DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EKSENEL DOĞRULTUDA İVMELENEN KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON YÖNTEMİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

Baran BOZYİĞİT

Ağustos, 2015
İZMİR

EKSENEL DOĞRULTUDA İVMELENEN KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON YÖNTEMİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Programı

Baran BOZYİĞİT

Ağustos, 2015
İZMİR

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

BARAN BOZYİĞİT, tarafından **DOÇ. DR. YUSUF YEŞİLCE** yönetiminde hazırlanan **"EKSENEL DOĞRULTUDA İVMELENEN KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON YÖNTEMİ KULLANILARAK İNCELENMESİ"** başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Yusuf YEŞİLCE

Yönetici

Prof.Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL

Jüri Üyesi

Yrd.Doç.Dr. Taner HGAR

Jüri Üyesi

Prof.Dr. Ayşe OKUR

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Bu Yüksek Lisans tezini bana öneren ve büyük bir özveriyle yöneten, kendisiyle çalışma şansı bulduğum için şanslı hissettiğim, danışmanım Sayın Doç. Dr. Yusuf YEŞİLCE'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek Lisans eğitimim süresince kazandırdığı bakış açıları ve öğrettikleri için değerli hocam Sayın Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL'a, kıymetli görüş ve önerileri için Sayın Yrd. Doç. Dr. Taner UÇAR'a, yaptığımız fikir alışverişleri ve verdiği destek için değerli dostum Arş. Gör. Onur ÖZTÜRKOĞLU'na ve yanımda olduğu sürece mutlu ve başarılı olacağımı hissettiğim, sevgili Arş. Gör. İrem KALIPCILAR'a teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında olduğu gibi akademik kariyer için attığım ilk adımda da yanımda olan, beni bu günlere getiren annem Bedriye BOZYİĞİT'e ve babam İsmail BOZYİĞİT'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Baran BOZYİĞİT

EKSENEL DOĞRULTUDA İVMELENEN KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON YÖNTEMİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

ÖZ

Gelişen teknoloji ile birlikte hareketli kirişlerin dinamik analizi mühendislik sistemleri açısından büyük önem kazanmıştır. Mühendislik yapılarının maruz kalabileceği dış yükler nedeniyle oluşan titreşimler çok sayıda araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bu çalışmalarda, bir sistemin dinamik analizinin temel parametrelerinden olan kütle, titreşim analizleri gerçekleştirilirken belirli noktalarda topaklanarak ya da yayılı olarak dikkate alınmaktadır. Topaklanmış kütleli sistemlerin çözümü daha pratik olsa da, özellikle topaklanmış kütle sayısı azaltıldığında gerçek davranıştan uzaklaşıldığı bir gerçektir. Buna karşın, kütlenin yayılı olarak dikkate alındığı hesap modelleri, analizi gerçekleştirilen sistemlerin gerçek davranışını çok daha iyi yansıtmaktadır. Bu nedenle, tezde yayılı kütleli hesap modeli dikkate alınarak Timoshenko kiriş teorisi ve yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden olan Reddy-Bickford kiriş teorisi kullanılmıştır.

Bu tezde, hareketli kiriş probleminin özel bir hali olarak nitelendirilebilecek ivmelenen kirişlerin serbest titreşim analizi incelenmiştir. Öncelikle ivmelenen Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşimine ait hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. İvmenin etkisini sisteme yansıtabilmek için, kirişlere etkiyen eksenel hız ve eksenel çekme kuvvetinin; sabit bir hız ve sabit bir eksenel çekme kuvveti etrafında harmonik olarak değiştiği varsayılmıştır. Sistemin doğal açısal frekansları üzerindeki etkilerini görebilmek adına, eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti için boyutsuz çarpım faktörleri kullanılmıştır. Her iki kiriş teorisi için diferansiyel hareket denklemlerinin analitik çözümleri yapılarak açısal frekans değerleri hesaplanmıştır. Analitik çözümün ardından, her iki kiriş teorisine ait diferansiyel hareket denklemleri, temeli sonlu Taylor serisine dayanan Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) uygulanarak

çözülmüştür. Farklı sınır koşullarına sahip kirişler için DTM kullanılarak hesaplanan ilk üç moda ait açısal frekans değerleri, analitik metot ile hesaplanan açısal frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak tablolar halinde sunulmuştur. Ayrıca tez kapsamında, farklı sınır koşulları ve farklı parametreler kullanılarak her iki kiriş teorisi için elde edilen ilk üç moda ait mod şekilleri ile Reddy-Bickford kiriş teorisi için elde edilen normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramlarına yer verilmiştir. Sayısal analizlerin tamamı Matlab ortamında geliştirilen bilgisayar programları kullanılarak yapılmıştır.

Anahtar kelimeler: İvmelenen kiriş, Timoshenko kiriş teorisi, Reddy-Bickford kiriş teorisi, Diferansiyel Transformasyon Metodu, serbest titreşim analizi, doğal açısal frekans

INVESTIGATION OF FREE VIBRATION ANALYSIS OF AXIALLY ACCELERATING BEAMS BY USING DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD

ABSTRACT

Dynamic analysis of axially moving beams have became very important for engineering systems with developments in technology. Vibrations of engineering structures that arised from external loads have been investigated by many researchers. In these studies about free vibration analysis, the mass which is one of the most important parameter of the dynamic analysis, is assumed as lumped at some points on the beam axis or distributed along the beam. Even if the solution of the lumped mass system is easy, it is a fact that the real behaviour can not be demonstrated especially using limited number of lumped masses. In contrast, the models with distrubuted mass reflect the real behaviour of the moving beam. Thus, in this study, the model is formed according to distributed mass approach by using Timoshenko beam theory and Reddy-Bickford beam theory, which is one of the high order shear deformation theories.

In this thesis, the free vibration analysis of accelerating beams, which can be defined as special cases of moving beams, are investigated. First of all, the governing equations of motion of Timoshenko beam and Reddy-Bickford beam are derived using Hamilton's principle. Due to acceleration, the axial speed and axial tensile force are assumed as harmonically varying about a constant speed and tensile force. Parameters for the nondimensionalised multiplication factors for the velocity and axial tensile force are used to investigate their effects on the natural frequencies. The natural frequencies are calculated by solving the differential equations for both Timoshenko and Reddy-Bickford beam theories. After the analytical solution, governing equations of motion of both Timoshenko and Reddy-Bickford beam theories are solved by using Differential Transform Method (DTM), which is based on finite Taylor series. For different boundary conditions, the calculated first three

natural frequencies from DTM and analytic solution are tabulated. For different boundary conditions and different parameters, the mode shapes are figured for both Timoshenko and Reddy-Bickford beam theories and the normalized moment diagrams are presented for Reddy-Bickford beam theory. All of the numerical analysis are performed by using computer programs prepared in Matlab.

Keywords: Accelerating beam, Timoshenko beam theory, Reddy-Bickford beam theory, Differential Transform Method, free vibration analysis, natural frequency

İÇİNDEKİLER

Sayfa

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU ii
TEŞEKKÜR iii
ÖZ iv
ABSTRACT vi
ŞEKİLLER LİSTESİ x
TABLOLAR LİSTESİ xiii

BÖLÜM BİR - GİRİŞ 1

1.1 Giriş 1
1.2 Amaç ve Kapsam 2
1.3 Literatürde Bulunan Çalışmalar 3
1.4 Tez Kapsamında Kullanılan Varsayımlar 9
1.5 Serbest Titreşim Analizi 10

BÖLÜM İKİ - TIMOSHENKO KİRİŞ TEORİSİ (TKT) VE REDDY-BICKFORD KİRİŞ TEORİSİ (RKT) 15

2.1 Timoshenko Kiriş Teorisi (TKT) 15
2.2 Reddy-Bickford Kiriş Teorisi (RKT) 19
2.3 İvmelenen Timoshenko Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi 23
2.4 İvmelenen Timoshenko Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi 26
2.5 İvmelenen Reddy - Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi 29
2.6 İvmelenen Reddy - Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi 33

BÖLÜM ÜÇ - DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON METODU (DTM) .. 37

3.1 Tek Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu 37
3.2 İki Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu 39
3.3 İvmelenen Timoshenko Kirişinin Serbest Titreşim Analizinde DTM Uygulaması 41
3.4 İvmelenen Reddy - Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizinde DTM Uygulaması 43

BÖLÜM DÖRT - SAYISAL UYGULAMALAR 46

4.1 İvmelenen Timoshenko Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Metot ve DTM Kullanılarak Çözümüne İlişkin Sayısal Uygulama..... 46
4.2 İvmelenen Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Metot ve DTM Kullanılarak Çözümüne İlişkin Sayısal Uygulama 58

BÖLÜM BEŞ - SONUÇLAR 81

KAYNAKLAR 86

EKLER..... 92

EK 1: DTM Uygulamaları İçin Matlab Ortamında Geliştirilen Bilgisayar Programlarında Kullanılan Değişkenler..... 92
EK 2: DTM Uygulamaları İçin Matlab Ortamında Geliştirilen Bilgisayar Programlarına Ait Akış Şeması..... 93

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 Çalışmada dikkate alınan hareketli kiriş modeli 2

Şekil 1.2 TSD, ÇSD ve yayılı kütleli kiriş modelleri 11

Şekil 1.3 TSD sisteme ait yay-kütle-sönüm modeli ve serbest cisim diyagramı ... 11

Şekil 1.4 Yayılı kütleli basit kiriş ve kirişten çıkarılan diferansiyel parçanın serbest cisim diyagramı 13

Şekil 2.1 Euler ve Timoshenko kirişlerinin kesit dönmeleri 16

Şekil 2.2 Kesme kuvveti etkisi altındaki kirişten çıkarılan diferansiyel parça..... 18

Şekil 2.3 a) EKT için kesit dönmesi, eksenel ve düşey deplasmanlar 22

b) TKT için kesit dönmesi, eksenel ve düşey deplasmanlar 22

c) RKT için kesit dönmesi, eksenel ve düşey deplasmanlar 22

Şekil 4.1 a) Her iki ucu ankastre mesnetli, ivmelenen Timoshenko kirişi 47

b) Bir ucu ankastre mesnetli, diğer ucu basit mesnetli ivmelenen Timoshenko kirişi..... 47

c) Her iki ucu basit mesnetli, ivmelenen Timoshenko kirişi..... 47

Şekil 4.2 Her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$ 56

Şekil 4.3 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$ 57

Şekil 4.4 Her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$ 57

Şekil 4.5 a) Her iki ucu ankastre mesnetli, ivmelenen Reddy-Bickford kirişi…….59

b) Bir ucu ankastre mesnetli, diğer ucu basit mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişi 59

c) Her iki ucu basit mesnetli, ivmelenen Reddy-Bickford kirişi..... 59

Şekil 4.6 Her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ 69

Şekil 4.7 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ 70

Şekil 4.8 Her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ 70

Şekil 4.9 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\beta = 0,20$ 71

Şekil 4.10 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\beta = 0,20$ 72

Şekil 4.11 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\beta = 0,20$ 72

Şekil 4.12 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\alpha = 0,60$ 73

Şekil 4.13 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\alpha = 0,60$ 74

Şekil 4.14 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\alpha = 0,60$ 74

Şekil 4.15 Her iki ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ 75

Şekil 4.16 Bir ucu (ζ=0) ankastre mesnetli, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli, eksenel doğrultuda ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ 76

Şekil 4.17 Her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ 76

Şekil 4.18 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\beta = 0,40$ 77

Şekil 4.19 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\beta = 0,40$ 78

Şekil 4.20 Her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\beta = 0,40$ 78

Şekil 4.21 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,40$ 79

Şekil 4.22 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,40$ 80

Şekil 4.23 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,40$ 80

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1 Daire, dikdörtgen ve ince halka kesitlerin k katsayıları 18
Tablo 2.2 Farklı yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinde yer alan şekil fonksiyonları 20
Tablo 2.3 EKT ve TKT için eksenel ve düşey deplasman fonksiyonları 20
Tablo 3.1 Tek boyutlu DTM için temel teoremler 39
Tablo 3.2 Sınırlı koşulları için tek boyutlu DTM teoremleri 39
Tablo 3.3 İki boyutlu DTM için temel teoremler 40
Tablo 4.1 İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri 53
Tablo 4.2 İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri..... 54
Tablo 4.3 İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri 55
Tablo 4.4 İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri 66
Tablo 4.5 İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri 67
Tablo 4.6 İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri 68

BÖLÜM BİR
GİRİŞ

1.1 Giriş

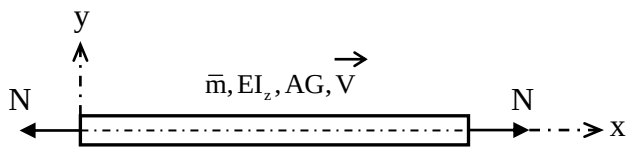
Mühendislik yapılarının maruz kaldığı yükler nedeniyle oluşan titreşimler emniyet ve ekonomi açısından son derece önemli olduğundan, titreşim problemleri ve titreşim kontrolü uzun yıllardır araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Titreşim hareketinin temel fonksiyonlarından olan deplasman, hız ve ivme ile rijitlik, sönüm ve kütle, sistemin dinamik davranışı üzerinde son derece etkilidir. Bu nedenle, özellikle köprüler, yüksek yapılar, nükleer santraller, yüksek bacalar gibi özel mühendislik yapılarının projelendirilmesinde dinamik analize bir yönelim söz konusudur.

Taşıyıcı sistemlere etkiyen deprem, rüzgar gibi zamana bağlı olarak değişen yükler, sistemlerde d'Alembert ilkesine göre atalet kuvvetlerinin oluşmasına neden olmaktadır. Bu nedenle statik analizden farklı olarak, dinamik analiz esnasında atalet kuvvetlerinin dikkate alındığı deplasmanların ve iç kuvvetlerin hesaplanması gerekmektedir. İç kuvvetlere ve deplasmanlara taşıyıcı sistemin davranışını temsil eden diferansiyel hareket denklemlerinin çözümü ile ulaşılabilir. Dinamik analizin temel karakteristiklerinden olan kütlenin yayılı olarak dikkate alınması, belirli noktalarda topaklanmış kütleler varsayımıyla yapılan çözümlerden daha gerçekçi sonuçlar vermektedir (Paz ve Leigh, 2004). Bu nedenle tez kapsamında, yayılı kütleli hesap modelleri dikkate alınmıştır.

Diferansiyel denklemlerin çözümünde analitik metodun yanısıra, sonlu elemanlar yöntemi, sonlu farklar yöntemi, Diferansiyel Quadrature Metodu (DQM), Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM), pertürbasyon teknikleri gibi çok sayıda metot kullanılmaktadır. Bu tez kapsamında, analitik metotla birlikte son derece etkin ve yakınsak sonuçlar veren, temeli sonlu Taylor serisine dayanan Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) kullanılmıştır.

1.2 Amaç ve Kapsam

Bu tezde, inşaat mühendisliği, makina mühendisliği, otomotiv mühendisliği gibi farklı disiplinlerde kullanım alanı bulan ivmelenen kirişlerin serbest titreşim analizinin incelenmesi; farklı sınır koşulları ve farklı sayısal parametreler için, dikkate alınan sistemlerin serbest titreşimine ait ilk üç mod açısal frekans değerlerinin hesaplanması ve mod şekillerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Tezin bütününde hareketli kirişlerin gerçeğe yakın biçimde dinamik davranışlarının incelenmesi amaçlandığından, tez kapsamında Timoshenko Kiriş Teorisi (TKT) ve yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden olan Reddy-Bickford Kiriş Teorisi (RKT) dikkate alınmıştır.



Şekil 1.1 Çalışmada dikkate alınan hareketli kiriş modeli.

Hesap modeli Şekil 1.1'de verilen ivmelenen kirişte, $\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini, EI_z eğilme rijitliğini, AG kayma rijitliğini, V eksenel hızı, N eksenel çekme kuvvetini göstermektedir. Bu tezde sırasıyla, ivmelenen Timoshenko kirişinin ve ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin hareket denklemleri elde edilerek her iki ucu ankastre mesnetli, bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli ve her iki ucu basit mesnetli sistemler için analitik çözümler yapılmıştır. Analitik çözümlerin ardından diferansiyel denklemlere DTM uygulanarak, elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri analitik metot ile kıyaslanmış ve mod şekilleri çizilmiştir. Analizler için Matlab ortamında geliştirilen bilgisayar programları kullanılmıştır.

Bu tez beş ana bölümden oluşmakta olup, birinci bölümde tezin konusu ve amacı hakkında kısa bilgi verilmiş, literatürde yer alan çalışmalar özetlenmiş, tez kapsamında yapılan kabuller belirtilerek, yapı dinamiği ve serbest titreşim hakkında temel bilgiler sunulmuştur. İkinci bölümde kısaca Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi (EKT)'nden bahsedildikten sonra, TKT ve RKT hakkında bilgi verilmiştir. Bu

bölümde sırasıyla, ivmelenen Timoshenko ve ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin hareket denklemleri elde edilmiş, analitik çözümler yapılarak iç tesir fonksiyonları sunulmuştur. Üçüncü bölümde DTM'ye, kullanım alanlarına ve avantajlarına yer verilmiştir. Bu bölümde, sırasıyla ivmelenen Timoshenko ve ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerine ait diferansiyel hareket denklemlerine DTM uygulanmıştır. Tezin dördüncü bölümünde iki adet sayısal uygulamaya yer verilmiştir. İlk uygulamada ivmelenen Timoshenko kirişinin, ikinci uygulamada ise ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait açısal frekans değerleri analitik metot kullanılarak elde edilmiş ve analitik çözümlerin ardından dikkate alınan modellere DTM uygulanmış, elde edilen açısal frekans değerleri, mod şekilleri ve normalize edilmiş eğilme momenti diyagramları sunulmuştur. Beşinci bölümde ise, sayısal uygulamalara konu edilen kirişlerin ilk üç modlarına ait açısal frekanslar ve mod şekilleri dikkate alınarak sistemler yorumlanmış, eksenel hız ve eksenel çekme kuvvetinin ivmelenen kirişlerin serbest titreşim analizi üzerindeki etkileri tartışılmıştır. Detaylı literatür araştırması neticesinde, yüksek mertebeden kesme deformasyon teorileri ve DTM kullanılarak hareketli kirişlerin serbest veya zorlanmış titreşim analizi üzerine daha önce yapılmış herhangi bir çalışma olmadığı görülmüştür.

1.3 Literatürde Bulunan Çalışmalar

Hareketli kirişlerin dinamik analizi ile ilgili literatürde yakın geçmişte tamamlanmış çok sayıda araştırma bulunmaktadır. Wickert ve Mote (1989), hareketli Euler-Bernoulli kirişinin hareket denklemlerini elde etmiş, sistemin mekanik enerjisinin zamana bağlı değişimi üzerine bir çalışma sunmuşlardır. Bu çalışmada, her iki ucu basit mesnetli ve her iki ucu ankastre mesnetli kirişler ele alınmıştır (Wickert ve Mote, 1989).

Özkaya ve Öz (2002) tarafından, hareketli Euler-Bernoulli kirişinin titreşimi yapay sinir ağları kullanılarak incelenmiştir. Çalışmada kullanılan yapay sinir ağlarının girdilerinde eğilme rijitliği, ortalama hız ve hız değişiminin genliği yer

almaktadır. Elde edilen sonuçların analitik çözüme yakın olduğu ifade edilmiştir (Özkaya ve Öz, 2002).

Hareketli Timoshenko kirişinin serbest titreşim analizinin yapıldığı diğer bir çalışmada, sabit eksenel çekme kuvveti altında spektral eleman matrisi (dinamik rijitlik matrisi) yöntemi kullanılmıştır. Bu çalışmada, eksenel hız ve eksenel çekme kuvvetinin titreşim karakteristikleri üzerindeki etkileri analitik ve nümerik olarak incelenmiştir. Sistemin stabil halini kaybetmesine sebep olabilecek kritik hız kavramından bahsedilmiş ve hesap yöntemi açıklanmıştır (Lee, Kim, ve Oh, 2004).

Banerjee ve Gunawardana (2007), hareketli Euler-Bernoulli kirişinin serbest titreşimini dinamik rijitlik metodu ile incelemişlerdir. Çalışmada, her iki ucu basit mesnetli ve her iki ucu ankastre mesnetli kirişlerin ilk üç modlarına ait açısal frekans değerleri farklı hız ve eksenel kuvvet değerleri için elde edilmiş olup, her iki sınır koşulu için mod şekilleri çizilmiştir (Banerjee ve Gunawardana, 2007).

Tang, Chen ve Yang (2008), hareketli Timoshenko kirişlerinin doğal frekanslarını, mod şekillerini ve kritik hızlarını farklı sınır koşulları altında incelemişlerdir. Çalışmada, Euler-Bernoulli, Rayleigh ve Shear modellerine ait hareket denklemleri elde edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, artan eksenel hızla birlikte sistemin doğal frekanslarının azaldığı belirtilmiştir (Tang, Chen, ve Yang, 2008).

Chen, Tang ve Lim (2010), eksenel doğrultuda ivmelenen viskoelastik Timoshenko kirişinin dinamik stabilitesini inceledikleri çalışmada Kelvin viskoelastik modelini kullanmışlardır. Bu çalışmada sistemin eksenel hızının sabit bir hız etrafında harmonik olarak değiştiği varsayılmıştır. Nümerik analizler sonucunda dönme ataletinin ve kayma deformasyonunun stabilite koşulları üzerindeki etkileri grafiklerle vurgulanmıştır (Chen, Tang, ve Lim, 2010).

Bağdatlı, Özkaya ve Öz (2011)'e ait bir çalışmada, eksenel doğrultuda ivmelenen iki açıklı Euler-Bernoulli kirişinin doğal açısal frekansları Pertürbasyon teknikleri

kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmada dikkate alınan kirişin her iki ucu basit mesnetli olup, kiriş açıklığında da bir basit mesnet yer almaktadır. Çalışmada eksenel hız, eğilme rijitliği ve ara mesnetin kirişin dinamik davranışı üzerindeki etkileri incelenmiştir (Bağdatlı, Özkaya, ve Öz, 2011).

Kural ve Özkaya (2012), eksenel doğrultuda ivmelenen tek açıklıklı ve iki açıklıklı kirişlerin titreşimini Pertürbasyon teknikleri kullanılarak incelemişlerdir. Araştırmada EKT kullanılmış, eksenel hız ve eğilme rijitliğinin sistemin ilk iki modu üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu çalışmada da eksenel hız, sabit bir hız çevresinde harmonik olarak değişmektedir (Kural ve Özkaya, 2012).

Tang, Chen, Zhang ve Yang (2013), eksenel çekme kuvvetinin sabit olmadığı, ivmelenen viskoelastik Timoshenko kirişlerinin stabilitesini incelemişlerdir. Bu çalışmada Kelvin viskoelastik modelini dikkate alınmış olup, viskozite katsayısı, eksenel çekme kuvveti ve dönme ataletinin sistem üzerindeki etkisi yorumlanmıştır. Çalışmada ayrıca, eksenel hız değişim frekansının herhangi iki doğal frekansın toplamını geçtiğinde parametrik rezonans oluşacağı belirtilmiştir (Tang ve diğer, 2013).

İvmelenen viskoelastik Timoshenko kirişleri ile ilgili bir başka çalışmada, sistemin durgun haldeki periyodik tepkileri Galerkin yöntemi ve dördüncü mertebeden Runge-Kutta algoritması kullanılarak incelenmiştir (Yan, Ding, ve Chen, 2014).

Yüksek mertebeden kesme deformasyon teorileri ile ilgili çalışmalar EKT ve TKT ile ilgili araştırmalar kadar fazla olmasa da literatürde özellikle yakın geçmişte yer almaya başlamıştır. Levinson (1981), eğilme etkisiyle deforme olan ve eğilmeden önce düzlem olan kiriş enkesitinin eğilmeden sonra düzlem kalmadığını öngören 3. mertebe kesme deformasyon teorisini kullanarak, farklı sınır koşulları için diferansiyel hareket denklemlerini elde etmiştir. Çalışmada elde edilen deplasman ve moment fonksiyonları TKT ile karşılaştırılmıştır (Levinson, 1981).

Bickford (1982) ve Reddy (1984), farklı yıllarda birbirlerinden bağımsız olarak yaptıkları araştırmalar sonucunda yeni bir kiriş teorisi sunmuşlardır. Ancak Bickford'un çalışması izotropik kirişlerle sınırlıyken, Reddy'nin çalışması tabakalı kompozit plaklar için de geçerlidir (Bickford, 1982; Reddy, 1984).

Heyliger ve Reddy (1988), yüksek mertebeden kesme deformasyon teorisi ile dikdörtgen kesitli kirişlerin farklı sınır koşullarındaki titreşimlerini araştırmışlardır. Bu araştırmada, yüksek mertebeden kesme deformasyon teorisinin düşük modlarda tutarlı ve doğru sonuçlar verdiği belirtilmiştir. Bu çalışmada, lineer titreşimin yanı sıra nonlineer titreşim problemi de çeşitli sınır koşulları için incelenmiştir (Heyliger ve Reddy, 1988).

Reddy, Wang ve Lee (1997), EKT, TKT ve RBT arasındaki ilişkileri alfanümerik olarak elde etmişlerdir. Elde edilen ilişkiler kullanılarak farklı sınır koşulları için deplasman ve moment fonksiyonları incelenmiştir (Reddy, Wang, ve Lee, 1997).

Soldatos ve Sophocleous (2001), EKT, TKT ve RKT'yi esas alarak kirişlerin serbest titreşimi üzerine çalışmışlardır. Farklı sınır koşullarının uygulandığı çalışmada, frekans denklemleri ve karakteristik fonksiyonlar elde edilmiştir. İlk altı moda ait açısal frekans değerleri sunulmuş ve yorumlanmıştır (Soldatos ve Sophocleous, 2001).

Eisenberger (2003), RKT'yi kullanarak her iki ucu basit mesnetli kirişin serbest titreşim analizi üzerine yaptığı çalışmada, hareket denklemlerini elde ettikten sonra deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonlarını analitik olarak elde etmiştir. Bu çalışmada, dinamik rijitlik matrisi yöntemi ile çözümü yapılan sayısal uygulamanın sonuçları EBT ve TKT ile kıyaslanmıştır (Eisenberger, 2003a).

Eisenberger (2003) diğer bir çalışmasında, çeşitli yüklemeler altında konsol ve basit kirişlerin normalize edilmiş uç moment değerlerini çeşitli uzunluk/yükseklik oranları için RKT'yi kullanarak hesaplamıştır. Bu çalışmada ayrıca iki elemanlı bir

düzlem çerçeve incelenmiş, elde edilen deplasmanlar diğer teorilerle kıyaslanmıştır (Eisenberger, 2003b).

Yeşilce (2009)'ye ait doktora tezinde, RKT kullanılarak iki bölgeli, tek bölgeli, sabit ve değişken enkesitli gibi temel kirişlerinin serbest titreşim analizleri incelenmiştir. Bu tezde, analitik çözümle birlikte DQEM ve DTM kullanılmış olup, TKT ve RKT kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri kıyaslanmıştır (Yeşilce, 2009).

RKT ile ilgili diğer bir çalışmasında Yeşilce (2011), açıklıklarında yay-kütle sistemleri taşıyan çok açıklıklı kirişlerin hareket denklemlerini Hamilton Prensibi ile elde etmiş ve serbest titreşim analizini nümerik toplama tekniğini kullanarak incelemiştir. Çalışmada yay-kütle sistemlerinin çok açıklı kirişin serbest titreşim karakteristikleri üzerindeki etkileri irdelenmiştir (Yeşilce, 2011).

Yeşilce ve Çatal (2011)'ın araştırmasında, elastik zemine oturan değişken enkesitli, yarı rijit bağlı Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşim analizi DTM uygulanarak incelenmiştir. İlk altı moda ait açısal frekans değerleri tablolar halinde sunulmuş olup, farklı eksenel basınç kuvveti ve rijitliklerin doğal açısal frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir (Yeşilce ve Çatal, 2011).

