gibi terimleri kullanmayı tercih etmişlerdir. Bunun yanında şekilleri tarif ederken benzetme yapma yoluna gittikleri görülmüştür.

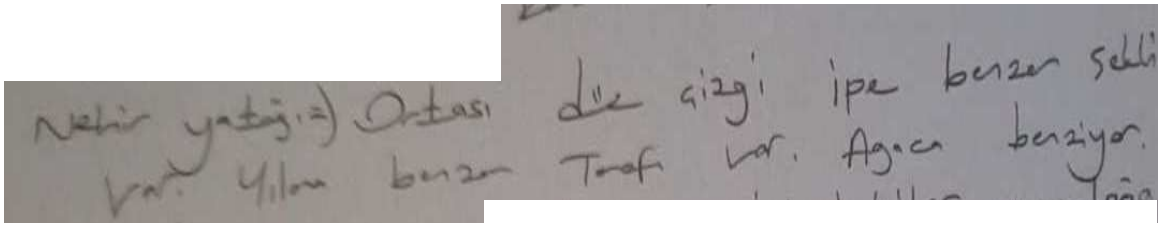
Birinci grup görüşme sorularının sonraki kısmında ise öğrencilerden Öklid geometrisi terimleri ile açıklanması daha zor olan nesnelerin fotoğrafları gösterilmiş ve bu nesnelerde yer alan şekillerin tarif edilmesi istenmiştir. Öğrenciler bu şekilleri tanımlarken oldukça zorlanmışlardır. Örneğin O4 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafındaki şekilleri tanımlarken söyledikleri şöyledir:

Şekil 12: O4 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



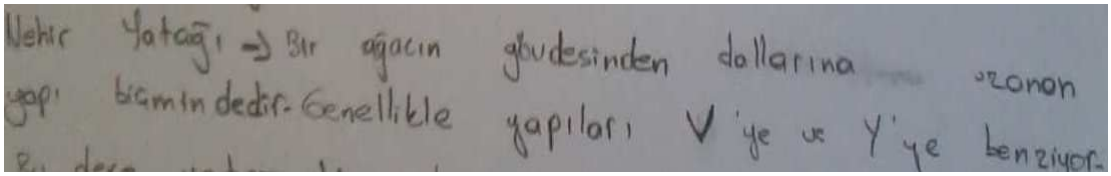
Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi öğrenciler şekilleri tanımlarken benzetme yapma eğilimindedirler. Örneğin, O1 kodlu öğrenci nehir yatağındaki şekiller için; “birkaç farklı sokaklara çıkan yol” benzetmesini yapmıştır. D4 kodlu öğrencinin ise nehir yatağı resmi için yaptığı açıklama şöyledir:

Şekil 13: D4 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



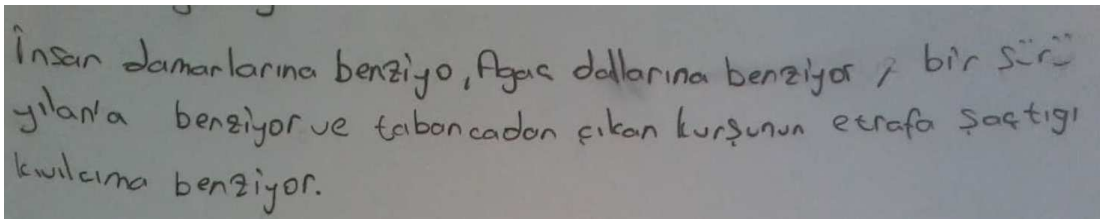
Her iki öğrencinin de cevabına bakıldığında şekli tanımlarken benzetmelerden faydalandıkları görülmektedir. Aşağıda Y1 kodlu öğrencinin cevabı aşağıda verilmiştir.

Şekil 14: Y1 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Her üç düzeyden öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillere ilişkin tanımlamalarına bakıldığında, benzetmelerin önemli bir yer tuttuğu görülmektedir. Bu benzetmelerde öğrenciler çoğu zaman hayal güçlerini de kullanma fırsatı bulmaktadırlar. Aşağıda O3 kodlu öğrencinin nehir yatağı resmi ile ilgili benzetmesi yer almaktadır.

Şekil 15: O3 kodlu öğrencinin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Öğrencilerin şekli tanımlarken tercih ettikleri bir diğer yol da şekli tarif ederken çeşitli sıfatlar kullanmalarıdır. Y4 kodlu öğrenci nehir yatağı için “kıvrım kıvrım” ifadesini kullanırken, D2 düzeyindeki öğrenci “ayrık ayrık” ifadesini kullanmıştır.

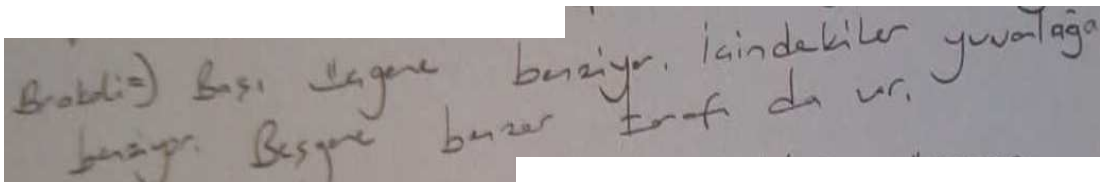
Öğrencilerin nehir yatağı fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili ifadelerinde geometri terimlerini kullanmadıkları göze çarpmaktadır. Bunun yanında şekillerle ilgili yukarıdaki tespitlerden farklı olarak aşağıdaki açıklama dikkat çekmiştir.

Araştırmacı: Fotoğrafta gördüğün şekilleri nasıl tarif edebilirsin? (nehir yatağı fotoğrafı gösteriliyor)
Y3: Ağaç şeklinde dalları çıkmış ağaçlar gibi… Uzun ve kıvırcık şekilde.
A: Başka neler söyleyebilirsin?
Y3: Küçük bir şekli bile kendisinin büyük şekline benziyor. Yani bir fraktal gibi. Şekil büyükten küçüğe doğru ilerliyor.

Etkinliğin bir diğer bölümünde öğrencilere bir çeşit brokoli fotoğrafı gösterilmiş ve öğrencilerden nesneyi tanımlamaları istenmiştir. Öğrenciler brokoli fotoğrafında yer alan şekleri tanımlarken oldukça zorlanmışlardır. Öğrencilerin dokuzu bu nesneyi tarif ederken Öklid geometrisi terimlerini kullanmaya gayret göstermişlerdir.

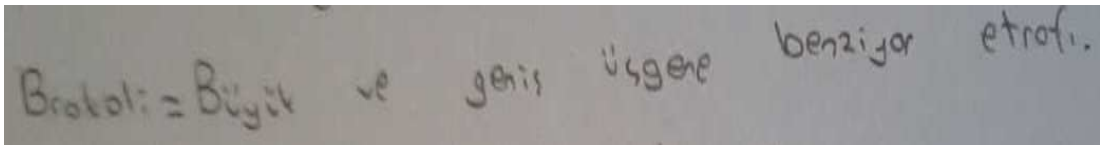
Örneğin,D1 kodlu öğrenci brokoliyi “ayrıtları olan, piramitler gibi tepe noktası olan bir şekil” olarak tarif ediyor. Soruyu benzer tarzda yanıtlayan D4 kodlu öğrencinin cevabı aşağıda verilmiştir.

Şekil 16: D4 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



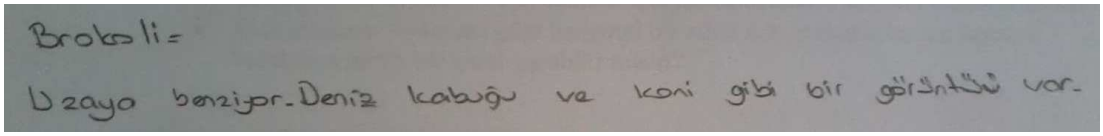
D1 ve D4 kodlu öğrencilerin cevaplarına dikkat edilirse brokoli fotoğrafında gördükleri şekil ile ilgili “piramittir” veya “üçgendir” şeklinde kesin ifadeler yerine “piramit gibi” ve “üçgene benziyor” şeklinde bu şekillere çağrışım uyandırmayı amaçlayan ifadeler kullandıkları dikkat çekmektedir. Öğrenciler şekilleri tanımlarken bu terimleri kullanma ihtiyacı hissetmektedirler. D2 kodlu öğrenci de brokoliyi “büyük ve geniş üçgene benziyor” şeklinde açıklamıştır.

Şekil 17: D2 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



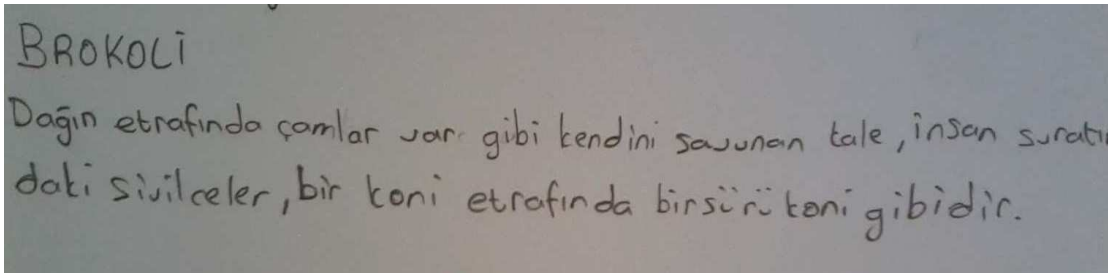
O4 düzeyindeki öğrenci ise brokoliyi tanımlarken benzetmeleri ve geometrik terimleri bir arada kullanmayı tercih etmiştir.

Şekil 18: O4 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Öğrencilerin birçoğunun, nesne ile ilgili tanımlamaları yaparken öncelikle geometrik terimleri mümkün oldukça kullanma yoluna gittikleri görülmüştür. Araştırmacının daha fazla açıklama istemesi durumunda daha çok benzetme yoluna başvurdukları ve ardından hayal güçlerini yansıtacak ilginç açıklamalar yaptıkları görülmüştür. O3 kodlu öğrencini brokoli nesnesindeki şekilleri tarifi şöyledir:

Şekil 19: O3 kodlu öğrencinin brokoli fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Y1 kodlu öğrencinin şekille alakalı seçtiği terimler öncelikle geometrik terimler olmuştur. Daha sonra bu terimleri, zihnindeki benzetmeye uyarlamıştır. Aşağıda bu öğrenci ile yapılan görüşmenin bir bölümü verilmiştir.

Araştırmacı: Bu fotoğraftaki nesnede yer alan şekilleri nasıl tanımlayabilirsin? (brokoli fotoğrafı gösteriliyor)
Y1: Yarım bir kürenin üstüne konulmuş bir koni biçiminde olan şekil bulunmaktadır. Bu şekilde yukarıdan aşağı gidildikçe azalan çıkıntılar bulunuyor.(Brokolinin tomurcuklarını kastediyor). Bu çıkıntılar ise bir demir bilyenin yıldızın içine girmiş hali gibi bir şekil oluşturuyor. Bu yıldızlı demir bilyeler en çok alt bölümde bulunuyor. En üst bölümü üçgensel, en altı ise dairesel bir bölüm bulunduruyor.

Nehir fotoğrafı için yapılan açıklamalarda olduğu gibi brokoli, fotoğrafında da bazı öğrencilerin şekildeki tekrar etme özelliğini fark ederek, tanımlamalarında buna yer verdikleri görülmüştür. Y4 kodlu öğrenci brokoliyi şöyle tarif ediyor:

Araştırmacı: Bu fotoğraftaki nesnede yer alan şekilleri nasıl tanımlayabilirsin? (brokoli fotoğrafı gösteriliyor)
Y4: üzerinde kendisine benzeyen küçültülmüş parçalar var.
A: söylediklerini biraz daha açar mısın?
Y4: Şekil kıvrımlı kıvrımlı ve bir parçanın üstüne gidilerek sivrileşiyor. Parçalar en büyükten en küçüğe doğru üst tarafa gidiyor.

Öğrencinin açıklamasından şeklin tekrar etme ve belirli bir oranla küçülme özelliğini fark ettiği anlaşılmaktadır.

Y3 kodlu öğrenci ise bunu yaparken aynı zamanda benzetmeler de kullanmıştır:

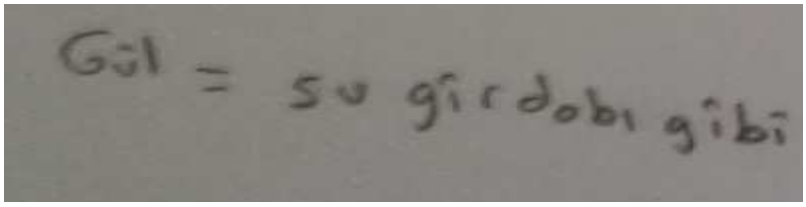
Araştırmacı: Bu fotoğraftaki nesnede yer alan şekilleri nasıl tanımlayabilirsin? (brokoli fotoğrafı gösteriliyor)
Y3: … Hepsi bir düzen şeklinde
A: Nasıl bir düzen?
Y3: Çam ağacı şeklinde küçük şekil büyük şeklin benzeri. Yukarıya gidildikçe şekiller küçülüyor. Eşit oranda küçültülmüşse veya büyütülmüşse fraktal örneği olabilir. Farklı şekil yok. Aynı yarım daire küçültülerek bu şekil oluşturulmuş.

Yukarıdaki öğrencinin cevabında fraktal şekillere ilişkin özellikler sırlanmıştır. Öncelikle şekilde tekrarlama özelliğinin olduğunu belirtmiş ardında eğer oran kullanılmış ise öz benzerlik özelliğinin sağlanacağını vurgulamıştır.

Fotoğrafı gösterilen bir diğer şekil ise “gül”dür. Öğrencilerin tarif etmekte en çok zorlandıkları şekil gül olmuştur. Öğrenciler bu şekilde de benzetme yolunu oldukça fazla tercih etmişlerdir. Aşağıda bazı öğrencilerin gül şekline ilişkin açıklamaları yer almaktadır.

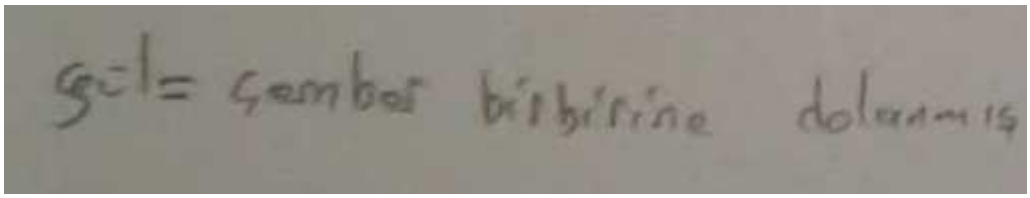
D3 kodlu öğrencinin cevabı:

Şekil 20: D3 kodlu öğrencinin gül fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



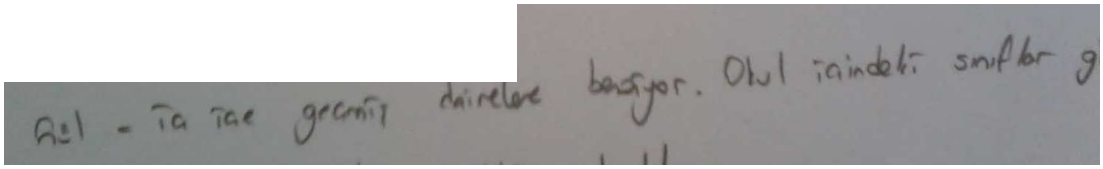
D1 kodlu öğrencinin cevabı

Şekil 21: D1 kodlu öğrencinin gül fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



O1 kodlu öğrencinin cevabı:

Şekil 22: O1 kodlu öğrencinin gül fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Öğrencilerin cevapları incelendiğinde kısa ve daha çok benzetme içeren cümleler kullandıkları görülmektedir. Aşağıda diğer öğrencilerin verdiği cevaplar yer almaktadır.

O4: çekirdek konulan külaha benziyor.
Y2: iç içe girmiş halka gibi.

Y3 kodlu öğrenci gül şeklini tanımlarken zihninde şekli manipüle etme yolunu tercih etmiştir.

Araştırmacı: Bu fotoğraftaki nesnede yer alan şekilleri nasıl tanımlayabilirsin? (Gül fotoğrafı gösteriliyor)
Y3: yapraklarında dıştan içe doğru küçülme var. Yapraklar içe doğru sıralanmış. Eğer gülü avucumda sıkarak birleştirirsem oluşan şekil içteki şeklin aynısı olur.

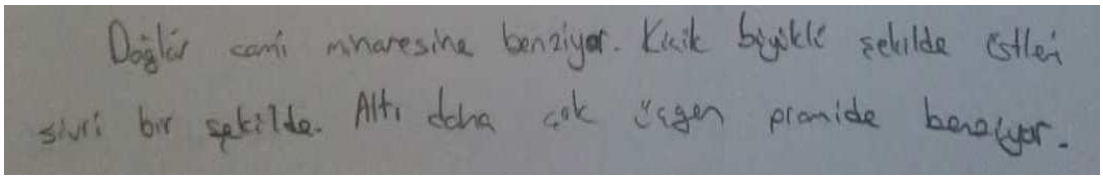
Öğrenci gülün ortasında açmamış olan tomurcuk ile gülün tamamının şekli arasındaki benzerliği kavramıştır. Y1 kodlu öğrenci de buna benzer bir açıklama yapmıştır.

Y1: Gülün en ortasında daha tam olarak açılmamış yapraklar bulunuyor. En dıştaki yapraklar içe doğru gidildikçe daha düzenli bir hal alıyor.

Öğrencilere gösterilen son fotoğraf ise dağ sıraları fotoğrafıdır. Öğrenciler bu fotoğraftaki şekilleri tarif ederken de oldukça zorlanmışlardır. Öğrenciler tariflerinde "girintili, çıkıntılı, pürüzlü, ayrık ayrık, gibi ifadeler kullanmışlardır. Ayrıca bu şekil içinde çeşitli benzetmeler kullanılmıştır. Aşağıda bazı öğrencilerin verdiği cevaplar yer almaktadır.

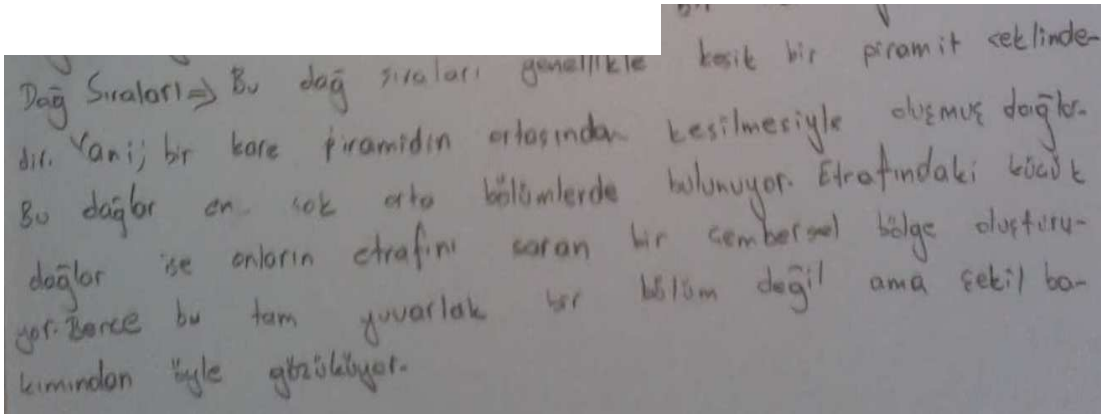
Y3 kodlu öğrencinin cevabı:

Şekil 23: Y3 kodlu öğrencinin dağ sıraları fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Öğrencinin cevabında görüldüğü gibi hem geometrik terim olarak piramit kullanmış hem de çevremizde gördüğümüz şekillere benzetmeler yapmıştır. Bazı öğrenciler ise açıklamalarını sadece geometrik terimler kullanarak yapma yolunu seçmişlerdir. Y1 kodlu öğrencinin cevabı:

Şekil 24: Y1 kodlu öğrencinin dağ sıraları fotoğrafında yer alan şekillerle ilgili tanımlamaları



Öğrencinin cevabı incelendiğinde kare piramit ve çember ifadelerini kullandığı görülmektedir. Öğrenci açıklamalarında bunun gibi terimleri kullanmaya dikkat etmiştir.

Görüşme sorularının ilk bölümünde öğrencilere dördü düzgün geometrik şekiller içeren şekiller, dördü ise düzgün geometrik şekiller içermeyen nesnelere ait fotoğraflar gösterilmiş ve öğrencilerden bunları açıklamaları, tarif etmeleri veya tanımlamaları istenmiştir. Genel olarak öğrencilerin büyük bir kısmı düzgün geometrik içeren nesneleri tanımlarken zorlanmamışlardır. Bu nesneleri tarif ederken, dikdörtgen, kare, daire, silindir vb gibi terimleri oldukça sık ve yerinde kullanmışlardır. Düzgün geometrik şekiller içermeyen nesneleri açıklarken öğrenciler daha çok benzetme yapma yoluna gitmişlerdir. Geometrik terimler her ne kadar bazı öğrenciler tarafından kullanılsa da düzgün geometrik nesneler için yapılan açıklamalardaki kadar yerinde kullanamamışlardır. Kullanılan geometrik terimler de daha çok benzetme yapmaya hizmet etmiştir. “Üçgene benziyor”, “piramit gibi”, “koni gibi” şeklindeki ifadelerden anlaşılacağı üzere terimler benzetme yaparken kullanılmıştır. Bunu yanında öğrenciler düzgün olmayan şekilleri tanımlarken oldukça yaratıcı benzetmelerde bulunmuşlardır. Öğrencilerden bazıları şekilleri tanımlarken şeklin dokusuna ilişkin çeşitli sıfatlar kullanmışlardır. Kıvrım kıvrım, girintili çıkıntılı gibi sıfatlar öğrencilerin şekilleri daha rahat açıklamalarına yardım etmiştir.

Yüksek, orta ve düşük düzeyde bulunan öğrencilerin geometrik terimleri kullanma sıklıkları incelendiğinde yüksek düzeydeki, öğrencilerin bu terimleri daha sık ve daha yerinde kullandıkları söylenebilir. Fakat nesnelerde yer alan şekilleri açıklarken anlaşılır olma dereceleri bakımından düzeyler arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı düşünülmektedir. Her ne kadar yüksek düzeydeki öğrenciler sıklıkla üçgen, kare, piramit, koni vs gibi terimleri sık ve yerinde kullansalar bile nesneyi tarif etmedeki başarıları buna paralel değildir. Bu terimleri kullanmak yerine yaratıcı benzetme yapma yoluna giden öğrencilerin şekli daha iyi tanımlayabileceği görülmüştür.

