T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ ÖĞRETİMİN ÖĞRENCİLERİN LİNEER CEBİR ÖĞRENİMİNE VE MATEMATİĞE YÖNELİK TUTUMLARINA ETKİSİ

DİLEK İZGİOL

İzmir
2014

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ ÖĞRETİMİN ÖĞRENCİLERİN LİNEER CEBİR ÖĞRENİMİNE VE MATEMATİĞE YÖNELİK TUTUMLARINA ETKİSİ

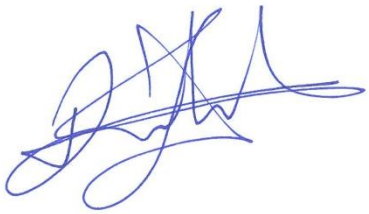
Dilek İZGİOL

Danışman
Doç. Dr. Cenk KEŞAN

İzmir
2014

YEMİN

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum ‘Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi’ adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Kaynak Dizini’nde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.



14/07/2014

Dilek İZGİOL

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

Dilek İZGİOL tarafından Doç. Dr. Cenk KEŞAN yönetiminde hazırlanan Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından "**Yüksek Lisans Tezi**" olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Cenk KEŞAN
Danışman

Doç. Dr. Süha YILMAZ
Jüri Üyesi

Doç. Dr. Adem ÇELİK
Jüri Üyesi

15./.07.2014

Doç. Dr. Ali Günay BALIM
Enstitü Müdürü

Adres: Uğur Mumcu Cad.135 Sk. No:5 35150 Buca/İZMİR
Telefon: +90 (232) 440 09 08 - 440 09 11 **Faks:** +90 (232) 420 60 45
e-posta: egitimbil@deu.edu.tr

T.C
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	10029268
Yazar Adı / Soyadı	DİLEK İZGİOL
Uyruğu / T.C.Kimlik No	TÜRKİYE / 22388203514
Telefon	5067915459
E-Posta	dilekizgiol90@gmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi
Tezin Tercümesi	A Study on the Effects of Technology-Assisted Multiple Representations-Based Instruction on Students' Linear Algebra Learning and Attitudes Towards Mathematics
Konu	Eğitim ve Öğretim = Education and Training
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Bölüm	İlköğretim Bölümü
Anabilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı
Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2014
Sayfa	100
Tez Danışmanları	DOÇ. DR. CENK KEŞAN 22244190712
Dizin Terimleri	
Önerilen Dizin Terimleri	Lineer Cebir Öğretimi, Teknoloji Destekli Öğretim, Çoklu Temsil Temelli Öğretim, Matematiğe Yönelik Tutum
Kısıtlama	Yok

Yukarıda bilgileri kayıtlı olan tezimin, bilimsel araştırma hizmetine sunulması amacı ile Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanında arşivlenmesine ve internet üzerinden tam metin erişime açılmasına izin veriyorum.

15.07.2014

İmza:.....

TEŞEKKÜR

İlk olarak, lisans eğitimim sürecinde yeteneğimi keşfetmemi ve gelecekte akademisyen olma hayalimin peşine düşmemi sağlayan, yüksek lisans eğitimim boyunca her aşamada bana destek olan, hiçbir zaman yardımını esirgemeyen, akademik kariyeriyle örnek olan, tekrar dünyaya gelsem de yine danışmanım olmasını isteyeceğim kıymetli hocam Sayın Doç Dr. Cenk KEŞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmaya katkılarından dolayı Sayın Doç. Dr. Süha YILMAZ ve Sayın Doç. Dr. Adem ÇELİK' e teşekkürlerimi sunarım. Sahip olduğu engin deneyim ve akademik bilgilerle bana her zaman destek olan abim Deniz KAYA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans öğrenimim süresince araştırmalarımda ve bilimsel etkinliklere katılımımda bana maddi olarak destek olan TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Dairesi Başkanlığı'na teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmamızın uzaktan eğitim sistemi desteğini sağlayan Prof. Dr. Vahap TECİM ve Uzm. Emre KARAGÖZ başta olmak üzere Dokuz Eylül Üniversitesi Uzaktan Eğitim Uygulama ve Araştırma Merkezi'ne (DEUZEM) teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez, 2013.KB.EĞT.007 nolu proje kapsamında Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir. Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi'ne araştırmama katkılarından dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

Hayatım boyunca beni destekleyen ve her zaman yanımda olan babam Hüseyin Metin İZGİOL, annem Aliye İZGİOL, kardeşlerim Aslı İZGİOL ve Murat İZGİOL' a hayatımda var oldukları için sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum ve bu çalışmayı aileme ithaf ediyorum.

Dilek İZGİOL

14.07.2014

İÇİNDEKİLER

Yemin …… i
Tutanak……... ii
Yüksek Öğretim Kurulu Dökümantasyon Merkezi Tez Veri Formu……. iii
Teşekkür…….. iv
İçindekiler…… v
Tablo Listesi……. viii
Şekil Listesi…….. ix
Özet ve Anahtar Kelimeler……... x
Abstract and Key Words…….. xii
BÖLÜM I……. 1
GİRİŞ…… 1
1.1. Problem Durumu…… 2
1.2. Amaç ve Önem……..... 5
1.3. Problem Cümlesi…… 7
1.4. Alt Problemler……... 7
1.5. Sayıltılar……..... 8
1.6. Sınırlılıklar…….. 8
1.7. Tanımlar…….. 8
1.8. Kısaltmalar……..... 8
BÖLÜM II……. 10
İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR……. 10
2.1. Teknoloji/Bilgisayar Destekli Matematik Eğitimi ve Öğretimi ……..... 10
2.2. Çoklu Temsil Temelli Öğretim ……... 15
2.3. Lineer Cebir Öğretimi …….. 21
2.4. Lineer Cebirde Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Yeri ve Önemi ……... 22
2.5. Matematiğe Yönelik Tutum……. 24
BÖLÜM III…….. 27
YÖNTEM……. 27
3.1. Araştırmanın Modeli……. 27
3.2. Çalışma Grubu…….. 29