Zhou (1986)'nun yılında yürüttüğü bir çalışmada, elektrik devrelerine ait diferansiyel denklemlerin çözümünde, etkili bir matematiksel metot olan DTM ilk kez kullanılmıştır (Zhou, 1986).

Chen ve Ho (1996), DTM'yi ilk kez özdeğer problemine uygulamışlardır. Elde edilen özdeğer ve özvektörler analitik çözümle kıyaslanmış, yöntemin başarısı görülmüştür (Chen ve Ho, 1996).

Malik ve Dang (1998), her iki ucu basit mesnetli, her iki ucu ankastre mesnetli, bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli, bir ucu basit mesnetli diğer ucu serbest, bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu serbest ve her iki ucu serbest Euler-Bernoulli

kirişlerinin serbest titreşim analizinde DTM'yi kullanarak ilk üç moda ait açısal frekans değerlerini elde etmişlerdir (Malik ve Dang, 1998).

Ho ve Chen (1998), homojen olmayan elastik zemine oturan, yarı rijit bağlı, eksenel çekme kuvveti ve yayılı düşey yüke maruz kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşim analizinde DTM'yi uygulamışlardır. Elde edilen ilk altı moda ait açısal frekans değerleri farklı bir çalışma ile kıyaslanmış ve mod şekilleri çizilmiştir (Ho ve Chen, 1998).

Ho ve Chen (2006) bir başka çalışmalarında, DTM'yi eksenel basınç kuvveti altında, burulmaya maruz ve dönen Timoshenko kirişine uygulamışlardır. Çalışmada eksenel basınç kuvvetinin yanı sıra dönme hızının da titreşim hareketi üzerindeki etkileri incelenmiştir ve sonuçlar Euler-Bernoulli kirişi ile kıyaslanmıştır (Ho ve Chen, 2006).

Özdemir ve Kaya (2006), lineer olarak değişken enkesitli ve dönen Euler-Bernoulli kirişlerinin titreşim analizini DTM'yi kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada, farklı açısal hız ve tabaka koşullarının doğal frekanslar üzerindeki etkisi, sistemlerin ilk üç modlarına ait doğal frekansların sunulduğu tablolarda görülmektedir (Özdemir ve Kaya, 2006).

Yeşilce ve Çatal (2009), eksenel basınç kuvveti altında, elastik zemine oturan Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimini bir ucu basit, diğer ucu ankastre mesnetli sınır koşulu altında DTM'yi kullanarak incelemişlerdir. Çeşitli eksenel basınç kuvveti ve zemin yatak katsayısı değerleri için elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri tablolar halinde sunulmuştur (Yeşilce ve Çatal, 2009).

Arıkoğlu ve Özkol (2010), üç tabakalı kompozit bir kirişin serbest titreşim analizini DTM uygulayarak incelemişlerdir. Bu çalışma ile sandviç formda bir yapının serbest titreşimi DTM ile ilk kez incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar farklı yöntemlerle kıyaslanmıştır (Arıkoğlu ve Özkol, 2010).

Yeşilce (2010), hareketli kirişlerin EKT'ye göre serbest titreşim analizinin incelendiği çalışmasında farklı sınır koşulları için DTM'yi uygulamıştır. Bu araştırmada, eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti için boyutsuz çarpım faktörleri tanımlanmış ve sistemin açısal frekansları üzerindeki etkileri incelenmiştir. Farklı eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti değerleri için sistemin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri sunulmuştur (Yeşilce, 2010).

Demirdağ ve Yeşilce (2011), zemine dönmeye karşı elastik yayla bağlı, tepe noktasında topaklanmış kütle bulunan Timoshenko kolonunun serbest titreşim analizi için DTM'yi uygulamışlardır. Yay ve kolon arasındaki rölatif rijitlik için tanımlanan katsayının farklı değerleri için elde edilen ilk üç moda ait açısal frekans değerleri analitik yöntemle kıyaslanmıştır (Demirdağ ve Yeşilce, 2011).

Yeşilce (2013)'ye ait bir başka çalışmada, hareketli Timoshenko kirişlerinin doğal frekansları ve mod şekilleri ankastre-ankastre, ankastre-basit ve basit-basit sınır koşulları için incelenmiştir. Bu çalışmada, analitik metot ile birlikte DTM uygulanmış olup, eksenel hız ve eksenel çekme kuvvetinin açısal frekanslar üzerindeki etkileri tablolar halinde sunulmuştur (Yeşilce, 2013).

1.4 Tez Kapsamında Kullanılan Varsayımlar

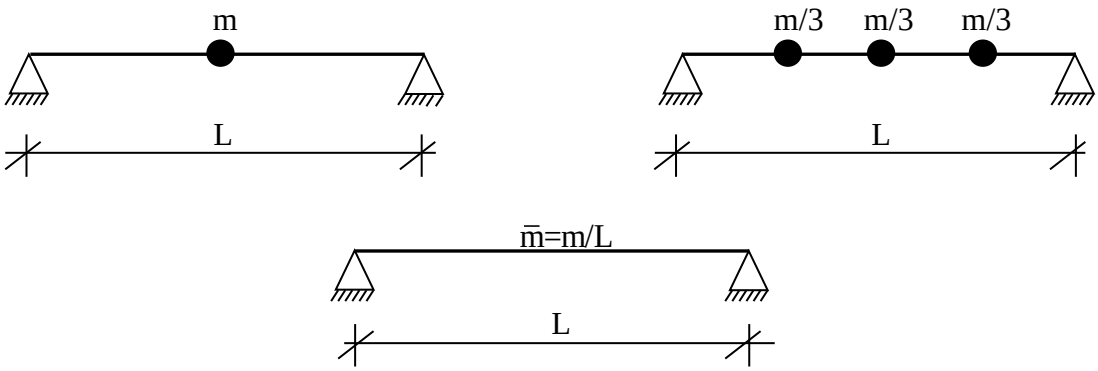
Analizlerin makul sürelerde tamamlanabilmesi ve uygulanabilir olması için aşağıda sıralanan varsayımlar tezin bütününde esas alınmıştır:

1. Kiriş davranışı lineer-elastiktir.
2. Kiriş ekseni doğrusaldır.
3. Kiriş homojen ve izotropik yapıdadır.
4. Kiriş enkesitleri sabit, kütleleri yayılıdır.
5. Kirişe etkiyen eksenel çekme kuvveti kiriş boyunca sabittir.
6. Sönüm etkisi dikkate alınmamıştır.
7. İkinci mertebe etkiler ihmal edilmiştir.

1.5 Serbest Titreşim Analizi

Titreşim problemlerinin büyük önem arz ettiği yüksek binalar, köprüler, viyadükler, nükleer santraller gibi insan hayatını doğrudan etkileme potansiyeline sahip yapılarda dinamik analiz ön plana çıkmaktadır. Statik analizde belirli kabuller altında yapılan çözümler sonucu sistemlere ait iç tesirler ve deplasmanlar elde edilebilse de, sistemin gerçek davranışı hakkında elde edilen bilgiler son derece sınırlıdır. Çünkü her mühendislik yapısı, statik etkilerin yanısıra dinamik yüklere de maruz kalır. Bu nedenle, çok sayıda ülkenin ilgili yönetmeliklerinde yer alan; deprem gibi dinamik bir doğa olayından kaynaklanan yükleri, statik eşdeğer yüklere çevirerek yapısal çözümlemeler öneren yöntemlerin, yukarıda bahsedilen yüksek nitelikli yapılar için yetersiz kaldığı yadsınamaz bir gerçektir.

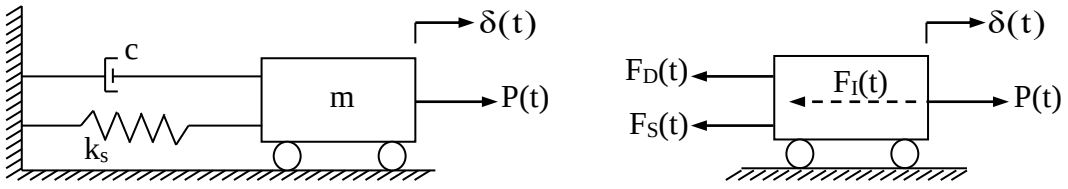
Dinamik analiz kapsamında sistemlere etkiyen yükler zamanın birer fonksiyonlarıdır. Dolayısıyla, yapılan çözümlerin sonuçları da zamana bağlı olarak değişmektedir. Dinamik analizin temel parametrelerinden olan kütle, analizlerde topaklanmış veya yayılı olarak dikkate alınmaktadır. Topaklanmış kütleli sistemler genel olarak tek serbestlik dereceli (TSD) ve çok serbestlik dereceli sistemler (ÇSD) olarak sınıflandırılabilir. Gerçekte; sistemlerin kütleleri yayılı olduğundan, bu sistemler sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahiptirler. Kütlenin yayılı olarak hareket denklemlerine yansıtılması ve çözümü zor ve zaman alıcı olsa da elde edilen sonuçlar gerçek davranışı yansıtmaktadır. Topaklanmış kütleli sistemlerin çözümleri ise oldukça hızlı ve basit olmasına karşın, elde edilen sonuçların sistemin gerçek davranışını tam olarak yansıtmadığı kabul edilmektedir. Ancak, yayılı kütleli hesap modeli ile gerçekleştirilen çözümün herhangi bir sebeple yapılamadığı durumlarda, topaklanmış kütle sayısı arttırılarak gerçekçi sonuçlara yaklaşılabilinir. Toplam kütlesi m olan bir basit kirişin TSD, ÇSD ve yayılı kütleli matematiksel modelleri Şekil 1.2'de sunulmuştur.



Şekil 1.2 TSD, ÇSD ve yayılı kütleli kiriş modelleri.

Şekil 1.2'de m toplam kiriş kütlesini, $\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini göstermekte olup, yayılı kütlenin değeri m/L'dir. Söz konusu kirişin bu üç farklı hesap modelinin serbest titreşim analizine ait açısal frekans değerlerinin farklılık göstereceği açıktır. Üç noktada topaklanmış ÇSD sistemin açısal frekans değerleri, gerçek davranışı yansıtan yayılı kütleli sistemin açısal frekans değerlerine, TSD sistemden çok daha fazla yakınsayacaktır. Ayrıca istenildiği taktirde, Şekil 1.2'de yer alan TSD sistemin sadece 1.moduna ait, üç noktada topaklanmış ÇSD sistemin ilk üç moduna ait, yayılı kütleli sistemin ise serbestlik derecesi sonsuz olduğundan tüm modlarına ait mod şekilleri çizilebilinir.

Dinamik analizde ilk aşama sistemin dinamik deplasmanlarını matematiksel olarak ifade eden hareket denklemlerinin elde edilmesidir (Clough ve Penzien, 2003). Özellikle yayılı kütleli sistemler karmaşıklaştıkça hareket denklemlerinin elde edilmesi zorlaşmakta ve zaman almaktadır. TSD ve ÇSD sistemler ise uygulamada genellikle yay-kütle-sönüm modelleri ile sembolize edilirler. Şekil 1.3'te verilen TSD sistem modelinde topaklanmış kütle, kütleye bağlı olan ve rijitliği ifade eden bir yay, sistemdeki sönümü temsil eden bir sönüm parametresi bulunmaktadır.



Şekil 1.3 TSD sisteme ait yay-kütle-sönüm modeli ve serbest cisim diyagramı.

Şekil 1.3'te verilen sistemin dinamik denge denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_I(t) + F_D(t) + F_S(t) = P(t) \tag{1.1}$$

Burada F_I atalet kuvvetini, F_D sönüm kuvvetini, F_S elastik yay kuvvetini ve P(t) dinamik dış yükü göstermektedir. Newton'un II. yasasına göre harekete zıt yönlü oluşacak atalet kuvveti, d'Alembert Prensibi ile açıklanmaktadır. Bu prensibe göre dinamik denge halindeki bir sisteme etkiyen kuvvetlerin yanında hareketi engelleyici yönde, atalet kuvveti denilen fiktif bir kuvvet de oluşmaktadır (Paz ve Leigh, 2004). m kütleyi, c viskoz sönüm katsayısını, k_s elastik yay sabitini, $\delta(t)$ deplasman fonksiyonunu, $\dot{\delta}(t)$ hız fonksiyonunu ve $\ddot{\delta}(t)$ ivme fonksiyonunu göstermek üzere; $F_I(t)$, $F_D(t)$ ve $F_S(t)$ sırasıyla (1.2), (1.3) ve (1.4) bağıntıları ile hesaplanabilir.

$$F_I(t) = m.\ddot{\delta}(t) \tag{1.2}$$

$$F_D(t) = c.\dot{\delta}(t) \tag{1.3}$$

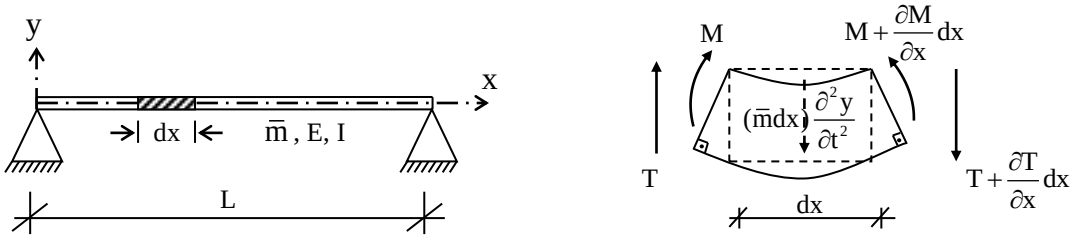
$$F_S(t) = k_s.\delta(t) \tag{1.4}$$

Serbest titreşim, bir yapının statik denge pozisyonundan herhangi bir etkiyle ayrılmasından sonra, herhangi bir dinamik yük tesiri olmadan yaptığı hareket olarak tanımlanmaktadır (Chopra, 2012). Serbest titreşim söz konusu olduğunda sistemde herhangi bir dinamik dış yük olmayacağından, TSD sistemin hareket denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$m.\ddot{\delta}(t) + c.\dot{\delta}(t) + k_s.\delta(t) = 0 \tag{1.5}$$

TSD sistemin hareket denklemi analitik olarak çözüldüğünde sistemin açısal frekansı elde edilir. Ancak, yayılı kütleli sistemlerde durum bu kadar basit değildir. Tez kapsamında yayılı kütleli, ivmelenen Timoshenko ve ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin hareket denklemleri bir sonraki bölümde detaylı olarak incelenecektir. Bu bölümde ise yayılı kütleli sistemlere bir ön bilgi oluşturması amacıyla, sadece eğilme

etkilerinin dikkate alındığı EKT'ye göre bir basit kirişin serbest titreşimine ait hareket denklemi diferansiyel parça üzerinden elde edilmiştir.



Şekil 1.4 Yayılı kütleli basit kiriş ve kirişten çıkarılan diferansiyel parçanın serbest cisim diyagramı.

Şekil 1.4'te verilen, eksen takımı yatay eksen x, düşey eksen y ile sembolize edilerek oluşturulmuş basit kiriş üzerinde herhangi bir dinamik dış yük bulunmamaktadır. $\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini, E kirişin yapıldığı malzemenin elastisite modülünü, I kirişin atalet momentini, L kirişin boyunu göstermektedir. Söz konusu kirişten çıkarılan dx uzunluğundaki diferansiyel parçanın serbest cisim diyagramı üzerinde M eğilme momentini, T ise kesme kuvvetini göstermektedir. Kirişin serbest titreşimine ait açısal frekanslarının elde edilebilmesi için ilk aşamada serbest cisim diyagramı üzerinde görülen kuvvetlerin dengesi kullanılarak deplasman fonksiyonu ve eğilme momenti fonksiyonu elde edilmelidir. Ardından eğilme momenti fonksiyonu ve deplasman fonksiyonuna sınır koşulları uygulanarak sistemin özdeğerleri hesaplanabilir. Diferansiyel parça üzerindeki düşey kuvvetlerin dengesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T-\left(T+\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}dx\right)-\bar{m}.dx\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}=0 \tag{1.6}$$

(1.6) numaralı bağıntıda yer alan $\bar{m}dx\,\partial^2 y(x,t)/\partial t^2$ ifadesi diferansiyel parça üzerindeki atalet kuvvetidir. (1.6) numaralı bağıntının düzenlenmesiyle (1.7) numaralı bağıntı elde edilir.

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}+\bar{m}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}=0 \tag{1.7}$$

EKT'ye göre eğilme momenti ve kesme kuvveti ile ilgili (1.8) ve (1.9) numaralı bağıntılar kullanılarak elde edilen sistemin genel hareket denklemi (1.10) numaralı bağıntıda sunulmuştur.

$$T = \frac{\partial M}{\partial x} \tag{1.8}$$

$$M = EI_z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{1.9}$$

$$EI_z \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1.10}$$

(1.10) numaralı bağıntıda görüldüğü üzere sistemin genel hareket denklemi 4. mertebeden kısmi bir diferansiyel denklemdir. Genel hareket denklemi değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak adi diferansiyel denkleme indirgendikten sonra, dörder adet sabit katsayı içeren deplasman, kesit dönmesi ve eğilme momenti fonksiyonları elde edilebilir. Ardından sistemin sınır koşulları uygulanarak elde edilecek olan 4x4 boyutundaki katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapacak değerler olan açısal frekanslara ulaşılır. Bu örnekte EKT dikkate alındığı için hareket denkleminin elde edilmesi ve çözümü esnasında kesme deformasyonları ve dönme ataleti ihmal edilmiştir.

Paz ve Leigh (2004) basit-basit, ankastre-basit ve ankastre-ankastre sınır koşulları için yayılı kütleli Euler-Bernoulli kirişlerinin alfanümerik olarak ilk beş moduna ait açısal frekans değerlerini ve mod şekillerini tablolar halinde sunmuşlardır (Paz ve Leigh, 2004).

BÖLÜM İKİ
TIMOSHENKO KİRİŞ TEORİSİ (TKT) VE REDDY-BICKFORD KİRİŞ TEORİSİ (RKT)

Tezin bu bölümünde TKT ve yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden RKT hakkında bilgi verilmiş olup, 1800'lü yıllarda ortaya atılan ve günümüzde sıkça kullanılan EKT hakkında temel bilgiler sunulmuştur.

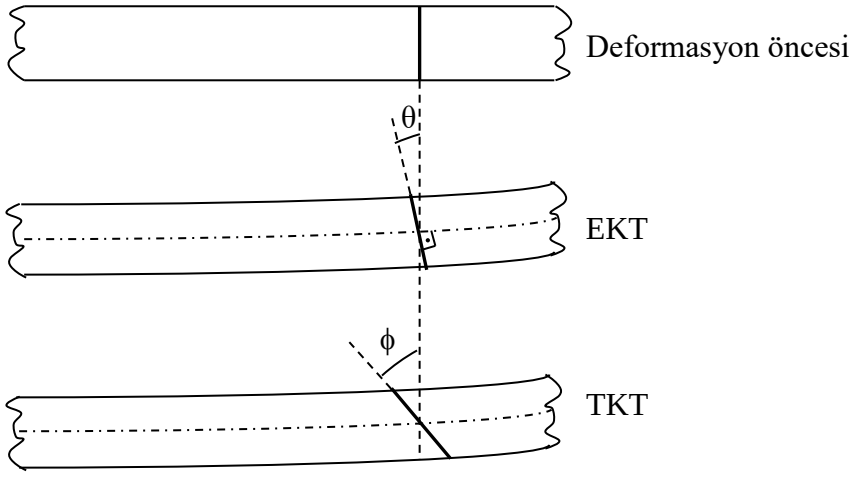
EKT, eğilmeden önce düzlem olan kiriş enkesitinin eğilmeden sonra düzlem ve kiriş eksenine dik kalacağı varsayımları üzerine geliştirilmiştir. Bu varsayımlar ilk kez 1705 yılında Bernoulli tarafından ileri sürülmüş olsa da, varsayımları çubukların genel eğilme teorisine uygulayan ondokuzuncu yüzyılın ortalarında Navier olmuştur. Bu nedenle EKT'ye temel oluşturan varsayımlar Bernoulli-Navier ortak adıyla anılır (İnan, 1967).

Günümüzde farklı mühendislik dallarında karşılaşılan kiriş problemlerinde kullanılan EKT'nin kesme deformasyonlarını dikkate almaması sebebiyle, kesme tesirinin ön plana çıktığı kalın ve yüksek kirişlerde bu teori yetersiz kalmaktadır. Bu durum kesme deformasyonlarının etkisini dikkate alan ve geçerliliğini koruyan TKT'nin ortaya çıkmasını sağlamıştır.

2.1 Timoshenko Kiriş Teorisi (TKT)

1654 - 1705 yılları arasında yaşamış olan Jacob Bernoulli elastik bir kirişin herhangi bir noktasındaki eğriliğin, o noktadaki eğilme momenti ile doğru orantılı olduğunu keşfetmiştir. Leonhard Euler (1707 - 1783) ise Bernoulli'nin bu teorisini kullanarak çeşitli yüklemeler altında çok sayıda kirişin elastik eğrileri üzerine çalışmalar yürütmüştür. 1921 yılında Stephen Timoshenko kiriş davranışında kesme deformasyonu ve dönme ataletini dikkate alan, daha sonra Timoshenko Kiriş Teorisi olarak anılacak teorisini ortaya atmıştır (Han, Benaroya, ve Wei, 1999).

Bernoulli-Navier hipotezine göre kiriş enkesiti kendi düzlemi içerisinde sonsuz rijittir. TKT'de kiriş enkesiti ile ilgili bu varsayım aynen korunmakta olup, kiriş davranışındaki temel fark eğilmeden önce kiriş eksenine dik olan enkesitin, eğilmeden sonra kiriş eksenine dik kalmamasıdır. Bu durumun sebebi ise kesit dönmesine eğilme deformasyonuyla birlikte kayma deformasyonun da katkısı olmasıdır. Şekil 2.1'de eğilme etkisi altındaki Euler ve Timoshenko kirişlerinin kesit dönmeleri görünmektedir.



Şekil 2.1 Euler ve Timoshenko kirişlerinin kesit dönmeleri.

Şekil 2.1'de yer alan θ eğilme kaynaklı kesit dönmesi olup, EKT'ye göre toplam kesit dönmesidir. (2.1) numaralı bağıntıda tanımlanan ϕ ise TKT'ye göre toplam kesit dönmesini ifade etmektedir.

$$\phi = \gamma + \theta \tag{2.1}$$

Burada; γ kayma deformasyonundan kaynaklanan kesit dönmesini, θ ise eğilmeden kaynaklanan kesit dönmesini göstermektedir. Narin ve büyük açıklıklı kirişlerin kesit dönmesinde eğilme tesiri kesme tesirine kıyasla çok daha baskın olacağından γ ihmal edilebilir. Bu tip sistemlerde EKT dikkate alınarak yapılacak çözümlerin gerçek davranışa yakın sonuçlar vermesi ve çözümlerin TKT ve yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerine göre çok daha basit olması günümüzde

EKT'nin halen yaygın olarak kullanılmasını açıklamaktadır. Ancak, hata oranları sistemden sisteme değişkenlik göstereceğinden, özellikle önem arz eden yapı veya yapı elemanları için günümüz koşullarında gerçek davranışı en iyi sergileyen, bu bölümün ilerleyen kısımlarında açıklanacak olan yüksek mertebeden kesme deformasyon teorileri kullanılmalıdır.

TKT kesme deformasyonlarını dikkate almakta fakat enkesitlerin eğilmeden sonra düzlem kaldığı varsayımıyla birlikte, kayma gerilmelerinin kesitte düzgün dağıldığını kabul etmektedir. Ancak, gerçek kesitte oluşacak kayma gerilmelerinin sabit olmadığı, kesitin alt ve üst noktalarında sıfır olması gerektiği bilindiğinden, olası hataları tolere etmek için literatürde kesme düzeltme katsayısı (k) olarak bilinen çarpım katsayısı kullanılmaktadır (Bakioğlu, 2009). k kesme düzeltme katsayısı uzun yıllardır çok sayıda araştırmacının ilgisini çekmiştir ve çok sayıda çalışmaya konu edilmiştir.

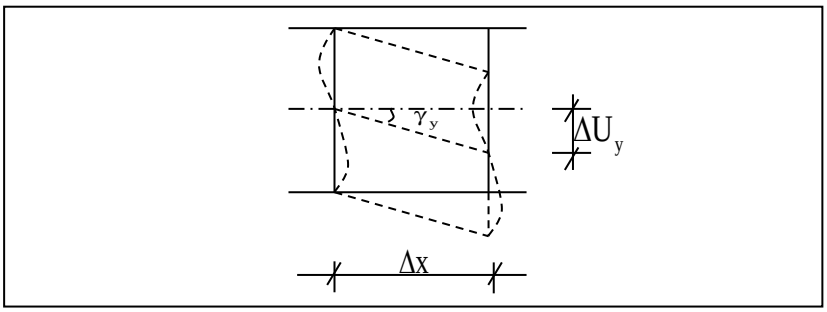
Literatürde düzeltme katsayısının elde edilmesi için genel olarak iki yaklaşım uygulanmıştır. İlk yaklaşım, imal edilmiş kirişlerin titreşim frekanslarının, elastisite teorisi kapsamında elde edilen kesin frekanslarla karşılaştırılmasıdır. Bu kapsamda, Timoshenko (1922) sadece poisson oranına bağlı olarak dikdörtgen kesitli kirişler için (2.2) numaralı bağıntıyı elde etmiştir. İkinci yaklaşım ise, kirişlerde oluşan ortalama kesme kuvveti ve kesme deformasyonunun elastisite teorisine göre hesaplanan kesme kuvveti ve kesme deformasyonu arasındaki farktan faydalanmaktır. Bu yöntem ile Cowper (1966) (2.3) numaralı bağıntıda sunulan katsayıyı elde etmiştir (Kennedy, Hansen, ve Martins, 2011).

$$k = \frac{5(1+\nu)}{6+5\nu} \tag{2.2}$$

$$k = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu} \tag{2.3}$$

Burada; ν malzemenin poisson oranını göstermektedir. Uygulamada pratik olarak yakın sonuçlar veren (2.2) ve (2.3) numaralı bağıntılar kullanılabilir. Ancak, kesme

kuvveti altındaki bir sistemden çıkarılan ve Şekil 2.2'de sunulan diferansiyel parça dikkate alınarak, bu katsayı şekil değiştirme enerjisi ile kesme kuvvetinin yaptığı iş eşitlenerek analitik olarak hesaplanabilmektedir (Bakioğlu, 2009).



Şekil 2.2 Kesme kuvveti etkisi altındaki kirişten çıkarılan diferansiyel parça.

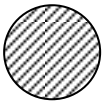
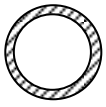
Şekil 2.2'de sunulan diferansiyel parçaya göre (2.4) ve (2.5) numaralı bağıntılar elde edilebilir.

$$\frac{1}{2}.T_y.\Delta U_y = \frac{1}{2}.T_y.\frac{k.T_y}{AG}.\Delta z \tag{2.4}$$

$$k = \frac{A}{T_y^2}.\int_A (\tau_{xz}{}^2 + \tau_{xy}{}^2)dA = \frac{A}{T_y^2}.\int_A \tau_{xy}^2 dA \tag{2.5}$$

Burada; T_y kesme kuvvetini, ΔU_y kesme deformasyonunu, A enkesit alanını, G malzemenin kayma modülünü, k kesme düzeltme katsayısını, Δz diferansiyel parça uzunluğunu, τ ise kayma gerilmesini göstermektedir. (2.4) ve (2.5) numaralı bağıntılar kullanılarak farklı geometrik özelliklere sahip kirişlerin k kesme düzeltme katsayıları hesaplanabilir. Uygulamada sık karşılaşılan bazı kesitlerin k kesme düzeltme katsayıları Tablo 2.1'de sunulmuştur (Bakioğlu, 2009).