Düzgün geometrik şekiller içermeyen nesnelerin fraktal olma özelliklerini sadece yüksek düzeyde bulunan öğrencilerin fark edebildiği belirlenmiştir. Yüksek düzeydeki bazı öğrencilerin bu nesnelerde yer alan tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini diğerlerine göre daha başarılı bir şekilde tespit ettikleri ve daha iyi tarif ettikleri söylenebilir.

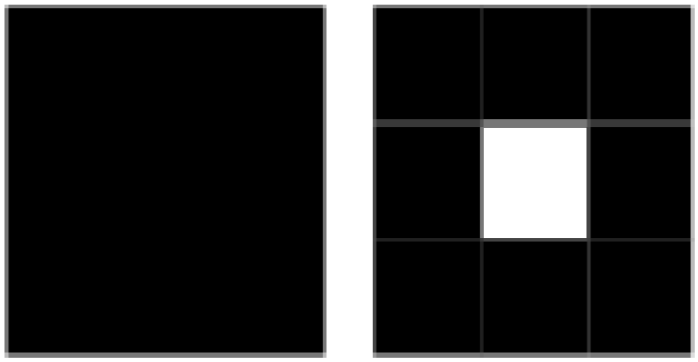
4.1.2. İkinci Grup Görüşme Sorularına İlişkin Bulgular

Görüşme sorularının bir sonraki bölümünde öğrencilerden oluşturulma adımlarından bazıları verilen fraktal örüntülerin kurallarını sözlü olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu örüntülerden birincisinin ilk iki adımı verilip sonraki adımları verilmemiştir. İkinci örüntünün ise birinci, üçüncü ve dördüncü adımları verilmiş ikinci adımının çizilmesi istenmiştir. Üçüncü örüntünün ise ilk iki adımı verilmiş ve üçüncü adımının çizilmesi istenmiştir. Öğrenciler öncelikle fraktal örüntüleri inceleyip bunların oluşturulurken hangi işlemlerin yapıldığını yani örüntünün işlem basamaklarını açıklayacaklardır. Ardından bu fraktal örüntülerin eksik olan adımlarını çizmeleri ve çizimlerinin gerekçelerini açıklamaları istenmiştir.

Verilen ilk fraktal örüntünün başlangıç adımında bir karesel bölge yer almaktadır. İkinci adımında bu karesel bölge birbirine eş dokuz eş kareye ayrılıp

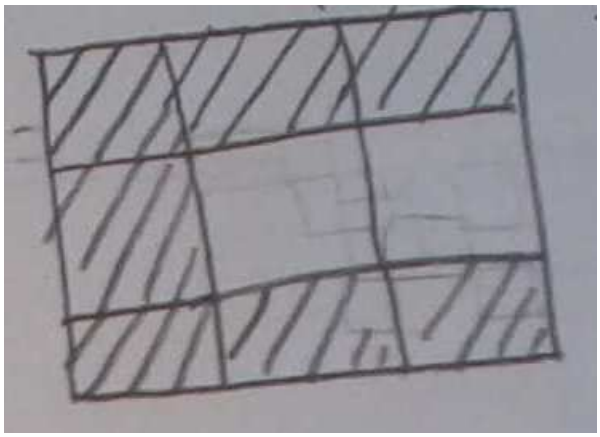
ortada buluna karesel bölge çıkarılmıştır. Örüntü kalan karelere aynı işlemin tekrar uygulanması ile devam etmelidir. Fraktalın ilk iki adımı şu şekildedir:

Şekil 25: İkinci grup görüşme sorusunda yer alan ilk fraktal örüntüye ait adımlar



D2 kodlu öğrenci ilk fraktal örüntünün oluşturulma kuralı şöyle açıklamıştır:
Kare 9 parçaya ayrılmış ortadaki parçayı almışlar, 8 parça kalmış.
Buna göre öğrencinin üçüncü adım çizimi aşağıda verilmiştir.

Şekil 26: D2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



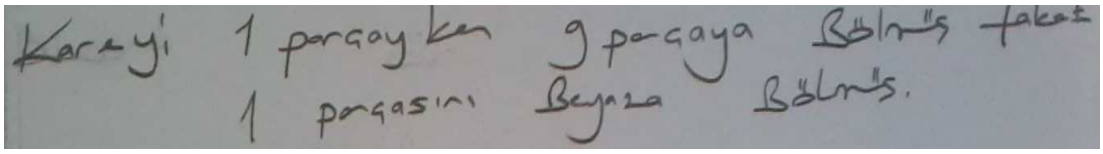
Öğrenci çiziminin gerekçesini şöyle açıklamıştır:
Kare 9 parçaya ayrılmış ortadaki parçayı almışlar, 8 parça kalmış, o zaman üçüncü adımda bir parça daha çıkarmamız gerekiyor.

Öğrenciye üçüncü adımda neden sağda kalan parçanın çıkarıldığı sorulduğunda cevap vermemiştir.

Öğrencinin soruyu çözme aşamaları incelendiğinde fraktal örüntünün kuralını doğru belirlediği fakat aynı işlemi bir sonraki adıma uygulayamadığı görülmüştür.

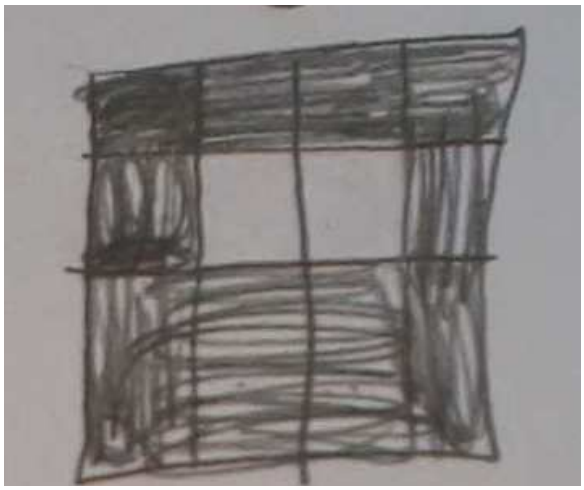
D4 kodlu öğrenci de fraktal örüntünün kuralına ilişkin şu şekilde bir açıklama yapmıştır:

Şekil 27: D4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması



Kuralı yukarıdaki gibi açıklayan öğrencinin üçüncü adımı şu şekildedir:

Şekil 28: D4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



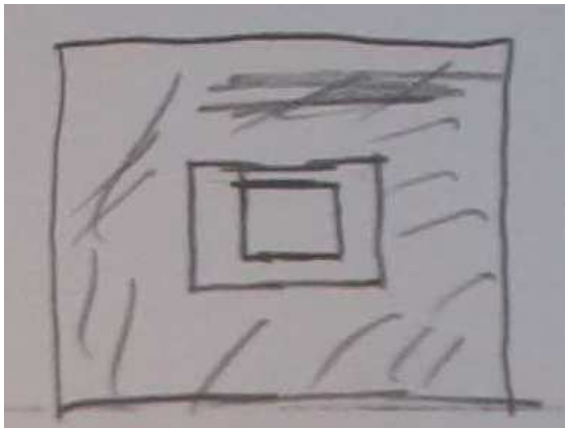
Öğrenci ses kayıtlarında örüntü kuralını tanımlarken oldukça ayrıntılı ve doğru bir açıklamada bulunuştur. Fakat üçüncü adımı çizerken kuralı uygulama konusunda hata yapmıştır.

D2 ve D4 kodlu öğrencilerin cevapları incelendiğinde her iki öğrencinin de fraktalın kuralını doğru anladıkları fakat öz benzerlik işlem basamağını sonraki adıma uygulamada zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bu öğrencilerin “taranan parça”, ve “çıkarılan parça” kavramlarına yeterince dikkat etmedikleri tespit edilmiştir.

D3 kodlu öğrenci ise birinci örüntüye ait kuralı şu şekilde tanımlamıştır:
Birinci adımda boş bir kare vermiş ikinci adımda ise boş karenin içine bir kare koymuş

Öğrencinin açıkladığı kurala göre fraktalın üçüncü adımı için yaptığı çizim şu şekildedir:

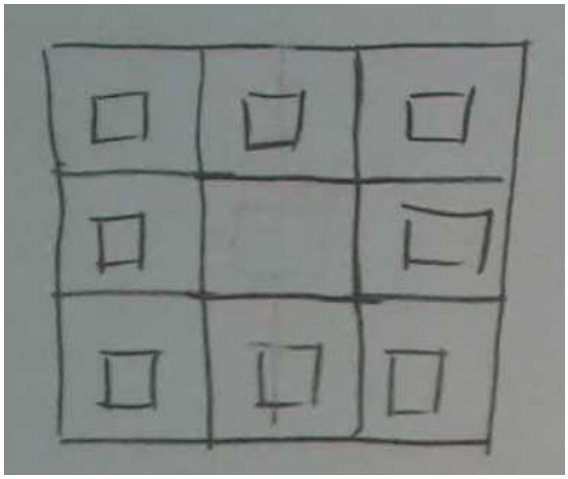
Şekil 29: D3 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Öğrenci fraktal örüntünün kuralını doğru bulamamıştır. Fakat yaptığı yanlış kurala uygun bir çizim yapmıştır. Sonuç olarak düşük başarı düzeyinde bulunan öğrencilerin hiçbiri bu örüntünün üçüncü adımını doğru çizememiştir.

O1 kodlu öğrenci birinci örüntünün kuralını; “ Bir karenin içinden bir kare çıkarılmış” şeklinde açıklamıştır. Buna göre öğrencinin yaptığı üçüncü adım çizimi ise aşağıda verilmiştir.

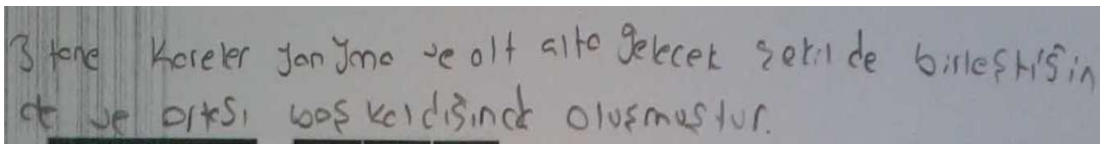
Şekil 30: O1 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Öğrencinin kurala ilişkin açıklaması net olmasa bile yaptığı çizim ile birlikte ele alındığında örüntüye ait kuralı tespit edebildiği görülmektedir. Fakat yaptığı çizimde örüntünün ilk adımında verilen karesel bölgeyi göz ardı ederek gerekli bölgeleri taramaması çiziminin yanlış olmasına neden olmuştur.

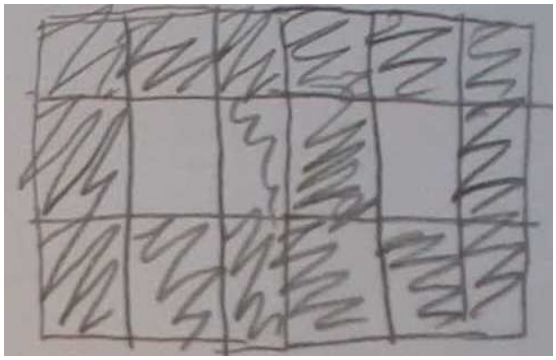
O2 kodlu öğrenci ise birinci örüntüde şekil çıkarma yerine yeni şekiller eklendiğini belirtmiştir. Öğrenci fraktal örüntüye ait kuralı şöyle ifade etmiştir.

Şekil 31: O2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması



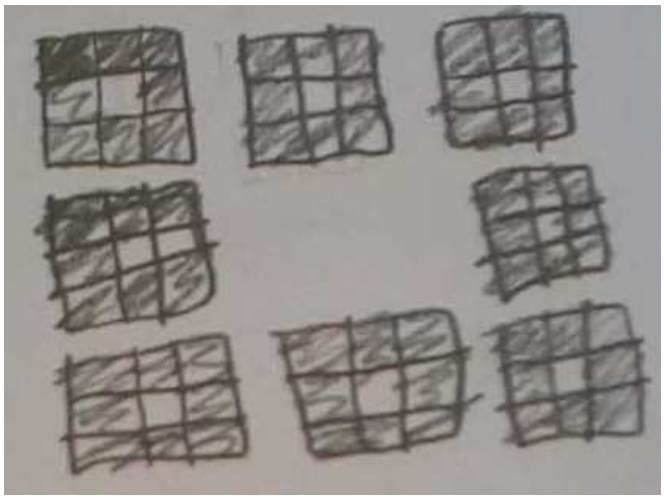
Öğrencinin cevabından, başlangıçta adımında yer alan karesel bölgenin verilme amacını göz ardı ettiği söylenebilir. Örüntüyü kareler ekleme yoluyla devam edeceğini düşünen öğrencinin üçüncü adım çizimi aşağıda verilmiştir.

Şekil 32: O2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Öğrenci üçüncü adım çiziminde, ikinci adımda oluşan şeklin aynısının şeklin sağına eklenmesi ile oluşturulacağını belirtmiştir. O3 kodlu öğrenci ise şekle ait kuralı şu şekilde tanımlamıştır: *"kare, parçalara bölünerek ortadaki kalan kare parça alınmıştır"*. Buna göre öğrencinin yaptığı çizim aşağıdaki gibidir.

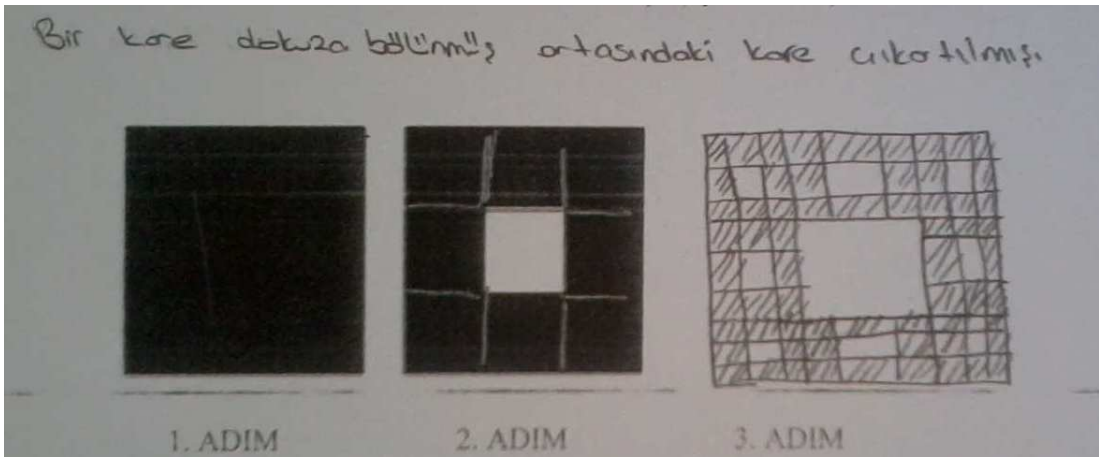
Şekil 33: O3 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Öğrenci yukarıda görülen karesel bölgelerin aslında birleşik olduğunu ses kayıtlarında belirtmiştir. Öğrencini cevabı incelendiğinde hem kuralın doğru tanımlandığı hem de kurala uygun doğru çizimin yapıldığı görülmektedir.

O4 kodlu öğrenci de benzer bir şekilde hem kuralı doğru açıklamış hem de kurala uygun olarak üçüncü adımı doğru bir şekilde çizmiştir. Aşağıda öğrencinin tanımladığı kural ve üçüncü adım verilmiştir.

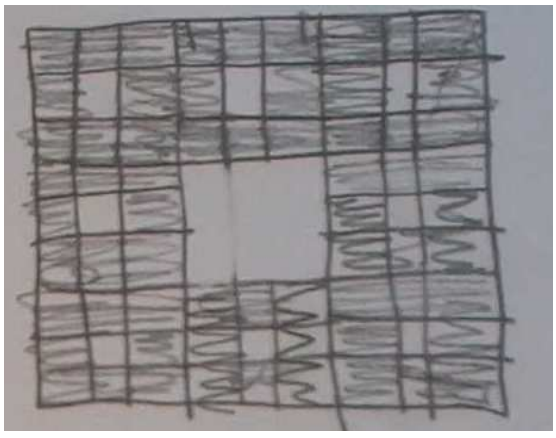
Şekil 34: O4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği üçüncü adım



Orta düzeyde bulunan öğrencilerin ikisi birinci örüntüye ait kuralı ve üçüncü adım çizimini doğru bir şekilde yapmışken, diğer iki öğrenci bu soruları doğru yanıtlayamamışlardır.

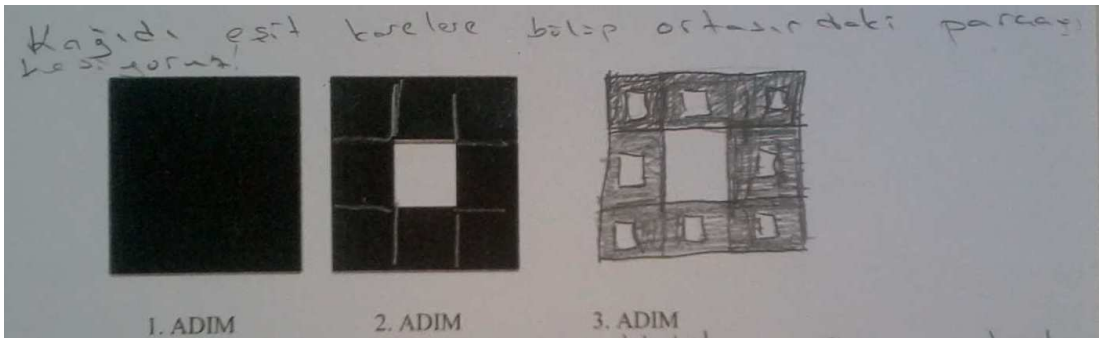
Yüksek düzeydeki öğrencilerin örüntüye ait kuralı tanımlama biçimleri incelendiğinde, diğerlerine göre kuralın daha net ifadelerle anlatıldığı söylenebilir. Y3 kodlu öğrenci örüntünün kuralı şöyle ifade etmiştir: *"örüntü bir kare 9 kareye bölünüyor ve tam ortasındaki kare çıkartılarak oluşuyor"*. Buna göre öğrencinin doğru olarak yaptığı üçüncü adım çizimi şu şekildedir.

Şekil 35: Y3 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



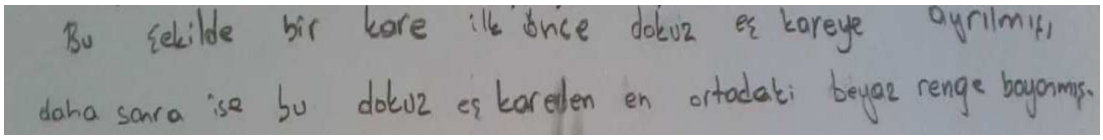
Yukarıdaki ile aynı çizimi yapan Y4 kodlu öğrenci ise örüntünün kralını şöyle ifade etmiştir:

Şekil 36: Y4 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği üçüncü adım



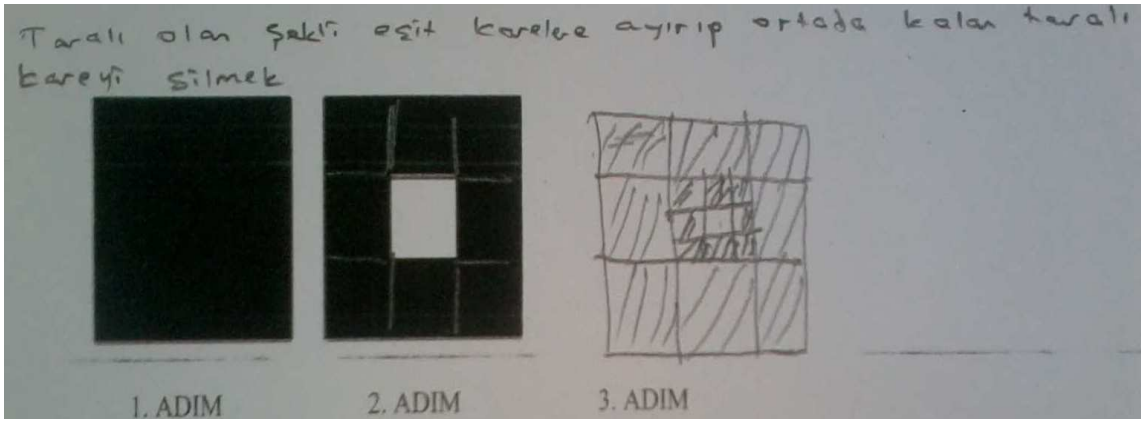
Y1 kodlu öğrenci ise örüntünün kuralını ifade ederken ortadaki karenin beyaza boyandığını belirtmiştir. Öğrenci üçüncü adım çizimini ise doğru yapmıştır.

Şekil 37: Y1 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması



Y2 kodlu öğrenci birinci fraktal örüntünün kuralını hatalı bir ifade ile açıklamış ve üçüncü adımını yanlış çizmiştir. Aşağıda öğrencini örüntüye ait kural açıklaması ve çizimi yer almaktadır.

Şekil 38: Y2 kodlu öğrencinin birinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği üçüncü adımı



Öğrenci ses kayıtlarına göre örüntüdeki taralı olan ve olmayan karesel bölge kavramlarında oluşan kavram kargaşası nedeniyle üçüncü adımı doğru çizememiştir. Öğrenciden cevabını kontrol etmesi istendiğinde ortadan çıkarılan karesel bölge için yine "taralı alan" ifadesini kullanmış ve cevabının doğru olduğunu belirtmiştir.

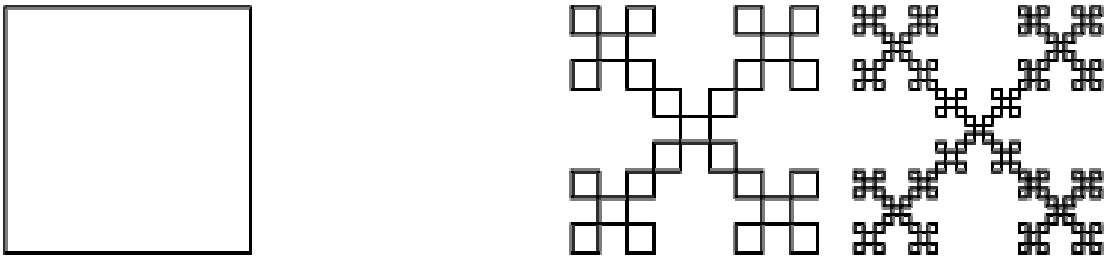
Birinci fraktal örüntüye ait öğrenci cevapları incelendiğinde bir takım öğrenci zorlukları dikkat çekmektedir. Bunlardan birincisi öğrencinin fraktalın oluşma sistemini veya kuralını anlayıp bu kuralı sonraki adıma uygulamada zorluklar yaşamasıdır. Bu durumun fraktal örüntülere ait öncü adım (başlangıç adımı veya İnitiator adım) ve üreteç (generatör adım) kavramlarının yeterince dikkate alınmaması olabilir. Bir fraktal örüntünün oluşum biçimini anlatan bu kavramlar fraktalın istenen adımını bulmakta kolaylık sağlamaktadır.