3.3. Veri Toplama Araçları…….. 32
3.3.1. Lineer Cebir Testi……..... 32
3.3.2. Matematik Tutum Ölçeği…… 32
3.3.3. Görüşme Formu…….. 33
3.4. Pilot Çalışmalar…… 33
3.4.1. Lineer Cebir Testi……..…….. 33
3.5. Deneysel Uygulama……..... 35
3.5.1.TeÇoLi de Kullanılan Cebirsel Temsil…….. 36
3.5.2.TeÇoLi de Kullanılan Grafik Temsil…… 36
3.6. Verilerin Toplanması…… 37
3.7. Verilerin Çözümlenmesi……... 37
BÖLÜM IV…….. 39
BULGULAR VE YORUMLAR……. 39
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar…… 39
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar…….. 42
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar…….. 43
4.4. Görüşme Formuna İlişkin Bulgular…… 43
BÖLÜM V……... 48
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER…….. 48
5.1. Sonuç ve Tartışma……. 48
5.2. Öneriler…….. 50
KAYNAKÇA……... 51
EKLER……. 59
EK-1. Yasal İzin…… 60
EK-2. Matematik Tutum Ölçeği Kullanım İzni…… 61
EK-3. Matematik Tutum Ölçeği……... 62
EK-4. Görüşme Formu…….……... 64
EK-5. Lineer Cebir Testi Pilot Çalışma Verileri Madde Analizi……. 65
EK-6. Lineer Cebir Testi Madde Analizi ……. 69
EK-7. Lineer Cebir Testi ……. 70
EK-8. 1. Hafta Ders Planı ……. 78

EK-9. 2. Hafta Ders Planı …….. 79
EK-10. 3. Hafta Ders Planı …… 80
EK-11. Etkinlikler……..……. 81
EK-12. BAP Proje Kabul Bildirimi……..…….. 100

TABLO LİSTESİ

Tablo 1.Ön Test-Son Test Kontrol Gruplu Model…….. 28
Tablo 2.Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Tutum Ölçeği (Ön Test) ve Lineer Cebir Ara Sınav Notları Normallik Testi Sonuçları…… 30
Tablo 3.Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Tutum Ölçeği Ön Test Puanları Mann-Whitney U Testi Sonuçları…….. 30
Tablo 4.Deney ve Kontrol Gruplarının Lineer Cebir Ara Sınav Sonuçlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemler t-Testi Sonuçları……. 31
Tablo 5.Test Sorularının Ayırt Edicilik İndeksleri……..... 34
Tablo 6.Test Sorularının Madde Güçlükleri…… 34
Tablo 7.Ölçümlerin Normallik Analizleri……..... 40
Tablo 8.Deney ve Kontrol Grubunun Lineer Cebir Testi Sonuçlarına İlişkin Mann Whitney U-Testi Sonuçları……... 41
Tablo 9.Deney ve Kontrol Grubunun Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği Sonuçlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemler t-Testi Sonuçları……. 41
Tablo 10.Deney Öncesi ve Sonrası Matematiğe Yönelik Tutum Testi Puanlarının Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları…… 42
Tablo 11.Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği Ön Test ve Son Test Ortalama Puanların t-Testi Sonuçları……... 43
Tablo 12.Lineer Cebir Testine Göre Başarılı Düzeydeki Öğrencilerin Görüşme Formu Analiz Sonuçları…… 44
Tablo 13.Lineer Cebir Testine Göre Orta Düzeydeki Öğrencilerin Görüşme Formu Analiz Sonuçları…… 45
Tablo 14.Lineer Cebir Testine Göre Düşük Düzeydeki Öğrencilerin Görüşme Formu Analiz Sonuçları…… 46

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Çoklu Temsillerin İşlevsel Taksonomisi…….. 16

ÖZET

Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi

Dilek İZGİOL

Araştırma nicel ve nitel olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır.

Nicel bölümde, teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin lineer cebir öğrenimine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisini araştırmak üzere deneysel araştırma modellerinden ön test-son test kontrol gruplu model kullanılmıştır. Deneysel model Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim görmekte olan 73 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Deney grubunda teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretim toplam 35 öğrenciyle, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi ile lineer cebir öğretimi toplam 38 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Lineer cebir testi geliştirme çalışmaları ise, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim görmekte olan, lineer cebir dersini önceden almış toplam 170 öğrenciyle pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Nitel bölümde ise öğrencilerin teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime yönelik görüşlerini analiz etmek üzere hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Çalışmada lineer cebir testi, matematik tutum ölçeği ve görüşme formu kullanılmıştır.

Deneysel çalışmadan elde edilen verilerin analizinde; Shapiro-Wilks normallik testi, İlişkili Örneklemler t-Testi, İlişkisiz Örneklemler t-Testi, Mann-Whitney U Testi ve Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır.

Deneysel çalışma sonucunda, teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimini alan deney grubu öğrencilerinin lineer cebir testi ortalamalarının,

geleneksel yöntemlerle lineer cebir öğretimini alan kontrol grubu öğrencilerinin lineer cebir testi ortalamalarına göre anlamlı derecede daha yüksek olduğu görülmüştür. Deney ve kontrol grubunun matematik tutum ölçeği puanları arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır.

Görüşme formu uygulaması sonucunda ise; deney grubu öğrencilerinin, teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime dayalı lineer cebir öğretimi, bu öğretim yönteminin diğer matematik alan derslerinde ve diğer matematik öğretim kademelerinde kullanımına ilişkin görüşlerinin olumlu yönde olduğu görülmektedir. Ancak teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime dayalı lineer cebir öğretiminin uzaktan eğitimle gerçekleştirilen bölümünde, öğrencilerin anlamadıkları yerleri anında soramamaları, internete erişimde yaşanan sorunlar ve internetteki dikkat dağıtıcı faktörler formda belirtilen olumsuz görüşler arasındadır.

Anahtar Kelimeler: Lineer Cebir Öğretimi, Teknoloji Destekli Öğretim, Çoklu Temsil Temelli Öğretim, Matematiğe Yönelik Tutum

ABSTRACT

A Study on The Effects of Technology-Assisted Multiple Representations-Based Instruction on Students' Linear Algebra Learning and Attitudes Towards Mathematics

Dilek İZGİOL

This research consist of two main parts; the first is a quantitative part and the second is qualitative part.