Tablo 2.1 Daire, dikdörtgen ve ince halka kesitlerin k katsayıları

KESİT	**Daire** 	**Dikdörtgen** 	**İnce halka** 
k	1,18	1,20	2,00

2.2 Reddy-Bickford Kiriş Teorisi (RKT)

Birinci mertebeden kesme deformasyon teorisi olarak da bilinen TKT, kiriş enkesitinin eğilmeden sonra kiriş eksenine dik kalmadığı gerçeğine dayansa da, EKT'de olduğu gibi enkesitin düzlem kaldığını kabul etmektedir. Ancak bu varsayımla birlikte kesitteki kayma deformasyonunun sabit olduğu da kabul edilmektedir. Dolayısıyla, bu hatanın etkisini ortadan kaldırabilmek için daha önce de bahsedildiği gibi k kesme düzeltme katsayısı kullanılmaktadır.

Son yıllarda araştırmacılar kirişlerin davranışlarının mühendislik hesaplarına mümkün olduğunca gerçekçi yansıtılabilmesi için, kiriş enkesitinin eğilmeden sonra düzlem kalmadığı, bir başka ifadeyle çarpıldığı yüksek mertebeden kesme deformasyon teorileri üzerine çalışmışlardır. Literatürde yer alan ve Parabolik Kesme Deformasyon Teorisi (PKDT) olarak da bilinen RKT'nin dışında Eksponansiyel Kesme Deformasyon Teorisi (EKDT), Trigonometrik Kesme Deformasyon Teorisi (TKDT) ve Hiperbolik Kesme Deformasyon Teorisi (HKDT) gibi teoriler ortaya atılmıştır (Şimşek, 2010). Bahsedilen tüm yüksek mertebeden kesme deformasyon teorileri farklı eksenel deplasman ve düşey deplasman fonksiyonları üzerine geliştirilmiştir. Deplasman fonksiyonları, kayma gerilmesi ve kayma deformasyonunun kiriş boyunca dağılımını ifade eden, kiriş alt ve üst noktalarında kayma gerilmesini de sıfır yapacak şekil fonksiyonlarını içerdiğinden, yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinde k katsayısı gibi bir düzeltme faktörüne ihtiyaç duyulmamaktadır.

Farklı yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerine göre kiriş eksenel deplasman ve düşey deplasman fonksiyonlarında yer alan şekil fonksiyonları Tablo 2.2'de sunulmuştur (Şimşek, 2010).

Tablo 2.2 Farklı yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinde yer alan şekil fonksiyonları

Kiriş Teorisi	**Şekil Fonksiyonu**
RKT (PKDT)	$\Phi(z) = z\left(1-\frac{4z^2}{3h^2}\right)$
EKDT	$\Phi(z) = ze^{-2(z/h)^2}$
TKDT	$\Phi(z) = \frac{h}{\pi}\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$
HKDT	$\Phi(z) = h\sinh\left(\frac{z}{h}\right) - z\cosh\left(\frac{1}{2}\right)$

Burada; z kiriş eksenine dik ekseni, h kiriş yüksekliğini, $\Phi(z)$ ise şekil fonksiyonunu tanımlamaktadır. Tablo 2.2'de görüldüğü üzere, yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinin çıkış noktaları eğilmeden sonra enkesitlerin aldığı şekil fonksiyonlarıdır. Şekil fonksiyonları kesitteki kayma gerilmelerinin dağılımını ifade ettiğinden, EKT'de şekil fonksiyonu sıfıra, TKT de ise kayma gerilmeleri sabit alındığından z'ye eşittir.

EKT ve TKT için eksenel deplasman ve düşey deplasman fonksiyonları Tablo 2.3'de sunulmuştur (Wang, Reddy ve Lee, 2000):

Tablo 2.3 EKT ve TKT için eksenel ve düşey deplasman fonksiyonları

Kiriş Teorisi	**Eksenel Deplasman Fonksiyonu**	**Düşey Deplasman Fonksiyonu**
EKT	$u^E(x,z) = -z\frac{dw_0^E}{dz}$	$w^E(x,z) = w_0^E(x)$
TKT	$u^T(x,z) = z\phi^T(x)$	$w^T(x,z) = w_0^T(x)$

Tablo 2.3'de; x kiriş eksenini, z kiriş eksenine dik ekseni, ϕ kesit dönmesini, w_0 kiriş ekseni üzerinde ve kiriş ortasında bulunan (x,0) noktasının düşey deplasmanını, "E" ve "T" indisleri sırasıyla EKT ve TKT'yi sembolize etmek üzere, $u^E(x,z)$ ve

$u^T(x,z)$ sırasıyla EKT ve TKT için eksenel deplasmanları, $w^E(x,z)$ ve $w^T(x,z)$ sırasıyla EKT ve TKT için düşey deplasmanları ifade etmektedir.

Literatürde yer alan ikinci mertebeden kesme deformasyon teorisi sırasıyla (2.6) ve (2.7) numaralı deplasman bağıntıları üzerine ortaya çıkmıştır (Wang, Reddy, ve Lee, 2000).

$$u(x,z) = z.\phi(x) + z^2.\psi(x) \tag{2.6}$$

$$w(x,z) = w_0(x) \tag{2.7}$$

Burada; ϕ ve ψ, deforme olmuş enkesitin kuadratik formunu birlikte ifade etmektedirler. Literatürde Reddy Teorisi olarak anılan, farklı araştırmacıların üzerinde çalıştığı üçüncü mertebeden kesme deformasyon teorisine ait deplasman fonksiyonları (2.8) ve (2.9) numaralı bağıntıları ile tanımlanmıştır (Wang, Reddy, ve Lee, 2000).

$$u(x,z) = z.\phi(x) + z^2.\psi(x) + z^3.\theta(x) \tag{2.8}$$

$$w(x,z) = w_0(x) \tag{2.9}$$

Bu çalışmada kullanılan, Reddy Teorisi'ne benzer şekilde elde edilen, Reddy-Bickford Kiriş Teorisi'ne ait deplasman fonksiyonları (2.10) ve (2.11) numaralı bağıntılar ile sunulmuştur (Wang, Reddy, ve Lee, 2000).

$$u^R(x,z) = z.\phi^R(x) - \alpha.z^3\left(\phi^R + \frac{dw_0^R}{dx}\right) \tag{2.10}$$

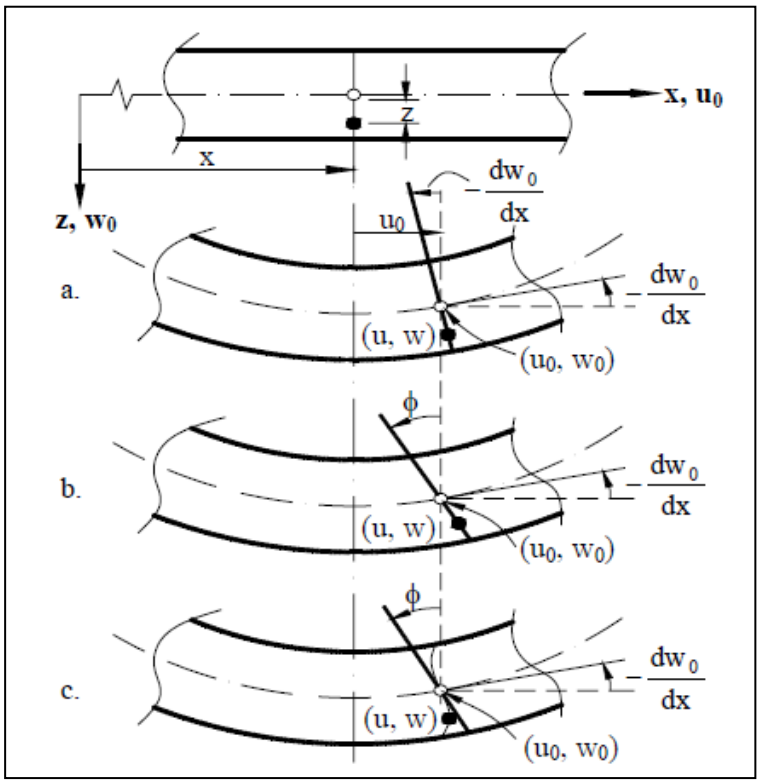
$$w^R(x,z) = w_0^R(x) \tag{2.11}$$

Burada; "R" indisi RKT'yi sembolize etmekte olup, α katsayısı ise h kiriş yüksekliği olmak üzere (2.12) numaralı bağıntı ile hesaplanmaktadır.

$$\alpha = \frac{4}{3h^2} \tag{2.12}$$

RKT'ye ait (2.10) ve (2.11) numaralı bağıntılarda sunulan deplasman fonksiyonları ikinci mertebeden kesme deformasyon teorisi ve Reddy Teorisi'nde olduğu gibi kayma gerilmesi ve kayma deformasyonunu kiriş alt ve üst noktalarında sıfıra eşitlemektedir.

EKT, TKT ve RKT için kesit dönmesi, eksenel deplasman ve düşey deplasmanlar karşılaştırma yapılabilmesi için Şekil 2.3'de sunulmuştur (Yeşilce, 2009).



Şekil 2.3a. EKT için kesit dönmesi, eksenel ve düşey deplasmanlar b. TKT için kesit dönmesi, eksenel ve düşey deplasmanlar c. RKT için kesit dönmesi, eksenel ve düşey deplasmanlar.

Yayılı kütleli sistemler için EKT'de ve TKT'de teorilerin yapıları gereği hareket denklemleri dördüncü mertebeden diferansiyel denklemler olup, kiriş titreşim problemlerinde çözüm için her iki teoride de dört adet sınır koşuluna ihtiyaç vardır. RKT'de ise genel hareket denklemi altıncı mertebeden diferansiyel denklemdir. Bu nedenle, çözüm için altı adet sınır koşuluna gereksinim duyulmaktadır.

2.3 İvmelenen Timoshenko Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Yayılı kütleli hesap modellerinin dikkate alındığı titreşim problemlerinin çözümünün ilk aşaması hareket denklemlerinin elde edilmesidir. TKT ve EKT için, herhangi bir statik yüke maruz olmayan veya tek tip statik yüke maruz kirişlerin hareket denklemleri diferansiyel parça üzerinden denge denklemleri kullanılarak elde edilebilir. Ancak, eksenel çekme kuvvetiyle birlikte eksenel hız gibi olağan dışı bir parametre içeren ivmelenen kiriş probleminde enerji esaslı yöntemlerin kullanılması uygundur. RKT, eksenel deplasman ve düşey deplasman fonksiyonları üzerine geliştirildiğinden, bu teoride hareket denklemlerinin elde edilmesinde enerji esaslı yöntem kullanılmak zorundadır. Bu kapsamda, çalışmada yer alan ivmelenen Timoshenko ve ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin hareket denklemleri enerji esaslı Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir.

Hamilton prensibi, belirli bir zaman aralığında dinamik bir sistemin virtüel kinetik enerjisi ve virtüel potansiyel enerjisi arasındaki fark ile dış kuvvetlerin yaptığı virtüel işin toplamının sıfır olduğunu ifade eder (Shabana, 1991). Hamilton prensibi (2.13) numaralı bağıntı ile ifade edilebilir.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} W dt = 0 \tag{2.13}$$

(2.13) numaralı bağıntıda t_1-t_2 zaman aralığında; T sistemin kinetik enerjisini, U sistemin potansiyel enerjisini, W dış kuvvetlerin yaptığı işi ve δ virtüel iş operatörünü göstermektedir. Literatürde, kinetik ve potansiyel enerji arasındaki fark; L_g (Lagrangian yoğunluk fonksiyonu) olmak üzere (2.14) numaralı bağıntı ile tanımlanır. Hamilton prensibinin alternatif formu (2.15) numaralı bağıntıdaki gibidir (Shabana, 1991).

$$L_g = T - U \tag{2.14}$$

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} L_g dt + \delta\int_{t_1}^{t_2} W dt = 0 \qquad (2.15)$$

İvmelenen Timoshenko kirişinin hareket denklemleri iki aşamada elde edilmiştir. İlk aşamada hız parametresi dikkate alınmadan sadece eksenel çekme kuvveti altındaki Timoshenko kirişinin hareket denklemleri elde edilmiş, ikinci aşamada ise, elde edilen hareket denklemlerine hız parametresi entegre edilmiştir.

$\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini, A kirişin enkesit alanını, L kirişin uzunluğunu, I_z kesitin atalet momentini, E kirişin yapıldığı malzemenin elastisite modülünü, G kirişin yapıldığı malzemenin kayma modülünü, N kirişe etkiyen eksenel çekme kuvvetini, *k* kesme düzeltme katsayısını sembolize etmek üzere; sistemin virtüel kinetik enerjisi δT, sistemin virtüel potansiyel enerjisi δU ve sisteme etkiyen eksenel çekme kuvvetinin yaptığı virtüel iş δW aşağıdaki bağıntılar kullanılarak elde edilebilir.

$$\delta T = \int_0^L \bar{m}\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial t}\delta\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial t}\right)dx + \int_0^L \bar{m}\frac{I_z}{A}\frac{\partial \theta^T(x,t)}{\partial t}\delta\left(\frac{\partial \theta^T(x,t)}{\partial t}\right)dx \qquad (2.16)$$

$$\delta U = \int_0^L EI_z\frac{\partial \theta^T(x,t)}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial \theta^T(x,t)}{\partial x}\right)dx$$

$$+\int_0^L \frac{AG}{k}\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}-\theta^T(x,t)\right)\delta\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}-\theta^T(x,t)\right)dx \qquad (2.17)$$

$$\delta W = -\int_0^L N\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}\delta\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}\right)dx \qquad (2.18)$$

Burada; x kiriş ekseni olmak üzere $w^T(x,t)$ düşey deplasman fonksiyonunu, $\theta^T(x,t)$ eğilme kaynaklı kesit dönmesi fonksiyonunu tanımlamaktadır. (2.16), (2.17)

ve (2.18) numaralı bağıntılar, (2.15) numaralı bağıntıda yerine yazılarak Hamilton prensibi uygulanırsa, eksenel çekme kuvveti etkisindeki Timoshenko kirişinin serbest titreşimine ait diferansiyel hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{AG}{k}\left(\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial x^2}-\frac{\partial \theta^T(x,t)}{\partial x}\right)-\bar{m}\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial t^2}+N\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial x^2}=0 \qquad (2.19)$$

$$EI_z.\frac{\partial^2 \theta^T(x,t)}{\partial x^2}-\bar{m}.\frac{I_z}{A}.\frac{\partial^2 \theta^T(x,t)}{\partial t^2}+\frac{AG}{k}\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}-\theta^T(x,t)\right)=0 \qquad (2.20)$$

İvmelenen Timoshenko kirişinin serbest titreşimine ait hareket denklemlerini elde edebilmek için, V kirişin hızını sembolize etmek üzere; (2.21) numaralı bağıntıda yer alan dönüşüm kullanılmalıdır (Wickert ve Mote, 1989). (2.21) numaralı bağıntı sırasıyla (2.19) ve (2.20) numaralı bağıntılara uygulanırsa, ivmelenen Timoshenko kirişinin serbest titreşimine ait diferansiyel hareket denklemlerine ulaşılır.

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+V.\frac{\partial}{\partial x} \qquad (2.21)$$

$$\frac{AG}{k}\left(\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial x^2}-\frac{\partial \theta^T(x,t)}{\partial x}\right)-\bar{m}\left(\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial t^2}+2V\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial x.\partial t}+V^2\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial x^2}\right)$$

$$+N\frac{\partial^2 w^T(x,t)}{\partial x^2}=0 \qquad (2.22)$$

$$EI_z\frac{\partial^2 \theta^T(x,t)}{\partial x^2}-\bar{m}\frac{I_z}{A}\left(\frac{\partial^2 \theta^T(x,t)}{\partial t^2}+2V\frac{\partial^2 \theta^T(x,t)}{\partial x.\partial t}+V^2\frac{\partial^2 \theta^T(x,t)}{\partial x^2}\right)$$

$$+\frac{AG}{k}\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}-\theta^T(x,t)\right)=0 \qquad (2.23)$$

Kiriş hareketinin harmonik olduğu varsayımıyla, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak deplasman fonksiyonu $w^T(x,t)$ ve kesit dönmesi fonksiyonu $\theta^T(x,t)$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$w^T(x,t) = w^T(x).e^{i\omega t} \tag{2.24}$$

$$\theta^T(x,t) = \theta^T(x).e^{i\omega t} \tag{2.25}$$

(2.24) ve (2.25) numaralı bağıntıların ilgili türevleri alınarak, (2.22) ve (2.23) numaralı hareket denklemlerine uygulanır ve $\zeta = x / L$ olmak üzere boyutsuzlaştırma yapılırsa, (2.26) ve (2.27) numaralı bağıntılar elde edilir.

$$\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)\frac{d^2w^T}{d\zeta^2}-\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)\frac{dw^T}{d\zeta}-\left(\frac{AG}{kL}\right)\frac{d\theta^T}{d\zeta}+\left(m\omega^2\right)w^T(\zeta)=0 \tag{2.26}$$

$$\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)\frac{d^2\theta^T}{d\zeta^2}-\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega I_z}{AL}\right)\frac{d\theta^T}{d\zeta}+\left(\frac{AG}{kL}\right)\frac{dw^T}{d\zeta}$$

$$+\left(\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)\theta^T(\zeta)=0 \tag{2.27}$$

(2.26) ve (2.27) numaralı hareket denklemlerinde yer alan ω ivmelenen Timoshenko kirişinin açısal frekansını, ζ ise boyutsuz konum parametresini göstermektedir.

2.4 İvmelenen Timoshenko Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi

(2.26) ve (2.27) numaralı bağıntılar ile sunulan ivmelenen Timoshenko kirişinin hareket denklemlerinin çözümü için deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$w^T(\zeta) = \left\{\bar{C}\right\}e^{is\zeta} \tag{2.28}$$

$$\theta^T(\zeta) = \left\{\bar{D}\right\}e^{is\zeta} \tag{2.29}$$

(2.28) ve (2.29) numaralı bağıntılardaki kabuller doğrultusunda ilgili türevler alınarak, (2.26) ve (2.27) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa aşağıda sunulan bağıntılar elde edilir.

$$\left(\frac{-Ns^2+\bar{m}V^2s^2}{L^2}-\frac{AGs^2}{kL^2}+\frac{2\bar{m}V\omega s}{L}+\bar{m}\omega^2\right)\{\bar{C}\}-\left(\frac{AGis}{kL}\right)\{\bar{D}\}=0 \qquad (2.30)$$

$$\left(\frac{AGis}{kL}\right)\{\bar{C}\}+\left(\frac{-EI_zs^2}{L^2}+\frac{\bar{m}V^2I_zs^2}{AL^2}+\frac{2\bar{m}V\omega I_zs}{AL}+\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)\{\bar{D}\}=0 \qquad (2.31)$$

(2.30) ve (2.31) numaralı bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\left[\begin{array}{c|c} \frac{-Ns^2+\bar{m}V^2s^2}{L^2}-\frac{AGs^2}{kL^2}+\frac{2\bar{m}V\omega s}{L}+\bar{m}\omega^2 & \frac{-AGis}{kL} \\ \hline \frac{AGis}{kL} & \frac{-EI_zs^2}{L^2}+\frac{\bar{m}V^2I_zs^2}{AL^2}+\frac{2\bar{m}V\omega I_zs}{AL}+\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k} \end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\{\bar{C}\}\\ \{\bar{D}\}\end{array}\right\}$$

$$=0 \qquad (2.32)$$

Sıfırdan farklı çözüm için (2.32) numaralı bağıntıda sunulan katsayılar matrisinin determinantı "sıfır"a eşitlenerek (2.33) numaralı bağıntı elde edilir.

$$\left[\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)\right]s^4-\left[\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)\right.$$

$$\left.+\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega I_z}{AL}\right)\right]s^3-\left[\left(\frac{-2\bar{m}V\omega I_z}{AL}\right)\left(\frac{2\bar{m}V\omega}{L}\right)+\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)\left(\bar{m}\omega^2\right)\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)+\left(\frac{AG}{kL}\right)^2\right]s^2+\left[\left(\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)\left(\frac{2\bar{m}V\omega}{L}\right)\right.$$

$$\left.+\left(\frac{2\bar{m}V\omega I_z}{AL}\right)\left(\bar{m}\omega^2\right)\right]s+\left[\left(\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)\left(\bar{m}\omega^2\right)\right]=0 \qquad (2.33)$$

(2.33) numaralı dördüncü mertebeden denklem çözülerek s_1,s_2,s_3,s_4 kökleri elde edildikten sonra boyutsuz deplasman fonksiyonu ve boyutsuz kesit dönmesi fonksiyonu sırasıyla (2.34) ve (2.35) numaralı bağıntılar ile elde edilir.

$$w^T(\zeta,t)=\left[\bar{C}_1.e^{is_1\zeta}+\bar{C}_2.e^{is_2\zeta}+\bar{C}_3.e^{is_4\zeta}+\bar{C}_4.e^{is_4\zeta}\right].e^{i\omega t} \tag{2.34}$$

$$\theta^T(\zeta,t)=\left[\bar{D}_1.e^{is_1\zeta}+\bar{D}_2.e^{is_2\zeta}+\bar{D}_3.e^{is_4\zeta}+\bar{D}_4.e^{is_4\zeta}\right].e^{i\omega t} \tag{2.35}$$

İvmelenen Timoshenko kirişinin kesme kuvveti fonksiyonu $T^T(x,t)$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$T^T(x,t)=\frac{AG}{k}\left(\frac{\partial w^T(x,t)}{\partial x}-\theta^T(x,t)\right) \tag{2.36}$$

(2.36) numaralı bağıntı $\zeta = x / L$ olmak üzere boyutsuzlaştırılırsa (2.37) numaralı bağıntı elde edilir.

$$T^T(\zeta,t)=\frac{AG}{kL}\frac{\partial w^T(\zeta,t)}{\partial\zeta}-\frac{AG}{k}\theta^T(\zeta,t) \tag{2.37}$$

(2.37) numaralı bağıntıda yer alan $T^T(\zeta,t)$ fonksiyonu, (2.24) ve (2.25) numaralı bağıntılar kullanılarak değişkenlerine ayrılırsa, ivmelenen Timoshenko kirişinin boyutsuz kesme kuvveti fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T^T(\zeta,t)=\left[\frac{AG}{kL}\frac{dw^T(\zeta)}{d\zeta}-\frac{AG}{k}\theta^T(\zeta)\right].e^{i\omega t} \tag{2.38}$$

İvmelenen Timoshenko kirişinin eğilme momenti fonksiyonu $M^T(x,t)$ ise (2.39) numaralı bağıntıdaki gibi tanımlanır.

$$M^T(x,t)=EI_z\frac{\partial\theta^T(x,t)}{\partial x} \tag{2.39}$$

(2.39) numaralı bağıntı $\zeta = x / L$ olmak üzere boyutsuzlaştırılırsa (2.40) numaralı bağıntı elde edilir.

$$M^T(\zeta,t)=\frac{EI_z}{L}\frac{\partial\theta^T(\zeta,t)}{\partial\zeta} \tag{2.40}$$

(2.40) numaralı bağıntıda yer alan $M^T(\zeta,t)$ fonksiyonu, (2.24) ve (2.25) numaralı bağıntılar kullanılarak değişkenlerine ayrılırsa, ivmelenen Timoshenko kirişinin boyutsuz eğilme momenti fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$M^T(\zeta,t)=\left[\frac{EI_z}{L}\frac{d\theta^T(\zeta)}{d\zeta}\right].e^{i\omega t} \tag{2.41}$$

2.5 İvmelenen Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

İvmelenen Timoshenko kirişinde olduğu gibi, öncelikle sadece eksenel çekme kuvveti altındaki Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait hareket denklemleri elde edilmiş, ardından hız parametresi hareket denklemlerine entegre edilmiştir.

Şekil 2.3 ile sunulan eksen takımı kullanılmak üzere; $\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini, A kirişin enkesit alanını, L kirişin uzunluğunu, I_x kirişin atalet momentini, E kirişin yapıldığı malzemenin elastisite modülünü, G kirişin yapıldığı malzemenin kayma modülünü, N kirişe etkiyen eksenel çekme kuvvetini, σ_{xx} eksenel gerilmeyi, σ_{xz} kayma gerilmesini, ε_{xx} eksenel deformasyonu, γ_{xz} kesitteki kayma deformasyonunu göstermek üzere; sistemin virtüel kinetik enerjisi δT, sistemin virtüel potansiyel enerjisi δU ve sisteme etkiyen eksenel çekme kuvvetinin yaptığı virtüel iş δW aşağıdaki bağıntılar kullanılarak elde edilir.

$$\delta T=\int_0^L \bar{m}\frac{\partial w^R(x,t)}{\partial t}\delta\left(\frac{\partial w^R(x,t)}{\partial t}\right)dx \tag{2.42}$$

$$\delta U=\int_0^L\int_A(\sigma_{xx}\delta\varepsilon_{xx})dAdx+\int_0^L\int_A(\sigma_{xz}\delta\gamma_{xz})dAdx \tag{2.43}$$

$$\delta W = -\int_0^L N \frac{\partial w^R(x,t)}{\partial x} \delta\left(\frac{\partial w^R(x,t)}{\partial x}\right) dx \tag{2.44}$$

(2.45) ve (2.46) numaralı bağıntılar ile tanımlanan eksenel gerilme ve kayma gerilmesi, (2.43) numaralı virtüel potansiyel enerji ifadesinde yerine yazılırsa, (2.47) numaralı bağıntı elde edilir.

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} \tag{2.45}$$

$$\sigma_{xz} = G\gamma_{xz} \tag{2.46}$$

$$\delta U = \int_0^L \int_A \sigma_{xx} \left[z\delta \frac{\partial \phi^R(x,t)}{\partial x} - \alpha z^3 \left(\delta \frac{\partial \phi^R(x,t)}{\partial x} + \delta \frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2} \right) \right] dA dx$$

$$+ \int_0^L \int_A \sigma_{xz} \left[\left(1 - \beta . z^2\right) \left(\delta \phi^R(x,t) + \delta \frac{\partial w^R(x,t)}{\partial x} \right) \right] dA dx \tag{2.47}$$

Burada; $\alpha = (4 / 3h^2)$ olmak üzere; β

$$\beta = 3\alpha \tag{2.48}$$

bağıntısı ile tanımlanmaktadır (Wang, Reddy, ve Lee, 2000).