Öğrencilerin zorluk yaşadığı bir diğer durum ise "çıkarılan parça, taranan parça veya boyanan parça" şeklinde ifade ettikleri kavramların, fraktalın çizilmesi istenen adımında doğru yerlere yerleştirilememesidir. Bu durumun nedeni de fraktalın oluşum kuralının tam anlamıyla anlaşılamaması olabilir.

İkinci grup görüşme sorularında yer alan diğer bir soruda yine bir fraktalın oluşturulma adımları çizilmiş fakat bu fraktalın birinci, üçüncü ve dördüncü adımları

çizilmiş, ikinci adımı çizilmemiştir. Bu soruda öğrenciden önce fraktal örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmesi, açıklaması ardından bu kurala göre fraktalın ikinci adımı çizmesi istenmiştir. Bu fraktal da araştırmacı öğrencilerden çizecekleri ikinci adımın ölçeğe uygun olarak oluşturulmasını istemiştir. Aşağıda bu fraktalın birinci, üçüncü ve dördüncü adımı yer almaktadır.

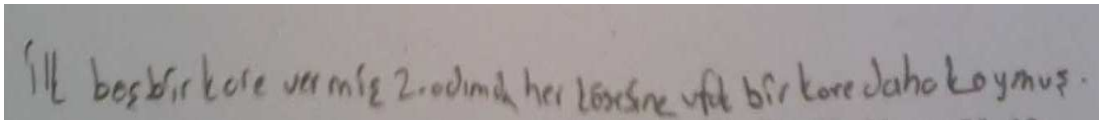
Şekil 39: İkinci grup görüşme sorusunda yer alan ikinci fraktal örüntüye ait adımlar



Öğrenciler bu fraktalın nasıl oluşturulduğunu açıklamada oldukça zorlanmışlardır. D2 kodlu öğrenci örüntünün kuralını şu şekilde açıklamıştır: *karenin üst sağ, üst sol, alt sağ ve alt sol yanına küçük kareler oluşturulmuştur*. Bu öğrenci örüntünün ikinci adımını çizemeyeceğini söylemiştir.

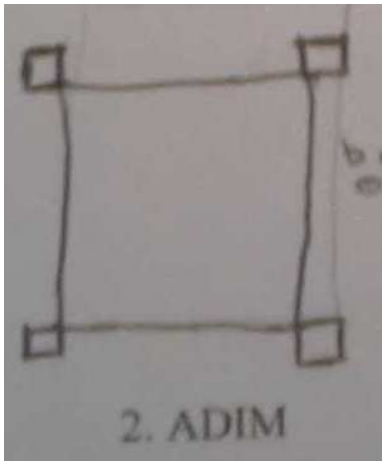
D3 kodlu öğrenci ise örüntünün kuralını şu şekilde ifade etmiştir.

Şekil 40: D3 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması



Öğrenci fraktalı kare ekleme yolu ile oluştuğunu belirtmiştir. Buna göre ikinci adımı ise şöyle çizmiştir.

Şekil 41: D3 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait çizdiği ikinci adım



Araştırmacı çizilen adımın ölçülerinin küçülmeye uygun olacak şekilde çizilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Fakat öğrencinin çizimi incelendiğinde öz benzerlik özelliğinin ikinci adımda yer almadığı görülmektedir.

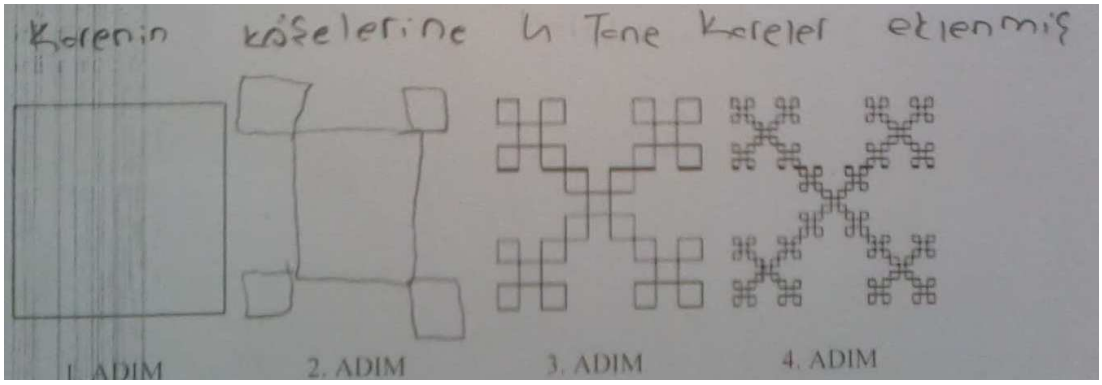
D4 kodlu öğrenci ise ikinci fraktalın oluşturulma kuralını şu şekilde ifade emiştir: *birinci adımda kareyken 3. adımda 5'er 5'er çoğalmış*. Öğrencinin cevabı incelendiğinde örüntünün kare ekleme yolu ile oluşturulan bir örüntü olduğunu düşündüğü görülmektedir. Öğrencinin çizimi incelendiğinde ise yanlış bir çizim yaptığı tespit edilmiştir.

Düşük düzeyde bulunan öğrencilerin hiçbiri bu fraktal örüntüye ait kuralı açıklamada başarılı olamamışlardır. Orta başarı düzeyinde yer alan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise bu düzeydeki öğrencilerin de soruyu cevaplamada zorlandıkları görülmektedir. O1 kodlu öğrenci kuralı *"Karenin kenarlarına kareler konmuş olabilir"* şeklinde ifade etmiştir. Buna göre öğrenci örüntünün kare ekleme yolu ile oluştuğunu düşünmektedir. Öğrenci örüntünün ikinci adımını çizemeyeceğini söylemiştir.

O3 kodlu öğrenci ise örüntünün kuralını *"beş kare parça köşelerinden birleştirilmiştir"* şeklinde açıklamıştır. Buna göre bu öğrencinin de örüntünün oluşturulmasında yer alan parça çıkarma yolunu fark etmediği söylenebilir. Bu öğrencinin yaptığı çizim incelendiğinde ise çizimin şekilsel olarak doğru fakat

ölçülerinin doğru olmadığı görülmüştür. Benzer şekilde O2 düzeyindeki öğrenci de örüntüde şekil ekleme yönteminin uygulandığını düşünmektedir.

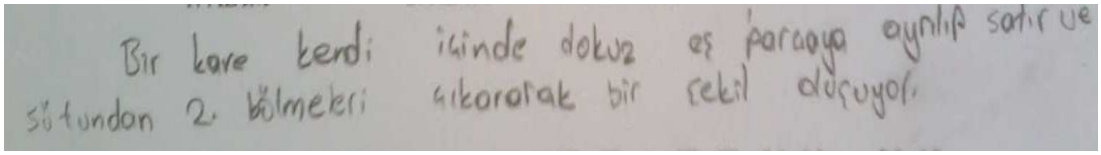
Şekil 42: O2 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntü için tanımladığı kural ve çizdiği ikinci adımı



O4 kodlu öğrenci cevabında bu örüntünün nasıl oluştuğunu açıklayabilmiştir: önce karenin yukarı, sağ, sol ve aşağı tarafları 3 parçaya bölünmüş ve ortada kalan kareler çıkarılmıştır. Öğrenci bu kuralı başlangıç şekli üzerinde çizerek açıklamış ve örüntünün ikinci adımını hem kurala hem de ölçülerine uygun bir şekilde çizebilmiştir.

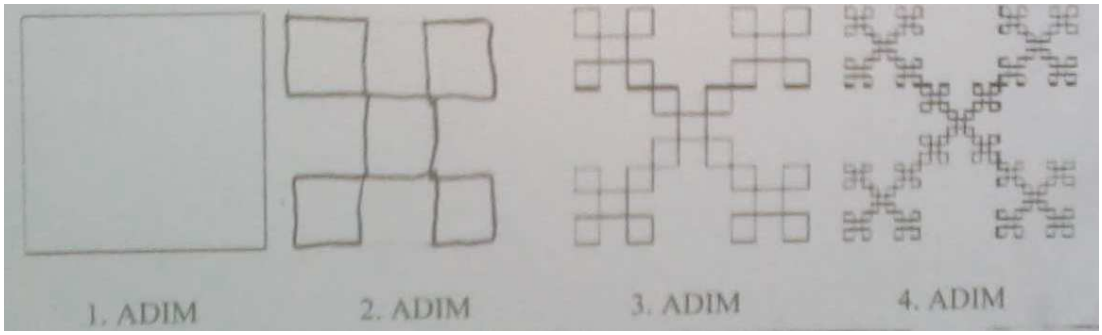
Yüksek başarı düzeyinde bulunan öğrenciler diğer başarı düzeylerindeki öğrencilere göre daha ayrıntılı açıklamalar yapmışlardır. Aşağıda Y1 kodlu öğrencinin ikinci örüntünün kuralına ilişkin açıklamasına yer verilmiştir.

Şekil 43: Y1 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait kural açıklaması



Öğrenci fraktal örüntünün kare ekleme yoluyla değil başlangıçta yer alan kareden, daha küçük ölçülere sahip karelerin belirli sıraya göre çıkarılması sonucu oluştuğunu fark etmiştir.

Şekil 44: Y1 kodlu öğrencinin ikinci fraktal örüntüye ait çizdiği ikinci adım



Öğrencinin çizdiği ikinci adım incelendiğinde ise ölçülere ve örüntü kuralına uygun bir şekilde çizim yaptığı görülmektedir.

Y4 düzeyindeki öğrenci ikinci fraktal örüntünün oluşturulma kuralını şu şekilde açıklamıştır: *"kare bir kağıdı eşit dokuz kareye bölüyoruz. Sonra yanlardan iki kare arasında kalan kareleri kesip çıkarıyoruz. Bunu oluşan bütün yeni karelere uyguluyoruz"*. Öğrencinin ses kayıtlarına ve araştırmacının notlarına göre örüntünün oluşma basamaklarını anladığı anlaşılmaktadır. Öğrencinin kuralı açıklarken kullandığı *"…Bunu oluşan bütün yeni karelere uyguluyoruz"* ifadesi onun örüntüdeki öz benzerlik ve iterasyon özelliklerini kavradığını işaret etmektedir. Fraktal örüntülerde hangi şekle hangi işlemin uygulandığının belirtilmesi kuralın daha anlaşılır olmasını sağlamaktadır. Önceki sorularda, uygulanan işlemin hangi geometrik şekle uygulandığı, öğrencilerin hiçbiri tarafından açıkça ifade edilmemiştir.

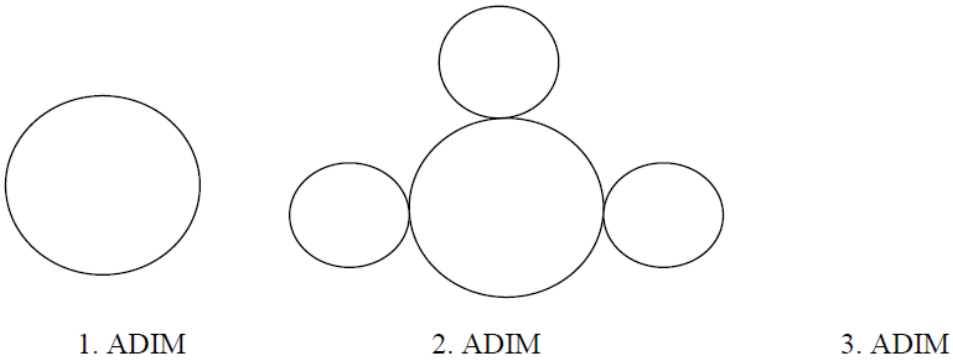
Y3 kodlu öğrencinin cevabından, öğrencinin örüntünün kare ekleme yoluyla oluştuğunu düşündüğü anlaşılmaktadır: *"başta bir kare var, bu karenin köşelerine, dört köşenin her birine bir tane kare konulmuş"*. Cevaptan anlaşıldığı üzere öğrenci fraktalın oluşumunda yer alan ölçülere, uzunluklara ilişkin hiçbir özelliğe değinmemiş ve bu durumu göz ardı etmiştir.

İkinci fraktal örüntü sorusunda öğrencilerin büyük bir kısmı kuralı açıklamada zorlanmışlardır. Öğrencilerin çözüm biçimleri incelendiğinde öncü(başlangıç) şeklini dikkate almadan kuralı bulma yoluna gittikleri en önemli hata nedeni olarak

görülmektedir. Çünkü başlangıç şeklinin ölçüsü veya taralı olup olmaması gibi özellikleri ikinci ve sonraki adımlarda uygulanan işlemin görülmesi için önemli bir ipucudur. Dolayısıyla bunun dikkate alınmadan kuralı bulma yoluna gidilmesi öğrencileri hatalı çözümlere ulaştırmaktadır.

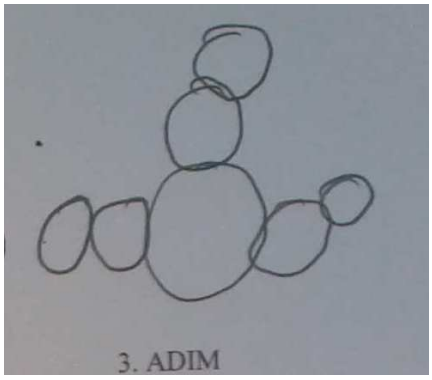
İkinci grup görüşme sorularının son sorusunda çemberlerle oluşturulan, ilk ve ikinci adımı verilen örüntünün kuralının açıklanması ve eksik olan üçüncü adımının bu kurala göre tamamlanması istenmiştir. Aşağıda kuralı bulunması istenen ve üçüncü adımının çizileceği fraktal örüntünün ilk iki adımı verilmiştir.

Şekil 45: İkinci grup görüşme sorusunda yer alan üçüncü fraktal örüntüye ait adımlar



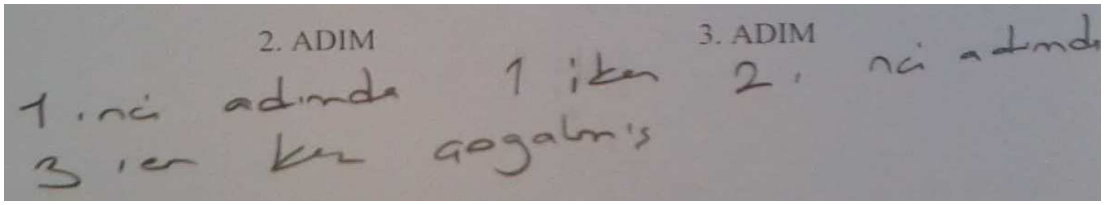
Bu örüntüde öğrenciler kuralı açıklama konusunda çok fazla zorluk yaşamamışlar fakat fraktalın üçüncü adımını çizerken çeşitli hatalar yapmışlardır. D3 kodlu öğrenci örüntünün kuralını şu şekilde açıklamıştır: *"ilk bir çember vermiş, çemberin sağına, soluna ve üstüne bir çember daha koymuş. 3. adımda ise koyduğumuz çemberlerin üzerine bir çember daha koydum."* Öğrenci kuralı doğru açıklamasına rağmen üçüncü adıma uygulayamamıştır. Öğrencinin çizdiği üçüncü adım şöyledir.

Şekil 46: D3 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



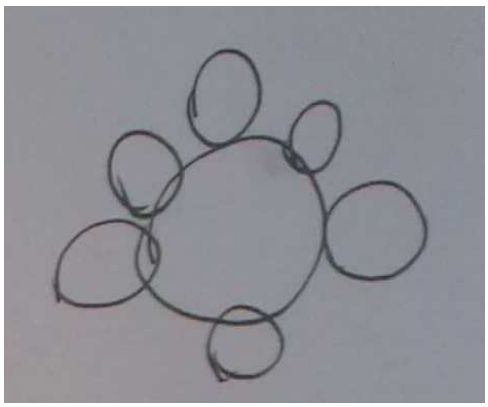
D4 kodlu öğrenci ise bu fraktalın örüntüsünü fark edememiştir. Fraktalın kuralını şöyle açıklamıştır:

Şekil 47: D4 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait kural açıklaması



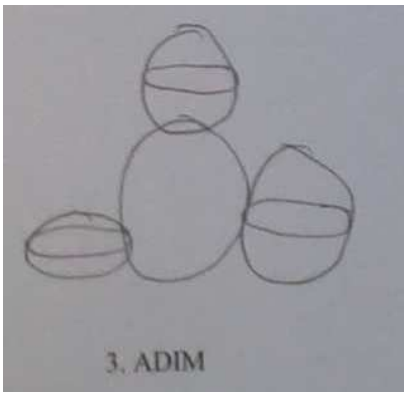
Öğrenci tanımladığı kurala göre üçüncü adım için aşağıdaki çizimi aşağıda verilmiştir.

Şekil 48: D4 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



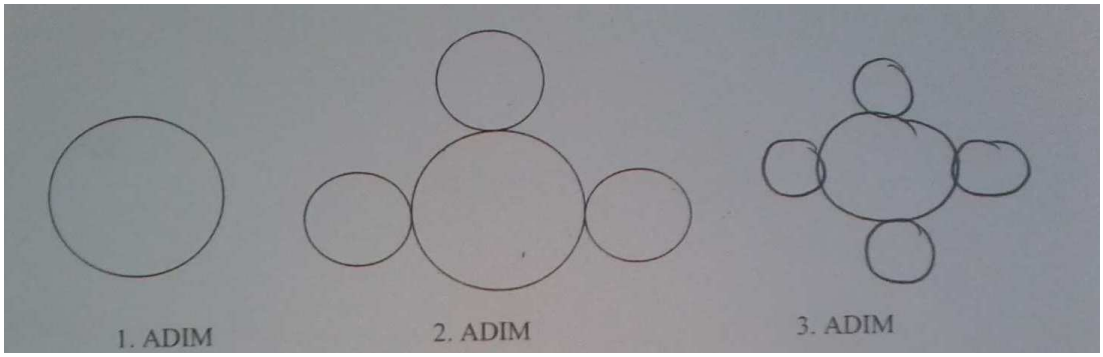
D1 kodlu öğrenci ise fraktalın sadece çemberler eklenerek oluştuğunu belirterek aşağıdaki çizimi yapmıştır.

Şekil 49: D1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Örüntünün oluşumuna ilişki bir diğer öğrenci yaklaşımında ise ikinci adımda üç çember eklendiği için üçüncü adımda da bir çember daha eklenerek örüntünün devam ettirileceği görüşüdür. D2 kodlu öğrenci bu örüntünün kuralını *"dairenin üst, sağ ve soluna daireler eklenmiş, o zaman bir de altına eklemeliyiz"* şeklinde ifade etmiştir. Buna göre öğrencinin yaptığı üçüncü adım çizimi aşağıda verilmiştir.

Şekil 50: D2 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım

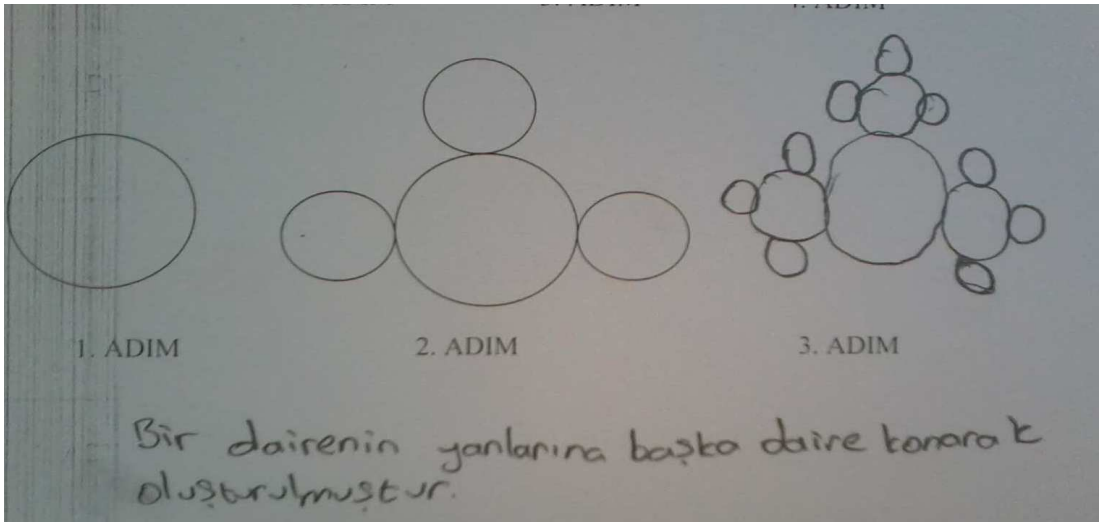


Öğrenci bu örüntüde çemberlerin çap uzunluklarındaki azalmayı göz ardı etmiş ve örüntüyü basit bir ekleme örüntüsü olarak yorumlamıştır. Düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin çizimleri incelendiğinde her birinin birbirinden farklı örüntü kuralı açıklamasında bulunduğu görülmektedir.

Orta başarı düzeyinde yer alan öğrencilerin kural açıklamaları ve çizimleri incelendiğinde de birbirinden farklı açıklama ve çizimlerin yer aldığı görülmektedir.

O3 kodlu öğrenci fraktalın kuralını aşağıdaki gibi açıklayarak şekilde görülen üçüncü adım çizimini yapmıştır.

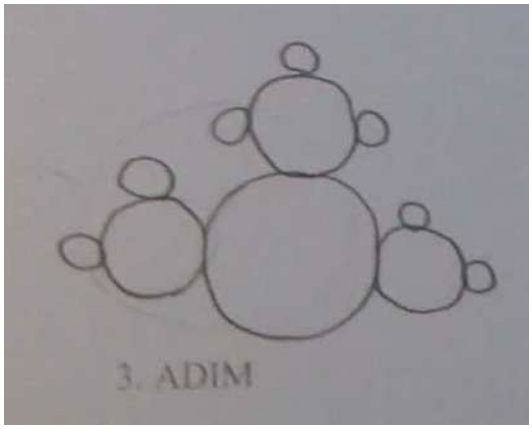
Şekil 51: O3 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım ve açıklaması



Öğrenci cevabından anlaşıldığı üzere, ikinci adımda küçülen çemberlerin başlangıç adımındaki çemberin hangi yönlerine yerleştirildiğini önemsememektedir. Bu nedenle "çemberin yanlarına" ifadesini kullanmıştır. Dolayısıyla üçüncü adımda da çember alt tarafına çemberler ekleyerek fraktal örüntünün kuralını bozmuştur.

O4 kodlu öğrenci ise örüntünün kuralını şu şekilde açıklamıştır: "*önce bir çember çizilmiş daha sonra sağ, sol ve yukarı tarafına bir çember daha çizilerek ikinci adım oluşturulmuş.* Öğrencinin üçüncü adım çizimi incelendiğinde ise ikinci adımda başlangıç çemberinin sağ ve sol tarafına eklenen küçük çemberlerin yanlarına eksik sayıda çemberler eklediği görülmüştür. Öğrencinin çizimi aşağıda verilmiştir.