Pretest-posttest control group experimental design was used to research the effects of technology-assisted multiple representations-based instruction on students' linear algebra learning and attitudes towards mathematics in the quantitative part. The study was conducted with 73 pre-service elementary mathematics teachers receiving education at Department of Elementary Mathematics Education, Buca Faculty of Education, Dokuz Eylül University. The technology-assisted multiple representations-based instruction was carried out with total 35 pre-service primary mathematics teachers in the experiment group and the conventional linear algebra instruction was carried out with 38 pre-service primary mathematics teachers in the control group. Pilot study of linear algebra test was conducted with 170 pre-service elementary mathematics teachers receiving education at Department of Elementary Mathematics Education, Buca Faculty of Education, Dokuz Eylül University. Semi-structured interview form was used to analyze views of pre-service elementary mathematics teachers about technology-assisted multiple representations-based instruction. Linear algebra test, attitudes towards mathematics scale and interview form were used in the research.

Shapiro-Wilks homogeneity test, Dependent-Samples t Test, Independent-Samples t Test, Mann-Whitney U Test and Wilcoxon Signed-Rank Test were used in the analyzes of the obtained data from the quantitative part.

As a result of the study, it was indicated that average scores of linear algebra test of the experiment group was significantly higher than those of the control group. However, there was no significant difference between the experiment and control group's scores of attitudes towards mathematics scale.

As a result of the application of interview form, it was indicated that views of pre-service elementary mathematics teachers in the experiment group about the usage of technology-assisted multiple representations-based instruction in teaching of linear algebra and other mathematics domains at undergraduate and the other levels were positive. However, there were negative views about that students could not ask their questions while they were watching the videos, problems about internet access and distracting factors in the internet in the distance education part of the technology-assisted multiple representations-based linear algebra instruction.

Key Words: Linear Algebra Instruction, Technology-Assisted Instruction, Multiple Representations-Based Instruction, Attitudes Towards Mathematics.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu araştırmanın çatısı teknoloji destekli matematik öğretimine, çoklu temsil temelli öğretime, lineer cebir öğretimine ve matematiğe yönelik tutuma dayanmaktadır. Araştırmada teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin lineer cebir başarısına ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi araştırılmıştır. Deneysel çalışmada mevcut teknolojinin tüm olanaklarından yararlanılarak bir öğretim uygulaması gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Deneysel çalışmanın sonrasında ise uygulamanın sonuçları ortaya konmuştur. Araştırma genel olarak beş başlık altında toplanmıştır. Bölümlerin içerikleri hakkında bilgiler aşağıda sunulmuştur.

Birinci bölümde, araştırmanın konusu, problem durumu, amaç ve önemi, problem cümlesi ve alt problemleri, sayıltılar, sınırlılıklar, tezde kullanılan tanımlamalar ve kısaltmalar yer almaktadır.

İkinci bölümde, araştırma ile ilgili kuramsal bilgiler ve yine araştırma ile ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Bu bölüm teknoloji destekli matematik eğitimi ve öğretimi, çoklu temsil temelli öğretim, lineer cebir öğretimi ve matematiğe yönelik tutum başlıkları altında toplanmıştır. Her bir bölümde ilgili başlığa ait teorik bilgiler ve literatür araştırma sonuçları yer almaktadır.

Üçüncü bölümde, araştırmanın yönteminden bahsedilmektedir. Bu bölüm, araştırma deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, pilot çalışmalar, deneysel uygulama, verilerin toplanması, verilerin çözümlenmesi başlıkları altında toplanmıştır.

Dördüncü bölümde araştırmanın bulguları ve yorumlar bulunmaktadır. Bu bölümde uygulanan veri toplama araçlarından ele edilen verilerin analizleri, sonuçları ve yorumlar yer almaktadır.

Beşinci bölümde, araştırmanın bulgularına göre elde edilen sonuçlara, literatürdeki araştırma sonuçlarıyla yapılan karşılaştırmalara ve sonuçlar neticesinde yapılan önerilere yer verilmiştir

1.1. Problem Durumu

Zaman ilerledikçe, yeni keşifler yapıldıkça ihtiyaçlar da hızla artmaktadır. Eskiden kullanılan geleneksel öğretim yöntemleri zamanının iyisi konumundayken, yaşanan gelişmelerle eğitimde yeni yöntemler denenmeye, daha iyi daha etkili yöntemler keşfedilmeye çalışılmaktadır.

Bunlara en güncel örnekler, teknolojinin eğitimde kullanılmasıyla denenmeye çalışılan yeni yöntemlerdir. Gelişen teknoloji ile birlikte, imkânlar da arttıkça, yeni yazılımlar, cihazlar eğitimdeki yerini almaya başlamaktadır. Günümüzde öğretimde kullanılan teknolojik cihazlar projeksiyon cihazı, bilgisayar, akıllı tahta, tablet bilgisayarlar gibi cihazlar olsa da gelecekte bunların yerini daha fonksiyonel, daha modern cihazlar alacaktır. Ancak matematik eğitiminde önemli olan hangi cihazın kullanıldığı değil hangi cihazın nasıl, neden, hangi yöntemlerle kullanıldığı sorularıdır.

Günümüzde matematik eğitiminde teknoloji kapsamında yapılan farklı konularda araştırmaların bir bölümünü çoklu temsillerle ilgili araştırmalar oluşturmaktadır. Çoklu temsillerin matematik eğitiminde kullanılmasının matematikteki başarıyı arttırdığını gösteren çalışmalar vardır (Ainsworth et al.,1997; Adıgüzel ve Akpınar, 2004; Akkuş-Çıkla, 2004; Moseley & Brenner, 1997; Nishizawa et al., 2009; Özgün-Koca, 2004).

Çoklu temsillerin, bilgisayar ortamında hazırlanmasıyla, öğrencilerin temsilleri manipüle edebilecekleri, temsiller arasındaki ilişkileri daha kolay görebilecekleri, temsiller arasında bağlantı kurabilecekleri, böylece kavramları daha kolay anlayabileceği öğrenme ortamları oluşturulabilir. Ancak bu ortamların nasıl düzenlendiği, öğretmen ve öğrenci rollerinin ne olacağı, hangi yöntem ve tekniklerin kullanılacağı, hangi teknolojik cihazların ya da matematik yazılımlarının ya da interaktif ortamların kullanılacağı, kullanılacak teknolojinin öğretimdeki rolünün ne olacağı, hangi temsillerin kullanılacağı, temsiller arası bağlantı kurulabilecek ortamların oluşturulup oluşturulmayacağı, temsillerin öğretimdeki rollerinin neler olacağı gibi sorular cevaplanarak kaliteli öğrenme ortamları düzenlenebilir.