Eğilme momenti M_{xx} ve kesme kuvveti T_x fonksiyonları sırasıyla (2.49) ve (2.50) numaralı bağıntılarla tanımlanabilir (Wang, Reddy, ve Lee, 2000).

$$M_{xx} = \int_A \sigma_{xx} z dA \tag{2.49}$$

$$T_x = \int_A \sigma_{xz} dA \tag{2.50}$$

P_{xx} ve R_x olarak sembolize edilen yüksek mertebeden gerilme bileşenleri (2.51) ve (2.52) numaralı bağıntılarla tanımlanmıştır (Wang, Reddy, ve Lee, 2000).

$$P_{xx} = \int_A \sigma_{xx} z^3 dA = z^2 M_{xx} \tag{2.51}$$

$$R_x = \int_A \sigma_{xz} z^2 dA = z^2 T_x \tag{2.52}$$

(2.42), (2.44) ve (2.47) numaralı bağıntılar kullanılarak virtüel potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\delta U = \int_0^L \left[\left(M_{xx} - \alpha P_{xx} \right) \delta \frac{\partial \phi^R(x,t)}{\partial x} - \alpha P_{xx} \left(\delta \frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2} \right) \right] dx$$

$$+ \int_0^L \left(T_x - \beta R_x \right) \left(\delta \phi^R(x,t) + \delta \frac{\partial w^R(x,t)}{\partial x} \right) dx \tag{2.53}$$

(2.42), (2.44) ve (2.53) numaralı bağıntılar kullanılarak Hamilton prensibi uygulanırsa, eksenel çekme kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişinin diferansiyel hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$-\bar{m} \frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^2 P_{xx}(x,t)}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial R_x(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial T_x(x,t)}{\partial x} + N \frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2} = 0 \tag{2.54}$$

$$\frac{\partial M_{xx}(x,t)}{\partial x} - \alpha \frac{\partial P_{xx}(x,t)}{\partial x} - T_x(x,t) + \beta R_x(x,t) = 0 \tag{2.55}$$

(2.49), (2.50), (2.51) ve (2.52) numaralı bağıntılar, (2.54) ve (2.55) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa, eksenel çekme kuvveti etkisindeki Reddy-Bickford kirişinin diferansiyel hareket denklemlerine aşağıdaki şekilde ulaşılır.

$$-\frac{68}{105}EI_y\frac{\partial^2\phi^R(x,t)}{\partial x^2}+\frac{16}{105}EI_y\frac{\partial^3 w^R(x,t)}{\partial x^3}+\frac{8}{15}AG\left[\phi^R(x,t)+\frac{\partial w^R(x,t)}{\partial x}\right]=0 \qquad (2.56)$$

$$-\bar{m}\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial t^2}+\frac{8}{15}AG\left[\frac{\partial\phi^R(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2}\right]+\frac{16}{105}EI_y\frac{\partial^3\phi^R(x,t)}{\partial x^3}$$

$$-\frac{1}{21}EI_y\frac{\partial^4 w^R(x,t)}{\partial x^4}+N\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2}=0 \qquad (2.57)$$

(2.21) numaralı bağıntı sırasıyla (2.56) ve (2.57) numaralı bağıntılara uygulanırsa, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait diferansiyel hareket denklemlerine ulaşılır.

$$-\frac{68}{105}EI_y\frac{\partial^2\phi^R(x,t)}{\partial x^2}+\frac{16}{105}EI_y\frac{\partial^3 w^R(x,t)}{\partial x^3}+\frac{8}{15}AG\left[\phi^R(x,t)+\frac{\partial w^R(x,t)}{\partial x}\right]=0 \qquad (2.58)$$

$$-\bar{m}\left(\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial t^2}+2V\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x.\partial t}+V^2\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2}\right)+\frac{8}{15}AG\left[\frac{\partial\phi^R(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2}\right]$$

$$+\frac{16}{105}.EI_y.\frac{\partial^3\phi^R(x,t)}{\partial x^3}-\frac{1}{21}EI_y\frac{\partial^4 w^R(x,t)}{\partial x^4}+N\frac{\partial^2 w^R(x,t)}{\partial x^2}=0 \qquad (2.59)$$

Kiriş hareketinin harmonik olduğu varsayımıyla, değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak deplasman fonksiyonu $w^R(x,t)$ ve kesit dönmesi fonksiyonu $\phi^R(x,t)$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$w^R(x,t)=w^R(x).e^{i\omega t} \qquad (2.60)$$

$$\phi^R(x,t)=\phi^R(x).e^{i\omega t} \qquad (2.61)$$

(2.60) ve (2.61) numaralı bağıntıların ilgili türevleri alınarak (2.58) ve (2.59) numaralı hareket denklemlerine uygulanır ve $\zeta = x / L$ olmak üzere boyutsuzlaştırma yapılırsa, (2.62) ve (2.63) numaralı bağıntılar elde edilir.

$$\left(\frac{16}{105}.\frac{EI_y}{L^3}\right)\frac{d^3w^R}{d\zeta^3}+\left(\frac{8}{15}.\frac{AG}{L}\right)\frac{dw^R}{d\zeta}+\left(-\frac{68}{105}.\frac{EI_y}{L^2}\right)\frac{d^2\phi^R}{d\zeta^2}+\left(\frac{8}{15}.AG\right)\phi^R(\zeta)=0 \quad (2.62)$$

$$\left(-\frac{1}{21}.\frac{EI_y}{L^4}\right)\frac{d^4w^R}{d\zeta^4}+\left(\frac{N}{L^2}+\frac{8}{15}.\frac{AG}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2}{L^2}\right)\frac{d^2w^R}{d\zeta^2}+\left(-\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)\frac{dw^R}{d\zeta}$$

$$+\left(\frac{16}{105}.\frac{EI_y}{L^3}\right)\frac{d^3\phi^R}{d\zeta^3}+\left(\frac{8}{15}.\frac{AG}{L}\right)\frac{d\phi^R}{d\zeta}+\left(\bar{m}.\omega^2\right)w^R(\zeta)=0 \quad (2.63)$$

Burada, ω ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin açısal frekansını göstermektedir.

2.6 İvmelenen Reddy-Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi

(2.62) ve (2.63) numaralı bağıntılar ile sunulan, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin hareket denklemlerinin çözümü için, deplasman ve kesit dönmesi fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$w^R(\zeta)=\left\{\bar{C}\right\}.e^{is\zeta} \quad (2.64)$$

$$\phi^R(\zeta)=\left\{\bar{D}\right\}.e^{is\zeta} \quad (2.65)$$

(2.64) ve (2.65) numaralı bağıntılardaki kabuller doğrultusunda ilgili türevler alınarak, (2.62) ve (2.63) numaralı bağıntılarda yerine yazılırsa aşağıda sunulan bağıntılar elde edilir.

$$\left(-\frac{16}{105}.\frac{EI_y.i.s^3}{L^3}+\frac{8}{15}.\frac{AG.i.s}{L}\right)\left\{\bar{C}\right\}+\left(\frac{68}{105}.\frac{EI_y.s^2}{L^2}+\frac{8}{15}.AG\right)\left\{\bar{D}\right\}=0 \quad (2.66)$$

$$\left[-\frac{1}{21}.\frac{EI_y s^4}{L^4}-\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{8}{15}.\frac{AG}{L^2}\right)s^2+\frac{2\bar{m}V\omega s}{L}+\left(\bar{m}\omega^2\right)\right]\left\{\bar{C}\right\}$$

$$-\left[\frac{16}{105}.\frac{EI_y is^3}{L^3}+\frac{8}{15}.\frac{AGis}{L}\right]\{\bar{D}\}=0 \qquad (2.67)$$

(2.66) ve (2.67) numaralı bağıntılar matris formda aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\left[\begin{array}{c|c} -\frac{16.EI_x.i.s^3}{105.L^3}+\frac{8.AGis}{15.L} & \frac{68.EI_y.s^2}{105.L^2}+\frac{8.AG}{15} \\ \hline -\frac{EI_x.s^4}{21.L^4}-\left(\frac{N-\bar{m}.V^2}{L^2}+\frac{8.AG}{15.L^2}\right).s^2+\frac{2\bar{m}V\omega s}{L}+\left(\bar{m}.\omega^2\right) & -\frac{16EI_y is^3}{105.L^3}-\frac{8.AGis}{15.L} \end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\{\bar{C}\}\\ \{\bar{D}\}\end{array}\right\}$$

$$=0 \qquad (2.68)$$

Sıfırdan farklı çözüm için (2.68) numaralı bağıntıda sunulan katsayılar matrisinin determinantı "sıfır"a eşitlenerek (2.69) numaralı bağıntı elde edilir.

$$s^6+\frac{\left(2\frac{16.EI_y}{105.L^3}.\frac{8.AG}{15.L}\right)+\left(\frac{EI_y}{21.L^4}.\frac{8.AG}{15}\right)+\left(\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{8.AG}{15.L^2}\right)}{\left(\frac{EI_y}{21.L^4}.\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)-\left(\frac{16.EI_y}{105.L^3}\right)^2}s^4$$

$$-\frac{\left(\frac{68.EI_y}{105.L^2}.\frac{2\bar{m}V\omega}{L}\right)}{\left(\frac{EI_y}{21.L^4}.\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)-\left(\frac{16.EI_y}{105.L^3}\right)^2}s^3+\frac{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{8.AG}{15.L^2}\right)\left(\frac{8.AG}{15.L}\right)-\left(\frac{8.AG}{15.L}\right)^2-\left(\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)\left(\bar{m}\omega^2\right)}{\left(\frac{EI_y}{21.L^4}.\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)-\left(\frac{16.EI_y}{105.L^3}\right)^2}s^2$$

$$+\frac{\left(\frac{8.AG}{15.L}\right)\left(\frac{2\bar{m}V\omega}{L}\right)}{\left(\frac{EI_y}{21.L^4}.\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)-\left(\frac{16.EI_y}{105.L^3}\right)^2}s-\frac{\left(\frac{8.AG}{15.L}\right)\left(\bar{m}\omega^2\right)}{\left(\frac{EI_y}{21.L^4}.\frac{68.EI_y}{105.L^2}\right)-\left(\frac{16.EI_y}{105.L^3}\right)^2}=0 \qquad (2.69)$$

(2.69) numaralı altıncı dereceden denklem çözülerek s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6 kökleri elde edildikten sonra, boyutsuz deplasman fonksiyonu ve boyutsuz kesit dönmesi fonksiyonu sırasıyla (2.70) ve (2.71) numaralı bağıntılar ile elde edilir.

$$w^R(\zeta,t)=\left[\bar{C}_1.e^{is_1\zeta}+\bar{C}_2.e^{is_2\zeta}+\bar{C}_3.e^{is_4\zeta}+\bar{C}_4.e^{is_4\zeta}+\bar{C}_5.e^{is_5\zeta}+\bar{C}_6.e^{is_6\zeta}\right].e^{i\omega t} \quad (2.70)$$

$$\phi^R(\zeta,t)=\left[\bar{D}_1.e^{is_1\zeta}+\bar{D}_2.e^{is_2\zeta}+\bar{D}_3.e^{is_4\zeta}+\bar{D}_4.e^{is_4\zeta}+\bar{D}_5.e^{is_5\zeta}+\bar{D}_6.e^{is_6\zeta}\right].e^{i\omega t} \quad (2.71)$$

İvmelenen Reddy-Bickford kirişinin literatürde moment bileşenleri olarak da adlandırılan (Franciosi ve Tomasiello, 2007); eğilme momenti fonksiyonu ile yüksek mertebeden eğilme momenti fonksiyonunun ve kesme kuvveti fonksiyonunun elde edilişi aşağıda sunulmuştur.

(2.57) numaralı bağıntı, (2.64) ve (2.65) numaralı bağıntılar kullanılarak değişkenlerine ayrılır ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d}{dx}\left[-\frac{EI_y}{21}\frac{d^3w^R(x)}{dx^3}+N\frac{dw^R(x)}{dx}+\frac{8.AG}{15}\left(\phi^R(x)+\frac{dw^R(x)}{dx}\right)+\frac{16.EI_y}{105}\frac{d^2\phi^R(x)}{dx^2}\right]$$

$$=\left(-\bar{m}\omega^2\right)w^R(x) \quad (2.72)$$

(2.72) numaralı bağıntıda eşitliğin sağ tarafı kiriş öz ağırlığından kaynaklanan yayılı yük olup, kirişe ait boyutsuz $T^R(\zeta,t)$ kesme kuvveti fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T^R(\zeta,t)=\left[\frac{EI_y}{21.L^3}.\frac{d^3w^R(\zeta)}{d\zeta^3}-\frac{N}{L}\frac{dw^R(\zeta)}{d\zeta}-\frac{8.AG}{15}\left(\phi(\zeta)+\frac{1}{L}.\frac{dw^R(\zeta)}{d\zeta}\right)\right.$$

$$\left.-\frac{16.EI_y}{105.L^2}\frac{d^2\phi^R(\zeta)}{d\zeta^2}\right].e^{i\omega t} \quad (2.73)$$

(2.56) numaralı bağıntı değişkenlerine ayrılıp, konuma göre bir kez türetildikten sonra (2.57) numaralı bağıntıdan çıkarılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{16.EI_y}{105}.\frac{d\phi^R}{dx}-\frac{EI_y}{21}.\frac{d^2w^R}{dx^2}-N.w^R(x)\right]-\frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{16.EI_y}{105}.\frac{d^2w^R}{dx^2}-\frac{68.EI_y}{105}.\frac{d\phi^R}{dx}\right]$$

$$= \left(-\bar{m}\omega^2 \right) w^R(x) \tag{2.74}$$

Literatürde moment bileşenleri olarak da isimlendirilen, boyutsuz eğilme fonksiyonu $M^R(\zeta,t)$ ve yüksek mertebeden eğilme momenti fonksiyonu $M_h^R(\zeta,t)$ sırasıyla (2.75) ve (2.76) numaralı bağıntılarda sunulmuştur.

$$M^R(\zeta,t) = \left[\frac{16.EI_y}{105.L} \cdot \frac{d\phi^R}{d\zeta} - \frac{EI_y}{21.L^2} \cdot \frac{d^2w^R}{d\zeta^2} - Nw^R(\zeta) \right] .e^{i\omega t} \tag{2.75}$$

$$M_h^R(\zeta,t) = \left[\frac{16.EI_y}{105.L^2} \frac{d^2w^R}{d\zeta^2} - \frac{68.EI_y}{105.L} \frac{d\phi^R}{d\zeta} \right] .e^{i\omega t} \tag{2.76}$$

BÖLÜM ÜÇ
DİFERANSİYEL TRANSFORMASYON METODU (DTM)

Mühendislik problemlerinde karşılaşılan diferansiyel denklemlerin analitik çözümü bazen zor ve zaman alıcı bir hal alabilir. Bu durumda, analitik çözüme oldukça yakın sonuçlar veren alternatif nümerik yöntemlerin kullanılması gerekliliği doğar. Adi ve kısmi diferansiyel denklemlerin ve denklem takımlarının çözümünde oldukça etkili nümerik yöntemlerden biri olan Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM), ilk kez Zhou tarafından elektrik devrelerinin analizlerinde karşılaşılan doğrusal ve doğrusal olmayan başlangıç değerleri problemine uygulanmıştır (Zhou, 1986).

DTM'nin konsepti Taylor seri açılımına dayansa da, yüksek mertebeden Taylor serilerinin çözümünde fonksiyonların türevlerinin alınmasının zor olmasına karşın, DTM'de iterasyona dayalı bir prosedür uygulanarak fonksiyonların türevleri sembolik olarak elde edilmez (Çatal, 2008).

Yarı-analitik metot olarak kabul edilen DTM, yayılı kütleli sistemlerin serbest titreşim analizinde oldukça başarılı sonuçlar vermektedir. Genel diferansiyel hareket denklemleri elde edildikten sonra, DTM'ye özgü transfer fonksiyonları kullanılarak sınır koşulları bir takım cebirsel eşitlikler olarak elde edilir. Bu cebirsel eşitliklerin çözüm kümesi, serbest titreşim analizi uygulanan sistemin özdeğerleridir (Yeşilce, 2010).

3.1 Tek Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu

Bu tezde de kullanılan tek boyutlu DTM için herhangi bir w(x) fonksiyonunun, herhangi bir $x=x_0$ noktası için transfer edilmiş fonksiyonu (3.1) bağıntısı ile tanımlanır.

$$W(k) = \frac{1}{k!}\left[\frac{d^k}{dx^k} w(x)\right]_{x=x_0} \tag{3.1}$$

Burada; W(k), w(x) fonksiyonunun transfer edilmiş fonksiyonudur.

W(k) fonksiyonunun ters transformasyonu aşağıdaki şekilde yazılır:

$$w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(x - x_0\right)^k W(k) \tag{3.2}$$

(3.1) numaralı bağıntı, (3.2) numaralı bağıntıda yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(x - x_0\right)^k \left[\frac{d^k}{dx^k} w(x)\right]_{x=x_0} \tag{3.3}$$

(3.3) numaralı bağıntı, DTM'nin Taylor seri açılımından türetildiğini göstermektedir. Ancak, DTM söz konusu fonksiyon türevlerini sembolik olarak almamaktadır. Uygulamada w(x) fonksiyonu, (3.4) numaralı bağıntıda sunulduğu gibi sonlu bir seri şeklinde ifade edilir (Çatal, 2008).

$$w(x) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} \left(x - x_0\right)^k W(k) \tag{3.4}$$

Burada; $\bar{N}$ terim sayısı olup, elde edilen sonuçların, analizi yapılan sistemin özdeğerlerine yakınsamasına göre değişmektedir.

Tek boyutlu diferansiyel transformasyon için, uygulamada sıkça karşılaşılan fonksiyonlar ve sınır koşulları sırasıyla Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'de sunulmuştur (Çatal, 2008).

Tablo 3.1 Tek boyutlu DTM için temel teoremler

Orijinal Fonksiyon	**Transfer Edilmiş Fonksiyon**
$w(x) = u(x) \pm v(x)$	$W(k) = U(k) \pm V(k)$
$w(x) = a.u(x)$	$W(k) = a\ .\ U(k)$
$w(x) = \frac{d^m u(x)}{dx^m}$	$W(k) = \frac{(k+m)!}{k!} U(k+m)$
$w(x) = u(x)\ .\ v(x)$	$W(k) = \sum_{r=0}^{k} U(r)V(k-r)$

Tablo 3.2 Sınırlı koşulları için tek boyutlu DTM teoremleri

x = 0		**x = 1**	
Orijinal Sınır Koşulları	**Transfer Edilmiş Sınır Koşulları**	**Orijinal Sınır Koşulları**	**Transfer Edilmiş Sınır Koşulları**
$w(0) = 0$	$W(0) = 0$	$w(1) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} W(k) = 0$
$\frac{dw(0)}{dx} = 0$	$W(1) = 0$	$\frac{dw(1)}{dx} = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} kW(k) = 0$
$\frac{d^2w(0)}{dx^2} = 0$	$W(2) = 0$	$\frac{d^2w(1)}{dx^2} = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)W(k) = 0$
$\frac{d^3w(0)}{dx^3} = 0$	$W(3) = 0$	$\frac{d^3w(1)}{dx^3} = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)(k-2)W(k) = 0$

3.2 İki Boyutlu Diferansiyel Transformasyon Metodu

Tek boyutlu DTM'nin özelliklerine benzer şekilde, iki boyutlu DTM için herhangi bir w(x,y) fonksiyonunun, herhangi bir $x=x_0$ ve $y=y_0$ noktaları için transfer edilmiş fonksiyonu (3.5) bağıntısı ile tanımlanır.

$$W(k,h) = \frac{1}{k!h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^{k}\partial y^{h}} w(x,y)\right]_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \tag{3.5}$$

Burada; W(k,h), w(x,y) fonksiyonunun transfer edilmiş fonksiyonudur.

W(k,h) fonksiyonunun ters transformasyonu aşağıdaki şekilde yazılır:

$$w(x,y) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty} W(k,h)\left(x-x_0\right)^{k}(y-y_0)^{h} \tag{3.6}$$

(3.5) numaralı bağıntı, (3.6) numaralı bağıntıda yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$w(x,y) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\left(x-x_0\right)^{k}(y-y_0)^{h}\frac{1}{k!h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^{k}.\partial y^{h}} w(x,y)\right]_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \tag{3.7}$$

(3.7) numaralı bağıntı, iki boyutlu DTM'nin iki boyutlu Taylor seri açılımından türetildiğini göstermektedir. İki boyutlu diferansiyel transformasyon için, uygulamada sıkça karşılaşılan fonksiyonlar Tablo 3.3 ile sunulmuştur (Jang, Chen, ve Liu, 2001).

Tablo 3.3 İki boyutlu DTM için temel teoremler

Orijinal Fonksiyon	**Transfer Edilmiş Fonksiyon**
$w(x,y) = u(x,y) \pm v(x,y)$	$W(k,h) = U(k,h) \pm V(k,h)$
$w(x,y) = a\ .\ u(x,y)$	$W(k,h) = a\ .\ U(k,h)$
$w(x,y) = \frac{\partial u^{r+s}(x,y)}{\partial x.\partial y^{s}}$	$W(k,h) = \frac{(k+r)!}{k!}\frac{(h+s)!}{s!}U(k+r,h+s)$
$w(x) = u(x,y)\ .\ v(x,y)$	$W(k,h) = \sum_{r=0}^{k}\sum_{s=0}^{h} U(r,h-s)V(k-r,s)$

3.3 İvmelenen Timoshenko Kirişinin Serbest Titreşim Analizinde DTM Uygulaması

İvmelenen Timoshenko kirişine ait (2.26) ve (2.27) numaralı hareket denklemleri farklı bir formda, sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d^2w^T}{d\zeta^2}=\frac{\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)}{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)}\frac{dw^T}{d\zeta}+\frac{\left(\frac{AG}{kL}\right)}{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)}\frac{d\theta^T}{d\zeta}$$

$$-\frac{\left(m\omega^2\right)}{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)}w^T(\zeta) \tag{3.8}$$

$$\frac{d^2\theta^T}{d\zeta^2}=\frac{\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega I_z}{AL}\right)}{\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)}\frac{d\theta^T}{d\zeta}-\frac{\left(\frac{AG}{kL}\right)}{\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)}\frac{dw^T}{d\zeta}$$

$$-\frac{\left(\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)}{\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)}\theta^T(\zeta) \tag{3.9}$$

(3.8) ve (3.9) numaralı diferansiyel denklemlere, Tablo 3.1 ile sunulan işlemler kullanılarak DTM uygulanırsa, (3.10) ve (3.11) numaralı ifadeler elde edilir.

$$W^T(k+2)=\frac{\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)}{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)}\frac{W^T(k+1)}{(k+2)}+\frac{\left(\frac{AG}{kL}\right)}{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)}\frac{\Phi^T(k+1)}{(k+2)}$$

$$-\frac{\left(m\omega^2\right)}{\left(\frac{N-\bar{m}V^2}{L^2}+\frac{AG}{kL^2}\right)}\frac{1}{(k+1)(k+2)}W^T(k) \tag{3.10}$$

$$\Phi^T(k+2)=\frac{\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega I_z}{AL}\right)}{\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)}\frac{\Phi^T(k+1)}{(k+2)}-\frac{\left(\frac{AG}{kL}\right)}{\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)}\frac{W^T(k+1)}{(k+2)}$$

$$-\frac{\left(\frac{\bar{m}\omega^2I_z}{A}-\frac{AG}{k}\right)}{\left(\frac{EI_z}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2I_z}{AL^2}\right)}\frac{\Phi^T(k)}{(k+1)(k+2)} \qquad (3.11)$$

Burada; $W^T(k)$ ve $\Phi^T(k)$, sırasıyla $w^T(\zeta)$ ve $\theta^T(\zeta)$ fonksiyonlarının transfer edilmiş fonksiyonlarıdır.

(3.4) numaralı bağıntı dikkate alınarak, $w^T(\zeta)$ ve $\theta^T(\zeta)$ fonksiyonları ile $T^T(\zeta)$ ve $M^T(\zeta)$ iç tesir fonksiyonları sonlu seriler halinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$w^T(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k.W^T(k) \qquad (3.12)$$

$$\theta^T(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k.\Phi^T(k) \qquad (3.13)$$

$$M^T(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k.\bar{M}^T(k) \qquad (3.14)$$

$$T^T(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k.\bar{T}^T(k) \qquad (3.15)$$

Burada; $\bar{M}^T(k)$, $M^T(\zeta)$ eğilme momenti fonksiyonunun, $\bar{T}^T(k)$ ise $T^T(\zeta)$ kesme kuvveti fonksiyonunun transfer edilmiş fonksiyonlarıdır.

3.4 İvmelenen Reddy-Bickford Kirişinin Serbest Titreşim Analizinde DTM Uygulaması

İvmelenen Reddy-Bickford kirişine ait (2.62) ve (2.63) numaralı hareket denklemleri, sırasıyla aşağıda yer alan (3.16) ve (3.17) numaralı bağıntılar ile ifade edilebilir.

$$\frac{d^3w^R}{d\zeta^3}=-\frac{\left(\frac{8}{15}\cdot\frac{AG}{L}\right)}{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}\frac{dw^R}{d\zeta}+\frac{\left(\frac{68}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^2}\right)}{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}\frac{d^2\phi^R}{d\zeta^2}-\frac{\left(\frac{8}{15}.AG\right)}{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}\phi^R(\zeta) \qquad (3.16)$$

$$\frac{d^4w^R}{d\zeta^4}=-\frac{\left(\frac{N}{L^2}+\frac{8}{15}\cdot\frac{AG}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2}{L^2}\right)}{\left(-\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\frac{d^2w^R}{d\zeta^2}-\frac{\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)}{\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\frac{dw^R}{d\zeta}$$

$$-\frac{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}{\left(-\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\frac{d^3\phi^R}{d\zeta^3}-\frac{\left(\frac{8}{15}\cdot\frac{AG}{L}\right)}{\left(-\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\frac{d\phi^R}{d\zeta}-\frac{\left(\bar{m}\omega^2\right)}{\left(-\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}w^R(\zeta) \qquad (3.17)$$

(3.16) ve (3.17) numaralı diferansiyel denklemlere, Tablo 3.1 ile sunulan matematiksel ifadelerle DTM uygulanırsa, (3.18) ve (3.19) numaralı ifadeler elde edilir.

$$W^R(k+3)=-\frac{\left(\frac{8}{15}\cdot\frac{AG}{L}\right)}{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}\frac{W^R(k+1)}{(k+2)(k+3)}+\frac{\left(\frac{68}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^2}\right)}{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}\frac{\Phi^R(k+2)}{(k+3)}$$

$$-\frac{\left(\frac{8}{15}.AG\right)}{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}\frac{\Phi^R(k)}{(k+1)(k+2)(k+3)} \qquad (3.18)$$

$$W^R(k+4)=\frac{\left(\frac{N}{L^2}+\frac{8}{15}\cdot\frac{AG}{L^2}-\frac{\bar{m}V^2}{L^2}\right)}{\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\cdot\frac{W^R(k+2)}{(k+3)(k+4)}$$

$$-\frac{\left(\frac{2\bar{m}Vi\omega}{L}\right)}{\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\frac{W^R(k+1)}{(k+2)(k+3)(k+4)}+\frac{\left(\frac{16}{105}\cdot\frac{EI_y}{L^3}\right)}{\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\frac{\Phi^R(k+3)}{(k+4)}$$

$$+\frac{\left(\frac{8}{15}\cdot\frac{AG}{L}\right)}{\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}\cdot\frac{\Phi^R(k+1)}{(k+2)(k+3)(k+4)}+\frac{\left(\bar{m}\omega^2\right)}{\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{EI_y}{L^4}\right)}W^R(k) \qquad (3.19)$$

Burada; $W^R(k)$ ve $\Phi^R(k)$, sırasıyla $w^R(\zeta)$ ve $\phi^R(\zeta)$ fonksiyonlarının transfer edilmiş fonksiyonlarıdır.

(3.4) numaralı bağıntı dikkate alınarak, $w^R(\zeta)$ ve $\phi^R(\zeta)$ fonksiyonları ile $T^R(\zeta)$, $M^R(\zeta)$ ve $M_h^R(\zeta)$ iç tesir fonksiyonları sonlu seriler halinde aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$w^R(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k\,W^R(k) \qquad (3.20)$$

$$\phi^R(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k\,\Phi^R(k) \qquad (3.21)$$

$$M^R(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k\,\bar{M}^R(k) \qquad (3.22)$$

$$M_h^R(\zeta)=\sum_{k=0}^{\bar{N}}(\zeta-\zeta_0)^k\,\bar{M}_h^R(k) \qquad (3.23)$$

$$T^R(\zeta) = \sum_{k=0}^{\bar{N}} (\zeta - \zeta_0)^k . \bar{T}^R(k) \qquad (3.24)$$

Burada; $\bar{M}^R(k)$, $M^R(\zeta)$ eğilme momenti fonksiyonunun, $\bar{M}_h^R(k)$, $M_h^R(\zeta)$ yüksek mertebeden eğilme momenti fonksiyonunun, $\bar{T}^R(k)$ ise $T^R(\zeta)$ kesme kuvveti fonksiyonunun transfer edilmiş fonksiyonlarıdır.

BÖLÜM DÖRT
SAYISAL UYGULAMALAR

Tezin bu bölümünde, ivmelenen Timoshenko ve ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerine ait diferansiyel hareket denklemlerinin çözümlerine yönelik öncelikle analitik metot kullanılarak, ardından DTM kullanılarak sayısal uygulamalar yapılmıştır.