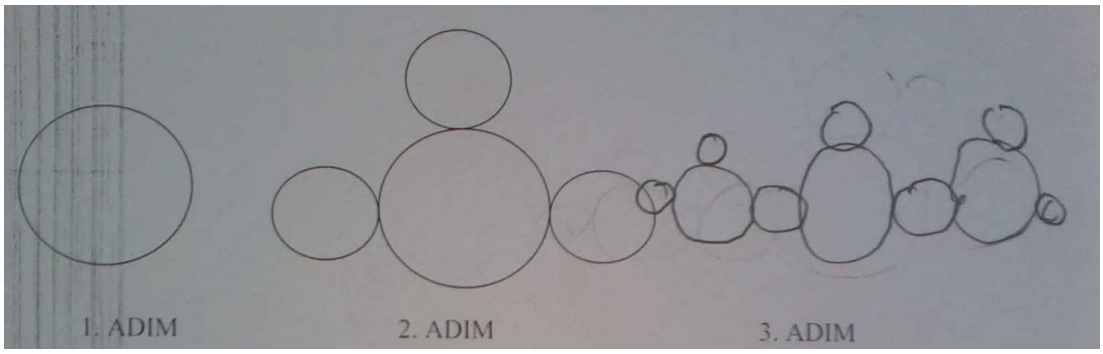
Şekil 52: O4 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Öğrencinin cevabından, fraktal örüntüdeki artış miktarına dikkat etmediği anlaşılmaktadır. Zira ikinci, adımda her çembere üç yeni küçük çember eklendiğini belirten öğrenci aynı işlemi bir sonraki adımda uygulamamıştır.

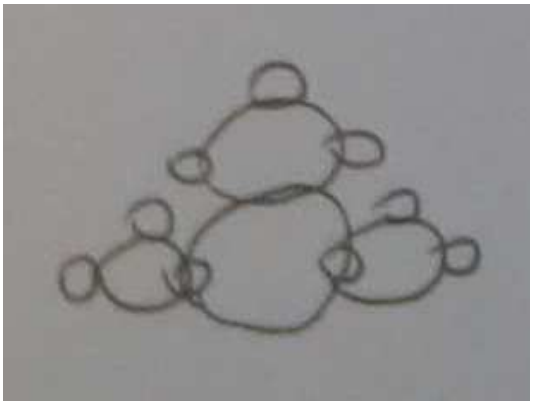
O2 kodlu öğrenci örüntünün kuralını "çemberin etrafına belirli sayılarda çember eklenmiş" ifadesi ile açıklamıştır. Öğrenciden bu kurala göre çizim yapması istendiğinde ise aşağıdaki çizimi yapmıştır.

Şekil 53: O2 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



O1 kodlu öğrenci ise kuralı şöyle ifade etmiştir: *" çemberin üç ayrı yerine küçük çemberler konmuş (Köşesi demedim çünkü çemberin köşesi yok)"*. Yeni çemberlerin konulduğu tarafları açık bir şekilde ifade etmemiş olsa bile öğrenci üçüncü adım çizimini doğru bir şekilde çizmiştir.

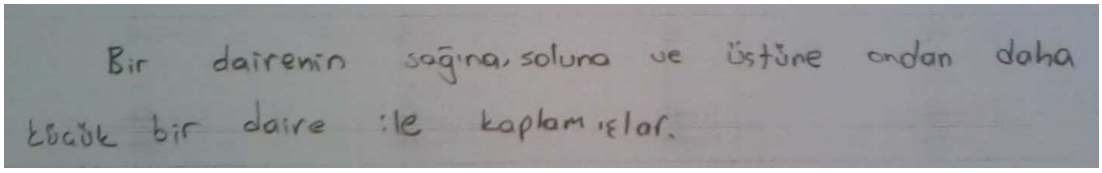
Şekil 54: O1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Orta başarı düzeyinde yer alan öğrenciler kuralı açıklarken yeterli ve net ifadeler kullanamamışlardır. Eklenen çemberlerin yerleri iyi tanımlanamadığı için de üç öğrencinin üçüncü adım çizimlerinde hatalar oluşmuştur.

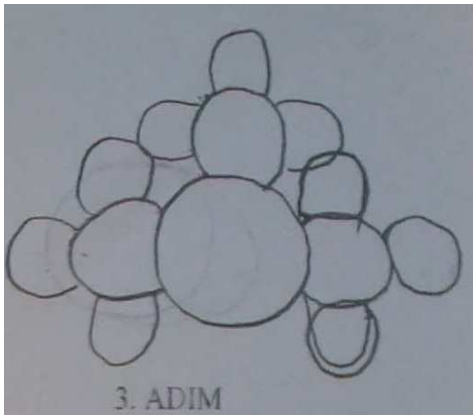
Yüksek başarı düzeyinde bulunan öğrenciler ise nispeten daha açık ifadeler kullanarak örüntünün kuralını açıklamışlardır. Örneğin Y1 kodlu öğrenci örüntünün kuralını şu şekilde açıklamıştır:

Şekil 55: Y1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait kural açıklaması



Örüntüdeki çember yerine daire ifadesini kullanan öğrenci kural açıklamasında eklenen çemberlerin hem yerlerine hem de boyutlarına ilişkin vurgulamalar yapsa da üçüncü adım çiziminde çemberleri yanlış yerlere çizmiştir.

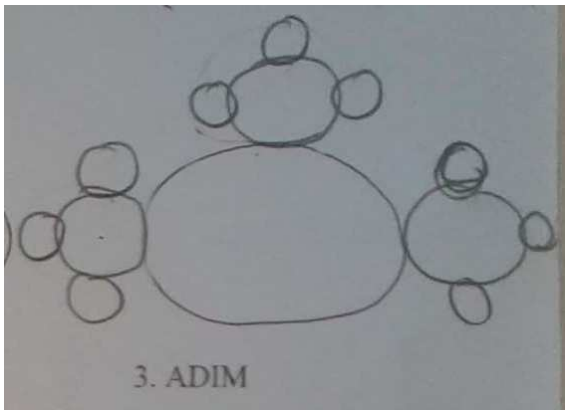
Şekil 56: Y1 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Y2 kodlu öğrenci ise örüntünün kuralını daha değişik bir yöntemle şu şekilde açıklamıştır: *"Bir çemberin içine üçgen çizilmiş gibi ve o üçgenin köşelerine çizilmiş çemberler var."* Öğrenci eklenen küçük çemberlerin yerini tarif etmek için farklı ve başarılı bir yol bulsa bile bunu üçüncü adımda uygulayamayarak, şekil56'da Y1 kodlu öğrencinin çizdiği üçüncü adıma benzer bir çizim yapmıştır.

Y3 kodlu öğrenci de Y1 kodlu öğrencinin açıkladığı kurala benzer bir açıklama yapmıştır: *"bir çember var, çemberin sağına, soluna ve üstüne bir daha çember konuluyor"*. Açıklamada çemberlerin yerlerini tarif eden öğrenci, bunların boyutları ile ilgili bir ifade kullanmamıştır. Öğrencinin yaptığı çizim şöyledir.

Şekil 57: Y3 kodlu öğrencinin üçüncü fraktal örüntüye ait çizdiği üçüncü adım



Y4 kodlu öğrenci örüntüde her adımda eklenen çember sayısına vurgu yapmıştır: *"Her adımda bir çembere üç tane çember ekliyoruz ve o çemberleri giderek*

küçültüyoruz. Öğrencinin cevabı incelendiğinde çemberlerin sayısına ve oranına dikkat ettiği fakat çemberlerin yerlerine dikkat etmediği görülmektedir. Öğrenci şekil57'de Y3 kodlu öğrencinin çizdiği üçüncü adıma benzer bir çizim yapmıştır.

İkinci grup görüşme sorularında öğrencilerden bazı adımları verilmiş fraktal örüntülerin kurallarını tanımlamaları, açıklamaları istenmiş ardından eksik olarak verilen sonlu bir adımını çimesi istenmiştir. Yapılan görüşmelerde öğrencilerin örüntülerdeki kuralı görmede yaşadığı bazı güçlükler tespit edilmiştir.

Bu güçlüklerin başında örüntünün şekil ekleme yolu ile mi yoksa şekil çıkarma yolu ile mi oluştuğunun öğrenciler tarafından fark edilememesi gelmektedir. Bu durum örüntün kuralının yanlış belirlenmesine ve buna bağlı olarak istenen sonlu adım çiziminin yanlış yapılmasına yol açmaktadır.

Öğrencilerin yaşadığı bir diğer güçlük ise örüntünün kuralını doğru tespit etmesine rağmen bu kuralı bir sonraki adıma uygulama konusunda yaşanılan güçlüktür. Örüntünün öncü veya başlangıç adımı olarak bilinen adımın ve bundan sonra gelen üreteç adımının doğru ilişkilendirilememesi bir sonraki adımın da yanlış çizilmesine neden olduğu düşünülmektedir.

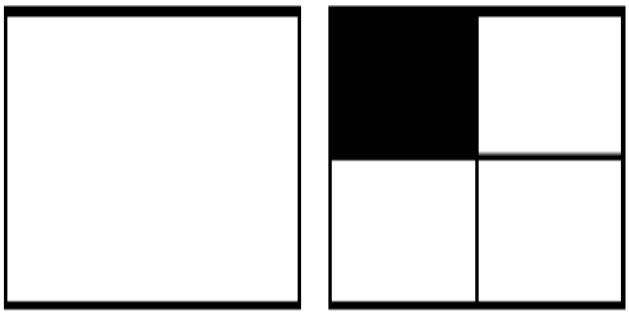
Öğrencilerin bir kısmının, örüntünün birinci adımından ikinci adımına geçerken şekil sayılarında meydana gelen değişiklikleri tespit etme konusunda güçlükler yaşadığı belirlenmiştir. Bu konuda yaşanılan güçlük hem örüntünün kuralını ifade etmede hem de istenen sonlu adımı çizmede öğrencilerin hatalar yapmasına yol açmıştır.

Fraktal örüntüleri ile diğer örüntülerden ayıran özellikleri, verilen sorularda fark edemeyen öğrenciler şekillerdeki küçülmeyi sonraki adımlara uygulama konusunda ve fraktala ilişkin kuralın her adımda uygulanması konusunda da güçlükler yaşamışlardır.

4.1.3. Üçüncü Grup Görüşme Sorusuna İlişkin Bulgular

Görüşme sorularının üçüncü bölümünde bir adet soru yer almaktadır. Soruda bir fraktal örüntünün başlangıç ve birinci adımına ait çizim verilmiştir. Ardından öğrencilerden, çizilen üçüncü bir şeklin bu fraktal örüntüye ait ikinci adım olup olamayacağını nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Aşağıda söz konusu örüntünün ilk iki adımı verilmiştir.

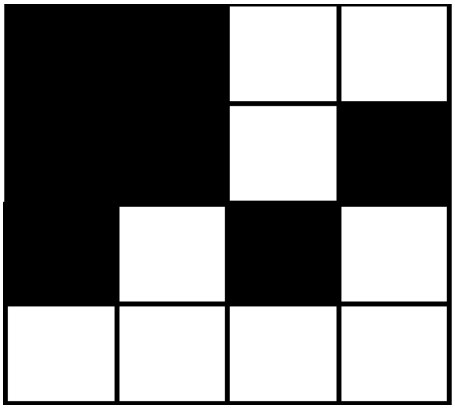
Şekil 58: Üçüncü grup görüşme sorusunda yer alan fraktal örüntüye ait adımlar



Başlangıç 1. adım

Yukarıda da açıklandığı gibi öğrencilere bu adımlar verilerek aşağıdaki adımın ikinci adım olup olamayacağı sorulmuş, öğrencilerden cevaplarını gerekçeleri ile anlatmaları istenmiştir.

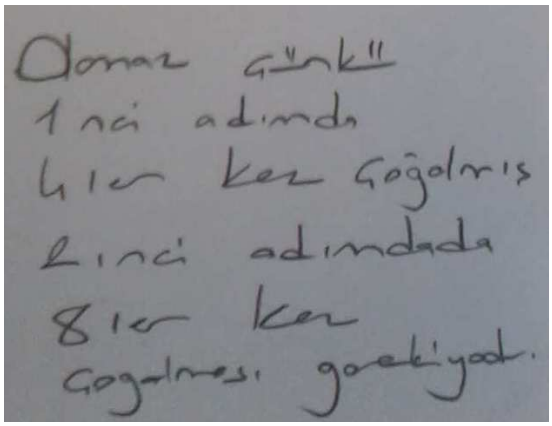
Şekil 59: Fraktal örüntünün ikinci adımı olup olmadığı sorulan şekil



Şekil 59'un verilen örüntüye ait ikinci adım olmadığını belirten öğrencilerden şekil üzerinde ne tür değişiklikler yaparak ikinci adım haline getirilebileceği sorulmuş ve doğru ikinci adımı çizmeleri istenmiştir.

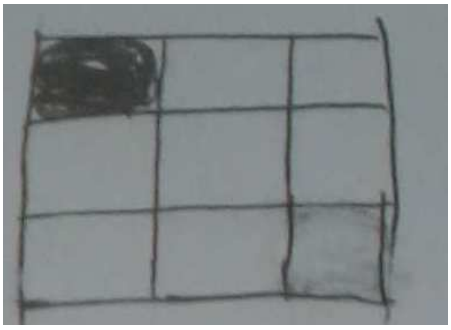
Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler soruya birbirlerinden farklı açılardan bakarak cevap vermişlerdir. Örneğin D4 koldu öğrenci şekil 59'da çizilen şeklin ikinci adım olamayacağını aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Şekil 60: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi



Öğrenci başlangıç adımında verilen karenin, birinci adımda dörde bölündüğünü *"1. adımda 4'er kez artmış"* ifadesi ile açıklamıştır. Dolayısıyla öğrenci örüntüye sabit artan örüntü mantığına göre yaklaşmıştır. Bu mantıkla ikinci adımda sekiz karenin olması gerektiğini ifade etmiş ve örüntünün doğru ikinci adımı olduğunu düşünerek aşağıdaki çizimi yapmıştır.

Şekil 61: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna yer alan fraktala ait ikinci adım çizimi

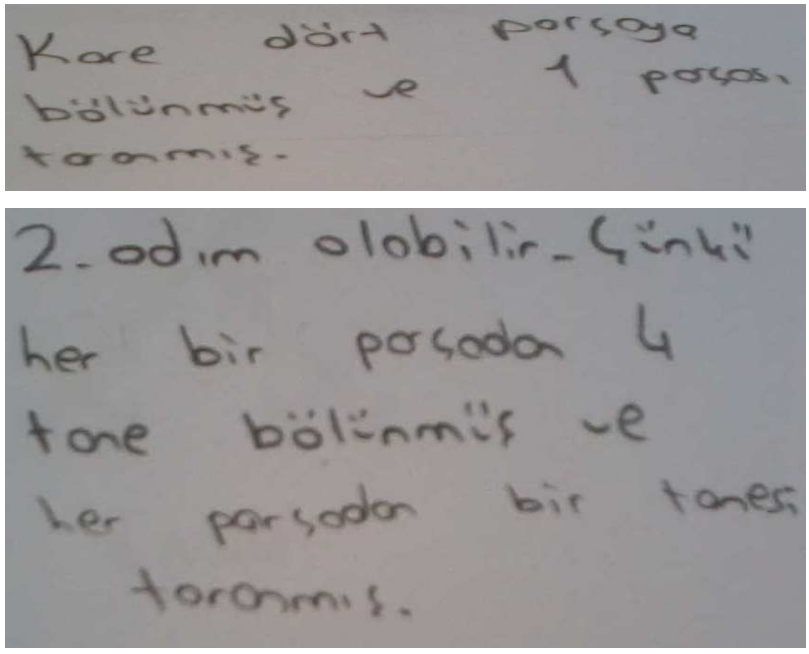


Öğrencinin çizimine incelendiğinde söylediği gibi sekiz karelik bir artışında olmadığı görülmektedir.

D3 kodlu öğrenci ise şekil59'daki çizimin örüntünün ikinci adımı olabileceğini şu ifadelerle açıklamıştır: *"ilk boş bir kareyi dörde bölmüş ve o karenin bir tarafını taramış. O zaman bu ikinci adım olabilir çünkü aynı şekilde taranmış bölgelerden oluşan şekiller var"*. Öğrenci örüntüde her karenin dörde bölünüp bir tanesinin taranacağını fark etmiş fakat fraktalların öz benzerlik özelliğini ihmal ederek taranacak karenin yeri üzerinde durmamıştır.

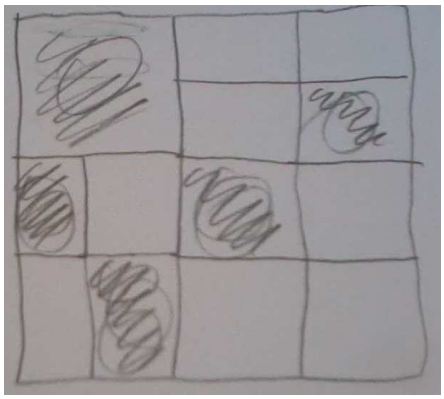
D2 kodlu öğrenci de örüntüye D3 kodlu öğrencinin bakış açısından yaklaşmıştır. Öğrencinin fraktal örüntüye ait olduğunu ifade ettiği kuralı şu şekilde açıklamıştır.

Şekil 62: D2 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi



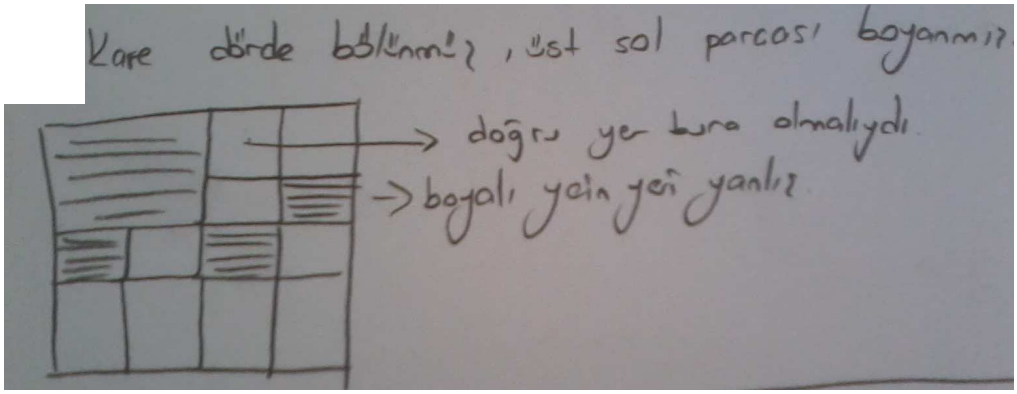
D1 kodlu öğrenci ise gerekçesini açıklayamayacağını söyleyerek şekil 59'un ikinci adım olmadığını söylemiş ve kendi doğru çizimini aşağıdaki gibi yapmıştır.

Şekil 63: D1 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna yer alan fraktala ait ikinci adım çizimi



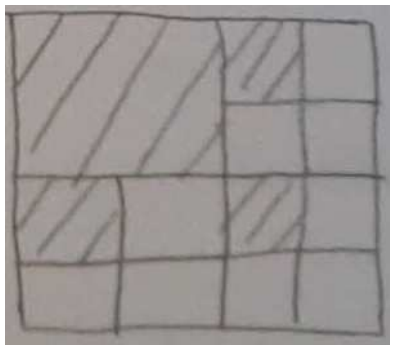
Orta başarı düzeyinde bulunan öğrencilerin tamamı soruya benzer açıklamalar yaparak doğru yanıt vermiştir. Örneğin O1 kodlu öğrencinin şekil 59 için ikinci adım olmama gerekçesi ve yaptığı çizim aşağıda verilmiştir.

Şekil 64: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi ve fraktala ait ikinci adım çizimi



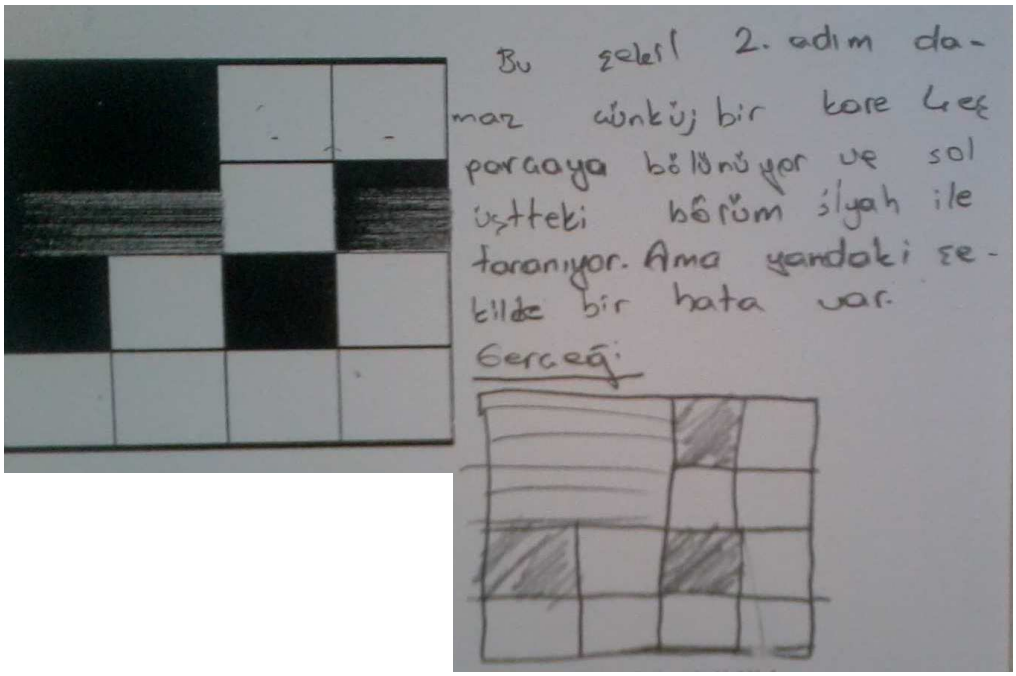
Benzer şekilde O4 kodlu öğrenci de şekil59'daki çizimin ikinci adım olamayacağını ifade ederek, örüntünün doğru ikinci adımı olarak aşağıdaki çizimi yapmıştır.