Bazı araştırmacılar tarafından Bilgisayar Cebir Sistemleri'nin (BCS) öğrenme öğretme sürecinde önemli bir araç olduğu ve matematiksel becerileri arttıracağı belirtilmiştir (Leinbach et al., 2002). BCS destekli derslerde öğrenciler kalabalık işlemlerle vakit kaybetmek yerine kullanılan 3B temsillerle kavramsal öğrenmelere daha fazla vakit ayırırlar. Teknoloji destekli çoklu temsillerle gerçekleştirilen araştırmalar sonucunda; öğrenciler teknoloji desteği sayesinde çoklu temsilleri bir arada kullanabildiklerini, böylece çoklu temsiller arasındaki geçişlere kolayca ulaşabildiklerini ve böyle uygulamaların kendi matematiksel anlamlandırmalarını arttırdığını belirtmişlerdir (Özgün-Koca, 2004; Juersivich et al., 2009). Juersivich ve diğer.'in (2009) araştırması sonucunda, öğretmen adayları kendi öğrenmelerinde teknoloji destekli çoklu temsillerin yararını açıkça gördükleri için bu yöntemi kendi öğrencilerinde uygulayacaklarını söylemişlerdir.

Çoklu temsiller, uygun kullanım standartlarının belirlenmesiyle, matematik öğretiminin her kademesinde kullanılabilir. Çoklu matematiksel temsillerin kullanımı öğrencilerin matematiksel kavram anlayışlarını destekler ve teknolojik müdahale, somut işlemden soyut düşünmeye geçişi arttıran ve sürekli öğrenme için temel sağlayan temsillerin çoklu kullanımına olanak sağlar (Ozel ve diğer., 2008). Mallet'in (2007) BCS Maple kullanımıyla lineer denklem sistemlerinde çoklu temsillerin kullanılması üzerine yaptıkları çalışmasında, çoklu temsillerin kullanıldığı ortamların sağlanmasıyla öğrencilerin alternatif temsilleri deneyerek

hangilerinin kendi öğrenme stillerine daha yakın olduğuna karar verebildiklerini belirtmiştir. Lineer cebir gibi soyut kavramlar içeren, öğrencilere anlaşılması zor gelen kavramlara sahip bir dersin öğretiminde teknoloji destekli çoklu temsiller kullanılabilir. Bunun en yaygın kullanımı Maple, Mathematica, Geogebra gibi matematik yazılımlarında hazırlanan temsillerin öğrencilere sunumudur.

Araştırmalar çoklu temsil kullanımının öğrencilerin başarısını arttırdığını göstermektedir. Bunun yanında teknolojik yardımlarla çoklu temsillerin hazırlanması, çoklu temsiller arasında ilişki ve bağlantı kurulabilecek ortamların oluşturulması, öğrencilerin derse karşı dikkatlerinin yöneltilmesi ve öğrencilerin derinlemesine öğrenmeleri gerçekleştirebilecekleri ortamların oluşturulması kolaylaşmaktadır. Bu bağlamda soyut ve anlaşılması zor kavramlar içeren lineer cebir dersinde teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretiminin kullanılması öğrencilerin lineer cebir başarılarını ve matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkileyebilir.

Yapılan literatür çalışmaları sonucunda yurtdışında çoklu temsillerin ve aralarında ilişki kurabilmenin önemine, teknoloji destekli çoklu temsillerin kullanımına ve özellikle bu konularda cebir ve lineer cebir alanlarına odaklanmış çalışmalar bulunmaktadır (Amit & Fried, 2005; Brown, 1996; Kollöffel et al., 2005). Ülkemizde ise, çoklu temsillerin ve aralarında ilişki kurabilmenin önemine ve teknoloji destekli çoklu temsil kullanımına yönelik çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir.

Araştırmada kullanılacak teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimi yöntemi, teknoloji desteğinin alınması ve çoklu temsillerin lineer cebir alanında kullanılması açısından literatürdeki ilk çalışmalardan olacaktır. Kullanılacak yöntemle lineer cebir dersinde kullanılan geleneksel yöntemlere karşı yeni bir öğretim yöntemi kazandırılacaktır. Ayrıca bu yöntem, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarına hem daha derin alan bilgisini hem de öğretmen olduğunda kullanması gereken çoklu temsillerle ilgili pedagojik alan bilgilerini kazandırabilecek

bir yöntem olacağı düşünüldüğü için araştırmanın literatüre katkılar sağlayacağı umulmaktadır.

1.2.Amaç ve Önem

Matematik aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dildir (MEB, 2013). Derste etkili iletişim kurabilmek için, matematik dilinin sahip olduğu anlamları bilmek ve onları yorumlayabilmek, matematik dilini anlamlı ve etkili bir şekilde kullanabilmek gerekir. Ancak bu önemli hususun vurgulanmaması, özellikle matematiğin daha soyut alanlarından olan lineer cebir dersinde etkisini daha fazla göstermektedir. Etkili iletişimin gerçekleşmesi ve kavramların derinlemesine öğrenilebilmesi için lineer cebir dersinde çoklu temsilleri etkili kullanabilme ve bunlar arasında geçiş yapabilme becerilerine sahip olmak gerekir. Bu becerilere sahip olmak, matematiksel kavramları derinlemesine öğrenebilme ve kavramlar arasında sağlam köprüler kurma becerilerini de beraberinde getirecektir.

Matematiksel problemle meşgul olan biri için, tek bir gösterim şekli problem durumu ile ilgili ona tek bir bakış açısı sağlarken, farklı gösterimlerin kullanılması problem durumunu birçok yönden ele alma ve inceleme fırsatı vermektedir (Driscoll, 1999; Mc Gowan & Tall, 2001). Grafiksel, sözel temsillerden ve gerçek yaşam uygulamalarından yoksun olarak sadece sembolik kurallarla öğretilen lineer cebir dersi, öğrencileri kavramları ezberlemeye iter ve sınavlardan sonra ezberledikleri kavramları unutmalarına yol açar. Öğrencilerin lineer cebir kavramsal bilgilerini oluşturmaya yardımcı olmak için, vektör denklemleri, denklemlerden oluşturulan 3B grafikler ve denklemler ile grafiklerin özelliklerinin sözel açıklamaları olmak üzere üç temsilin dinamik ilişkilerini sunan bir öğrenme sistemi, öğrencilerin 3B lineer cebirde üç temsil arasındaki bağlantıları kurarak, hem lineer cebir dersinde öğrendiklerini hangi alanlarda kullanacaklarını öğrenmeleri hem öğrendikleri bilgileri üç farklı temsil biçimiyle yorumlayabilmeleri hem de kavram yanılgılarına yol açabilecek düşüncelerini düzeltebilmeleri sağlar (Nishizawa et al., 2009).