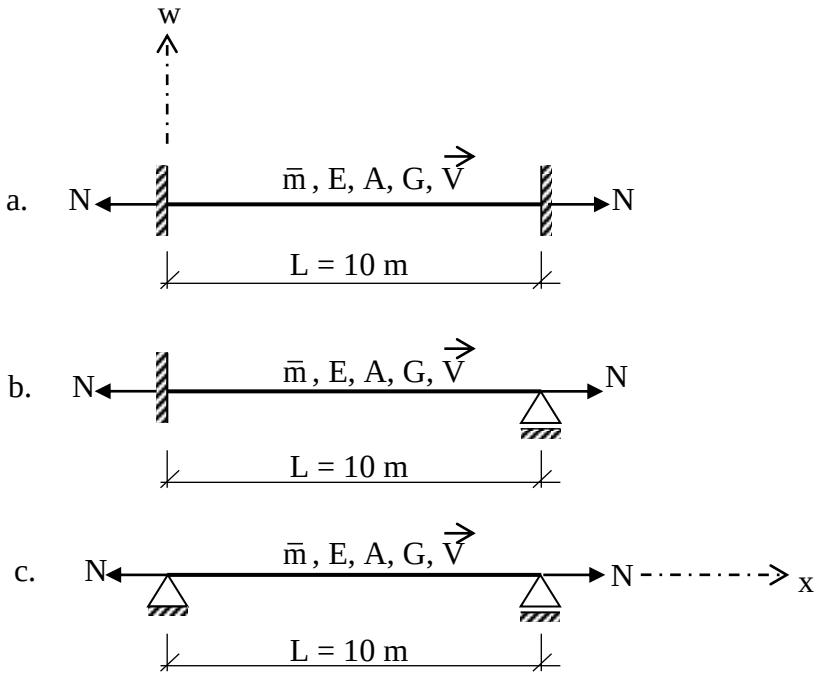
4.1 İvmelenen Timoshenko Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Metot ve DTM Kullanılarak Çözümüne İlişkin Sayısal Uygulama

Tezin ikinci bölümünde (2.26) ve (2.27) numaralı bağıntılar ile sunulan, ivmelenen Timoshenko kirişine ait diferansiyel hareket denklemlerinin analitik çözümü için dört adet sınır koşuluna gereksinim duyulmaktadır. (2.35) numaralı bağıntı ile ifade edilen kesit dönmesi fonksiyonu, (2.34) numaralı bağıntı ile sunulan düşey deplasman fonksiyonu cinsinden yazılarak kirişin hareket denklemleri düzenlenirse, her iki fonksiyonda da $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3, \bar{C}_4$ katsayıları kullanılmış olur. Dört adet sınır koşulu uygulandığında, yapısında $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3, \bar{C}_4$ katsayılarını bulunduran dört adet denklem elde edilir. Elde edilen bu dört denklem kullanılarak oluşturulan katsayılar matrisinin determinantını sıfır kılacak ω değerleri, ivmelenen Timoshenko kirişinin serbest titreşimine ait açısal frekans değerleri olacaktır.

Sayısal uygulama kapsamında, her iki ucu ankastre mesnetli, bir ucu (ζ =0) ankastre, diğer ucu (ζ =1) basit mesnetli ve her iki ucu basit mesnetli olmak üzere üç farklı tipte kiriş dikkate alınmıştır. Şekil 4.1'de sunulan, ivmelenen Timoshenko kirişlerinin malzeme ve kesit özellikleri aşağıdaki gibidir.

b = 0,40 m; h = 0,80 m; L = 10 m; $\bar{m} = 0,081549$ t.s^2/ m^2; k = 1,20; E = 3000000 t/m^2; G = 1153846,15 t/m^2

Burada; b kirişin genişliğini, h kirişin yüksekliğini, L kirişin boyunu, $\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini, *k* kesme düzeltme katsayısını, E elastisite modülünü, G kayma modülünü, A kirişin enkesit alanını, V kirişin eksenel hızını ve N kirişe etkiyen eksenel çekme kuvvetini göstermektedir.



Şekil 4.1 a. Her iki ucu ankastre mesnetli, ivmelenen Timoshenko kirişi b. Bir ucu (ζ =0) ankastre mesnetli, diğer ucu (ζ =1) basit mesnetli ivmelenen Timoshenko Kirişi c. Her iki ucu basit mesnetli, ivmelenen Timoshenko kirişi.

Literatürde yer alan hareketli kiriş problemlerinde eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti parametreleri farklı şekillerde uygulanmaktadır. Bu tezde eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti parametreleri için, sırasıyla (4.1) ve (4.2) numaralı bağıntılar ile tanımlanan boyutsuz çarpım faktörleri kullanılmıştır (Yeşilce, 2013).

$$V = \sqrt{\frac{\alpha EI_z}{\bar{m}L^2}} \tag{4.1}$$

$$N = \frac{\beta EI_z}{L^2} \tag{4.2}$$

Burada; α kiriş eksenel hızı için boyutsuz çarpım faktörünü, β ise kirişe etkiyen eksenel çekme kuvveti için boyutsuz çarpım faktörünü tanımlamaktadır.

İvmelenen kiriş problemlerinde eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti için kullanılan boyutsuz çarpım faktörleri, eksenel hız ve eksenel çekme kuvvetinin sabit bir hız ve çekme kuvveti etrafında harmonik olarak değiştiği varsayımıyla aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Yan, Ding, ve Chen, 2014).

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha' \sin(\Omega t) \tag{4.3}$$

$$\beta = \beta_0 + \beta' \sin(\Omega t) \tag{4.4}$$

Burada; α_0 ve β_0 ortalama hız ve ortalama eksenel çekme kuvvetini, α' ve β' harmonik olarak değişen hız ve eksenel çekme kuvveti fonksiyonlarının genliklerini, Ω ise frekanslarını ifade etmektedir.

Sayısal uygulamada her üç sınır koşulu için, $\alpha_0 = \beta_0 = 1$; $\alpha' = \beta' = 0{,}5$; Ω ise 1 ve 1,6 olarak dikkate alınmıştır. Bu şekilde, ivmelenen Timoshenko kirişlerinin ilk üç modlarına ait açısal frekansları α ve β faktörlerinin 0,5, 1 ve 1,5 değerleri için ayrı ayrı hesaplanmıştır.

İvmelenen Timoshenko kirişinin hareket denklemlerinin çözümü için dört adet sınır koşulu gerekmektedir. İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişinin sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w^T(\zeta=0) = 0 \tag{4.5}$$

$$\theta^T(\zeta=0) = 0 \tag{4.6}$$

$$w^T(\zeta=1) = 0 \tag{4.7}$$

$$\theta^T(\zeta=1) = 0 \tag{4.8}$$

İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinin sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w^T(\zeta=0) = 0 \tag{4.9}$$

$$\theta^T(\zeta=0) = 0 \tag{4.10}$$

$$w^T(\zeta=1) = 0 \tag{4.11}$$

$$M^T(\zeta=1) = 0 \tag{4.12}$$

İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w^T(\zeta=0) = 0 \tag{4.13}$$

$$M^T(\zeta=0) = 0 \tag{4.14}$$

$$w^T(\zeta=1) = 0 \tag{4.15}$$

$$M^T(\zeta=1) = 0 \tag{4.16}$$

Her üç kiriş tipi için, DTM ile çözümde, (ζ=0) noktasındaki sınır koşulları çözümün başlangıcında kullanıldıktan sonra, (ζ=1) noktasındaki sınır koşulları dikkate alınarak iki adet denklem elde edilir. Bu denklem takımından oluşturulan katsayılar matrisinin determinantını sıfır kılan ω değerleri söz konusu kirişin açısal frekans değerleri olarak hesaplanır.

İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişine ait (4.5) - (4.8) numaralı sınır koşulları, transfer edilmiş fonksiyonlar cinsinden sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

ζ = 0 için;

$$W^T(0) = 0 \tag{4.17}$$

$$\Phi^T(0) = 0 \tag{4.18}$$

$\zeta = 1$ için;

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W^T(k) = 0 \tag{4.19}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \Phi^T(k) = 0 \tag{4.20}$$

İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişine ait (4.9) - (4.12) numaralı sınır koşulları, transfer edilmiş fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

$\zeta = 0$ için;

$$W^T(0) = 0 \tag{4.21}$$

$$\Phi^T(0) = 0 \tag{4.22}$$

$\zeta = 1$ için;

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W^T(k) = 0 \tag{4.23}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}^T(k) = 0 \tag{4.24}$$

İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişine ait (4.13) - (4.16) numaralı sınır koşulları, transfer edilmiş fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

$\zeta = 0$ için;

$$W^T(0) = 0 \tag{4.25}$$

$$\Phi^T(1) = 0 \tag{4.26}$$

$\zeta = 1$ için;

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W^T(k) = 0 \tag{4.27}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}^T(k) = 0 \tag{4.28}$$

DTM çözümünde; her iki ucu ankastre mesnetli ve bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ivmelenen Timoshenko kirişleri için aşağıda sunulan sabit atamaları yapılmıştır

$$W^T(1) = n_1 \tag{4.29}$$

$$\Phi^T(1) = n_2 \tag{4.30}$$

(4.29) ve (4.30) numaralı bağıntılara benzer şekilde, her iki ucu basit mesnetli kiriş için aşağıdaki sabit atamaları yapılmıştır.

$$W^T(1) = n_1 \tag{4.31}$$

$$\Phi^T(0) = n_2 \tag{4.32}$$

Çözümün bir sonraki adımında; her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişi için, (4.29) ve (4.30) numaralı bağıntılar dikkate alınarak (4.19) ve (4.20) numaralı bağıntılar ile verilen sınır koşullarının kullanılması; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişi için (4.29) ve (4.30) numaralı bağıntılar

dikkate alınarak (4.23) ve (4.24) numaralı bağıntılar ile verilen sınır koşullarının kullanılması ve her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişi için (4.31) ve (4.32) numaralı bağıntılar dikkate alınarak (4.27) ve (4.28) numaralı bağıntılar ile verilen sınır koşullarının kullanılması neticesinde; her üç sınır koşulu için ayrı ayrı katsayılar matrisi kapalı formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{4.33}$$

(4.33) numaralı bağıntıda sunulan katsayılar matrisinin determinantı sıfır kılan ω değerleri, sistemin serbest titreşimine ait açısal frekans değerleridir.

Üç farklı sınır koşuluna sahip, ivmelenen Timoshenko kirişlerinin serbest titreşimine ait ilk üç mod açısal frekans değerleri, DTM ve analitik metot kullanılarak hesaplanmış; her iki ucu ankastre mesnetli kiriş için hesaplanan açısal frekans değerleri Tablo 4.1'de; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kiriş için hesaplanan açısal frekans değerleri Tablo 4.2'de; her iki ucu basit mesnetli kiriş için hesaplanan açısal frekans değerleri Tablo 4.3'de karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Tablo 4.1 İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri

METOT	β = 0,50									
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,5		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	24	169,1993	-	-	167,3867	-	-	165,5739	-	-
	34	169,1993	445,4388	823,9910	167,3866	443,9179	-	165,5737	442,3938	-
	36	169,1993	445,4388	-	167,3866	443,9179	821,1674	165,5737	442,3937	819,4291
	42	169,1993	445,4388	823,0258	167,3866	443,9179	821,2646	165,5737	442,3937	819,5026
	44	169,1993	445,4388	823,0257	167,3866	443,9179	821,2646	165,5737	442,3937	819,5031
Analitik Metot		169,1993	445,4388	823,0257	167,3866	443,9179	821,2646	165,5737	442,3937	819,5031
METOT	β = 1									
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,50		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	26	170,2960	446,4373	-	168,4920	445,4382	-	166,6876	443,9821	-
	34	170,2960	446,9607	-	168,4920	445,4389	-	166,6876	443,9139	-
	42	170,2960	446,9607	824,7569	168,4920	445,4389	822,9961	166,6876	443,9139	821,2349
	44	170,2960	446,9607	824,7568	168,4920	445,4389	822,9961	166,6876	443,9139	821,2349
Analitik Metot		170,2960	446,9607	824,7568	168,4920	445,4389	822,9961	166,6876	443,9139	821,2349
METOT	β = 1,50									
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,50		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	26	171,3849	-	-	169,5893	446,6449	-	167,7934	445,4670	-
	34	171,3849	448,4770	-	169,5893	446,9543	-	167,7934	445,4285	-
	44	171,3849	448,4770	826,4841	169,5896	446,9543	824,7237	167,7934	445,4285	822,9629
Analitik Metot		171,3849	448,4770	826,4841	169,5893	446,9543	824,7237	167,7934	445,4285	822,9629

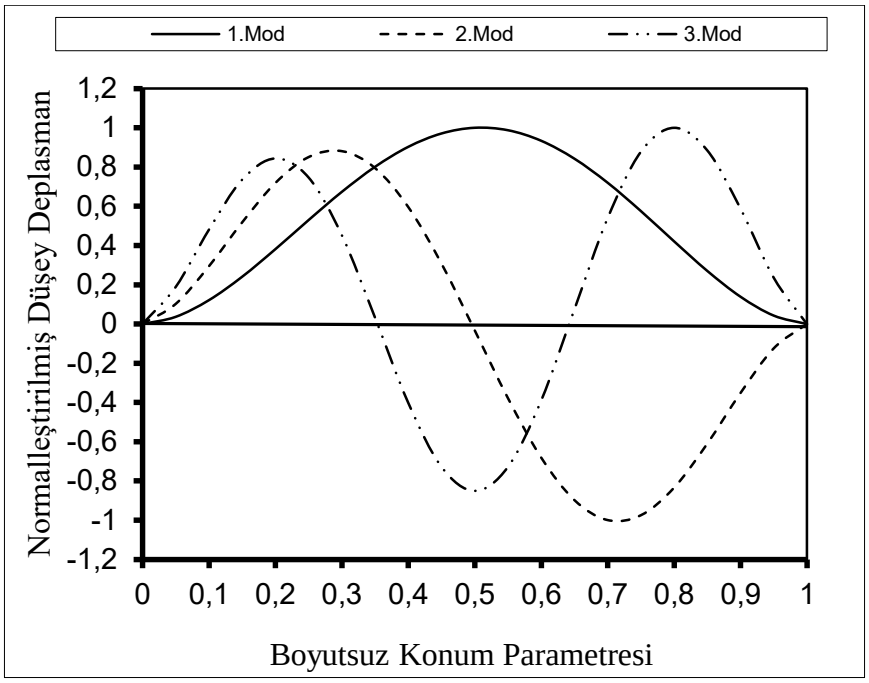
Tablo 4.2 İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri

METOT	β = 0,50									
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,5		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	24	118,5897	-	-	116,5394	-	-	114,4805	-	-
	32	118,5897	370,9612	-	116,5394	369,2873	-	114,4805	368,6087	-
	34	118,5897	370,9612	-	116,5394	369,2872	732,5168	114,4805	367,6086	730,8335
	38	118,5897	370,9612	733,8813	116,5394	369,2872	732,0287	114,4805	367,6086	730,1848
	44	118,5897	370,9612	733,8781	116,5394	369,2872	732,0287	114,4805	367,6086	730,1779
Analitik Metot		118,5897	370,9612	733,8781	116,5394	369,2872	732,0287	114,4805	367,6086	730,1779
METOT	β = 1									
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,50		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	24	120,0684	-	-	118,0361	-	-	115,9955	-	-
	32	120,0684	372,6967	-	118,0361	371,0237	-	115,9955	369,3462	-
	34	120,0684	372,6967	-	118,0361	371,0236	-	115,9955	369,3461	732,7218
	42	120,0684	372,6967	735,7663	118,0361	371,0236	733,9176	115,9955	369,3461	732,0676
Analitik Metot		120,0684	372,6967	735,7663	118,0361	371,0236	733,9176	115,9955	369.3461	732,0676
METOT	β = 1,50									
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,50		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	24	121,5279	-	-	119,5128	-	-	117,4900	-	-
	34	121,5279	374,4239	737,9821	119,5128	372,7518	-	117,4900	371,0753	-
	42	121,5279	374,4239	737,6496	119,5128	372,7518	735,8016	117,4900	371,0753	733,9524
	44	121,5279	374,4239	737,6496	119,5128	372,7518	735,8016	117,4900	371,0753	733,9523
Analitik Metot		121.5279	374.4239	737.6496	119.5128	372.7518	735.8016	117.4900	371.0753	733.9523

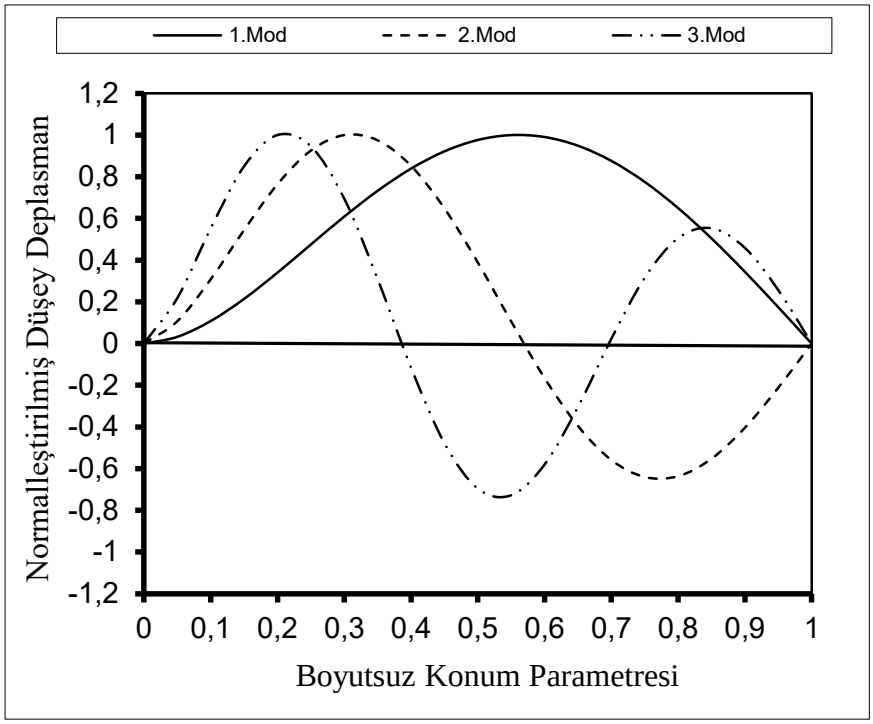
Tablo 4.3 İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri

METOT	β = 0,50								
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,5		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	22	76,9492	-	-	74,5269	-	-	72,0689	-	-
	32	76,9492	300,4281	645,1274	74,5269	298,5842	-	72,0689	296,7327	-
	40	76,9492	300,4281	645,5790	74,5269	298,5842	643,6832	72,0689	296,7327	641,7856
	42	76,9492	300,4281	645,5790	74,5269	298,5842	643,6833	72,0689	296,7327	641,7856
Analitik Metot		76,9492	300,4281	645,5790	74,5269	298,5842	643,6833	72,0689	296,7327	641,7856
METOT	β = 1								
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,50		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	22	78,9105	-	-	76,5329	-	-	74,1232	-	-
	32	78,9105	302,4384	647,2035	76,5329	300,5989	645,0513	74,1232	298,7520	-
	40	78,9105	302,4384	647,6552	76,5329	300,5989	645,7611	74,1232	298,7520	643,8651
	42	78,9105	302,4384	647,6552	76,5329	300,5989	645,7611	74,1232	298,7520	643,8652
Analitik Metot		78,9105	302,4384	647,6552	76,5329	300,5989	645,7611	74,1232	298,7520	643,8652
METOT	β = 1,50								
	$\bar{N}$	α = 0,50			α = 1			α = 1,50		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	22	80,8245	-	-	78,4884	-	-	76,1231	-	-
	32	80,8245	304,4354	649,2730	78,4884	302,6002	647,1224	76,1231	300,7579	-
	34	80,8245	304,4354	649,2730	78,4884	302,6002	647,1224	76,1231	300,7578	-
	40	80,8245	304,4354	649,7247	78,4884	302,6002	647,8323	76,1231	300,7578	645,9380
Analitik Metot		80,8245	304,4354	649,7247	78,4884	302,6002	647,8323	76,1231	300,7578	645,9380

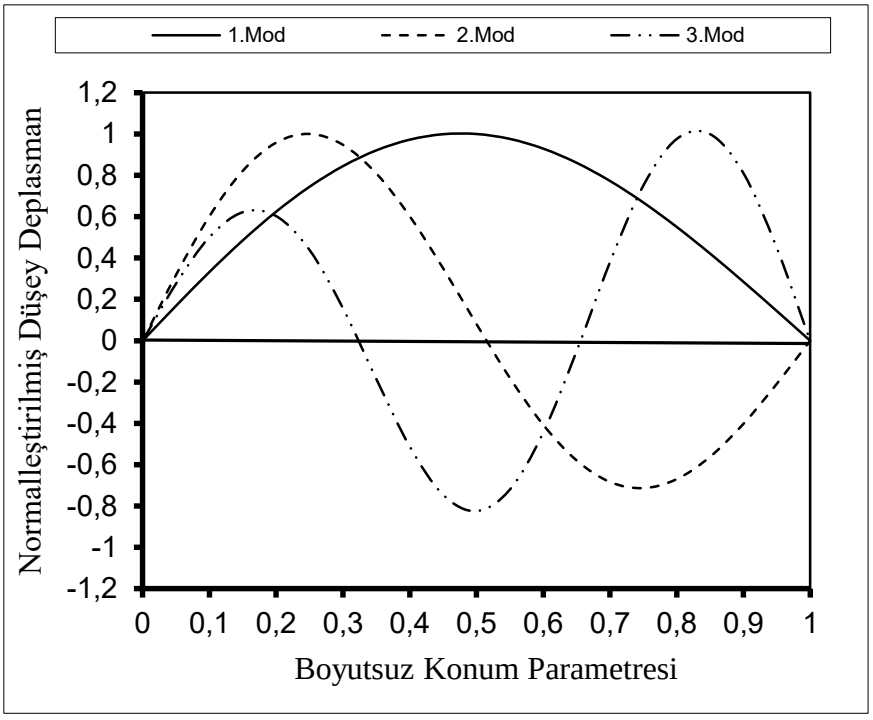
$\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$ değerleri için; her iki ucu ankastre mesnetli ivmelenen Timoshenko kirişine ait ilk üç mod şekli Şekil 4.2'de, bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ivmelenen Timoshenko kirişine ait ilk üç mod şekli Şekil 4.3'de, her iki ucu basit mesnetli ivmelenen Timoshenko kirişine ait ilk üç mod şekli Şekil 4.4'de sunulmuştur. Mod şekillerinin tamamı en büyük deplasman değerine göre normalize edilerek çizilmiştir.



Şekil 4.2 Her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$.



Şekil 4.3 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$.



Şekil 4.4 Her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$.

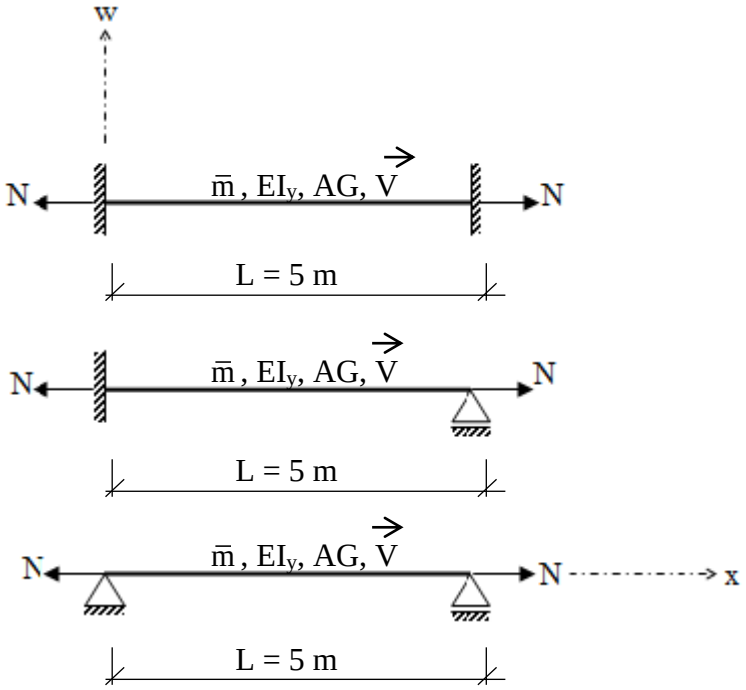
4.2 İvmelenen Reddy - Bickford Kirişine Ait Hareket Denklemlerinin Analitik Metot ve DTM Kullanılarak Çözümüne İlişkin Sayısal Uygulama

Tezin ikinci bölümünde (2.62) ve (2.63) numaralı bağıntılar ile sunulan, ivmelenen Reddy-Bickford kirişine ait hareket denklemlerinin analitik çözümü için altı adet sınır koşuluna gereksinim duyulmaktadır. (2.71) numaralı bağıntı ile sunulan kesit dönmesi fonksiyonu, (2.70) ile sunulan düşey deplasman fonksiyonu cinsinden yazılarak kirişin hareket denklemleri düzenlenirse, her iki fonksiyonda da $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3, \bar{C}_4, \bar{C}_5, \bar{C}_6$ katsayıları kullanılmış olur. Altı adet sınır koşulu uygulandığında, yapısında $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3, \bar{C}_4, \bar{C}_5, \bar{C}_6$ katsayılarını barındıran altı adet denklem elde edilir. Elde edilen bu altı denklem kullanılarak oluşturulan katsayılar matrisinin determinantını sıfır kılacak ω değerleri, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait açısal frekans değerleri olacaktır.

İvmelenen Reddy-Bickford kirişiyle ilgili sayısal uygulama kapsamında; her iki ucu ankastre mesnetli, bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ve her iki ucu basit mesnetli olmak üzere üç farklı tipte kiriş dikkate alınmıştır. Şekil 4.5'de sunulan, ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin malzeme ve kesit özellikleri aşağıdaki gibidir.

L = 5 m; $\bar{m} = 0,089195$ t.s^2/ m^2; EI$_y$ = 64000 t.m^2; AG = 15360 t

Burada; L kirişin boyunu, $\bar{m}$ kirişin yayılı kütlesini, EI$_y$ kirişin eğilme rijitliğini, AG kirişin kayma rijitliğini, V kirişin eksenel hızını ve N kirişe etkiyen eksenel çekme kuvvetini göstermektedir.



Şekil 4.5 a. Her iki ucu ankastre mesnetli, ivmelenen Reddy-Bickford kirişi b. Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ivmelenen Reddy- Bickford kirişi c. Her iki ucu basit mesnetli, ivmelenen Reddy-Bickford kirişi.

İvmelenen Reddy-Bickford kirişinin sayısal uygulamasında eksenel hız ve eksenel çekme kuvveti parametreleri sırasıyla (4.33) ve (4.34) numaralı, eksenel hız için boyutsuz çapım faktörü ve eksenel çekme kuvveti için boyutsuz çarpım faktörü sırasıyla (4.35) ve (4.36) numaralı bağıntılar ile tanımlanmıştır(Yan, Ding, ve Chen, 2014).

$$V = \frac{\alpha}{\sqrt{\frac{\bar{m}}{N}}} \tag{4.33}$$

$$N = \frac{\beta . EI_y}{L^2} \tag{4.34}$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha' \sin(\Omega t) \tag{4.35}$$

$$\beta = \beta_0 + \beta' \sin(\Omega t) \tag{4.36}$$

Sayısal uygulamada her üç sınır koşulu için, $\alpha_0 = \beta_0 = 0{,}4$; $\alpha' = \beta' = 0{,}5$; Ω ise 0,5 ve 3,75 olarak dikkate alınmıştır. Bu şekilde, ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin ilk üç modlarına ait açısal frekansları α ve β faktörlerinin 0,2, 0,4 ve 0,6 değerleri için ayrı ayrı hesaplanmıştır.

İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w^R(\zeta=0) = 0 \tag{4.37}$$

$$\Phi^R(\zeta=0) = 0 \tag{4.38}$$

$$\frac{dw^R}{dz}(\zeta = 0) = 0 \tag{4.39}$$

$$w^R(\zeta=1) = 0 \tag{4.40}$$

$$\Phi^R(\zeta=1) = 0 \tag{4.41}$$

$$\frac{dw^R}{dz}(\zeta = 1) = 0 \tag{4.42}$$

İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w^R(\zeta=0) = 0 \tag{4.43}$$

$$\Phi^R(\zeta=0) = 0 \tag{4.44}$$

$$\frac{dw^R}{dz}(\zeta = 0) = 0 \tag{4.45}$$

$$w^R(\zeta=1) = 0 \tag{4.46}$$

$$M^R(\zeta=1)=0 \tag{4.47}$$

$$M_h^R(\zeta = 1) = 0 \tag{4.48}$$

İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin sınır koşulları aşağıda sunulmuştur.

$$w^R(\zeta=0) = 0 \tag{4.49}$$

$$M^R(\zeta=0)=0 \tag{4.50}$$

$$M_h^R(\zeta = 0) = 0 \tag{4.51}$$

$$w^R(\zeta=1) = 0 \tag{4.52}$$

$$M^R(\zeta=1)=0 \tag{4.53}$$

$$M_h^R(\zeta = 1) = 0 \tag{4.54}$$

Her üç kiriş tipi için, DTM ile çözümde, (ζ=0) noktasındaki sınır koşulları çözümün başlangıcında kullanıldıktan sonra, (ζ=1) noktasındaki sınır koşulları dikkate alınarak üç adet denklem elde edilir. Bu üç denklemden oluşturulan katsayılar matrisinin determinantını sıfır kılan ω değerleri söz konusu kirişin açısal frekans değerleri olarak elde edilir.

İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için sunulan (4.37)-(4.42) numaralı sınır koşulları, transfer edilmiş fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

ζ = 0 için;

$$W^R(0) = 0 \tag{4.55}$$

$$\Phi^R(0) = 0 \tag{4.56}$$

$$\frac{dW^R}{dz}(0) = 0 \tag{4.57}$$

ζ = 1 için;

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W^{R}(k) = 0 \tag{4.58}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \Phi^{R}(k) = 0 \tag{4.59}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \frac{dW^{R}(k)}{d\zeta} = 0 \tag{4.60}$$

İvmelenen bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait (4.43)-(4.48) numaralı sınır koşulları, transfer edilmiş fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

ζ = 0 için;

$$W^{R}(0) = 0 \tag{4.61}$$

$$\Phi^{R}(0) = 0 \tag{4.62}$$

$$\frac{dW^{R}}{dz}(\zeta = 0) = 0 \tag{4.63}$$

ζ = 1 için;

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W^{R}(k) = 0 \tag{4.64}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}^{R}(k) = 0 \tag{4.65}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}_{h}^{R}(k) = 0 \tag{4.66}$$

İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişine ait (4.49) - (4.54) numaralı sınır koşulları, transfer edilmiş fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

$\zeta = 0$ için;

$$W^R(0) = 0 \tag{4.67}$$

$$W^R(2) = 0 \tag{4.68}$$

$$\Phi^R(1) = 0 \tag{4.69}$$

$\zeta = 1$ için;

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} W^R(k) = 0 \tag{4.70}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}^R(k) = 0 \tag{4.71}$$

$$\sum_{k=0}^{\bar{N}} \bar{M}_h^R(k) = 0 \tag{4.72}$$

DTM çözümünde; her iki ucu ankastre mesnetli ve bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişleri için aşağıda sunulan sabit atamaları yapılmıştır.

$$W^R(2) = n_1 \tag{4.73}$$

$$\Phi^R(1) = n_2 \tag{4.74}$$

$$\Phi^R(2) = n_3 \tag{4.75}$$

(4.73) - (4.75) numaralı bağıntılara benzer şekilde, her iki ucu basit mesnetli kiriş için aşağıdaki sabit atamaları yapılmıştır.

$$W^R(1) = n_1 \tag{4.76}$$

$$\Phi^R(0) = n_2 \tag{4.77}$$

$$\Phi^R(2) = n_3 \tag{4.78}$$

Çözümün bir sonraki adımında; her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişi için, (4.73) - (4.75) numaralı bağıntılar dikkate alınarak (4.58) - (4.60) numaralı bağıntılar ile verilen sınır koşullarının kullanılması; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişi için (4.73) - (4.75) numaralı bağıntılar dikkate alınarak (4.64) - (4.66) numaralı bağıntılar ile verilen sınır koşullarının kullanılması ve her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişi için (4.76) - (4.78) numaralı bağıntıla dikkate alınarak (4.70) - (4.72) ile verilen sınır koşullarının kullanılması neticesinde; her üç sınır koşulu için ayrı ayrı katsayılar matrisi kapalı formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{4.79}$$

(4.79) numaralı bağıntıda sunulan katsayılar matrisinin determinantını sıfır kılan her ω değeri, sistemin serbest titreşimine ait açısal frekans değerleridir.

Üç farklı sınır koşuluna sahip, ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşimine ait ilk üç mod açısal frekans değerleri, DTM ve analitik metot kullanılarak hesaplanmış; her iki ucu ankastre mesnetli kiriş için hesaplanan açısal frekans değerleri Tablo 4.4'de; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kiriş için hesaplanan açısal frekans değerleri Tablo 4.5'de; her iki ucu basit mesnetli kiriş için hesaplanan açısal frekans değerleri Tablo 4.6'de karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Tablo 4.4 İvmelenen her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri

METOT		β = 0,20								
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	62	239,5346	501,5620	810,4094	238,2855	499,7278	808,1000	236,2039	496.6692	804.2863
	64	239,5346	501,5632	810,3255	238,2854	499,7284	808,0640	236,2039	496.6692	804.3027
	66	239,5346	501,5633	810,3153	238,2854	499,7285	808,0602	236,2039	496.6692	804.3056
	70	239,5346	501,5633	810,3140	238,2854	499,7285	808,0597	236,2039	496.6692	804.3061
Analitik Metot		239,5346	501,5633	810,3140	238,2854	499,7285	808,0597	236,2039	496.6692	804.3061
METOT		β = 0,40								
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	62	244,3028	510,7075	823,2524	241,8588	507,0780	818,5384	237,7868	501,0212	-
	64	244,3027	510,7109	823,0569	241,8587	507,0787	818,5465	237,7868	501,0201	811,0758
	66	244,3027	510,7112	823,0329	241,8587	507,0788	818,5500	237,7868	501,0199	811,0957
	68	244,3027	510,7113	823,0301	241,8587	507,0788	818,5508	237,7868	501,0199	811,0982
	70	244,3027	510,7113	823,0298	241,8587	507,0788	818,5508	237,7868	501,0199	811,0985
	72	244,3027	510,7113	823,0298	241,8587	507,0788	818,5509	237,7868	501,0199	811,0985
Analitik Metot		244,3027	510,7113	823,0298	241,8587	507,0788	818,5509	237,7868	501,0199	811,0985
METOT		β = 0,60								
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	64	248,9701	519,6752	835,5885	245,3805	514,2827	828,8140	239,4008	505,2840	817,6928
	66	248,9701	519,6762	835,5337	245,3805	514,2826	828,8468	239,4008	505,2835	817,7473
	68	248,9701	519,6763	835,5275	245,3805	514,2826	828,8517	239,4008	505,2834	817,7540
	70	248,9701	519,6764	835,5267	245,3805	514,2826	828,8523	239,4008	505,2834	817,7547
	72	248,9701	519,6764	835,5267	245,3805	514,2826	828,8524	239,4008	505,2834	817,7548
Analitik Metot		248,9701	519,6764	835,5267	245,3805	514,2826	828,8524	239,4008	505,2834	817,7548

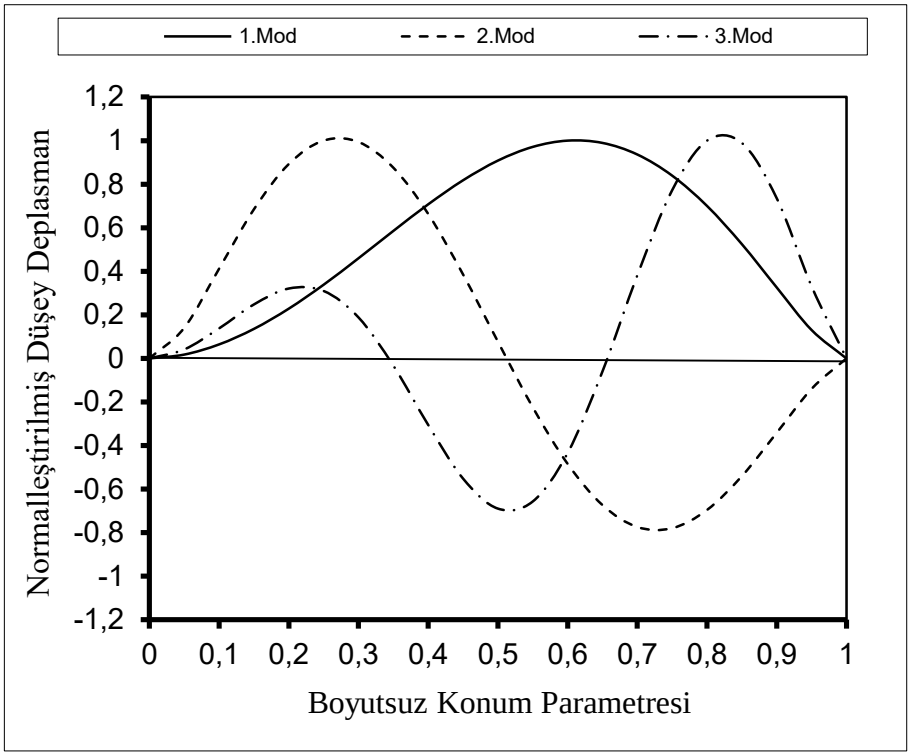
Tablo 4.5 İvmelenen bir ucu (z=0) ankastre, diğer ucu (z=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri

METOT		β = 0,20								
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	62	211,5278	471,6488	764,8199	210,3157	469,7435	762,4663	208,2955	466,5668	758,5973
	64	211,5277	471,6516	764,6771	210,3156	469,7451	762,4030	208,2955	466,5670	758,6209
	66	211,5277	471,6519	764,6597	210,3156	469,7452	762,3961	208,2955	466,5670	758,6253
	70	211,5277	471,6519	764,6575	210,3156	469,7452	762,3954	208,2955	466,5670	758,6260
	72	211,5277	471,6519	764,6574	210,3156	469,7452	762,3954	208,2955	466,5670	758,6260
Analitik Metot		211,5277	471,6519	764,6574	210,3156	469,7452	762,3954	208,2955	466,5670	758,6260
METOT		β = 0,40								
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	66	216,7110	480,9646	777.6589	214,3393	477,1997	773,1588	210,3860	470,9232	765,6687
	68	216,7110	480,9647	777.6540	214,3393	477,1997	773,1598	210,3860	470,9231	765,6729
	70	216,7110	480,9647	777.6534	214,3393	477,1997	773,1600	210,3860	470,9231	765,6734
	72	216,7110	480,9647	777.6534	214,3393	477,1997	773,1600	210,3860	470,9231	765,6735
Analitik Metot		216,7110	480,9647	777.6534	214,3393	477,1997	773,1600	210,3860	470,9231	765,6735
METOT		β = 0,60								
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	64	221,7645	490,0824	790.5269	218,2804	484,5082	783,6578	212,4728	475,2107	772,4619
	66	221,7643	490,0849	790.4274	218,2803	484,5080	783,7108	212,4728	475,2094	772,5553
	68	221,7643	490,0852	790.4158	218,2803	484,5080	783,7189	212,4728	475,2094	772,5670
	72	221,7643	490,0852	790.4145	218,2803	484,5080	783,7201	212,4728	475,2094	772,5684
	74	221,7643	490,0852	790.4144	218,2803	484,5080	783,7202	212,4728	475,2094	772,5684
Analitik Metot		221,7643	490,0852	790,4144	218,2803	484,5080	783,7202	212,4728	475,2094	772,5684

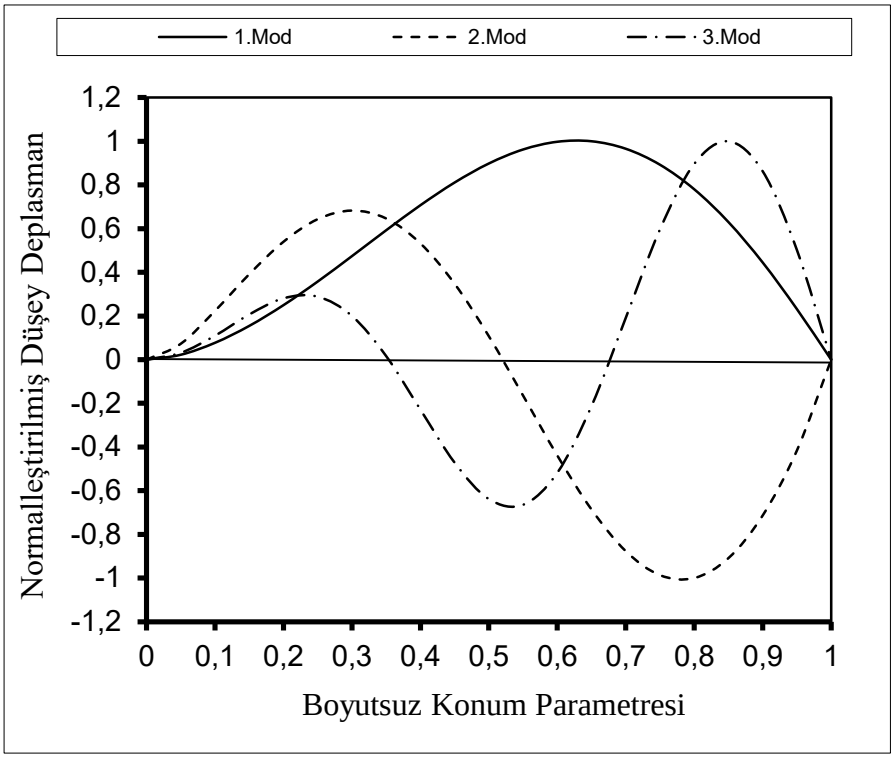
Tablo 4.6 İvmelenen her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri

METOT	β = 0,20									
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	58	189,6443	443,3423	722,8738	188,4529	441,4088	720,7471	186,4667	438,1887	-
	60	189,6443	443,3435	722,8095	188,4529	441,4129	720,5390	186,4666	438,1952	716,7312
	62	189,6443	443,3437	722,8000	188,4528	441,4134	720,5089	186,4666	438,1960	716,6867
	64	189,6443	443,3437	722,8738	188,4528	441,4135	720,5049	186,4666	438,1961	716,6810
	68	189,6443	443,3437	722,7985	188,4528	441,4135	720,5043	186,4666	438,1961	716,6802
Analitik Metot		189,6443	443,3437	722,7985	188,4528	441,4135	720,5043	186,4666	438,1961	716,6802
METOT	β = 0,40									
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	60	195,1364	452,8108	736,0603	192,8063	449,0028	731,5916	188,9208	442,6574	723,9869
	62	195,1364	452,8117	736,0603	192,8062	449,0052	731,4704	188,9207	442,6601	723,8769
	64	195,1364	452,8119	736,0057	192,8062	449,0055	731,4540	188,9207	442,6604	723,8636
	68	195,1364	452,8119	736,0047	192,8062	449,0056	731,4517	188,9207	442,6604	723,8620
	70	195,1364	452,8119	736,0047	192,8062	449,0056	731,4516	188,9207	442,6604	723,8620
Analitik Metot		195,1364	452,8119	736,0047	192,8062	449,0056	731,4516	188,9207	442,6604	723,8620
METOT	β = 0,60									
	$\bar{N}$	α = 0,20			α = 0,40			α = 0,60		
		ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)	ω_1(rad/sn)	ω_2(rad/sn)	ω_3(rad/sn)
DTM	60	200,4734	462,0731	-	197,0520	456,4362	742,6027	191,3458	447,0505	-
	62	200,4734	462,0731	748,9927	197,0518	456,4446	742,6027	191,3456	447,0566	730,9072
	64	200,4734	462,0774	748,9671	197,0518	456,4457	742,2420	191,3456	447,0573	730,8899
	66	200,4734	462,0775	748,9636	197,0518	456,4458	742,1867	191,3456	447,0573	730,8886
	68	200,4734	462,0775	748,9632	197,0518	456,4458	742,1860	191,3456	447,0573	730,8885
	70	200,4734	462,0775	748,9631	197,0518	456,4458	742,1859	191,3456	447,0573	730,8885
Analitik Metot		200,4734	462,0775	748,9631	197,0518	456,4458	742,1859	191,3456	447,0573	730,8885

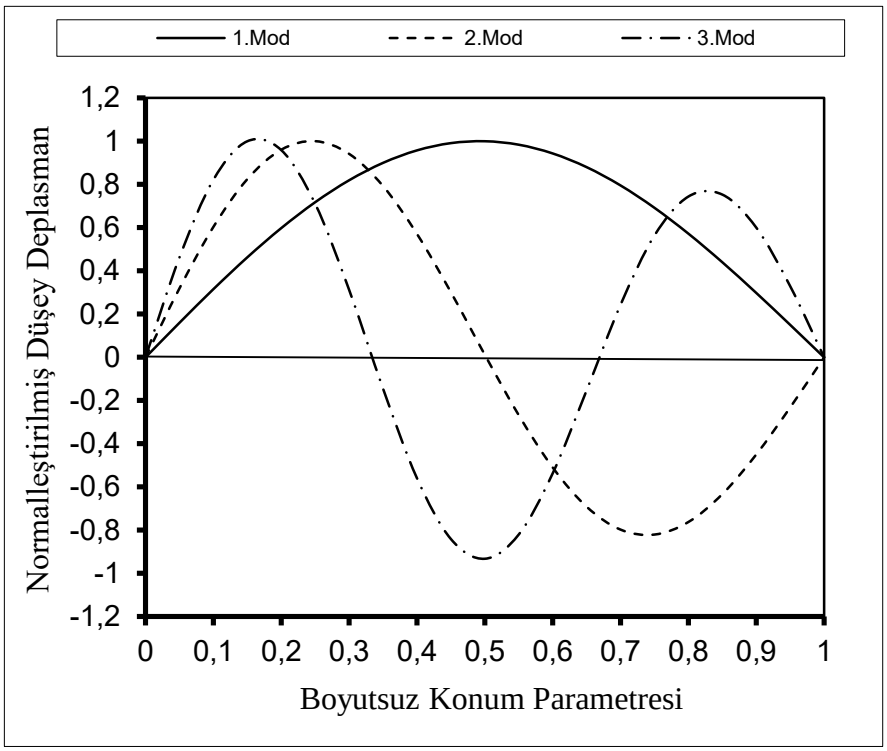
$\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ değerleri için; her iki ucu ankastre mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç mod şekli Şekil 4.6'da; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç mod şekli Şekil 4.7'de, her iki ucu basit mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişine ait ilk üç mod şekli Şekil 4.8'de sunulmuştur. Mod şekillerinin tamamı en büyük deplasman değerine göre normalize edilerek çizilmiştir.



Şekil 4.6 Her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$.

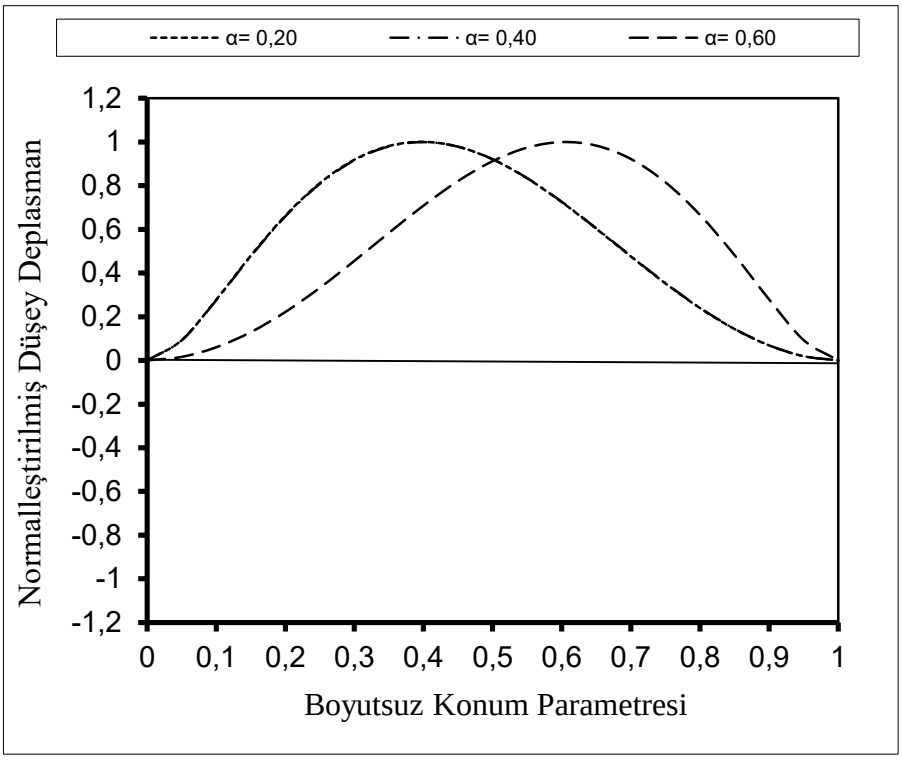


Şekil 4.7 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$.

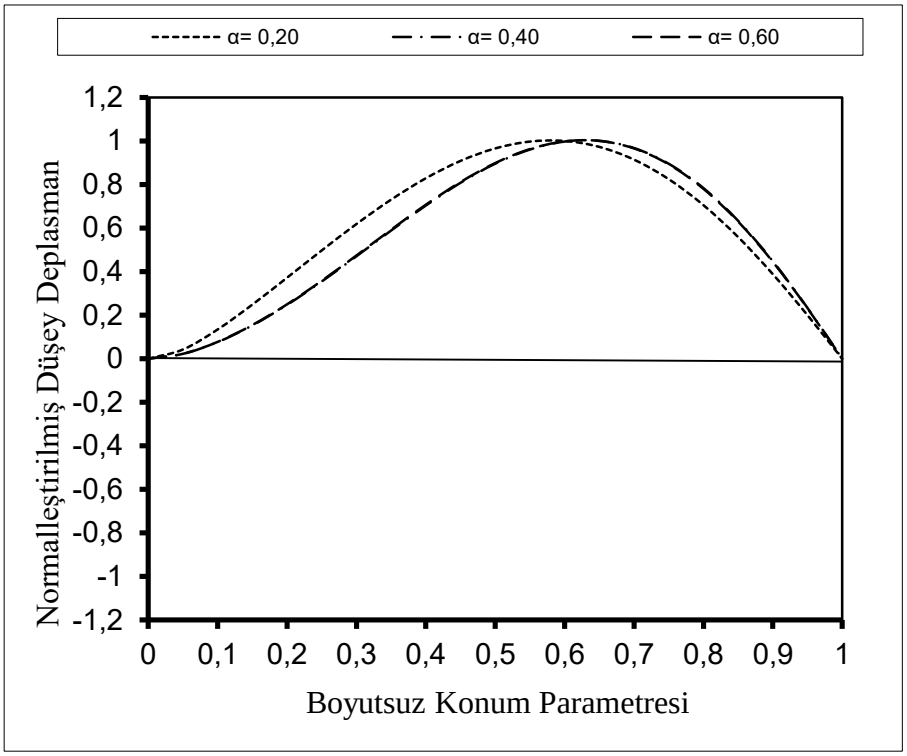


Şekil 4.8 Her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$.

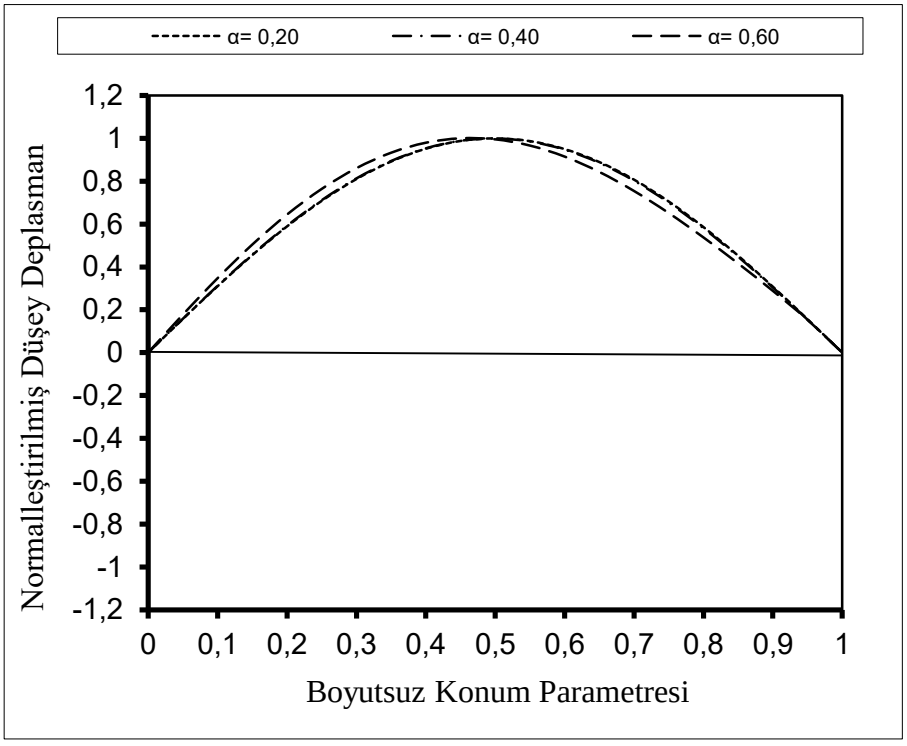
Sabit eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,20$) ve değişken eksenel hız ($\alpha = 0,20$, $\alpha = 0,40$, $\alpha = 0,60$) etkisindeki Reddy-Bickford kirişlerinin birinci mod şekilleri her iki ucu ankastre mesnetli kiriş için Şekil 4.9'da; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kiriş için Şekil 4.10'da ve her iki ucu basit mesnetli kiriş için Şekil 4.11'de sunulmuştur.



Şekil 4.9 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\beta = 0,20$.

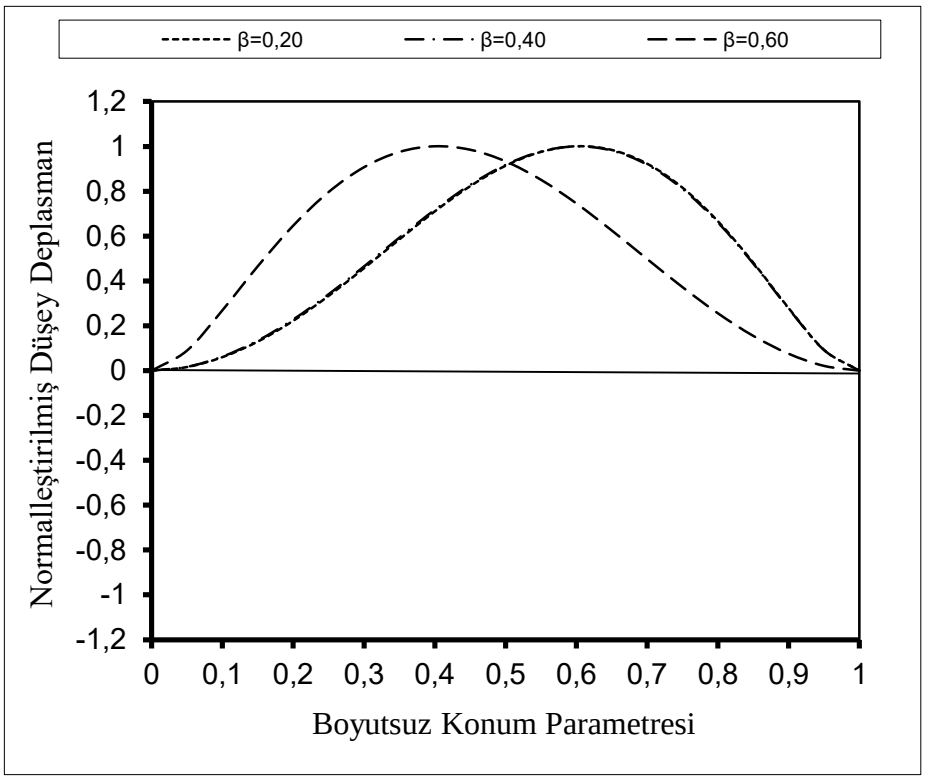


Şekil 4.10 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\beta = 0,20$.