Şekil 65: O4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna yer alan fraktala ait ikinci adım çizimi



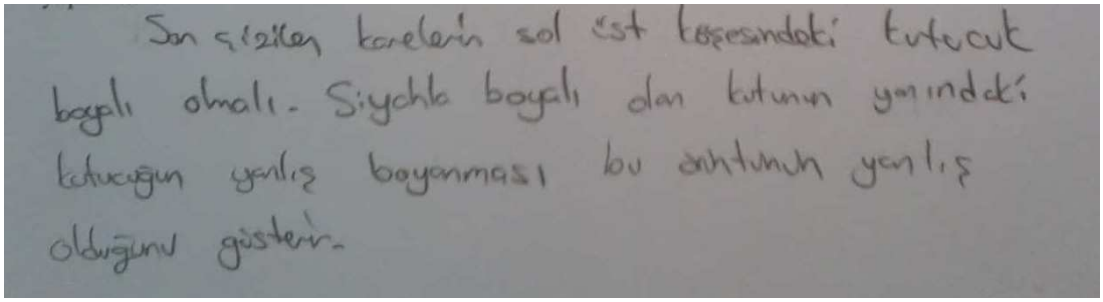
Yüksek başarı düzeyinde bulunan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise öğrencilerin tamamının soruya doğru yanıt verdiği görülmüştür. Öğrenciler verilen fraktal örüntünün kuralını hızlı bir şekilde fark edip doğru şekilde ifade edebilmişlerdir. Y1 kodlu öğrencinin örüntünün kuralı ile ilgili açıklamaları ve ikinci adım çizimi aşağıda verilmiştir.

Şekil 66: Y1 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi ve fraktala ait ikinci adım çizimi



Öğrencinin cevabı incelendiğinde kuralı doğru ifade ettiği ve bu kurala göre olması gereken ikinci adımı doğru şekilde çizdiği görülmektedir. Y3 kodlu öğrencide benzer şekilde aşağıdaki açıklamayı yaparak doğru ikinci adımı çizmiştir.

Şekil 67: D4 kodlu öğrencinin üçüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi



Öğrenci ikinci adımda verilen çizimi kastederek, son çizilen karede sol üst köşedekilerin taranması gerektiğini ifade etmiştir.

Üçüncü grup görüşme sorusunda orta ve yüksek başarı düzeylerinde bulunan öğrencilerin doruya doğru yanıt verdiği, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin ise yanlış cevap verdikleri görülmektedir. Yanlış cevap veren öğrenciler cevaplarını her ne kadar birbirinden farklı gerekçelere dayandırsalar da temelde fraktal örüntünün öz benzerlik ve tekrarlama özelliklerini örüntüde uygulayamamadan kaynaklı hatalar yaptıkları görülmektedir.

4.1.4. Dördüncü Grup Görüşme Sorularına İlişkin Bulgular

Dördüncü grup görüşme soruları bölümünde ise Simmt ve Davis (1998)' in çalışmalarında yer alan üç boyutlu fraktal oluşturmaya yönelik etkinliklerden faydalanılmıştır. Bu bölümde öğrencilerden, oluşturulma aşamaları verilen bir üç boyutlu fraktalın yapılması istenmiş ardından oluşturulan üç boyutlu modelin özelliklerine ilişkin sorulara yer verilmiştir.

Öncelikle öğrencilere bir A4 kâğıdı, makas ve cetvel verilmiş ve EK3'te yer alan etkinlik araştırmacının kontrolünde, gerektiği yerde yardımlar yapılarak gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden yaptıkları model ile etkinlik kâğıdının sonunda

yer alan fotoğrafı karşılaştırmalarını varsa eksikleri tamamlaması istenmiştir. Modelin öğrencilere yaptırılmasının amacı, bu sırada modele ilişkin çeşitli yapısal ve şekilsel özellikleri mümkün olduğunca fark etmesini sağlamaktır. Görüşme sorularında amaç şekilde yer alan örüntüler ile ilgili öğrencilerin fikirlerini almak olduğundan modelin belirtilen ölçü ve aşamalara uygun çizilmeleri gerekmekteydi. Bu nedenle araştırmacı, modelin yapılması aşamasında gerekli yerlerde öğrenciye yardımlarda bulunmuştur.

Yüksek başarı düzeyinde yer alan öğrenciler oluşturdukları modelde yer alan özellikleri görmede diğer öğrencilere göre daha az zorlanmışlardır. Y1 kodlu öğrenci ile yaptığı model üzerinde yapılan görüşme aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Oluşturduğun modeli incelendiğinde benzer parçalar var mı?
Y1: Evet var. Kâğıdı kesip ikiye böldüğümde her parçada yani simetrisinde birbirine benzeyen parçalar var.
A: Bunları model üzerinde gösterebilir misin?
Y1: Örneğin üçüncü kesmemizde yani 3. adımda oluşan dört tane dikdörtgen prizma birbirlerine benziyor ve onların biraz büyüğü 2 tane dikdörtgen prizmalar birbirine benziyor.

Öğrencinin verdiği cevaplar incelendiğinde yaptığı her aynı işlemi, kendisinin adım sayısı olarak isimlendirdiği görülmektedir. Bunun, öğrencinin modeldeki örüntüyü keşfettiğine dair bir ipucu olduğu düşünülebilir. Öğrencinin verdiği cevaptan 3. adımda oluşan küçük dikdörtgen prizma ile bir önceki adımda oluşan dikdörtgen prizma arasında benzerlik kurmadığı dikkat çekmektedir. Her ne kadar öğrenci bunların benzer olmadığını da söylememesine rağmen durumun başka sorularla açığa çıkarılması gerektiği düşünülmüştür. Buna göre öğrenciye aşağıdaki sorularda yöneltilmiştir.

A: Model bütüne benzeyen küçük parçalar var mıdır?
Y1: Evet var.
A: Hangi şekiller? Açıklayabilir misin?

Y1: Bir simetri gibi şekil 1 iken 2 oluyor. Yani çoğalıyor. (modeli kastederek) şekli ortadan ikiye böldüğümüzde alt ve üst bölüm aynı oluyor.

Öğrenci modelde yer alan prizmaları dikkate aldığı için birbirine benzeyen parça olarak prizmaları düşünmüştür. Birinci adımda bir tek prizma olduğu için 0 benzer parça olduğunu söylemiştir. İkinci adımda ise 2 tane benzer prizma olduğunu söylemiştir. Buna göre öğrencinin ilk adımda oluşan dikdörtgen ile ikinci adımda oluşan küçük dikdörtgenlerin benzerliğini fark etmediği sonucuna ulaşılabilir. Benzer şekilde üçüncü adımda da oluşan yeni prizmaların birbirine benzer olduğunu belirtmiş ve önceki adımdakiler ile karşılaştırma yapmamıştır.

Diyalog aşağıdaki gibi devam etmiştir.

A: peki sence bu şekle fraktal diyebilir miyiz?
Y1: evet bence diyebiliriz.
A: Neden?
Y1: Çünkü şekil hep $\frac{1}{2}$ kadar azalıyor.

Öğrencinin cevabı incelendiğinde oran kavramına vurgu yaptığı anlaşılsa bile fraktal olma şartlarını tam olarak açıklamadığı görülmektedir. Y1 kodlu öğrenci modelde dikdörtgen prizmaların birbirine benzeyen parçalar olduğunu söylemiştir. Bundan farklı olarak Y2 kodlu öğrenci ise oluşan modellerdeki benzer parçaların hangileri olduğu sorusuna cevap verirken şekillerin daha küçük parçalarına dikkate ederek “dikdörtgenler” cevabını vermiştir. Her iki cevap da doğru olmakla beraber öğrenciler modeli farklı açılardan incelemişlerdir. Y3 kodlu öğrenci bu modelin bir fraktal örneği olup olamayacağı sorulduğunda da, modelin fraktal olduğunu şu gerekçe ile açıklamıştır: “*oluşan dikdörtgenler küçülerek devam ediyor”*. Öğrenci cevabın da öz benzerliğin dikdörtgenler arasında var olduğunu vurgulama yoluna gitmektedir.

Y2 kodlu öğrenciye birbirine benzeyen parça sayılarının makasla kesme işlem basamaklarındaki sayıları sorulduğunda ise şu cevap alınmıştır:

Y2: "Birinci adımda 2 tane benzer parça var, ,kinci adımda 4 tane, üçüncü adımda 8,sonra 16 diye 2 katına çıkarak yani kuralı…..(düşünüyor) "2n" olarak devam ediyor.

Y2 kodlu öğrenci de modeldeki benzer parçaları incelerken ikinci adımda 4 parçanın benzer olduğunu belirterek, birinci adımdaki dikdörtgeni dikkate almadığını göstermiştir. Y1 kodlu öğrencinin cevaplarında da görüldüğü gibi her iki öğrenci de bir sonraki adıma geçildiğinde önceki adımdan kalan parça ile oluşan yeni küçük parçaların benzerliğini fark edememişlerdir.

Y4 kodlu öğrenci modelde oluşan parçaların benzerliği üzerinde düşünürken Y1 kodlu öğrencinin yaptığı gibi dikdörtgen prizmalara göre cevaplar vermiştir.

Araştırmacı: Yaptığın bu modeli incelendiğinde benzer parçalar var mı?
Y4: Birbirlerine eş değil ama birbirlerine benzeyen parçalar var.
A: Hangi parçalar?
Y4: Oluşan prizmalar birbirine benzerler. Örneğin ikinci adımda oluşan iki tane prizma ve üçüncü adımda oluşan dört tane prizma birbirine benzer.
A: o halde birinci ve ikinci adımda toplam kaç tane benzer parça var?
Y4: birinci adımda bir tane prizma var ikinci adımda 2 tane benzer prizma var
A: peki 3. Adımda?
Y4: 4 tane.

Y4 kodlu öğrenci soruların başında "eş ve benzer" olma durumuna vurgu yapsa da ikinci ve sonraki adımlardaki benzer parçaları tespit ederken sadece eş olanları söylemiştir. Öğrenciye bu modelin bir fraktal olup olmadığı sorulduğunda ise şu cevabı vermiştir:

Y4: evet fraktal diyebiliriz. Çünkü aynı oranda küçülüyorlar.

Yüksek başarı düzeyindeki bir diğer öğrenci olan Y3 kodlu öğrenci de modeldeki benzer parçaların prizmalar olduğunu söylemiştir. Öğrenci her bir adımdaki benzer parça sayısını tespit ederken diğer öğrencilerden farklı bir yol izlemiştir.

Araştırmacı: Oluşturduğumuz modelde sence benzer parçalar var mı?
Y3: Var. İlk yaptığımız şekilde ve ikinci yaptığımız şekilde benzeyenler var.(prizmaları gösteriyor)

Öğrenci burada model üzerinde tarifler yapmıştır. Buna göre "*ilk yaptığımız şekil"* derken birinci adımda oluşan dikdörtgenler prizmasını kastederken, *ikinci yaptığımız şekil"* ifadesi ile ikinci adımda oluşan yeni dört prizmayı kastetmektedir. Diyalog aşağıdaki gibi devam etmiştir.

A: o zaman her adımda kaçar tane benzer parça var, bulabilir misin?
Y3: birinci adımda 1, ikinci adımda …(sayıyor) 3 tane, o zaman 1,3,5 diye gidiyor. Üçüncü adımda 5 tane olacak….

Öğrenci benzer parça sayılarını tespit ederken ilk iki adımda doğru değerler bulmuş fakat üçüncü adımdakini saymak yerine sayı örüntüsünden faydalanma yolunu seçtiği için hataya düşmüştür. İlk iki sayıdan hareketle tek sayılar örüntüsü olduğunu düşünmüş fakat örüntünün üçüncü adımdan itibaren farklı devam ettiğini fak edememiştir.

Yüksek düşünme düzeyinde yer alan öğrencilerin yaklaşımlarına göre iki farklı bakış açısı olduğu görülmektedir. Bunlardan birincisi modelde yer alan dikdörtgenlerin benzerliği üzerinden soruyu cevaplayan öğrenciler ikincisi ise modeldeki her adımda oluşan prizmaların benzerliğinden faydalanarak cevap veren öğrencilerdir.

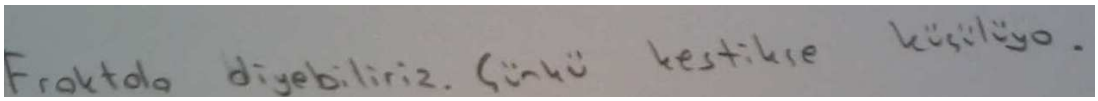
Düşük başarı düzeyinde yer alan öğrencilerin oluşturdukları modelde yer alan benzer parçaları tespit etmede zorlandıkları söylenebilir. D1 ve D4 kodlu öğrenciler

oluşturdukları modelde herhangi benzer parçanın olmadığını söylemişlerdir. Bu öğrencilere oluşturdukları modelin bir fraktal olup olamayacağı sorulduğunda ise bir fikirlerinin olmadığını söylemişlerdir.

D3 kodlu öğrenci ise şekilde *"küçük ve büyük parçalar birbirine benzerdir"* diyerek dikdörtgen prizmaların benzerliğini işaret etmiştir. Öğrenciye şeklim tamamına benzeyen küçük parçaların olup olmadığı sorulduğunda ise "*şeklin tamamına benzeyen parça yoktur"* ifadesini kullanmıştır.

D2 kodlu öğrenci ise modeldeki benzer parçaları *"dikdörtgenler birbirine benziyor, küçültülmüş halleridir"* ifadesi ile açıklamıştır. Şeklin tamamına benzeyen küçük parçaların olmadığını ifade eden öğrenci bu şeklin bir fraktal olabileceğini aşağıdaki gibi gerekçelendirmiştir.

Şekil 68: D2 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi



Öğrenci fraktal olmayı küçülme veya büyümeye bağlı olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrenciye her adımda oluşan parça sayıları sorulduğunda ise bunları yazamayacağını ifade etmiştir.

Görüldüğü gibi düşük başarı düzeyindeki öğrenciler benzerlik, fraktal, oran vb kavramlar ile ilgili bilgi eksikliklerinden dolayı oluşturdukları model ile ilgili yorum yapmakta zorluk yaşamışlardır. Buna rağmen öğrencilerin kâğıt kesme ve katlama etkinliklerinden zevk aldıkları rahatlıkla söylenebilir.

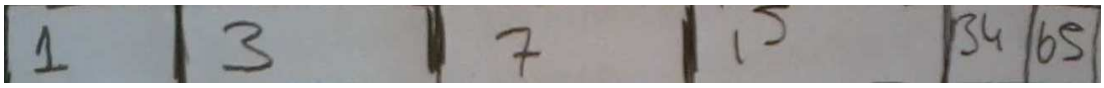
Orta başarı düzeyinde yer alan öğrencilerin cevapları incelendiğinde yüksek başarı düzeyinde yer alan öğrencilerde olduğu gibi bazı öğrencilerin benzer parça olarak dikdörtgenleri, bazılarının ise prizmaları düşündükleri görülmüştür.

O3 kodlu öğrencinin birbirine benzeyen parçaların dikdörtgenler olduğunu söylemiştir. Fakat öğrenciye her bir adımdaki benzer parça sayıları sorulduğunda ise prizmaları saydığı görülmüştür.

A: Oluşturduğumuz modelde benzer parçalar var mı?
O3: evet, bu basamaklar dikdörtgendir.
A: ilk adımda kaç tane benzer parça var?
O3: 1
A: sonraki adımlarda?
O3: ikinci de 3, Üçüncüde…(sayıyor) …7 tane

Öğrenci benzer parçaları sayarken bir önceki adımda oluşanları da dahil ederek doğru bir sayım yapmıştır. Bunun üzerine araştırmacı her adımda oluşan benzer parça sayılarını sırasıyla yazmasını istemiştir. Öğrencinin yazdığı sayılar aşağıda verilmiştir.

Şekil 69: O3 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusunda yazdığı sayı örüntüsü



Öğrenci ilk adımda 1 tane prizma olduğu için bu adımda 1 adet benzer parça olduğunu söylemiştir. Diğer adımlardakini bulmak için ise oluşturduğu modeli basamaklarına göre dikkatlice incelemiş ve saymıştır. Öğrencinin oluşturduğu model üçüncü adıma kadar yapılmıştır. Araştırmacı öğrenciden dördüncü, beşinci ve altıncı adımları da bulmasını istemiştir. Öğrenci burada oluşturduğu üçüncü adımdaki modelin üzerine parmağıyla hayali çizimler ve eklemeler yaparak dördüncü adımı doğru bulmuştur. Fakat sonraki adımları zihinden bulmaya çalışırken hatalar yapmıştır. Oluşan sayı örüntüsüne bakmadan şekil üzerinde sayımlar yaparak sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Öğrencinin oluşan sayı örüntüsünde yer alan adımlardaki parça sayısını hangi stratejiye göre bulduğu bu araştırmanın konusu olmasa bile, kullanılan stratejinin fraktalların özelliğinin kavranıp kavranmadığını göstermede önemli bir ipucu olduğu düşünülmüştür.

O3 kodlu öğrenciye bu şeklin bir fraktal olup olmadığı sorulduğunda “Evet fraktaldır. Çünkü birbirine eş olarak küçülüyorlar” cevabı alınmıştır. Öğrencinin “benzer” ifadesi yerine“eş” ifadesini kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca benzer olan parçaların hangisi olduğu sorulduğunda ise yukarıdaki örüntüyü yazarken dikkat ettiği prizmaları değil dikdörtgenleri dikkate aldığı görülmüştür.

O2 kodlu öğrenci ise benzer parçaların olup olmadığı sorusuna “*var, prizma şeklindeki cisimler birbirine benziyor*” cevabı alınmıştır. Ayrıca şeklin tamamına benzeyen küçük parçalar var mıdır? Sorusuna şu yanıtı vermiştir.

O2: Prizmaları büyütürsek *(ikinci adımda oluşan küçük prizmayı gösteriyor)* şeklin tamamına benzer.

O2 kodlu öğrenciye her bir adımdaki benzer parça sayıları sorulduğunda önce oluşturduğu modele bakarak ilk üç adımdaki benzer parça sayısını şu şekilde ifade etmiştir.

Birinci adım: **1**, ikinci adım: **3**, üçüncü adım: **7**

Bu sayılar arasındaki ilişkiyi ise şu şekilde ifade etmiştir:
O2: ilk sayı 1 ikincisi 3 yani 2 artmış sonra,4 artmış sonra 6 artacak o zaman dördüncü adım 13 olacak, sonra 8 artıp 21 olacak…

Şekil 70: O2 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusunda yazdığı sayı örüntüsü



Öğrenci sayılar arasındaki ilişkiyi çift sayılar kadar artma şeklinde ifade etmiştir. İlk üç adıma uyan bu durum sonraki adımlar için geçerli olmadığı için dördüncü, beşinci ve altıncı adımları yanlış bulmuştur.

O2 kodlu öğrenciye modelin bir fraktal olup olmadığı sorulduğunda ise şu cevap alınmıştır:

O2: Fraktaldır. Çünkü buradaki *(3. adımdaki oluşan 2 prizmayı ve altındaki büyük prizmayı gösteriyor)* dikdörtgenler prizmalarından birini alıp büyüttüğümüzde ilk şekle benzediği için fraktaldır.

Öğrenci fraktalların öz benzerlik özelliğine dikkate alarak modelin fraktal özellik gösterdiğini fark etmiştir.

O1 kodlu öğrenci modeldeki prizmaları dikkate alarak şekilde benzer parçaların olduğunu söylemiştir. Öğrenciye modelin fraktal olup olmadığı sorulduğunda ise şu şekilde cevap alınmıştır.

O1: eğer kesmeyi sonsuza kadar devam ettirirsek, en küçük parça bile diğerlerine benzemektedir.

Öğrenci modelin sonsuzdaki halini zihninde canlandırarak aldığı bir parçayı büyütürse diğer parçalara benzediğini söylemiştir. Öğrenci şeklin bir fraktal örneği olduğunu ifade etmiştir.

O1 kodlu öğrenci de benzer parçaları sayarken 1,3,5,7,9,11… şeklindeki sayı örüntüsünü yazmıştır. Bunu yaparken ilk iki adım için model üzerinden doğru saymış, üçüncü adımı sayarken sadece beş tanesini sayma yoluna gitmiştir. İlk iki adımda 1 ve 3 sayılarını bulan öğrenci sonraki adımda 5 tane olacağına şartlandığı için sonucu beş çıkacak kadar sayma işlemini yapmıştır.

O4 kodlu öğrenciye oluşturduğu model üzerinde benzer parçalar olup olmadığı sorulduğunda farklı bir cevap vermiştir.

O4: merdiven şeklinde aşağı inen parçalar benzerdir. Kırmızıya boyalı parçalar (şekil 71'de görülen koyu renkli dikdörtgenler) benzerdir.

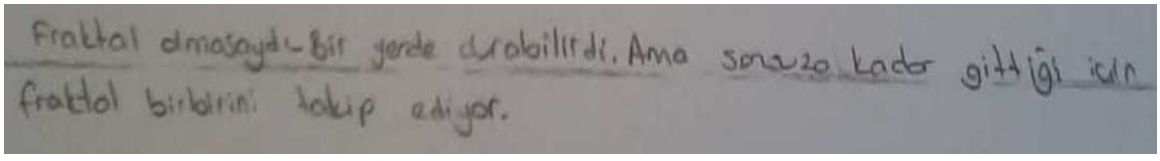
Şekil 71: Dördüncü grup görüşme sorusunda yapılan fraktalın model



Öğrenci modelde sadece üstte kalan dikdörtgenlerin benzer olduğunu savunmuştur. Buna göre öğrenciye modelin her bir adımındaki benzer parça sayısı sorulduğuna 1,3,5,7,9,11… örüntüsünü yazmıştır. Bunu yazarken kendi modelini değil sunulan şekli kullanan öğrenci birinci adımda bir tane kırmızı dikdörtgen olduğu için 1, ikinci adımda toplam üç tane kırmızı dikdörtgen olduğu için 3 yazmış ve örüntüyü saymadan 7,9,11… şeklinde devam ettirmiştir.

O4 kodlu öğrenciye şeklin bir fraktal olup olmadığı sorulduğunda ise aşağıdaki cevabı vermiştir.

Şekil 72: O4 kodlu öğrencinin dördüncü grup görüşme sorusuna verdiği cevabın gerekçesi



Öğrenci yaptığı modelin sonsuza kadar ilerlediği varsayımından yola çıkarak fraktal olduğu sonucuna ulaşmıştır. Her bir adımda (öğrencinin tabiri ile) “yeni basamaklar” oluştuğu için modelin fraktal olduğunu belirtmiştir.

Dördüncü grup görüşme sorularında önce öğrencilerle beraber üç boyutlu fraktal örneği oluşturulmuştur. Öğrencilerin bu model üzerinde gözlemler yapması sağlanarak sorular yöneltilmiştir. Modelde yer alan benzer parçalar bakımından iki farklı bakış açısı olduğu görülmüştür. Bunlardan birincisinde öğrenciler modeldeki dikdörtgenlerin benzerliği üzerinde durmuş diğer öğrenciler ise modelde her bir adımda oluşan prizmalar üzerinde durmuşlardır.