Matematik eğitiminin asıl hedefi sembolik ya da formal olarak algılanan ama öğrencilerin anlamlandırmalarını zenginleştiren, yanı sıra öğrencilere sembolik formal düşünme için daha iyi bir temel sunarak bu hedefi yerine getiren lineer cebir kavramlarının öğretimine görsel, somutlaştırıcı bir yaklaşımı kullanan öğrencilerin temsillerinin gücünü arttırmak olmalıdır (Stewart & Thomas, 2009). Bunun için matematiğin farklı alanlarında öğrencilerin matematik becerilerini desteklemek üzere öğrencilere çoklu temsil becerilerini kazandırabilecek öğretmenlere ihtiyaç vardır (Erbaş, 2005). Görüldüğü gibi matematiğin pek çok alanında çoklu temsillerle ilgili beceriler önemli yer tutmaktadır. Ancak gerek matematik öğretmen adaylarıyla, gerek diğer öğretim seviyelerindeki öğrencilerle yapılan çalışmalar sonucunda, öğrencilerin çoklu temsillerden bir ya da bir kaçını sıklıkla kullandıkları ve bunlar arasında geçiş yapamadıkları tespit edilmiştir (Çelik, 2007; Durkaya ve diğer., 2011; İpek ve Okumuş, 2012; Kardeş, 2010; Sert, 2007). Bu sonuçlar ülkemizdeki öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma bakımından yeterli seviyede olmadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin olmaları gereken seviyelere taşınmaları için kullanılacak yöntemlerde teknolojinin taşıdığı önem göz önünde bulundurulmalıdır.

Eğer ortaokul düzeyindeki öğrencilerin iletişim becerilerinin artması için çoklu temsil kullanımı ve aralarında geçiş yapabilme becerilerini kazanmalarını istiyorsak, ilgili konuda pedagojik alan bilgisine sahip olan öğretmenlere ihtiyacımız vardır. Yani çoklu temsiller konusunda donanımlı öğretmenler yetiştirmek gerekir. Bu nedenle gerçekleştirilmiş olan çalışma, çoklu temsil kullanım becerilerini öğretmen adaylarına kazandırmak açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışmada, teknolojinin desteğiyle soyut ifadeleri somut hale getirerek ve lineer cebir dersini kalabalık işlemlerden kurtararak, öğrencilerin kavramsal öğrenme düzeylerini arttırmak için lineer cebir öğretimi teknoloji destekli çoklu temsil öğretimiyle gerçekleştirilmiştir. Böylece ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir dersindeki başarılarını ve matematiğe yönelik tutumlarını arttırmak hedeflenmiştir. Çalışma sonunda öğrencilerin teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretiminin dersteki anlama düzeylerine ve başarılarına olan olumlu etkisinin farkına vararak, bu uygulamanın önemini anlamaları ve yöntemi çeşitli derslere entegre ederek ileride kendi öğrencilerine de uygulama düşüncesine sahip olmaları

amaçlanmıştır. Araştırmada teknoloji destekli çoklu temsil temelli gerçekleştirilecek lineer cebir öğretimi için geliştirilecek etkinliklerin, diğer araştırmacılara, öğretmen ve öğretmen adaylarına faydalı olması amaçlanmaktadır.

1.3.Problem Cümlesi

"Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle gerçekleştirilen Lineer Cebir öğretimi ile geleneksel öğretim yöntemleriyle gerçekleştirilen Lineer Cebir öğretimine göre öğrencilerin başarılarında ve matematiğe yönelik tutumlarında farklılık var mıdır?"

1.4.Alt Problemler

1. Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan deney grubu ve geleneksel öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan kontrol grubunun:

   a)Lineer cebir başarı testi son test puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

   b)Matematiğe yönelik tutum son test puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

2. Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan deney grubundaki öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

3. Geleneksel öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan kontrol grubundaki öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

1.5.Sayıltılar

1. Deneysel uygulama sürecinde, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin dış etkenlerden eşit ölçüde etkilendiği varsayılmıştır.

2. Kullanılan ölçme araçları uygulama sürecinde, öğrencilerin cevapları içtenlikle yanıtlayarak sürece katıldığı varsayılmıştır.

1.6.Sınırlılıklar

1. Araştırma lineer cebir dersinin tüm konularını kapsamayacaktır.

2. Araştırma Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği 2. ve 3. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilecektir.

1.7.Tanımlar

Temsil: Matematikte kullanılan zihinde ya da fiziksel olarak oluşturulabilen bilişsel yapılar, sembol, tablo, grafik, yazılı ve sözel ifadeler, resim ve şekiller gibi matematiksel bir kavramı tasvir etmeye yarayan araçlardır.

İç Temsil: Zihnimizde bilişsel işlemler sonunda bir kavrama ilişkin ürettiğimiz önerme, ürün, sinir ağları gibi bilgi ve yapılardır (Zhang, 1997).

Dış Temsil: Çevremizdeki fiziksel sembol, nesne ya da objeler ile dışsal kurallar ya da fiziksel şekiller arası ilişkiler gibi bilgi ve yapı olarak tanımlanabilir (Zhang, 1997).

1.8. Kısaltmalar

BCS: Bilgisayar Cebir Sistemleri
ÖSYM: Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi

TeÇoLi: Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Lineer Cebir Öğretimi

SS: Standart Sapma

$\bar{x}$**:** Aritmetik Ortalama

N: Veri Sayısı

p: Anlamlılık Düzeyi

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde sırasıyla teknoloji/bilgisayar destekli öğretim, lineer cebir öğretimi, çoklu temsil temelli öğretim ve matematiğe yönelik tutumla ilgili yayın ve araştırmalara yer verilmiştir. Bölüm sonunda ise teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretiminden bahsedilmiştir.