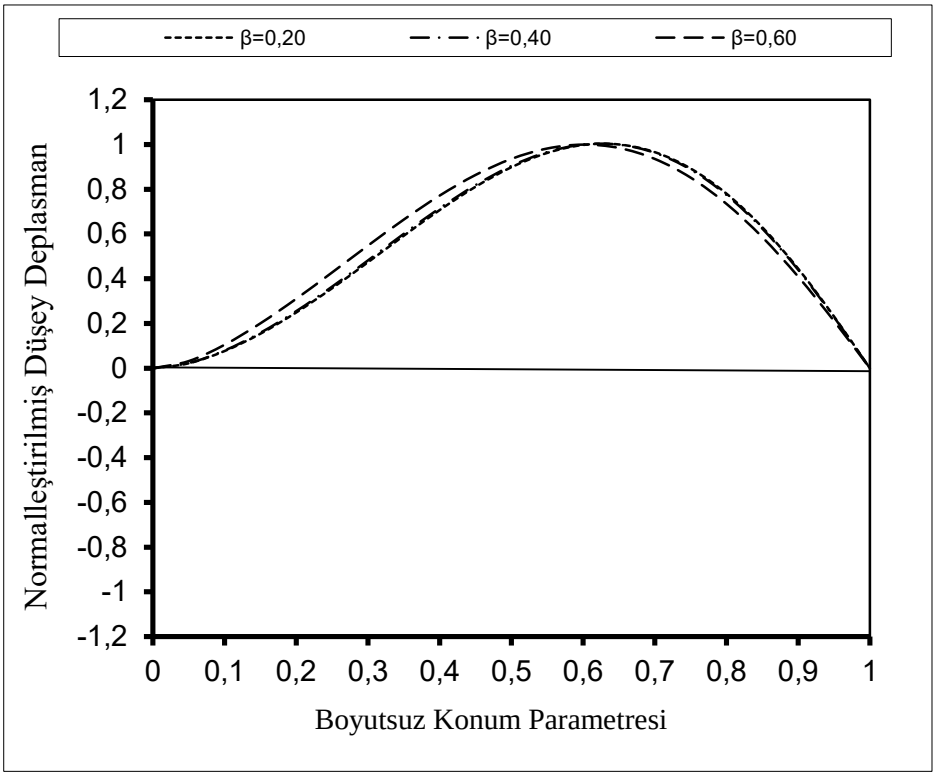


Şekil 4.11 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\beta = 0,20$.

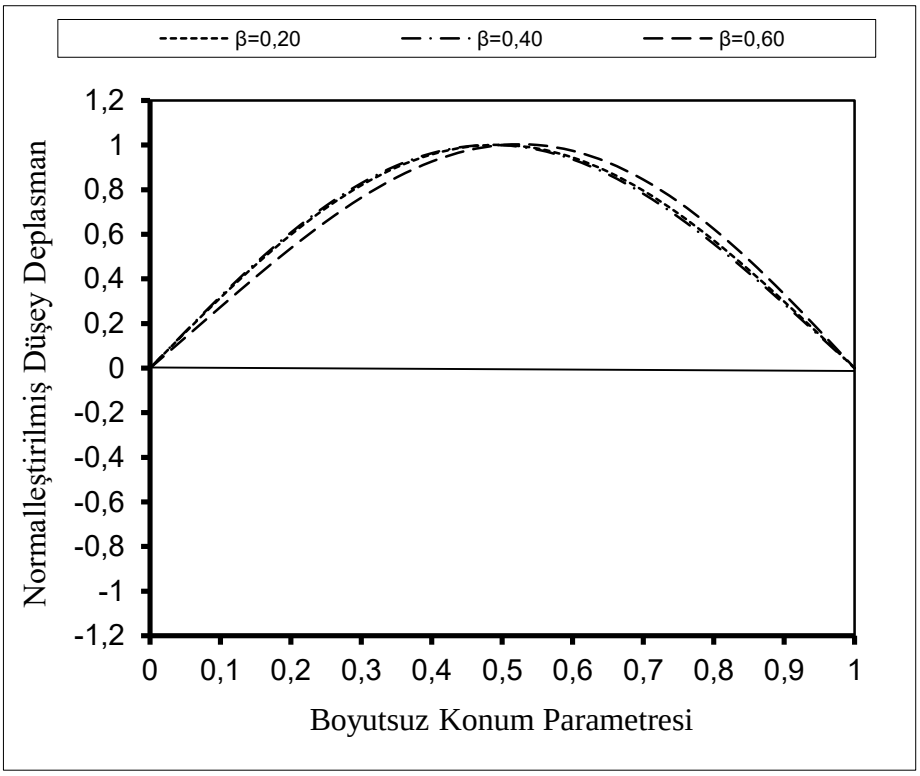
Sabit eksenel hız ($\alpha = 0,60$) ve değişken eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,20$, $\beta = 0,40$ ve $\beta = 0,60$) etkisindeki Reddy-Bickford kirişlerinin birinci mod şekilleri, her iki ucu ankastre mesnetli kiriş için Şekil 4.12'de, bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kiriş için Şekil 4.13'de ve her iki ucu basit mesnetli kiriş için Şekil 4.14'de sunulmuştur.



Şekil 4.12 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\alpha = 0,60$.

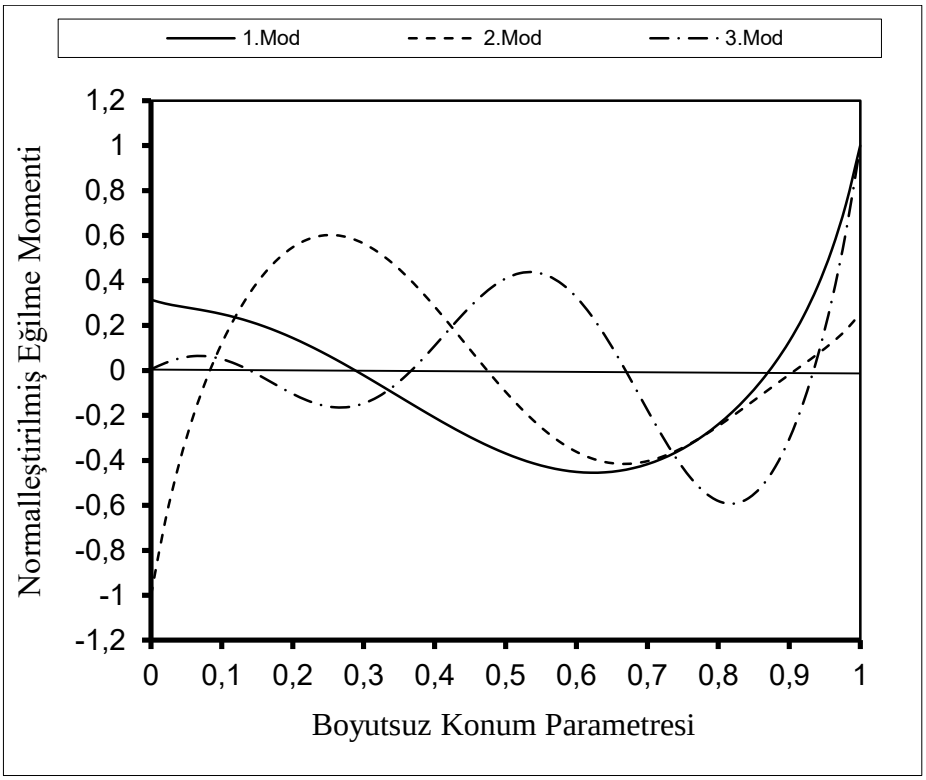


Şekil 4.13 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\alpha = 0,60$

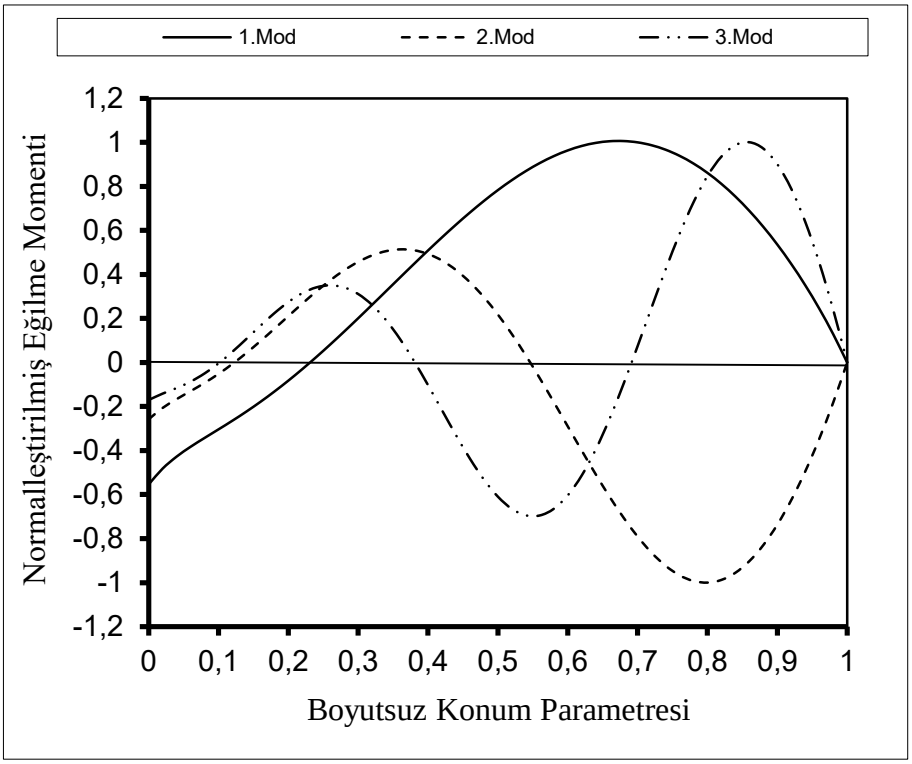


Şekil 4.14 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci mod şekli, $\alpha = 0,60$

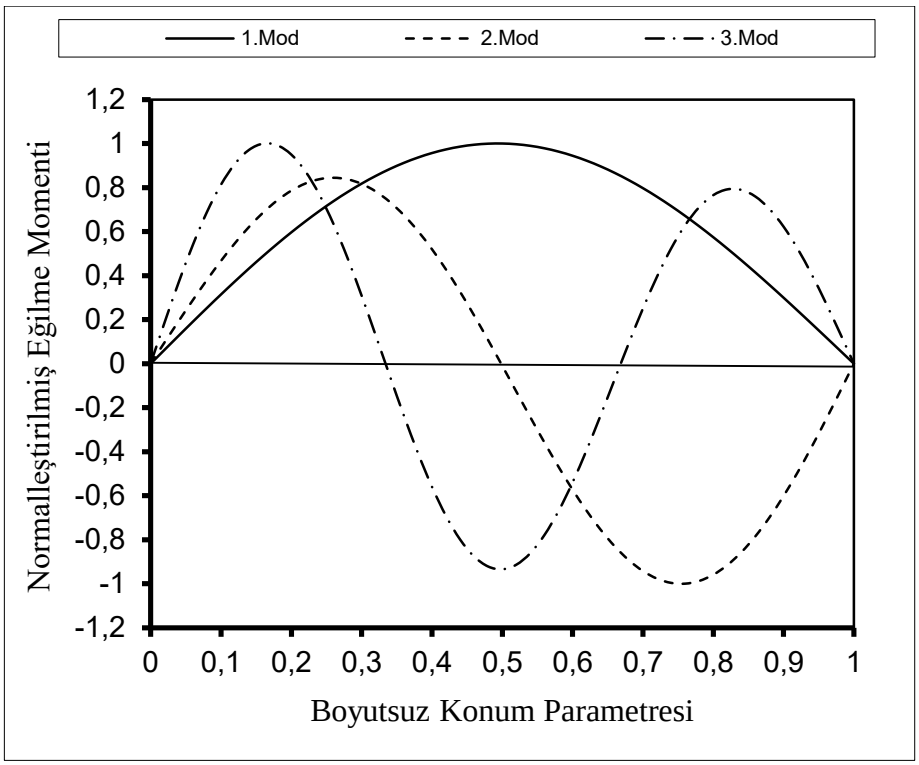
$\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ değerleri dikkate alınarak çizilen normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramları; her iki ucu ankastre mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişi için Şekil 4.15'de, bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişi için Şekil 4.16'da; her iki ucu basit mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişi için Şekil 4.17'de sunulmuştur. Her sistemin boyutsuz eğilme momenti diyagramı, ilgili sistemde elde edilen en büyük eğilme momenti değerine göre normalize edilerek çizilmiştir.



Şekil 4.15 Her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$

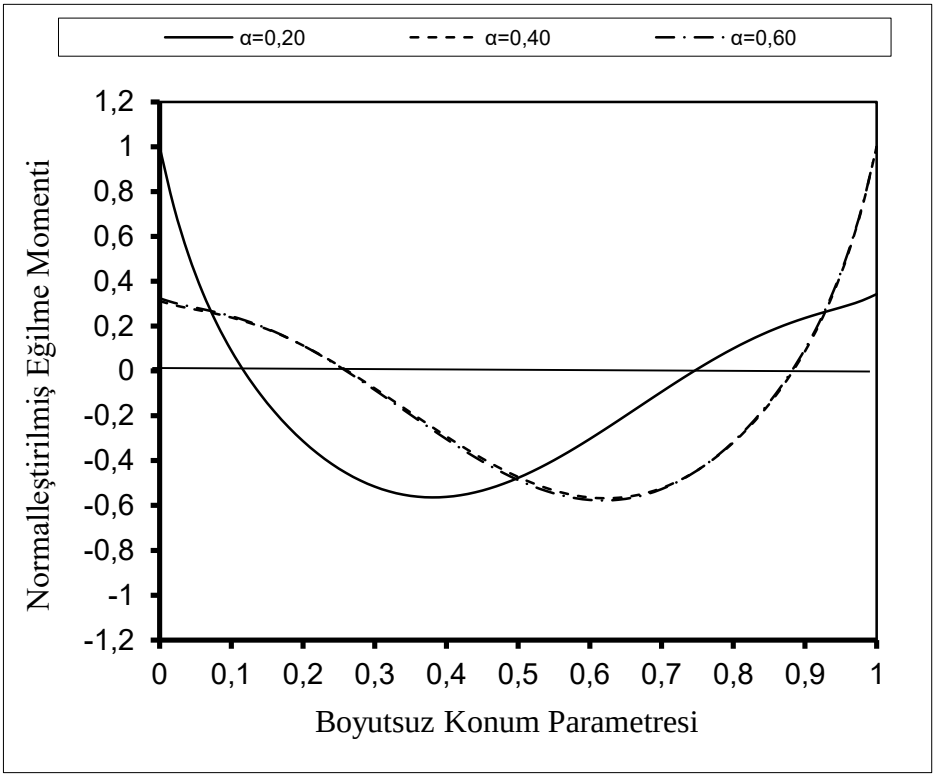


Şekil 4.16 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$.

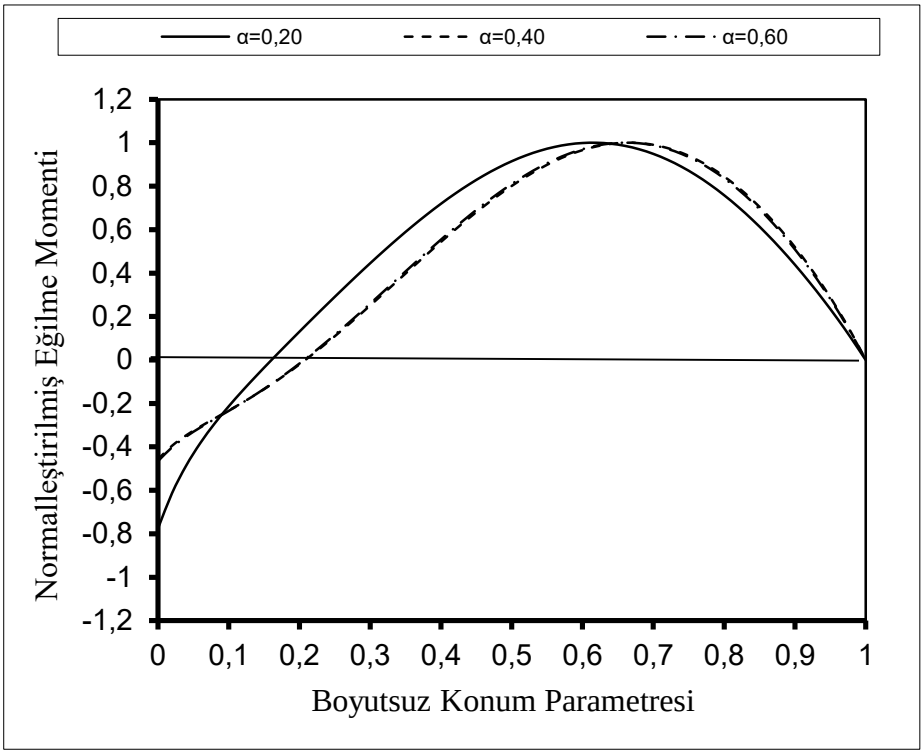


Şekil 4.17 Her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$.

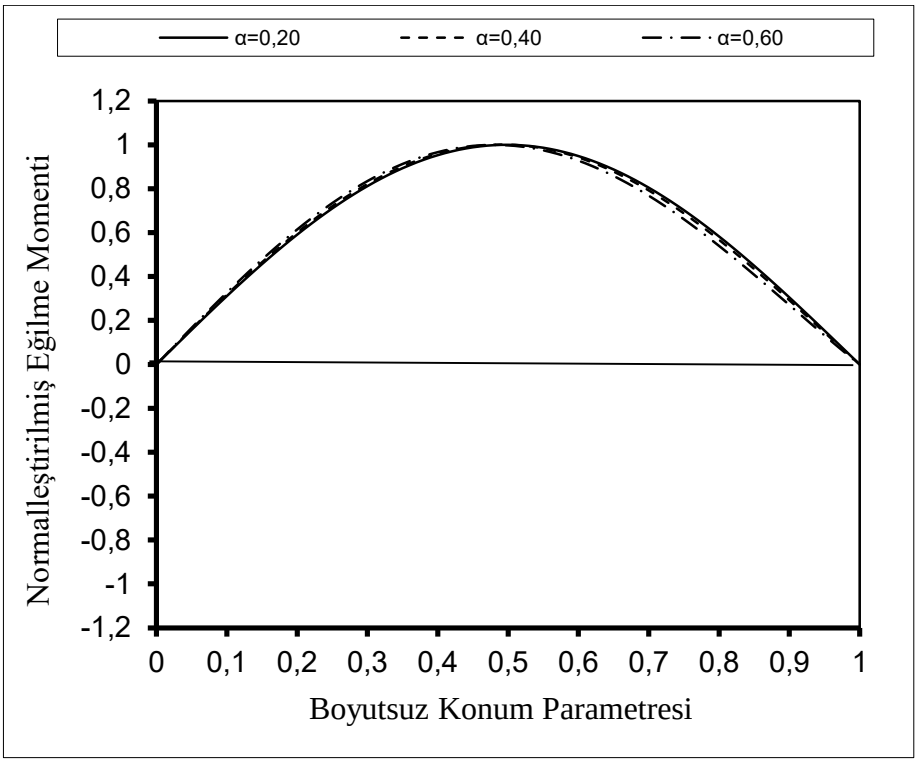
Sabit eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,40$) ve değişken eksenel hız ($\alpha = 0,20$, $\alpha = 0,40$ ve $\alpha = 0,60$) etkisindeki Reddy-Bickford kirişlerinin birinci moduna ait normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramları; her iki ucu ankastre mesnetli kiriş için Şekil 4.18'de; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kiriş için Şekil 4.19'da ve her iki ucu basit mesnetli kiriş için Şekil 4.20'de sunulmuştur.



Şekil 4.18 Sabit eksenel çekme kuvveti, değişken eksenel hız etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\beta = 0,40$.

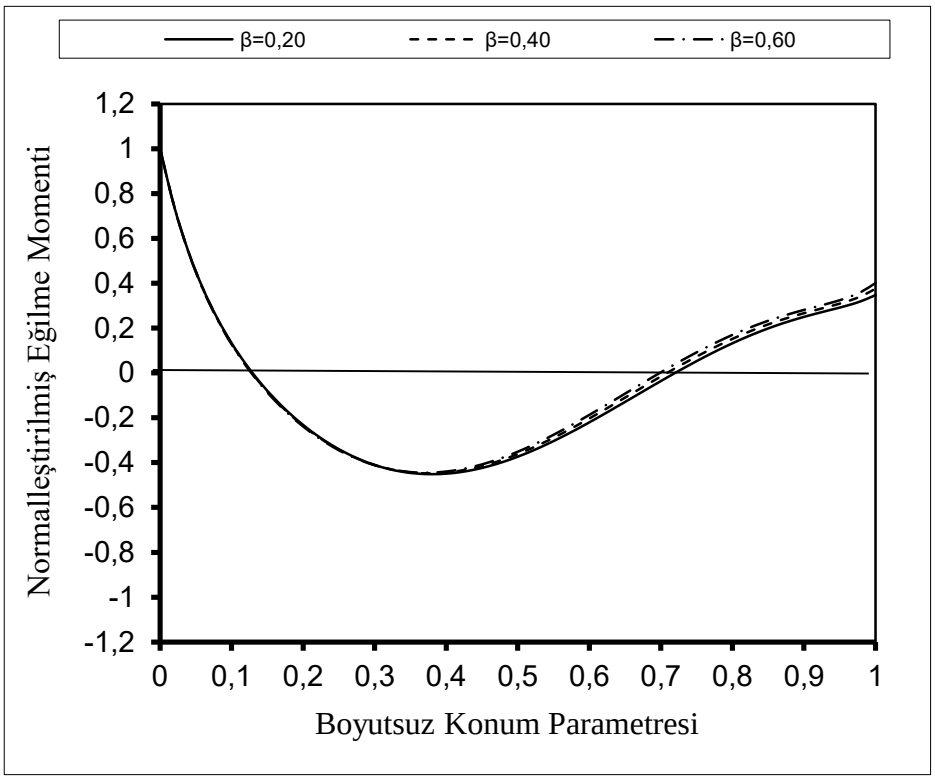


Şekil 4.19 Bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\beta = 0,40$.

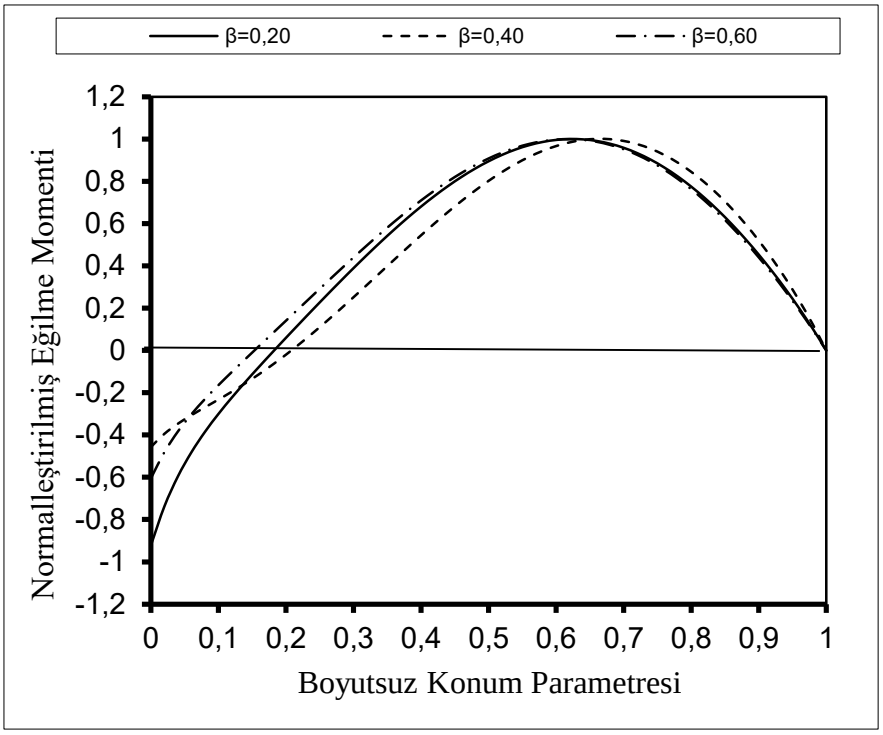


Şekil 4.20 Her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\beta = 0,40$.

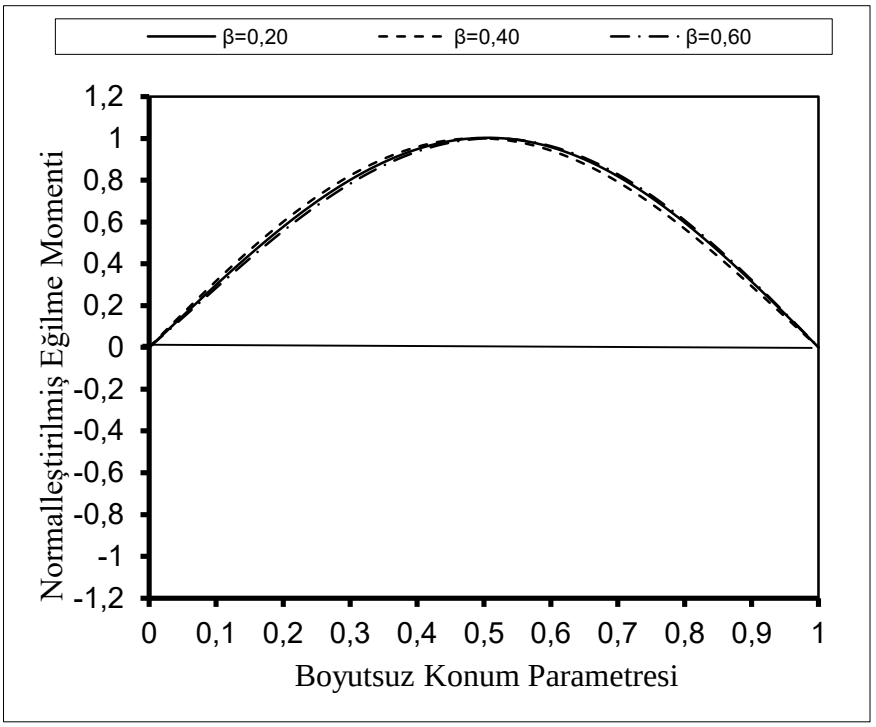
Sabit eksenel hız ($\alpha = 0,40$) ve değişken eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,20$, $\beta = 0,40$ ve $\beta = 0,60$) etkisindeki Reddy-Bickford kirişlerinin birinci moduna ait normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramları; her iki ucu ankastre mesnetli kiriş için Şekil 4.21'de; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kiriş için Şekil 4.22'de ve her iki ucu basit mesnetli kiriş için Şekil 4.23'de sunulmuştur.



Şekil 4.21 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,40$.



Şekil 4.22 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,40$.



Şekil 4.23 Sabit eksenel hız, değişken eksenel çekme kuvveti etkisinde her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait eğilme momenti diyagramları, $\alpha = 0,40$.