Görüşme sorularının bu bölümünde öğrencilerden oluşturdukları modelin fraktal özellik gösterip göstermediğini gerekçeleri ile açıklamaları da istenmiştir. Birçok öğrenci benzer parçalar, ölçüler, sonsuz adım vb gibi çeşitli özelliklerden bir ya da bir kaçını gerekçe göstererek şeklin bir fraktal olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Dördüncü grup görüşme sorularında öğrencilerden modelde yer alan benzer parçaların sayılarını söylemeleri istenmiştir. Genel olarak öğrenciler bir adımdaki benzer parça sayısının tespitinde önceki adımda yer alan parçaların dikkate alınmamasından kaynaklanan hatalar yapmıştır. Soruda hata kaynağı olarak öğrencilerin benzerlik ve eşlik kavramlarını dikkate almamalarının da sayılabileceği düşünülmektedir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmada ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallar konusundaki düşünme biçimlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu bölümde, belirtilen amaç kapsamında yapılan çalışmalarda edinilen bulgular tartışılarak elde edilen sonuçlara ve benzer araştırmalar için önerilere yer verilmiştir.

İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallar konusundaki düşünme biçimlerini belirlemek amacıyla evrenden seçilen örnekleme araştırma kapsamında geliştirilen fraktal geometri başarı testi uygulanmış ve bu testin sonuçlarına göre üç farklı düzeyde on iki öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerle araştırmanın nitel bölümü kapsamında görüşmeler yolu ile bilgiler toplanmıştır. Görüşme soruları dört bölümden oluşmaktadır. Bu dört soru grubundan elde edilen bulgulara ait sonuçlar aşağıda sırasıyla açıklanmaktadır.

Görüşme sorularının ilk bölümünde öğrencilere önce Öklid geometrisinde yer alan kare, dikdörtgen, daire, üçgen gibi şekilleri barındıran dört farklı resim gösterilmiş ve öğrencilerden bu şekilleri tanımlamaları, tarif etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu şekilleri zorlanmadan açıklayabilmişlerdir. Öğrenciler bu şekilleri tanımlarken dikdörtgen, kare, üçgen, daire, silindir, elips gibi Öklid geometrisinde kullanılan terimleri sıklıkla kullanmışlardır. Yüksek başarı düzeyinde bulunan öğrencilerin yapmış olduğu açıklamalar incelendiğinde diğer öğrencilere göre daha ayrıntılı açıklamalar yaptıkları görülmektedir. Ayrıca bu düzeydeki öğrenciler kare, dikdörtgen, üçgen, daire, silindir vb terimleri daha yerinde ve doğru şekilde kullanabilmişlerdir.

Öğrenciler bu düzgün şekillere sahip nesneleri tanımlarken veya tarif ederken geometri terimlerini kullanma yolunu birinci yol olarak seçmişlerdir. Öğrencilerden bu nesneler için yaptıkları tariflere eklemeler yapmaları istendiğinde ise daha çok günlük hayatta kullandıkları yuvarlak, çubuk, köşeli gibi terimleri kullanma yoluna gittikleri görülmüştür. Ayrıca bir kaç öğrencinin nesnelerdeki şekilleri benzetme yaparak tarif ettiği de görülmüştür.

Birinci grup görüşme sorularının sonraki kısmında ise öğrencilerden Öklid geometrisi terimleri ile açıklanması daha zor olan nesnelerin fotoğrafları gösterilmiş ve bu nesnelerde yer alan şekillerin tarif edilmesi istenmiştir. Öğrenciler bu şekilleri tanımlarken diğer şekillere kıyasla oldukça zorlanmışlardır. Öğrencilerin bu nesnelerde yer alan şekilleri tanımlarken öncelikle geometrik terimleri mümkün oldukça kullanma yoluna gittikleri görülmüştür. Geometrik terimler her ne kadar bazı öğrenciler tarafından kullanılsa da düzgün geometrik nesneler için yapılan açıklamalardaki kadar yerinde kullanılmamıştır. Fakat öğrencilerin bu geometrik terimleri daha çok bir benzetme aracı olarak kullandıkları görülmektedir. Örneğin, “Üçgene benziyor”, “piramit gibi”, “koni gibi” şeklindeki ifadeler geometrik terimleri yerinde kullanmaktan çok onları benzetme yapmak amacıyla kullandıklarını göstermektedir.

Araştırmacının düzgün olmayan nesnelerde yer alan şekiller ile ilgili, öğrencilerden daha fazla açıklama istemesi durumunda benzetme yolunu oldukça fazla tercih ettikleri görülmüştür. Öğrenciler gösterilen bir nesneyi tanımlarken daha çok başka bir nesneyi kullanmayı tercih etmişlerdir. Ayrıca kimi öğrenciler bu nesnelerdeki şekilleri tanımlarken nesnenin kendi zihninde oluşturduğu imgeyi tarif etme yoluna gitmiştir. Örneğin brokoli için “insan yüzündeki sivilcelere benziyor” veya “kendini savunmaya çalışan bir kaleye benziyor” benzetmeleri öğrencinin nesneye ilişkin o anki algısını yansıtmaktadır. Bu tür benzetmeler, nesnedeki şekilleri görmeyen birisi için nesneyi tanımak için yeterli ifadeler olmasa bile öğrencileri hayal güçlerini kullanma konusunda teşvik etmiştir.

Düzgün şekillere sahip olmayan nesneleri tanımlamaya çalışan öğrencilerin tercih ettiği bir diğer yol ise şekle uygun sıfatları kullanmaya çalışmalarıdır. Öğrencilerin en etkili tanım ve tarifleri yaptığı bu yolda sıklıkla "Kıvrım kıvrım, girintili çıkıntılı, ayrık ayrık, pürüzlü, sivri" gibi ifadeler kullanmışlardır. Bu ifadeler hem öğrencilerin şekilleri daha rahat açıklamalarına yardım etmiş hem de yaptıkları açıklamanın daha etkili olmasını sağlamıştır. Bu durum doğadaki nesnelerin Öklid geometrisinde yer alan şekillerle sınırlı olmadığını, dolayısıyla çocukların bilgilerini günlük hayatta uygulamasının fraktal geometride daha fazla fırsat bulduğunu göstermektedir.

Birinci grup soruları kapsamında üç farklı başarı düzeyinde bulunan öğrencilerin geometrik terimleri kullanma sıklıkları incelendiğinde yüksek düzeydeki, öğrencilerin bu terimleri daha sık ve yerinde kullandıkları söylenebilir. Fakat nesnelerde yer alan şekilleri açıklarken anlaşılır olma dereceleri bakımından düzeyler arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı düşünülmektedir. Her ne kadar yüksek düzeydeki öğrenciler sıklıkla üçgen, kare, piramit, koni gibi terimleri sık ve yerinde kullansalar bile nesneyi tarif etmedeki başarıları buna paralel değildir. Bu terimleri kullanmak yerine yaratıcı benzetme yapma yoluna giden öğrencilerin şekli daha iyi tanımlayabileceği görülmüştür.

Düzgün geometrik şekiller içermeyen nesnelerin fraktal olduğu öğrenciler tarafından net bir şekilde fark edilememiştir. Yüksek düzeydeki bazı öğrencilerin bu nesnelerde yer alan tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini diğerlerine göre daha başarılı bir şekilde tespit ettikleri ve daha iyi tarif ettikleri söylenebilir. Bu nedenle fraktal geometri kapsamında yapılacak sınıf içi etkinliklerde doğal fraktal örneklerine yer verilmesi ve öğrencilerin bu nesneler ile çalışmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Görüşme sorularının bir sonraki bölümünde öğrencilere oluşturulma adımlarından bazıları verilen üç farklı fraktal örüntü sunulmuş ve bunların kurallarını sözlü olarak ifade etmeleri istenmiştir. Ardından her fraktalda eksik olarak verilen adımın çizilmesi istenmiştir. Bu sorularda yüksek düzeyde bulunan öğrencilerin

örüntüyü tarif ederken daha net ifadeler seçtiği görülmüştür. Düşük düzeyde yer alan öğrencilerin birçoğu verilen örüntüleri basit şekil ekleme örüntüsü olarak düşünmüşlerdir.

Öğrencilerin ilk fraktal örüntüye verdikleri cevaplar incelendiğinde bir takım öğrenci zorlukları dikkat çekmektedir. Bunlardan birincisi öğrencinin fraktalın oluşma sistemini veya kuralını anlayıp bu kuralı sonraki adıma uygulamada zorluklar yaşamasıdır. Burada öğrenciler başlangıçta verilen şeklin ikinci adıma geçildiğinde geçirdiği şekilsel değişiklikleri inceleyip, örüntünün sonraki adımlarına uygulaması konusunda zorluklar yaşamışlardır. Bu durumun nedenlerinden biri olarak fraktal örüntülere ait öncü adım (başlangıç adımı veya İnitiator adım) ve üreteç (generatör adım) kavramlarındaki bilgi eksikliği olduğu düşünülmektedir. Zira bir fraktal örüntünün oluşum biçimini anlatan bu kavramlar fraktalın istenen adımını bulmakta kolaylık sağlamaktadır. Öğrencilerin zorluk yaşadığı bir diğer durum ise “çıkarılan parça, taranan parça veya boyanan parça” şeklinde ifade ettikleri kavramların, fraktalın çizilmesi istenen adımında doğru yerlere yerleştirilememesidir. Bu durumun nedeni olarak da fraktalın oluşum kuralının tam anlamıyla anlaşılamaması olduğu düşünülmektedir.

Birinci örüntüde öğrencilerin örüntüye ait kuralı tanımlama biçimleri incelendiğinde, diğer örüntülerde verdikleri cevaplara göre kuralın daha net ifadelerle anlatıldığı söylenebilir. Fakat örüntünün kuralını doğru ve net açıklamak, istenen adımdaki şekli doğru çizme konusunda belirleyici olmamıştır. Kuralı tam ve doğru biçimde ifade etmesine karşın bu kuralı örüntünün istenen adımına uygulamada yanlışlık yapan öğrenciler olmuştur. Bu durumun en önemli nedenlerinden birisi olarak yukarıda açıklanan “eklenen parça, çıkarılan parça” kavramlarının doğru anlaşılamaması görülmektedir.

İkinci grup görüşme sorularında yer alan ikinci soruda yine bir fraktalın oluşturulma adımları çizilmiş fakat bu fraktalın birinci, üçüncü ve dördüncü adımları çizilmiş, ikinci adımı çizilmemiştir. Bu soruda öğrenciden önce fraktal örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmesi, açıklaması, ardından bu kurala göre fraktalın ikinci

adımı çizmesi istenmiştir. Burada öğrencilerin fraktala ilişkin kuralı üretici adım olmadan nasıl bulduklarını anlamak amaçlanmıştır.

Öncelikle öğrencilerin fraktala ilişkin açıklamaları incelendiğinde bu fraktalın kare ekleme yoluyla oluştuğunu ifade eden öğrencilerin çoğunlukta olduğu görülmektedir. Fraktalın başlangıçta çizilen kareden belirli kurallara göre kareler çıkarılarak oluştuğu fark edilememiştir. Öğrencilerin çözüm biçimleri incelendiğinde öncü(başlangıç) şeklini dikkate almadan kuralı bulma yoluna gittikleri en önemli hata nedeni olarak görülmektedir. Çünkü başlangıç şeklinin ölçüsü veya taralı olup olmaması gibi özellikleri ikinci ve sonraki adımlarda uygulanan işlemin görülmesi için önemli bir ipucudur. Dolayısıyla bunun dikkate alınmadan kuralı bulma yoluna gidilmesi öğrencileri hatalı çözümlere ulaştırmaktadır.

İkinci grup görüşme sorularının son sorusunda çemberlerle oluşturulan, ilk ve ikinci adımı verilen örüntünün kuralının açıklanması ve eksik olan üçüncü adımının bu kurala göre tamamlanması istenmiştir. Bu örüntüde öğrenciler kuralı açıklama konusunda çok fazla zorluk yaşamamışlar fakat fraktalın üçüncü adımını çizerken çeşitli hatalar yapmışlardır. Bu durumun nedeninin diğer sorularda olduğu gibi başlangıç ve üretici adımın yeterince dikkatli incelenmemesi, dolayısıyla kuralın anlaşılmaması olduğu düşünülmektedir.

İkinci grup görüşme sorularında genel olarak öğrencilerin fraktal örüntülerin kuralını ifade etmede ve istenen herhangi bir adımını çizmede bir takım hatalar yaptığı görülmüştür. Bu hataların başında öğrencinin, örüntünün, şekil ekleme yolu ile mi yoksa şekil çıkarma yolu ile mi oluştuğuna bakmaksızın cevaplama yoluna gitmesi gelmektedir. Bu durum örüntünün kuralının yanlış belirlenmesine ve buna bağlı olarak istenen sonlu adım çiziminin yanlış yapılmasına yol açmaktadır. Öğrencilerin yaptığı bir diğer hata ise örüntünün kuralını doğru tespit etmesine rağmen bu kuralı bir sonraki adıma uygulama aşamasında yapılan hatalardır. Örüntünün öncü veya başlangıç adımı olarak bilinen adımın ve bundan sonra gelen üreteç adımının doğru ilişkilendirilememesi bir sonraki adımın da yanlış çizilmesine neden olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin bir kısmının, örüntünün birinci

adımından ikinci adımına geçerken şekil sayılarında meydana gelen değişiklikleri tespit etme konusunda hatalar yaptığı belirlenmiştir. Bu hatalar hem örüntünün kuralını ifade etmede hem de istenen sonlu adımı çizmede öğrencilerin hatalar yapmasına yol açmıştır. Fraktal örüntüleri diğer örüntülerden ayıran özellikleri, verilen sorularda fark edemeyen öğrenciler şekillerdeki küçülmeyi sonraki adımlara uygulama konusunda ve fraktala ilişkin kuralın her adımda uygulanması konusunda da çeşitli yanlışlıklar yapmışlardır. Sayılan tüm öğrenci hatalarının, fraktallara ait öz benzerlik ve tekrarlama özellikleri konusundaki bilgi eksikliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Görüşme sorularının üçüncü bölümünde yer alan soruda bir fraktal örüntünün başlangıç ve birinci adımına ait çizim verilerek öğrencilerden, çizilen üçüncü bir şeklin bu fraktal örüntüye ait ikinci adım olup olamayacağını nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Adımdaki hatayı bulma konusunda öğrencilerin bir önceki sorulara göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Yüksek ve orta başarı düzeyinde bulunan öğrencilerin tamamı soruya doğru yanıtlar vermiştir. Düşük düzeyde yer alan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise yapılan yanlışların her ne kadar birbirinden farklı gerekçelere dayansalar da temelde fraktal örüntünün öz benzerlik ve tekrarlama özelliklerini örüntüde uygulayamamadan kaynaklı yanlışlar olduğu görülmüştür.

Dördüncü grup görüşme soruları bölümünde ise öğrencilerden, oluşturulma aşamaları verilen bir üç boyutlu fraktalın yapılması istenmiş ardından oluşturulan üç boyutlu modelin özelliklerine ilişkin sorulara yer verilmiştir. Bu bölümdeki sorularda düşük başarı düzeyinde yer alan öğrencilerin, şeklin özelliklerini görmede ve bu şeklin fraktal olup olamadığını belirlemede başarısız oldukları söylenebilir. Orta ve yüksek başarı düzeyinde yer alan öğrenciler ise kendi yapmış oldukları bu modelin fraktal olduğunu açıklayabilmişledir.

Öğrencilere oluşturdukları modelde benzer parçaların olup olmadığı sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruda sergiledikleri yaklaşımlarına göre iki farklı bakış açısı olduğu görülmüştür. Bunlardan birincisi modelde yer alan dikdörtgenlerin

benzerliği üzerinden soruyu cevaplayan öğrenciler ikincisi ise modeldeki her adımda oluşan prizmaların benzerliğinden faydalanarak cevap veren öğrencilerdir.

Dördüncü grup görüşme sorularında öğrencilerden modelde yer alan benzer parçaların sayılarını söylemeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin fraktalda yer alan sayı örüntülerini nasıl tespit ettiklerini belirlemek amaçlanmıştır. Genel olarak bir adımdaki benzer parça sayısının tespitinde önceki adımda yer alan parçaların dikkate almamış ve soruyu yanlış cevaplamıştır. Burada yapılan hatanın kaynağı olarak öğrencilerin benzerlik ve eşlik kavramlarını dikkate almamaları görülmektedir

Dördüncü bölümünde ayrıca öğrencilerden oluşturdukları modelin fraktal özellik gösterip göstermediğini gerekçeleri ile açıklamaları da istenmiştir. Yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler benzer parçalar, ölçüler, sonsuz adım vb gibi çeşitli özelliklerden bir ya da bir kaçını gerekçe göstererek şeklin bir fraktal olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Öğrencilerin fraktallara ilişkin düşünme biçimlerinin belirlenmesinin amaçlandığı bu araştırmada elde edilen sonuçlara dayalı olarak konunun öğretimine yönelik öneriler aşağıda belirtilmiştir.

Birinci grup görüşme sorularından elde edilen sonuçlara göre öğrenciler düzgün geometrik şekiller içeren nesneler üzerinde konuşmakta zorluk yaşamamakta fakat günlük hayatında karşılaştığı nesnelerin sahip olduğu şekiller üzerinde konuşmakta oldukça zorlanmaktadır. Fraktal geometri ile ilgili kazanımlar doğrultusunda öğrenciler ile günlük hayatta karşılaşabilecekleri fraktal örneklerinin sahip olduğu şekilsel özellikler üzerinde durulması şeklin sahip olduğu özellikler ile ilgili konuşmalar yapılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin fraktal örüntülerin kurallarını bulmaya yönelik etkinliklerdeki cevapları fraktalların sahip olduğu öz benzerlik ve tekrarlama özelliklerine ait bilgilere yeterince sahip olmadıklarını göstermiştir. Yapılandırılacak sınıf içi etkinliklerde özellikle bahsedilen öz benzerlik ve tekrarlama özellikleri üzerinde

durulması gerekmektedir. Ayrıca bu özelliklere bağlı olarak fraktal örüntülerin öncü adımı ve üretici adımı gibi önemli kavramlarının da etkinliklerde yer alması gerektiği düşünülmektedir.

Dördüncü grup görüşme sorularında çeşitli kesme ve katlama çalışmaları ile üç boyutlu fraktal şekiller oluşturmanın öğrencilerin ilgisini çektiği görülmüştür. Yapılandırılacak sınıf içi etkinliklerde buna benzer çalışmaların etkili olabileceği düşülmektedir. Ayrıca bu modellerin üç boyutlu olması nedeniyle öğrencilerin dikdörtgenler prizması, küp, kare prizma, piramit gibi şekiller üzerinden de fraktallara ait özellikleri incelemelerine fırsat tanınmış olacaktır.

Araştırmada elde edilen sonuçlara dayalı olarak yapılabilecek araştırma önerilerine aşağıda yer verilmiştir.

Bu çalışma İzmir İli evrenindeki sekizinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Benzer bir farklı sınıf seviyelerindeki öğrenciler ile yapılabilir. Özellikle ortaöğretim düzeyindeki fraktal geometri konularının daha kapsamlı olması nedeniyle bu düzeydeki öğrencilerin düşüme biçimlerinin belirlenmesi derin bilgiler sağlayabilir.

Öğrencilerin fraktal özellik gösteren nesnelerdeki şekilleri tanımlama biçimleri fraktal geometri dersi öncesinde yapılacak mülakatlarla araştırılabilir.

Öğrencilerin fraktal geometri konularında hangi düşünme düzeylerinden geçtikleri ile ilgili ampirik çalışmalar yapılabilir.

Fraktal geometri konularının öğretiminde öğretmenlerin rolünün araştırıldığı çalışmalar yapılabilir. Öğrencilerde fraktal kavramların oluşumu için yapılabilecek sınıf içi etkinliklerin belirlendiği araştırmalar da yapılabilir.

KAYNAKÇA

Addison,P.(1997). **Fractals and Chaos.An İllustrated Course.** Edinburgh: IOP Publishing.

Baki,A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi. **Milli Eğitim Dergisi.** Sayı:149, Sayfa:26-31

Baki, A., Karakuş, F. ve Kösa, T.(2007) **İlköğretim Öğrencileri ile Matematik Öğretmen Adaylarının Fraktal Nesneleri Tanımlama Şekilleri.** 6. Matematik Sempozyumu (29 Kasım- 1 Aralık 2007).Ankara

Baki, A., Karakuş, F. ve Kösa, T.(2008). **Web Destekli Öğretim Yardımıyla Fraktal Geometri Kavramlarının Öğrenilmesine Yönelik Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri.** 8. Uluslar arası Eğitim Teknolojileri Konferansı (6-8 Mayıs 2008). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi

Barnsley, M.(1988). **Fractals Everywhere.** Georgia: Academic Press.

Birken,M. & Coon, A. (2008). **Discovering Patterns in Mathematics and Poetry.** Newyork: Rodopi.

Blaxter, L.,Hughes, C.& Tight, M. (2006). **How to Research.** (Third edition). England: Open University Press.

Bowers, C. (1991). On Teaching and Learning the Concept of Fractal. Unpublished Mater Dissettation, Concordia University.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak E.K., Akgün Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel F. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri** (3. baskı). Ankara: Pegem Akademi

Camp, D. (1991). A Fractal Excursion. **The Mathematics Teacher.** 84(4), 265-275.

Coes, L. (1993). Building Fractal Models with Manipulatives. **The Mathematics Teacher.** 86(8), 646-651.

Cohen, L., Manion L.& Morrison, K. (2000). **Research Methods in Education.** (5th edition). London: Routledge.

Fine, I. (1995). The Development of A Unit on Fractal Geometry Appropriate For the High School Student. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Rowan College.

Fraboni, M. & Moller, T. (2008). Fractals in The Classroom. **Mathematics Teacher**, 102(3), 197-199.

Gündüz, D.(1998). Fraktallar Dünyasında Küçük Bir Gezinti. **Bilim ve Teknik Dergisi**. 98(4), 40-43.

Hacısalihoğlu, H. (2004). Fraktal ve Fraktal Geometri Nedir? < http://www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&id=33:fraktal-ve-fraktal-geometrinedir&catid=8:matematik-kosesimakaleleri&Itemid=172> (30 Ocak 2012)

Karakuş, F. (2010). Fraktal Kart Etkinliği ile Fraktal Geometriye Giriş. **Elementary Education Online.** 9(1), 1-6.

Karakuş, F., Bütün, M., Kösa, T. & Çekmez, E.(2010). **Fraktal Geometri Konuları Kapsamında İlk ve Ortaöğretim Matematik Programları ve Ders Kitaplarının Değerlendirilmesi.** 9. Matematik Sempozyumu. (20-22 Ekim 2010). Trabzon: Karedeniz Teknik Üniversitesi.

Kern, J. & Mauk, C. (1990). Exploring Fractals a Problem Solving Adventure Using Mathematics and Logo. **The Mathematics Teachers.** 83(3), 179-185

Langille, M. (1996). Studying Students' Sense Making of Fractal Geometry. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Simon Fraser University.