2.1. Teknoloji/Bilgisayar Destekli Matematik Eğitimi ve Öğretimi

Teknolojinin matematik öğretiminde kullanımı gereklidir. Teknolojinin matematik öğretiminde kullanılması, öğrencilerin matematik becerilerini arttırır (Dost ve diğer., 2011). Teknolojinin kullanımında hangi öğretim yönteminin seçildiği, teknolojinin hangi rollerle eğitime dâhil edildiği, öğretmenin teknolojiyi dâhil etme becerileri, öğrencilerin mevcut teknolojiyi kullanma becerileri ve seçilen teknolojinin, yazılımın konu için uygunluğu önemlidir. Teknolojinin kullanımında, öğrencilerin bireysel mi yoksa işbirlikli olarak mı çalışacakları, öğretimin öğrenci merkezli mi yoksa öğretmen merkezli mi olacağı, kullanılan teknolojinin rolünün ne olacağı, öğretilecek konuya ve öğretim yöntemine uygun olarak teknolojinin seçilip seçilmediği durumları önemlidir (Drijvers, 2011).

Uygun yazılımın seçilmesi öğrenciler için önemlidir ve bu seçim öğretmenin teknolojiyi eğitime etkili bir şekilde dâhil etmedeki başarısıyla yakından ilişkilidir (Bitner & Bitner, 2002). Teknoloji kullanımı öğrenmenin kalitesini etkilediği gibi öğrenme de teknolojiyi etkiler, çünkü hazırlanan bir materyalin farklı zaman ve farklı yerlerde farklı öğretmenler tarafından öğrencilere sunulduğunda aynı teknolojik kullanımla sonuçlanmaz (Lynch, 2006).

Yapısalcılık kuramına göre öğrencilerin kendi öğrenmelerinde etkin rol almaları gereklidir. Bilgisayar ortamında yapılandırılan interaktif öğrenme ortamları öğrencilerin kendi öğrenmelerini gerçekleştirmeleri için güçlü yardımcılardır. Yapısalcılık kuramına uygun olarak düzenlenmiş teknoloji destekli matematik öğretiminde öğrenciler kendi öğrenmelerini gerçekleştirebilir ve matematiksel bilginin inşasında teknoloji önemli bir yardımcıdır (Pugalee, 2010).

Matematiğin tüm seviyelerinde ve tüm alanlarında, seviyeye ve konuya göre uygun düzenlendiği takdirde, teknoloji desteği alınabilir. Cebir öğretiminde matematik yazılımlarının kullanılması öğrencilerin konuları görsel olarak da tanımalarına ve kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesine olanak sağlamaktadır (Nwabueze, 2004). Matematik yazılımları, lineer cebir öğretiminde grafikleri çizebilen ve hesaplamaları yapabilen, böylece anlaşılması güç teorik ve hesaplama yaklaşımlarını kolayca anlaşılmasını sağlayan güçlü yardımcılardır (Kilicman et al., 2010).

Reis ve Özdemir (2010) Geogebra destekli öğretimin geleneksel yöntemlerle öğretime karşı etkililiğini belirleme üzere, toplam 204 on ikinci sınıf öğrencisiyle birlikte parabol öğretimi konusunda deneysel çalışma gerçekleştirmiştir. 102’ şer tane öğrenciden oluşan ve homojen olan deney ve kontrol grubu ile birlikte parabol konusuna yönelik öğretimi gerçekleştirmişlerdir. Deney grubunda Geogebra destekli parabol öğretimi, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle parabol konusunun öğretimi yapılmıştır. Öğrencilerin parabol konusundaki başarılarını ölçmek üzere parabol testi deney ve kontrol gruplarına ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Çalışma sonunda, Geogebra ile hazırlanan materyallerin öğretiminin daha başarılı olduğu, deney grubu öğrencilerin başarılarının anlamlı derecede daha yüksek olduğu görülmüştür.

Arslan (2008) web destekli öğretimin öğrencilerin matematik kaygı, tutum ve başarılarına etkisini araştırmıştır. Çalışması için geliştirdiği başarı testinin pilot çalışmasını 136 öğrenciyle gerçekleştirmiştir. Deneysel çalışmayı 57 öğrenciyle

gerçekleştirmiştir. Deneysel çalışmada bir gruba klasik, bir gruba web destekli öğretim, bir gruba da materyal kullanarak öğretim uygulanmıştır. Çalışmada matematik başarı testi, matematik kaygı ölçeği, matematik tutum ölçeği, bilgisayar tutum ölçeği ve kişisel bilgi formu kullanmıştır. Uygulamanın kalıcılığını test etmek için testleri 8 hafta sonra tekrar uygulamıştır. Deney gruplarındaki öğrencilerin matematik kaygıları, matematik başarıları hem son testte hem de izleme testlerinde anlamlı derecede kontrol grubu öğrencilerine göre daha olumlu çıkmıştır. Deneysel çalışmalar sonucunda, farklı öğretim yöntemlerini alan öğrencilerinin matematik tutumlarında anlamlı farklılık olmadığını belirtmiştir.

Bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin geometri başarısını üzerindeki etkisini araştıran Selçik ve Bilgici (2011), 17 kişilik deney grubuna Geogebra yazılımı yardımıyla hazırlanan çalışma yapraklarıyla, 15 kişilik kontrol grubuna ise bilgisayar kullanılmadan geleneksel yöntemlerle geometri öğretimini uygulamıştır. Öğretim uygulaması 11 ders saati boyunca yapılmıştır. Öğrenci başarısını ölçmek üzere geliştirdikleri 17 soruluk konu başarı testini ön test ve son test olarak uygulamışlardır. Uygulamadan bir ay sonra aynı testi kalıcılığı ölçmek için izleme testi olarak uygulamışlardır. Üç haftalık uygulama sonucunda, son test olarak uygulanan teste göre, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca deneysel çalışmadan bir ay sonra yaptıkları izleme testi sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin bilgilerinin daha kalıcı olduğu görülmüştür.