BÖLÜM BEŞ
SONUÇLAR

Mühendislik yapılarının emniyetli tasarımı için, dinamik davranış modelinin gerçek davranışı olabildiğince iyi yansıtması son derece önemlidir. Bu yaklaşımla tez kapsamında, yayılı kütleli hesap modeli ile Timoshenko kiriş teorisi (TKT) ve yüksek mertebeden kesme deformasyon teorilerinden Reddy-Bickford kiriş teorisi (RKT) dikkate alınarak, ivmelenen kirişlerin serbest titreşim analizi incelenmiştir.

Tezde kullanılan her iki kiriş teorisi için elde edilen hareket denklemleri öncelikle analitik metot kullanılarak, ardından Diferansiyel Transformasyon Metodu (DTM) kullanılarak çözülmüştür. DTM'nin TKT'nin yanısıra RKT için de son derece etkili ve hızlı bir çözüm yöntemi olduğu gözlemlenmiştir.

Sayısal uygulama kapsamında ilk olarak; her iki ucu ankastre mesnetli; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ve her iki ucu basit mesnetli ivmelenen Timoshenko kirişlerinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri hesaplanarak tablolar halinde sunulmuş ve mod şekilleri çizilmiştir. Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3'den anlaşılacağı üzere her üç sınır koşulu için, sabit eksenel çekme kuvveti ve artan eksenel hız etkisinde açısal frekans değerleri azalmaktadır. Buna karşın, ivmelenen Timoshenko kirişlerinin açısal frekans değerleri, sabit eksenel hız ve artan eksenel çekme kuvveti etkisinde artma eğilimi göstermektedir. Sabit eksenel hız ve sabit eksenel çekme kuvveti etkisi altındaki Timoshenko kirişlerinde; en yüksek açısal frekans değerleri her iki ucu ankastre mesnetli kirişte, en düşük açısal frekans değerleri her iki ucu basit mesnetli kirişte gözlemlenmiştir. Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3'de sunulan açısal frekans değerlerinin incelenmesi neticesinde 44 terim sayısı için; her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişi ile bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinde, DTM kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerlerinin, analitik metot kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerleri ile birebir örtüştüğü; her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinde ise; 42 terim sayısı için DTM kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerlerinin, analitik metot kullanılarak hesaplanan üçüncü mod

açısal frekans değerleri ile birebir örtüştüğü gözlemlenmiştir. $\alpha = 0,50$ ve $\beta = 0,50$ değerleri kullanılarak, her iki ucu ankastre mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri Şekil 4.2'de, bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri Şekil 4.3'de ve her iki ucu basit mesnetli Timoshenko kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri Şekil 4.4'de sunulmuştur.

Sayısal uygulama kapsamında ikinci olarak; her iki ucu ankastre mesnetli; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli ve her iki ucu basit mesnetli ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin ilk üç moduna ait açısal frekans değerleri hesaplanarak tablolar halinde sunulmuş, normalleştirme yapılarak mod şekilleri ve eğilme momenti diyagramları çizilmiştir. Tablo 4.4, Tablo 4.5 ve Tablo 4.6'dan anlaşılacağı üzere her üç sınır koşulu için, eksenel çekme kuvveti sabit olduğunda ve eksenel hızda artış meydana geldiğinde açısal frekans değerlerinde azalma gözlemlenmiştir. Buna karşın, eksenel hızın sabit kaldığı ve eksenel çekme kuvvetinde artış olduğu durumda, açısal frekans değerlerinde artma eğilimi gözlemlenmiştir. Timoshenko kirişlerindekine benzer şekilde; sabit eksenel hız ve sabit eksenel çekme kuvveti etkisi altındaki Reddy-Bickford kirişlerinde; en yüksek açısal frekans değerleri her iki ucu ankastre mesnetli kirişte, en düşük açısal frekans değerleri her iki ucu basit mesnetli kirişte gözlemlenmiştir. Tablo 4.4'de sunulan açısal frekans değerlerinin incelenmesi neticesinde, 72 terim sayısı için; her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinde, DTM kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerlerinin, analitik metot kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerleri ile birebir örtüştüğü; Tablo 4.5'de sunulan açısal frekans değerlerinin incelenmesi neticesinde, 74 terim sayısı için; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinde, DTM kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerlerinin analitik metot kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerleri ile birebir örtüştüğü; Tablo 4.6'da sunulan açısal frekans değerlerinin incelenmesi neticesinde, 70 terim sayısı için; her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinde, DTM kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerlerinin, analitik metot kullanılarak hesaplanan üçüncü mod açısal frekans değerleri ile birebir örtüştüğü gözlemlenmiştir. $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ değerleri

kullanılarak, her iki ucu ankastre mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri Şekil 4.6'da; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri Şekil 4.7'de ve her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişinin ilk üç moduna ait mod şekilleri Şekil 4.8'de sunulmuştur.

Eksenel hızın, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait birinci mod şekilleri üzerindeki etkisi, farklı sınır koşulları için Şekil 4.9, Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'de sunulmuştur. Şekil 4.9' da görüldüğü üzere; sabit eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,20$) etkisi altında, her iki ucu ankastre mesnetli kirişte; $\alpha = 0,20$ ve $\alpha = 0,40$ için mod şekillerinin aynı olmasına karşın, $\alpha = 0,60$ değeri için maksimum deplasmanının, kirişin z = 1 ucuna doğru kaydığı gözlemlenmiştir. Şekil 4.10'da görüldüğü üzere, sabit eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,20$) etkisi altında bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kirişte; $\alpha = 0,40$ ve $\alpha = 0,60$ için mod şekilleri aynı olup, $\alpha = 0,20$ değeri için maksimum deplasman kirişin z = 0 ucuna daha yakın meydana gelmiştir. Şekil 4.11'de sunulan her iki ucu basit mesnetli kirişte, sabit eksenel çekme kuvveti ($\beta = 0,20$) etkisi altında maksimum deplasman her üç α değeri için oldukça yakın bir konumda oluşmuştur.

İvmelenen kiriş probleminin önemli parametrelerinden biri olan eksenel çekme kuvvetinin, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin serbest titreşimine ait birinci mod şekilleri üzerindeki etkisi, farklı sınır koşulları için Şekil 4.12, Şekil 4.13 ve Şekil 4.14'de sunulmuştur. Şekil 4.12'de görüldüğü üzere, sabit eksenel hız ($\alpha = 0,60$) etkisi altında, her iki ucu ankastre mesnetli sistemde; $\beta = 0,20$ ve $\beta = 0,40$ için birinci mod şekilleri aynı olup, $\beta = 0,60$ değeri için maksimum deplasman, kirişin ζ = 0 ucuna daha yakın meydana gelmiştir. Şekil 4.13'de görüldüğü üzere; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kirişin birinci mod şekillerinde kayda değer bir değişiklik olmayıp, maksimum deplasmanın yeri her üç eksenel çekme kuvveti için birbirine oldukça yakındır. Şekil 4.14'de sunulan, her iki ucu basit mesnetli Reddy-Bickford kirişi için, sabit eksenel hız etkisinde, eksenel çekme

kuvvetindeki değişimin birinci mod şekli üzerindeki etkisinin oldukça az olduğu gözlemlenmiştir.

Eksenel doğrultuda ivmelenen Reddy-Bickford kirişlerinin $\alpha = 0,60$ ve $\beta = 0,20$ değerleri için, ilk üç moda ait normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramları, farklı sınır koşulları için Şekil 4.15, Şekil 4.16 ve Şekil 4.17'de sunulmuştur. Eksenel hızın, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramları üzerindeki etkisi, farklı sınır koşulları için Şekil 4.18, Şekil 4.19 ve Şekil 4.20'de sunulmuştur. Şekil 4.18'de görüldüğü üzere, her iki ucu ankastre mesnetli kirişte; $\alpha = 0,20$ için maksimum eğilme momenti $\zeta = 0$ ucunda oluşurken, $\alpha = 0,40$ ve $\alpha = 0,60$ değerleri için maksimum eğilme momenti $\zeta = 1$ ucunda oluşmaktadır. Şekil 4.19'da görüldüğü üzere; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit mesnetli kirişte, her üç eksenel hız değeri için maksimum eğilme momenti kiriş açıklığında oluşmaktadır. Bununla birlikte; $\alpha = 0,40$ ve $\alpha = 0,60$ değerleri için maksimum eğilme momentinin oluştuğu nokta, $\alpha = 0,20$ değerine göre $\zeta = 1$ ucuna bir miktar ötelenmiştir. Her iki ucu basit mesnetli kiriş için, sabit eksenel çekme kuvveti altında, eksenel hızdaki değişimin, kirişin birinci moduna ait maksimum eğilme momentinin oluştuğu noktanın konumu üzerindeki etkisinin oldukça düşük olduğu Şekil 4.20'de görülmektedir.

Eksenel çekme kuvvetinin, ivmelenen Reddy-Bickford kirişinin birinci moduna ait normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramları üzerindeki etkisi farklı sınır koşulları için Şekil 4.21, Şekil 4.22 ve Şekil 4.23'de sunulmuştur. Şekil 4.21'de görüldüğü üzere, her iki ucu ankastre mesnetli kirişte, kirişin sabit eksenel hız ($\alpha = 0,40$) etkisi altında, $\beta = 0,20$, $\beta = 0,40$ ve $\beta = 0,60$ değerleri için, kirişin birinci moduna ait maksimum eğilme momenti z=0 ucundaki mesnette oluşmaktadır. Şekil 4.22'de sunulan; bir ucu (ζ=0) ankastre, diğer ucu (ζ=1) basit kirişte, her üç eksenel çekme kuvveti değeri için maksimum eğilme momenti kiriş açıklığında oluşmaktadır. Şekil 4.23'de görüldüğü üzere; her iki ucu basit mesnetli kiriş için, sabit eksenel hız etkisi altında, eksenel çekme kuvvetindeki değişimin, kirişin birinci moduna ait normalleştirilmiş eğilme momenti diyagramı üzerinde kayda değer bir etkisi yoktur.

Sayısal uygulamalarda yer alan tüm sayısal sonuçlar, tablolar ve şekiller; Matlab R2014a ortamında geliştirilen bilgisayar programlarından elde edilen sonuçlara dayanılarak hazırlanmıştır. Tezde sunulan tüm mod şekilleri; boyutsuz konum parametresi için 0,05 aralıkla okuma yapılarak çizilmiştir. Eğilme momenti diyagramları kesitte oluşabilecek zorlamaların konumları açısından büyük önem arz ettiği için, bu diyagramlar çizilirken; boyutsuz konum parametresi için 0,02 aralıkla ilgili programlardan okuma yapılmıştır. Ayrıca, DTM için hazırlanan bilgisayar programlarının, analitik çözüm için hazırlanan programlara kıyasla oldukça hızlı bir şekilde sonuç verdiği çok sayıda analizde gözlemlenmiştir.

KAYNAKLAR

Arıkoğlu, A. ve Özkol, İ. (2010). Vibration analysis of composite sandwich beams with viscoelastic core by using differential transform method. *Composite Structures, 92,* 3031-3039.

Bağdatli, S. M., Özkaya, E. ve Öz, H. R. (2011). Dynamics of axially accelerating beams with an intermediate support. *Journal of Vibration and Acoustics*, *133*(031013), 1-10.

Bakioğlu, M. (2009). *Cisimlerin mukavemeti - Cilt 2* (2. Baskı), İstanbul: Beta Yayıncılık.

Banerjee, J. R. ve Gunawardana, W. D. (2007). Dynamic stiffness matrix development and free vibration analysis of a moving beam. *Journal of Sound and Vibration*, *303*(1-2), 135-143.

Bickford, W. B. (1982). A consistent higher order beam theory. *Development in Theoretical and Applied Mechanics, 11,* 137-150.

Chen, C.K. ve Ho, S.-H. (1996). Application of differential transformation to eigenvalue problems. *Applied Mathematics and Computation, 79*(2-3), 173-188.

Chen, L. Q., Tang, Y. Q. ve Lim, C. W. (2010). Dynamic stability in parametric resonance of axially accelerating viscoelastic Timoshenko beams. *Journal of Sound and Vibration*, *329*(5), 547-565.

Chopra, A. K. (2012). *Dynamics of structures, theory and applications to earthquake engineering* (4. Baskı), New Jersey: Prentice Hall.

Clough, R. W. ve Penzien, J. (2003). *Dynamics of structures* (3. Baskı), Berkeley: Computers & Structures, Inc.

Cowper, G. R. (1966). The shear coefficient in Timoshenko's beam theory. *Journal of Applied Mechanics, 33*(2), 335-340

Çatal, S. (2008). Solution of free vibration equations of beam on elastic soil by using differential transform method. *Applied Mathematical Modelling*, *32*(9), 1744-1757.

Demirdağ, O. ve Yeşilce, Y. (2011). Solution of free vibration equation of elastically supported Timoshenko columns with a tip mass by differential transform method. *Advances in Engineering Software*, *42*(10), 860-867.

Eisenberger, M. (2003a). An exact high order beam element. *Computers and Structures, 81*(3), 147-152.

Eisenberger, M. (2003b). Dynamic stiffness vibration analysis using a high-order beam model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *57*(11), 1603-1614.

Franciosi, C. ve Tomasiello, S. (2007). Static analysis of a Bickford beam by means of the DQEM. *International Journal of Mechanical Sciences*, *49*(1), 122-128.

Han, S. M., Benaroya, H. ve Wei, T. (1999). Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and Vibration*, *225*(5), 935-988.

Heyliger, P. R. ve Reddy, J. N. (1988). A higher order beam finite element for bending and vibration problems. *Journal of Sound and Vibration*, *126*(2), 309-326.

Ho, S. H. ve Chen, C. K. (1998). Analysis of general elastically end restrained non-uniform beams using differential transform. *Applied Mathematical Modelling*, *22*(4-5), 219-234.

Ho, S. H. ve Chen, C. K. (2006). Free transverse vibration of an axially loaded non-uniform spinning twisted Timoshenko beam using differential transform. *International Journal of Mechanical Sciences*, *48*(11), 1323-1331.

İnan, M. (1967). *Cisimlerin mukavemeti*, İstanbul: Arı Kitabevi Matbaası.

Jang, M., Chen, C. ve Liu, Y. (2001). Two-dimensional differential transform for partial differential equations. *Applied Mathematics and Computation*, *121*(2-3), 261-270.

Kennedy, G. J., Hansen, J. S. ve Martins, J. R. R. (2011). A Timoshenko beam theory with pressure corrections for layered orthotropic beams. *International Journal of Solids and Structures*, *48*(16-17), 2373-2382.

Kural, S. ve Özkaya, E. (2012). Vibrations of an axially accelerating, multiple supported flexible beam. *Structural Engineering and Mechanics, 44*(4), 521-538.

Lee, U., Kim, J. ve Oh, H. (2004). Spectral analysis for the transverse vibration of an axially moving Timoshenko beam. *Journal of Sound and Vibration*, *271*(3-5), 685-703.

Levinson, M. (1981). A new rectangular beam theory. *Journal of Sound and Vibration, 74*(1), 81-87.

Malik, M. ve Huy Dang, H. (1998). Vibration analysis of continuous systems by differential transformation. *Applied Mathematics and Computation*, *96*(1), 17-26.

Matlab R2014b (2014). The MathWorks, Inc.

Özdemir, Ö. ve Kaya, M. O. (2006). Flapwise bending vibration analysis of a rotating tapered cantilever Bernoulli-Euler beam by differential transform method. *Journal of Sound and Vibration*, *289*(1-2), 413-420.

Özkaya, E. ve Öz, H. R. (2002). Determination of natural frequencies and stability regions of axially moving beams using artificial neural networks method. *Journal of Sound and Vibration*, *252*(4), 782-789.

Paz, M. ve Leigh, W. (2004). *Structural dynamics, theory and computation* (5.Baskı), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Reddy J. N. (1984). A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics*, *51*(4), 745-752

Reddy, J. N., Wang, C. M. ve Lee, K. H. (1997). Relationships between bending solutions of classical and shear deformation beam theories, *International Journal of Solids and Structures*, *34*(26), 3373-3384.

Shabana, A. A. (1991). *Theory of vibration, volume II: Discrete and continious systems*, New York Berlin Heidelberg: Springer – Verlag.

Soldatos, K. P. ve Sophocleous, C. (2001). On shear deformable beam theories: the frequency and normal mode equations of the homogeneous orthotropic bickford beam. *Journal of Sound and Vibration*, *242*(2), 215-245.

Şimşek, M. (2010). Fundamental frequency analysis of functionally graded beams by using different higher-order beam theories. *Nuclear Engineering and Design*, *240*(4), 697-705.

Tang, Y. Q., Chen, L. Q. ve Yang, X. D. (2008). Natural frequencies, modes and critical speeds of axially moving Timoshenko beams with different boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*, *50*(10-11), 1448-1458.

Tang, Y. Q., Chen, L. Q., Zhang, H. J. ve Yang, S. P. (2013). Stability of axially accelerating viscoelastic Timoshenko beams: Recognition of longitudinally varying tensions. *Mechanism and Machine Theory*, *62*, 31-50.

Timoshenko, S. (1922). On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section, *Philosophical Magazine, 43*(253), 125-131.

Wang, C. M., Reddy J. N. ve Lee, K. H. (2000). *Shear deformable beams and plates: Relationship with classical solutions.* The Netherlands: Elsevier Science Limited.

Wickert, J. A. ve Mote, C. D. (1989). On the energetics of axially moving continua, *The Journal of The Acoustical Society of America*, *85*(3), 1365-1368.

Yan, Q.-Y., Ding, H. ve Chen, L.-Q. (2014). Periodic responses and chaotic behaviors of an axially accelerating viscoelastic Timoshenko beam. *Nonlinear Dynamics*, *78*(2), 1577-1591.

Yeşilce, Y. ve Çatal, S. (2009). Free vibration of axially loaded Reddy-Bickford beam on elastic soil using the differential transform method. *Structural Engineering and Mechanics*, *31*(4), 453-476.

Yeşilce, Y. ve Çatal, H. H. (2011). Solution of free vibration equations of semi-rigid connected Reddy-Bickford beams resting on elastic soil using the differential transform method. *Archive of Applied Mechanics*, *81*(2), 199-213.

Yeşilce, Y. (2009). *Yayılı kütleli sistemlerin yüksek mertebeden kesme deformasyonu teorisi Diferansiyel Quadrature (DQM) ve Diferansiyel Transformasyon (DTM) yöntemleri kullanılarak dinamik analizi,* Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yeşilce, Y. (2010). Differential transform method for free vibration analysis of a moving beam. *Structural Engineering and Mechanics*, *35*(5), 645-658.

Yeşilce, Y. (2011). Free vibrations of a Reddy-Bickford multi-span beam carrying multiple spring-mass systems. *Shock and Vibration*, *18*(2011), 709-726.

Yeşilce, Y. (2013). Determination of natural frequencies and mode shapes of axially moving timoshenko beams with different boundary conditions using Differential Transform Method. *Advances in Vibration Engineering, 12*(1), 89-108.

Zhou, J. K. (1986). *Differential transformation and its applications for electrical circuits.* Wuhan: Huazhong University Press.

EKLER

EK-1: DTM Uygulamaları İçin Matlab Ortamında Geliştirilen Bilgisayar Programlarında Kullanılan Değişkenler

AA : Kirişin enkesit alanıdır.

AG : Kirişin kayma rijitliğidir.

ALFA : Kirişin eksenel hızı için kullanılan boyutsuz çarpım faktörüdür.

BETA : Kirişe etkiyen eksenel çekme kuvveti için kullanılan boyutsuz çarpım faktörüdür.

EE : Malzemenin elastisite modülüdür.

EI : Kirişin eğilme rijitliğidir.

GG : Kirişin kayma modülüdür.

II: Kiriş kesitinin atalet momentidir.

KK : Kesme düzeltme katsayısıdır.

KT: Analizde kullanılacak kiriş teorisidir (KT = TT; Timoshenko kiriş teorisini, KT = RT; Reddy-Bickford kiriş teorisini tanımlamaktadır).

L: Kirişin uzunluğudur.

M : Kirişin yayılı kütlesidir.

N : Kirişe etkiyen eksenel çekme kuvvetidir.

MK : Kirişin mesnet koşullarıdır (MK = A*; her iki ucu ankastre mesnetli kirişi, MK = AB; bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kirişi, MK = B*; her iki ucu basit mesnetli kirişi tanımlamaktadır).

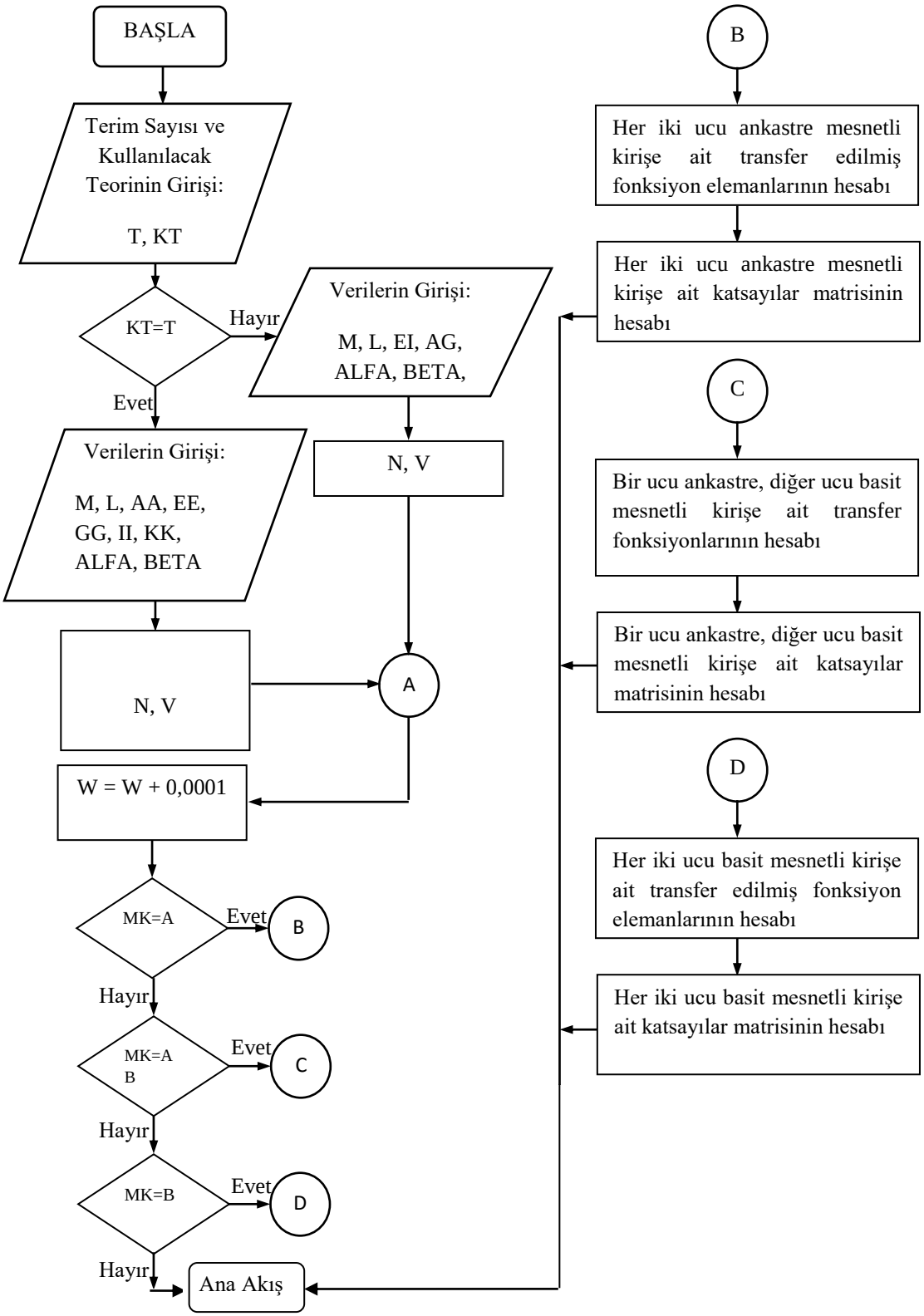
T: DTM'nin analitik çözüme yeterli hassasiyetle yakınsaması için gerekli terim sayısıdır.

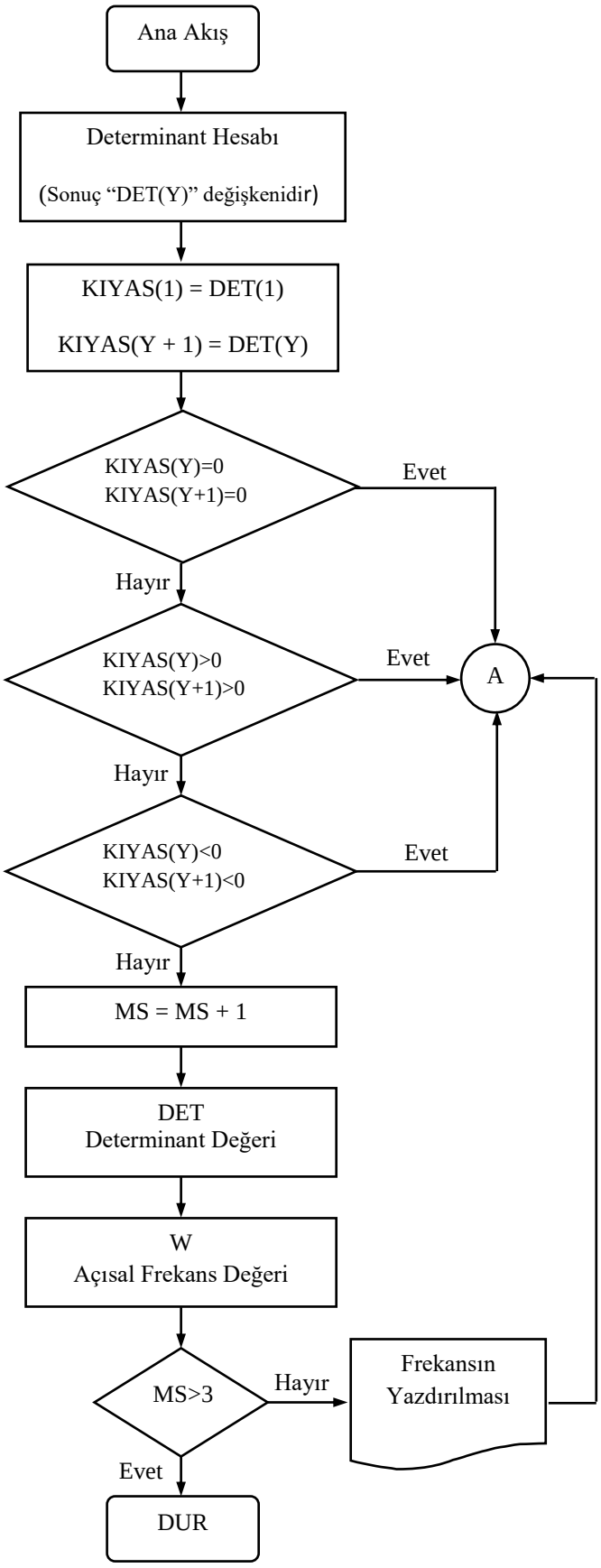
TETA : Sadece ivmelenen Reddy-Bickford kirişleri için kullanılan rijitlik oranıdır.

V : Kirişin eksenel hızıdır.

W : Açısal frekans değeridir.

EK-2: DTM Uygulamaları İçin Matlab Ortamında Geliştirilen Bilgisayar Programlarına Ait Akış Şeması




Ana Akış
Determinant Hesabı
(Sonuç "DET(Y)" değişkenidir)
KIYAS(1) = DET(1)
KIYAS(Y + 1) = DET(Y)
KIYAS(Y)=0
KIYAS(Y+1)=0
Evet
Hayır
KIYAS(Y)>0
KIYAS(Y+1)>0
Evet
A
Hayır
KIYAS(Y)<0
KIYAS(Y+1)<0
Evet
Hayır
MS = MS + 1
DET
Determinant Değeri
W
Açısal Frekans Değeri
MS>3
Hayır
Frekansın
Yazdırılması
Evet
DUR