Martinez, J. (1999). Nature of Fractals. < http://www.fractovia.org/art/index.php> (15 Şubat 2012)

Milli Eğitim Bakanlığı (2006). **İlköğretim Matematik Dersi 6- 8. Sınıflar Öğretim Programı**, Ankara: MEB.

Muijs, D. (2004). **Doing Quantitative Research in Education**. London: Sage Publications.

National Council Teachers of Mathematics, (2000). Principles and standards for school mathematics. <http://standards.nctm.org/ > (30 Ocak 2012)

Peitgen, H. O., Jürgens, H., Saupe, D., Maletsky, E., Perciante, T. Yunker, L.(1991). **Fractals for The Classroom: Strategic Activities Volume One.** Newyork: Springer.

Peitgen, H. O., Jürgens, H., Saupe, D (2004). **Chaos and Fractals. New Frontiers of Science.** (Second Edition). Newyork: Springer.

Raiteri, C. A.(2005). **An Action Research On Line to İntroduce Fractals in the Teaching and Learning of Mathematics From Primary to Secondary School.** CIEAEM57. (July 23-29 2005). İtaly.

Raiteri, C. A., Cambini, R. (2004). Fractals as Didactic Material. **Quaderni di Ricerca in Didattica.** n14,160-167.

Simmt, E., Davis, B. (1998). Fractal Cards: A Space for Exploraiton in Geometry and Discrete Mathematics. **The Mathematics Teacher.** 91(2), 102-108.

Ürey, H.(2006). Fraktal Geometri ve Uygulamaları. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Afyon Kocatepe Üniversitesi,Fen Bilimleri Enstitüsü.

Üstün, C. (1999). Fraktal Geometri Konusunun Orta Öğretim Programına Uygulanması. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Vacc, N.N.(1999). Childrens' Descriptions of Fractal Shapes. **Perceptual and Motor Skills.** 88(2), 661-668.

Vacc, N.N.(1999). Exploring Fractal Geometry With Children. **School Science and Mathematics.** 99(2), 77-83.

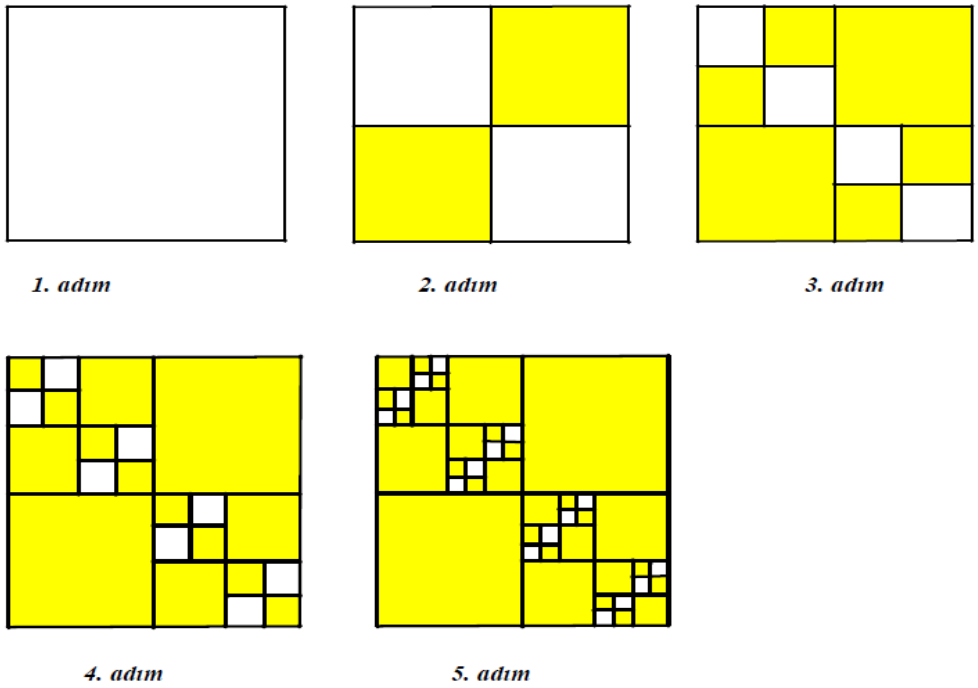
Villiers, M. (1996). **The Future of Secondary School Geometry.** SOSI Geometry Imperfect Conference.(2-4 October 1996), Pretoria.

EKLER

EK-1

Fraktal Geometri Başarı Testi

Soru 1:



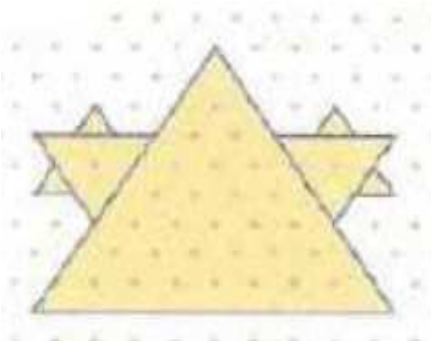
Yukarıda bir örüntü çiziminin ilk 5 adımı verilmiştir.
Bu örüntü kaçıncı adımdan itibaren fraktal olma özelliğini kaybetmiştir?

A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2

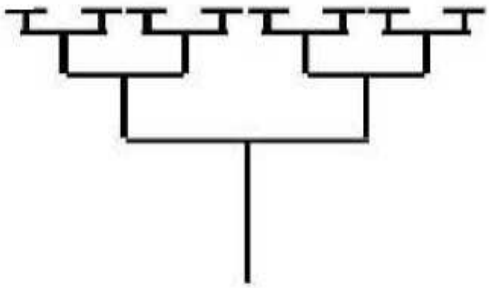
EK-1 Devamı

Soru 2:
Aşağıdaki örüntülerden hangisi fraktal özelliği **göstermez?**

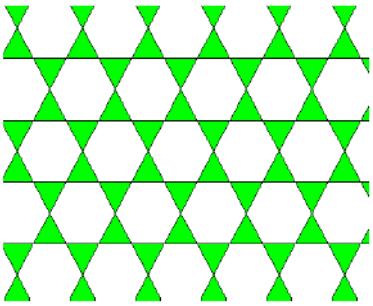
A)



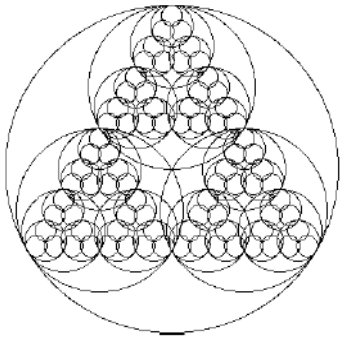
B)



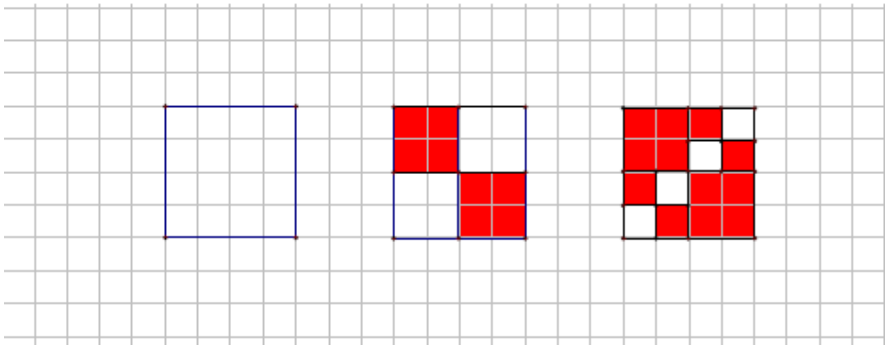
C)



D)



Soru 3:

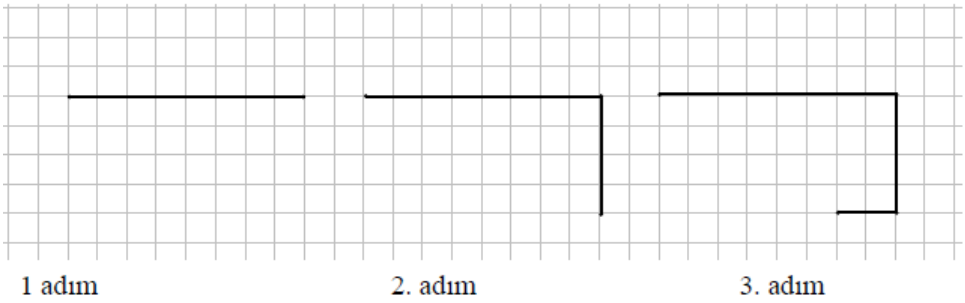


Birim karelerden oluşan düzlemde ilk 3 adımı çizilen fraktalın, 4'üncü adımı çizildiğinde oluşan **bütün taralı karesel bölgelerin** alanları toplamı kaç br^2'dir?

A) 11 **B)** 12 **C)**13 **D)**14

EK-1 Devamı

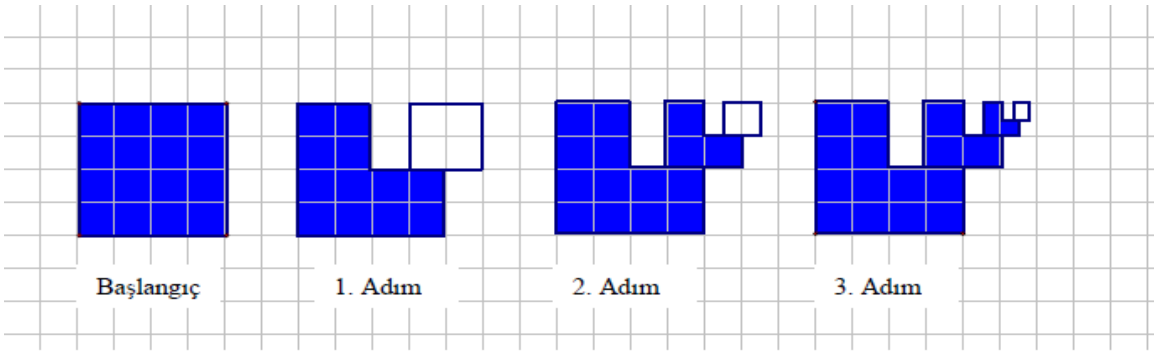
Soru 4:



Yukarıdaki fraktalın 1. adımı için 800 cm tel kullanılmıştır. Buna göre **4. adımda** kullanılacak **toplam telin** uzunluğu kaç cm olur?

A) 1300 **B)** 1400 **C)** 1500 **D)**1600

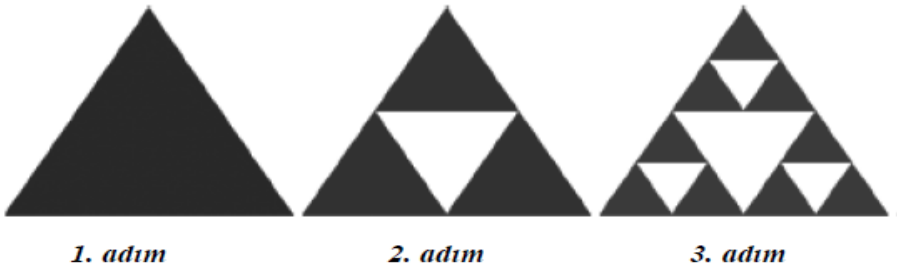
Soru 5:



Yukarıdaki fraktalın verilen adımlarında şeklin aşağıdaki özelliklerinden hangisi **değişmemiştir?**

A) Çevre uzunluğu
B) Kapladığı toplam alan
C) Görünüm
D) Taralı olmayan kısmın alanı

EK-1 Devamı



(6. ve 7. sorular yukarıdaki şekle göre cevaplandırılacaktır.)

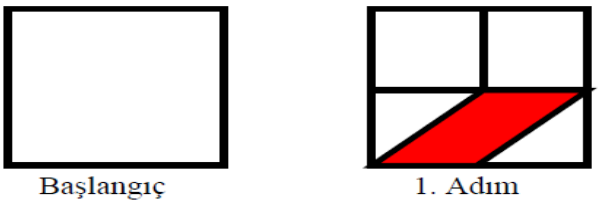
Soru 6: Yukarıda sierpinski üçgeni fraktalının ilk üç adımı verilmiştir. Buna göre **5. adımda** oluşacak **taralı üçgen sayısı** kaçtır?

A) 27 **B)** 36 **C)** 45 **D)** 81

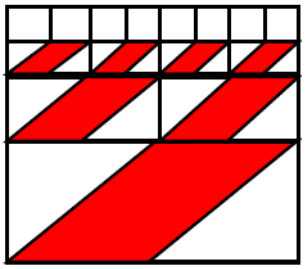
Soru 7: Yukarıdaki sierpinski üçgeninde her bir adımdaki **taralı üçgen sayısını veren cebirsel ifade** aşağıdakilerden hangisidir? (n: adım sayısı)

A) 3^{n-1} **B)** 3n **C)** 3(n-1) **D)** 3^{n}

Soru 8:

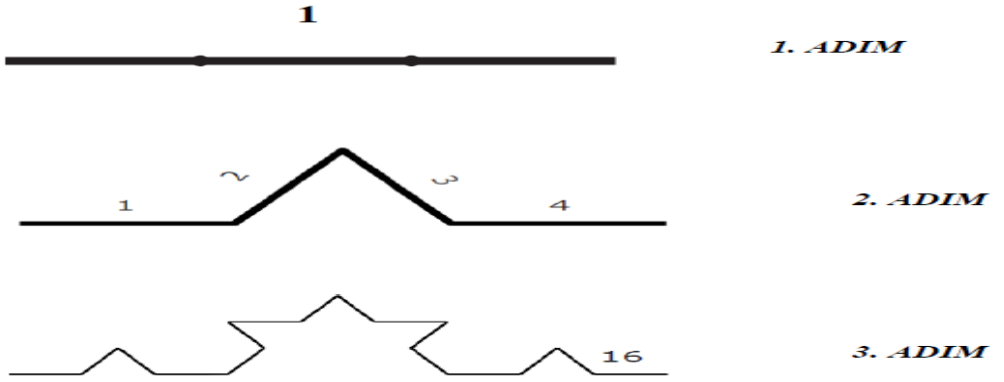


Yukarıda bir fraktalın başlangıcı ve 1. adımı verilmiştir. **Buna göre aşağıdaki şekil bu fraktalın kaçıncı adımıdır?**



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5

EK-1 Devamı



(9. ve 10. sorular yukarıdaki şekle göre cevaplandırılacaktır.)

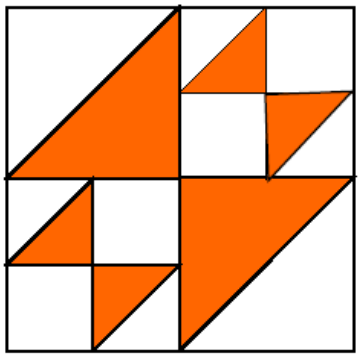
Soru 9: Yukarıda koch fraktalı çiziminin ilk 3 adımı verilmiştir. **Buna göre 4. adımda kaç adet doğru parçası oluşur?**

A) 20 **B)** 28 **C)** 64 **D)** 100

Soru 10: Yukarıdaki Koch fraktalı çiziminde her bir adımda oluşan doğru parçası sayısını veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir? (n: adım sayısı)

A) 3^{n-1} **B)** 4n **C)** 2^{2n-1} **D)** 4^{n-1}

Soru 11:

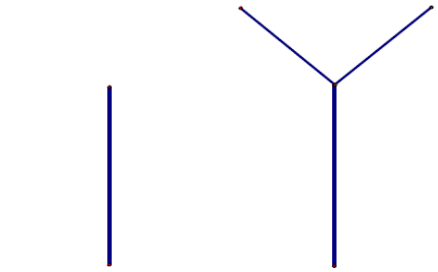


Yandaki fraktal çizimindeki en büyük karesel bölgenin alanı 1 br^2'dir. **Buna göre bu fraktalın bir önceki adımındaki taralı üçgensel bölgelerin alanları toplamı kaç br^2'dir?**

A) $\frac{1}{4}$ **B)** $\frac{3}{4}$ **C)** $\frac{1}{8}$ **D)** $\frac{3}{8}$

EK-1 Devamı

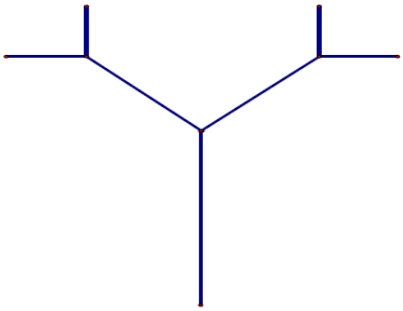
Soru 12:



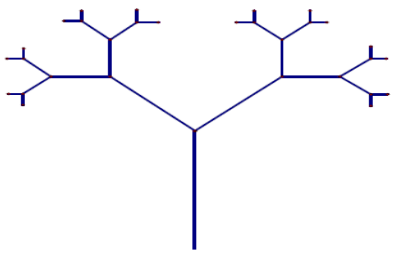
Başlangıç 1. Adım

Yukarıda bir fraktal çiziminin başlangıç ve 1. adımı verilmiştir.
Buna göre aşağıdakilerden bu fraktalın sonraki adımlarından biri <u>olamaz?</u>

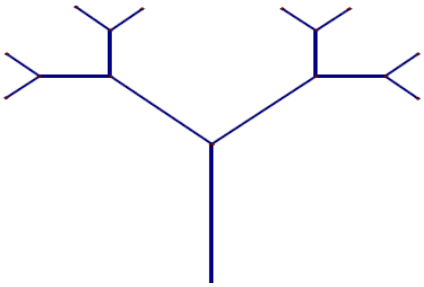
A)



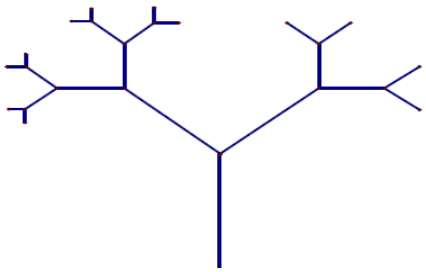
B)



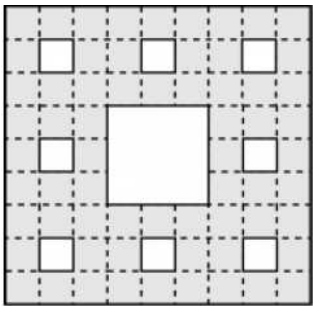
C)



D)

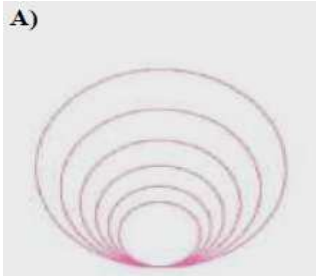


EK-1 Devamı
Soru 13:

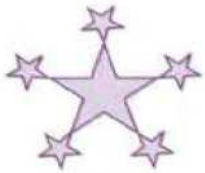


Yandaki fraktalın bulunduğu adım sayısı aşağıdakilerden hangisinin bulunduğu adım sayısı ile aynıdır?

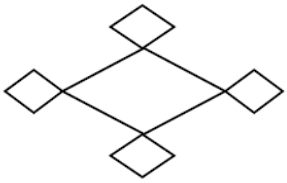
A)



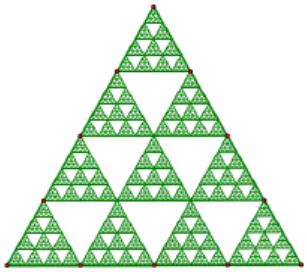
B)



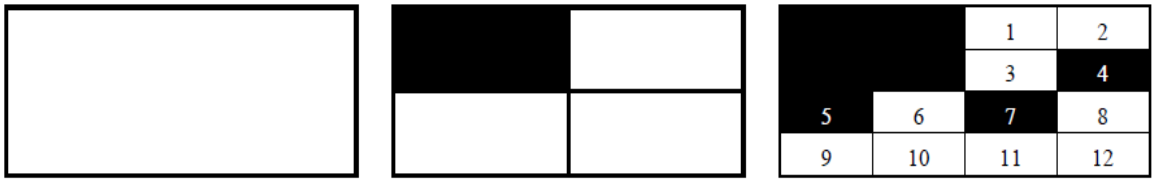
C)



D)



Soru 14:



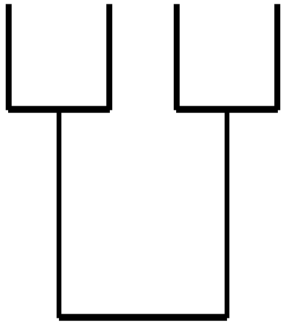
Başlangıç 1. adım 2. adım

Yukarıda başlangıç ve 1. adımı verilen fraktalın 2. adımı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) 2. adımın fraktal olması için 5 ile 10 numaralı bölgeler yer değiştirmelidir.
B) 2. adımın fraktal olması için 5 ile 10 numaralı bölgeler kendi arasında ve 7 ile 12 numaralı bölgeler kendi arasında yer değiştirmelidir.
C) 2. adımın fraktal olabilmesi için 1 ile 4 numaralı bölgeler yer değiştirmelidir.
D) Herhangi bir değişikliğe gerek yoktur. 2. adım bir fraktaldır.

EK-1 Devamı

Soru 15:



Yandaki fraktal 2 adım daha devam ettirilirse oluşacak şekilde toplam kaç tane " ⊔ " sembolü bulunur?

A) 7 **B)**15

C) 21 **D)** 31



(16. ve 17. sorular yukarıdaki şekle göre cevaplandırılacaktır.)

Soru 16: Yukarıdaki fraktal çiziminde 7. adımda kaç tane doğru parçası bulunur?

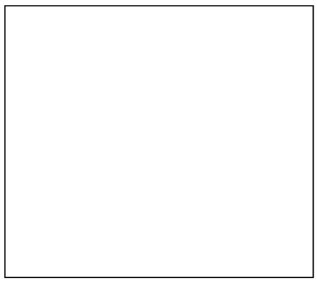
A) 12 **B)** 32 **C)**64 **D)** 128

Soru 17: Yukarıdaki fraktalda her bir adım için doğru parçası sayısını veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir? (n: adım sayısı)

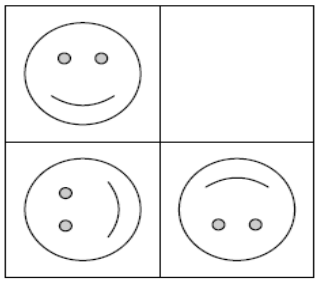
A) 2^{n-1} **B)** 2^{n} **C)** 4^{n+1} **D)** 2^{n+1}

EK-1 Devamı

Soru 18:



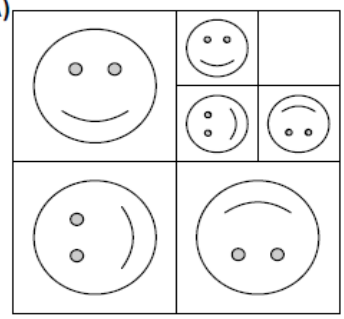
Başlangıç



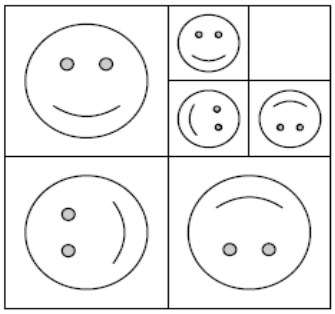
1. Adım

Başlangıç ve 1.adımı verilen fraktalın bir sonraki adımı aşağıdakilerden hangisidir?