Tall & Thomas (1991) cebirde çok yönlü düşünmeyi bilgisayar kullanarak desteklemek amacıyla gerçekleştirdiği çalışmada, 12-13 yaş grubu olan toplam 95 öğrenciyle birlikte dört haftalık bir uygulama gerçekleştirmiştir. Uygulamada deney grubunda çok yönlü düşünmeyi destekleyen bilgisayar destekli dinamik cebir öğretimi kullanırlarken, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle cebir öğretimini kullanmışlardır. Araştırmada veri toplama aracı olarak cebir testi kullanmışlardır. Çalışma sonucunda, Dinamik Cebir Modül ’ünü kullanarak cebir öğretimi yapılan deney grubu öğrencilerinin, geleneksel yöntemlerle cebir öğretimi yapılan kontrol

grubu öğrencilerine göre çok yönlü düşünme seviyelerinin daha yüksek olduğu görülmüştür.

Güven ve Karataş'ın (2009) çalışmalarının amacı, dinamik geometri yazılımlarının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik yer bulma konusundaki başarılarını nasıl etkilediğini bulmaktır. Yarı deneysel modelin kullanıldığı bu çalışmada, geometrik yer bulma konusu deney grubunda bilgisayar donanımlı bir ortamda, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim ortamında işlenmiştir. Çalışmalarında öğrencilerin başarılarını ölçmek için 8 tane açık uçlu soru kullanmışlardır. Araştırmaları sonucunda, deneysel çalışmanın verilen ifadeye uygun şekil çizebilme becerileri üzerinde etkili olmadığı, ancak öğrencilerin tahmin ve açıklama becerilerinin arttığını belirtmişlerdir. Genel anlamda ise, yazılımlarla konuyu gören deney grubu öğrencilerinin başarılarının, geleneksel yöntemlerle konuyu gören kontrol grubu öğrencilerinkine göre genel anlamda daha olumlu olduğunu tespit etmişlerdir.

Işık'ın (2007) çalışmasının amacı, iki değişkenli fonksiyonlarda limit kavramının öğretiminde bilgisayarla görselleştirmenin etkisini araştırmaktır. Deneysel çalışmasında toplam 74 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile çalışmıştır. İki değişkenli fonksiyonlar konusunda limit kavramı, deney grubunda matematik yazılımı Mathematica yardımıyla, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle konunun öğretimini gerçekleştirmiştir. İki hafta süren uygulama veri toplama aracı olarak 5 açık uçlu sorudan oluşan test kullanmışlardır. Deneysel işlemin sonucunda ise deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları ve limit kavramını daha iyi anladıkları görülmüştür.

Nwabueze'nin (2007) 58 matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği deneysel çalışmasında, deney grubu öğrencileriyle teknoloji destekli soyut cebir öğretimi, kontrol grubu öğrencileriyle ise geleneksel yöntemlerle soyut cebir öğretimi gerçekleştirmiştir. Öğrenciler rastgele deney ve kontrol gruplarına ayrıldıktan sonra deneysel çalışma gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonunda teknoloji destekli öğretim sayesinde öğrencilerin cebir başarılarının arttığı görülmüştür.

Abdüsselam'ın (2006) çalışmasının amacı, matematiksel denklemlerin bilgisayar yardımıyla grafik temsillerle desteklenmesinin eğitime etkisini araştırmaktır. Çalışmasında, deney ve kontrol grubunda 10'ar tane öğrenci ile çalışmıştır. Araştırma kapsamında, araştırmacı tarafından geliştirilen, Delphi yazılım geliştirme ortamında hazırlanan denklem analizi, bunlara ilişkin grafikleri ve hesaplama araçlarına sahip öğrenme ortamı deney grubu öğrencileriyle yapılan öğretimde kullanılmış ve kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle konunun öğretimi gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak, çalışmada geliştirdikleri yazılımın uygunluğunu belirlemek üzere anket, öğrenci başarısını ölçmek için Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM) tarafından hazırlanan sorular içerisinden seçilen sorulardan oluşan başarı testi kullanmışlardır. Çalışma sonucunda, deney grubu öğrencilerinin başarı testi sonuçlarına göre daha başarılı olduğu belirtilmiştir. Anket sonuçlarına göre de geliştirdikleri yazılım ortamının değerlendirmeleri olumlu özelliktedir.

Aksoy'un (2007) çalışmasının amacı, lisans düzeyinde verilen genel matematik dersinin konularından türev konusunun bilgisayar cebir sistemleri destekli öğretiminin öğrencilerin akademik başarı, kavramsal anlama, işlemsel beceri ve problem çözme becerileri üzerinde etkisini araştırmaktır. Bu amaçla, deney grubunda 22 ve kontrol grubunda 21 birinci sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayıyla 5 haftalık bir deneysel uygulama gerçekleştirmiştir. Beş haftalık uygulamada, deney grubunda yapılandırmacı yaklaşıma dayalı BCS (Maple) destekli öğretim, kontrol grubuna ise geleneksel öğretim uygulamıştır. Araştırmada kullanılan ölçme araçları, genel matematik hazır bulunuşluk testi, akademik başarı ölçeği, matematiğe yönelik tutum testi ve bilgisayar tutum ölçeğidir. Çalışma sonunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel anlama ve problem çözme alt boyut puanlarında farklılığa rastlanmadığı, ancak kavramsal anlamayı ölçen sorularda ve genel başarıda deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğu belirtilmiştir. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının matematiğe yönelik tutumlarında farklılık olmadığı belirtilmiştir.

2.2. Çoklu Temsil Temelli Öğretim

Temsil, matematikte kullanılan zihinde ya da fiziksel olarak oluşturulabilen bilişsel yapılar, sembol, tablo, grafik, yazılı ve sözel ifadeler, resim ve şekiller gibi matematiksel bir kavramı tasvir etmeye yarayan araçlardır. Temsiller genel olarak, iç ve dış temsiller olmak üzere iki gruba ayrılır. İç temsiller; zihnimizde bilişsel işlemler sonunda bir kavrama ilişkin ürettiğimiz önerme, ürün, sinir ağları gibi bilgi ve yapılardır, dış temsiller ise; çevremizdeki fiziksel sembol, nesne ya da objeler ile dışsal kurallar ya da fiziksel şekiller arası ilişkiler gibi bilgi ve yapı olarak tanımlanabilir (Zhang, 1997).