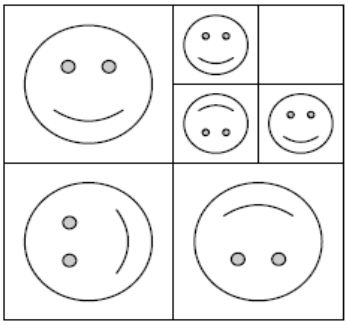
A)



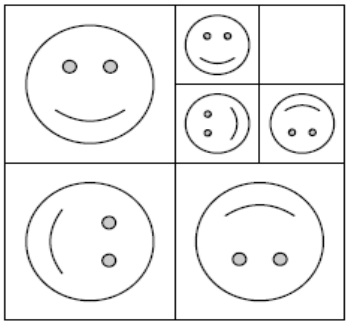
B)



B)



D)

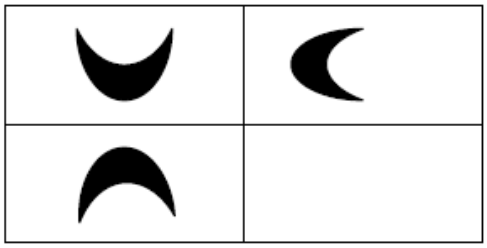


EK-1 Devamı

Soru 19:



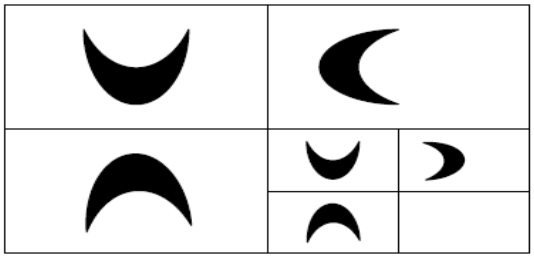
Başlangıç



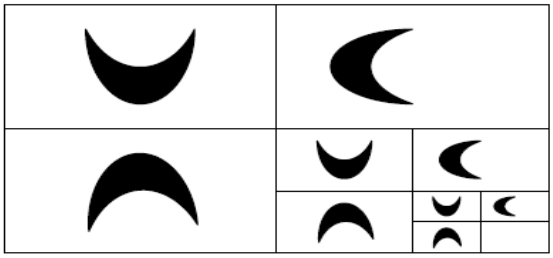
1. Adım

Yukarıda bir fraktalın başlangıç ve 1. adımı verilmiştir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi bu fraktalın sonraki adımlarından biri olabilir?

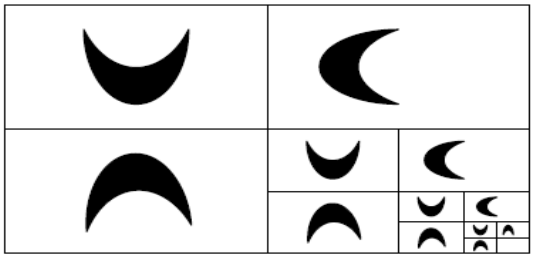
A)



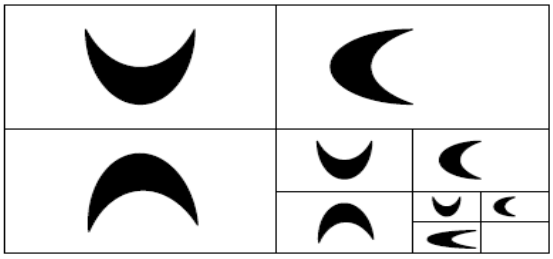
B)



C)

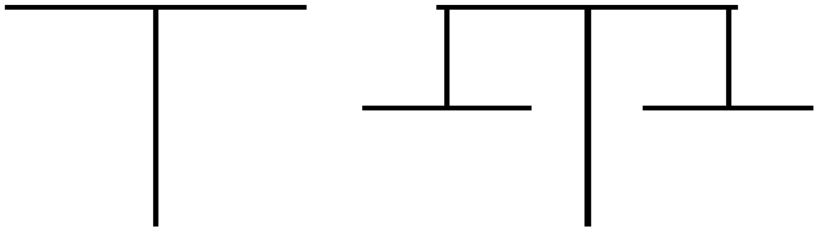


D)



EK-1 Devamı

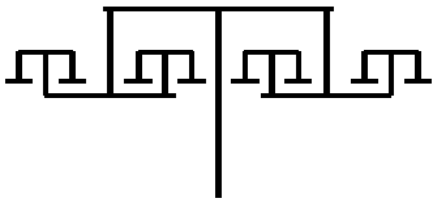
Soru 20:



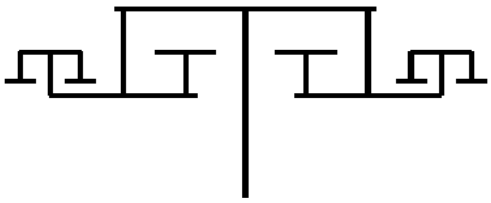
Başlangıç 1. Adım

Başlangıç ve 1. adımı verilen fraktalın 3. adımı aşağıdakilerden hangisidir?

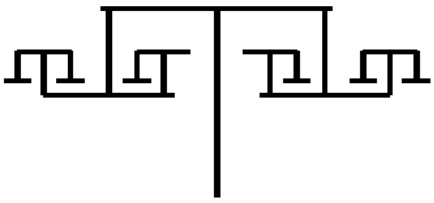
A)



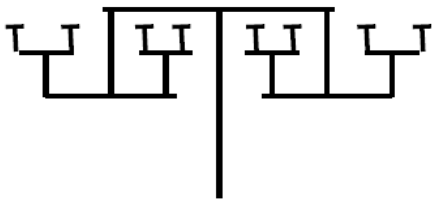
B)



C)

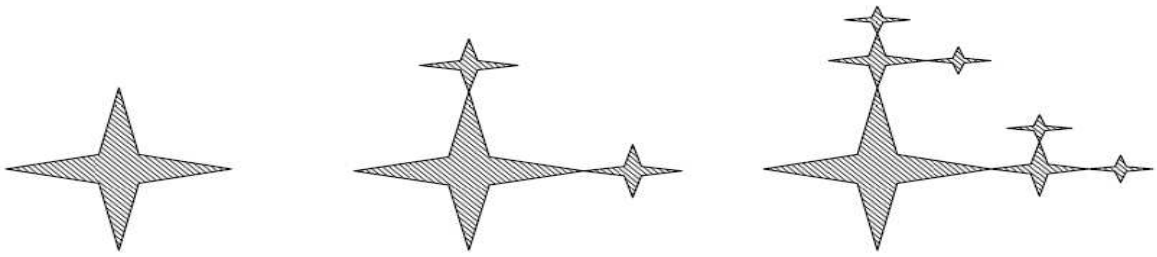


D)



EK-1 Devamı

Soru 21:

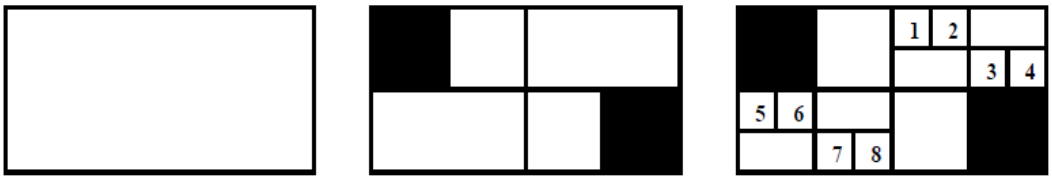


Başlangıç 1. Adım 2. Adım

Yukarıda başlangıç, 1. ve 2. adımı verilen fraktalın 5. adımında <u>toplam</u> kaç tane yıldız bulunur?

A) 63 **B)** 31 **C)** 24 **D)** 16

Soru 22:



Başlangıç *1. adım* *2. adım*

Yukarıda başlangıç ve 1. adımı verilen örüntünün fraktal belirtebilmesi için ikinci adımda numaralandırılmış bölgelerden hangilerinin taranması yeterlidir?

A) 1,3,5 ve 7 **B)** 1,4,5 ve 8

C) 1 ve 8 **D)** 2,4,6 ve 8

EK-2

KATILIMCI BİLGİ FORMU

Merhaba

Öncelikle yapacağım bu çalışmaya ayırdığın zaman için teşekkür ederim. Bu form, araştırmanın amacını ve senin bir katılımcı olarak haklarını tanımlamayı amaçlamaktadır.

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin fraktallar konusundaki düşünme biçimlerinin belirlenmesidir.

Çalışma süresince dile getireceğin görüşlerinin, bu çalışmanın amacına ulaşmak için oldukça önemlidir. Görüşmemiz sırasında ortaya çıkabilecek kesintileri önleyebilmek amacıyla görüşmemizi ses kayıt cihazı ile kaydedeceğim. Kayda alınacak bu görüşme, yalnızca bu çalışma için kullanılacak ve bunun dışında hiçbir amaçla kullanılmayacaktır. İstediğin takdirde ses kayıtları, veriler yazıldıktan sonra silinebilecek ya da sana teslim edilecektir. Çalışmada kesinlikle ismin kullanılmayacak, bunun yerine bir kod kullanılacaktır. Çalışmaya devam etmek istemediğin zaman görüşmeyi kesebilir ve çalışmadan ayrılabilirsin.

Araştırmama katıldığın ve bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığın için teşekkür ederim.

Mehmet Çağlar COŞAR

EK-3

GÖRÜŞME SORULARI

1. **Grup Sorular:**

Aşağıdaki resimlerde verilen nesnelerde yer alan şekilleri tanımlayınız.



KAPI



TELEVİZYON



TABAK



BAYRAK

EK-3 Devamı



NEHİR YATAĞI

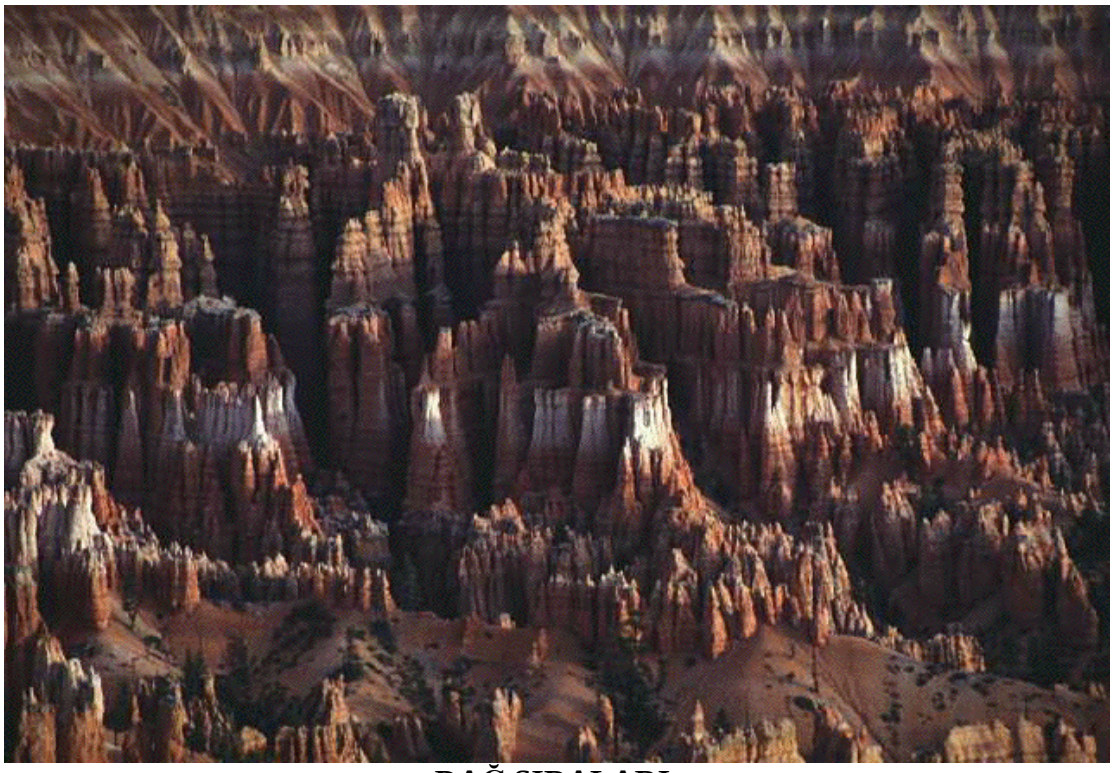


BROKOLİ

EK-3 Devamı



GÜL

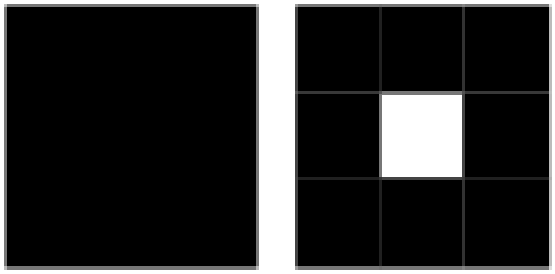


DAĞ SIRALARI

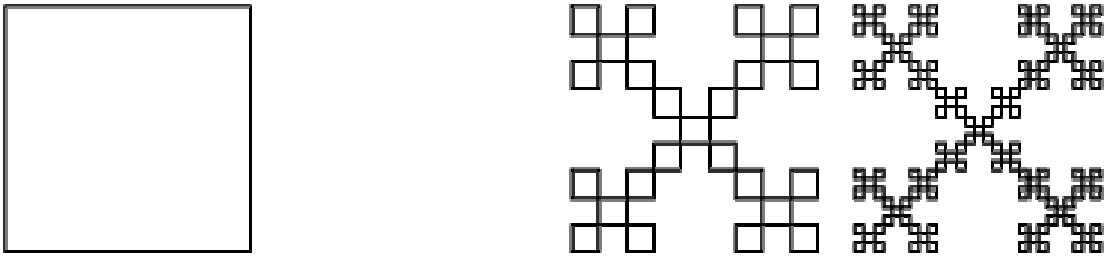
EK-3 devamı

2. Grup Sorular

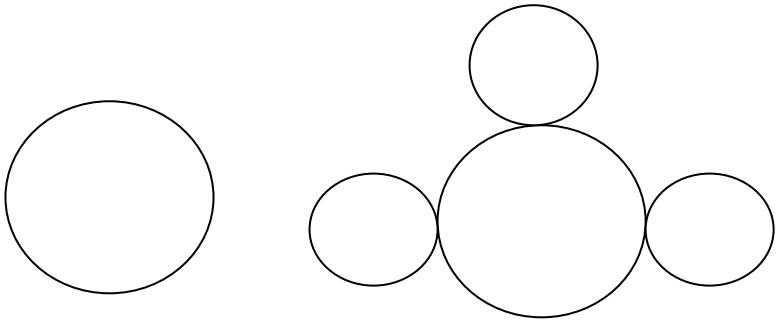
Görüşmeci: Aşağıda bazı örüntülere ait adımlar verilmiştir. Örüntülerin nasıl oluştuğunu fark edebildin mi?
Cevap “Evet” ise,
Görüşmeci: Örüntülerin nasıl oluştuğunu tarif edebilir misin?
Görüşmeci: örüntülerin eksik adımlarını da açıklayarak sen çizebilir misin?



1. ADIM 2. ADIM 3. ADIM



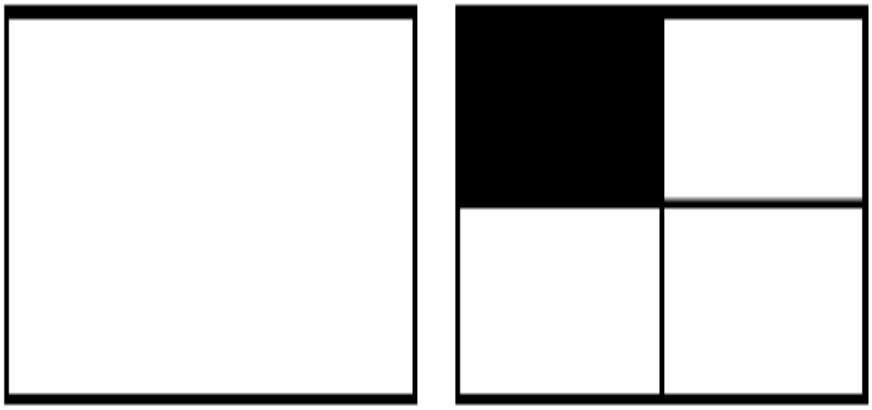
1. ADIM 2. ADIM 3. ADIM 4. ADIM



1. ADIM 2. ADIM 3. ADIM

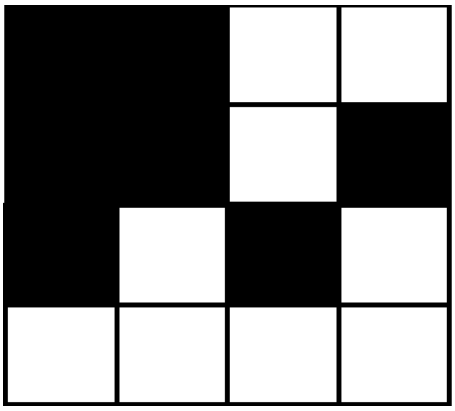
EK-3 devamı

3. Grup Sorusu



Başlangıç 1. adım

GÖRÜŞMECİ: Yukarıda bir örüntüye ait başlangıç ve birinci adım çizilmiştir. Örüntünün nasıl devam ettirildiğini fark edebildin mi?
Cevap “evet” ise
GÖRÜŞMECİ: O halde aşağıdaki çizim bu örüntünün bir sonraki adımı olabilir mi? Cevabını açıklayabilir misin?



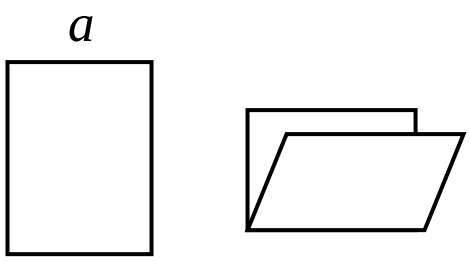
Cevap “hayır” ise,
GÖRÜŞMECİ: O zaman 2. adımın bu örüntünün devamı olabilmesi için hangi değişiklikler yapılabilir?

EK-3 devamı

3. Grup Soruları

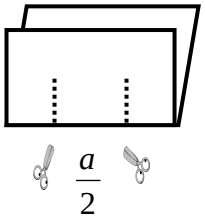
Aşağıda yapılma aşamaları verilen modeli oluşturalım.

1) Bir kâğıdı ortadan ikiye katlayalım.(Kısa kenarının uzunluğu “a” birim)



Şekil 1.

2) Modelin ilk basamağını oluşturmak için, kat çizgisinden başlayarak, eni $\frac{a}{2}$ birim olacak şekilde, bir parça oluşturalım.



Şekil 2.

3) İkinci aşamada yaptığımız işlemi aynı oranı kullanarak tekrar gerçekleştirelim.

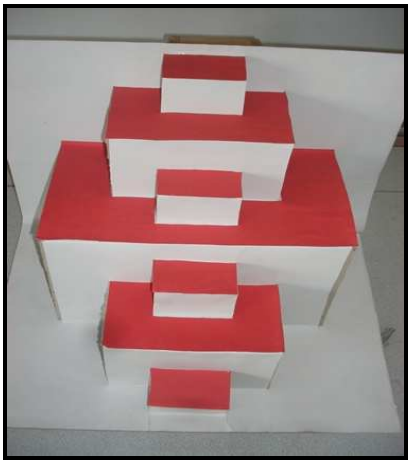


Şekil 3.

4) İkinci maddede anlattığımız işlemin aynısını, şekil 3’te siyah olarak görülen parça için tekrar uygulayalım.

5) Oluşturduğumuz modeli, açarak örüntüye şekle son halini verelim. Aşağıdaki resimlerde gördüklerimizle karşılaştıralım.

EK-3 devamı





Elde edilen model ile fotoğraflarda görülenleri karşılaştırdıktan sonra aşağıda yer alan soruları cevaplandırınız.

- Elde ettiğin modelde benzer parçalar bulunmakta mıdır? (cevap evet ise)Bunların hangileri olduğunu açıklar mısın?
- Her bir adımda oluşan benzer parça sayılarını söyleyebilir misin?
- Oluşturduğun modelde şeklin tamamına benzeyen küçük parçalar var mıdır? (cevap evet ise).bunların hangileri olduğunu açıklar mısın?
- Bu şekle fraktal diyebilir miyiz? Cevabını açıklar mısın?

EK-4

Tablo 2: Fraktal geometri başarı testine ait madde ayırıcılık indisi değerleri

Madde no	Madde ayırıcılık indisi
1	,251
2	,393
3	,333
4	,308
5	,300
6	,356
7	,530
8	,474
9	,325
10	,471
11	,447
12	,307
13	,403
14	,451
15	,617
16	,302
17	,254
18	,433
19	,369
20	,171
21	,303
22	,256

EK-5
Resmi İzin Yazısı

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

30 Nisan 2012

Sayı : B.08.4.MEM.0.35.20.00-020/ 26674
Konu : Mehmet Çağlar COŞAR 'ın
Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA
İZMİR

İlgi: a) 07/03/2012 tarihli ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı Makam Onayı.
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü 'nün 12/04/2012 tarihli ve 805 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim ABD İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek lisans öğrencisi Mehmet Çağlar COŞAR 'ın **"İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin "Fraktallar" Konusundaki Düşünme Düzeylerinin Belirlenmesi"** konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, İzmir ili Karabağlar ilçesine bağlı İlkkurşun İlköğretim Okulunun 8. sınıf öğrencilerine uygulamak istediği belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin uygulamasının, yukarıda adı geçen okullarda, 2011-2012 öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmadan yapılması, araştırma sonucunun bir örneğinin Müdürlüğümüze verilmesi kaydıyla uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınızı arz ederim.

Vefa BARDAKCI
Müdür

OLUR

30.../04/2012
İbrahim BALLI
Vali a.
Vali Yardımcısı

EK:Araştırma Değerlendirme Formu(1 Sayfa)

35268 Konak / İZMİR
Telefon : (0 232) 477 21 28
Faks : (0 232)
E-Posta : arge35@meb.gov.tr
İnt. Adresi : http://izmir.meb.gov.tr

EĞİTİME %100 DESTEK
EĞİTİMDE REFORM Daha aydınlık gelecek!