Bruner'e (1996) göre iç temsiller dış temsillere dönüştürülürken temsiller; eylemsel, görsel ve sözel özelliklerine göre davranışsal, görüntüsel ve sembolik temsiller olarak üç gruba ayrılırlar. Davranışsal temsiller, kavramı bir takım eylemlerle gösterme biçimidir. Görüntüsel temsiller, kavramı grafik gibi görsel araçlarla temsil etme şeklidir. Sembolik temsiller ise, kavramı cebirsel, sözel ya da nümerik gibi temsillerle ifade etme şeklidir.

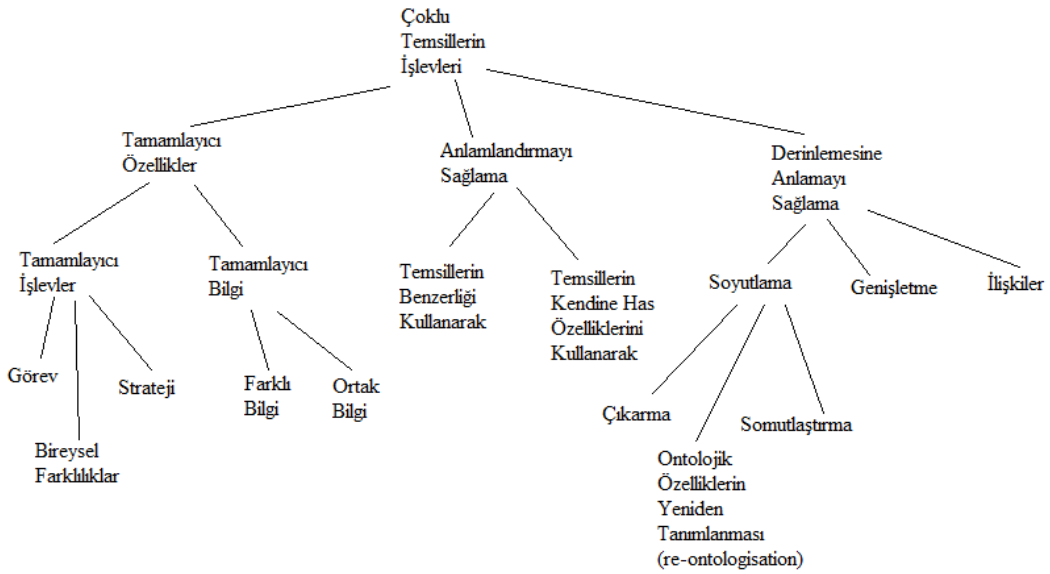
Matematikte kullanılan denklemler, cebirsel ifadeler, sayılar, semboller, grafikler, yüzeyler, tablolar, şekiller, gerçek yaşam durumları, sözel ve yazılı ifadeler, animasyonlar, nesneler, videolar dış temsillerdir. Örneğin; herhangi bir x vektörünü $\vec{x}$ ile göstermek dış temsillere örnektir. Matematik eğitiminde dış temsillerin gerekli olarak kullanıldığı açıktır. Ancak öğrencilerin başarısını arttırıcı etkiye sahip olan faktör farklı gruptaki temsillerin aynı matematik kavramı öğretiminde bir arada kullanılmasıdır. Bu şekilde farklı temsillerin bir arada kullanılmasıyla çoklu temsil kullanımı gerçekleştirilmiş olur. Yani matematik eğitiminde temsilin değil, çoklu temsillerin kullanılması önemlidir. Bir kavramın görsel, sembolik ve sözel temsileri arasında bilişsel bir bağlantılı kurulabiliyorsa çok yönlü düşünme gerçekleşebilir (Tall & Thomas, 1991).

Çoklu temsiller beraberinde getirdiği farklı kullanım ve düşüncelerle öğrenmeye daha çok yardımcı olur, matematiksel bir durumun açıkça anlaşılması için öğrenci yorumlarını doğru yöne yöneltir, konunun derinlemesine öğrenilmesini sağlar (Ainsworth et al., 1997). Derinlemesine öğrenmenin sağlanması için öğrenciler çoklu temsillerin her birini tanımalı ve özelliklerini bilmeli, her bir temsil ve matematik konusunun arasındaki ilişkiyi anlamalı ve çoklu temsiller arasında bağlantı ve ilişkileri belirleyebilmelidir (Ainsworth et al., 1997).

En üst düzeyde öğrenmeyi sağlamak için çoklu temsiller arasındaki bağlantılar nasıl kurulmalıdır ve çoklu temsillerin matematik eğitiminde kullanımının etkililiğini değerlendirmede kriterler nelerdir? Bu sorular Ainsworth (1999) tarafından oluşturulan ve aşağıda Şekil 1'de yer alan çoklu temsillerin işlevsel taksonomisi ile cevap bulmuştur (Ainsworth, 1999).

Şekil 1

Çoklu Temsillerin İşlevsel Taksonomisi



Bireyler farklı uzamsal yeteneklere, öğrenme stillerine, zekâ tiplerine, tutumlara, zekâlara, öz-düzenleme becerilerine, yaşlara sahip olabilir. Bireylerin

sahip oldukları farklı bilişsel ve fiziksel özellikler, öğretim sırasında farklı gereksinimleri beraberinde getirir. Farklı konularda farklı stratejileri kullanma ihtiyacı duyarlar. Buna bağlı olarak dersteki performanslarında, kullandıkları yöntemde ve temsil seçimlerinde sahip oldukları özelliklere göre değişiklikler olacaktır. Derste öğrenmeyi gerçekleştirebilmek için farklı görevlerin yerine getirilmesi gerekir. Bu görevler seçilen temsillere göre farklılık gösterir. Genel olarak, çoklu temsillerin kullanılması bireylerin farklı özelliklerine hitap edebilecek, farklı temsilleri farklı görevlerde farklı stratejilerle kullanmalarına fırsat tanıyacaktır.

Çoklu temsillerin bir diğer işlevi tamamlayıcı bilgilerdir. Çoklu temsiller bir matematik konusu hakkında farklı perspektiften farklı bilgiler sunabilir, dahası farklı bilgileri sunan temsilleri kullanmak yerine ortak bilgileri sunan temsilleri kullanmak öğrenmeyi güçlendirebilir. Örneğin; ortanormalleştirme konusunda verilen vektörlerin ortanormalleştirilmesi cebirsel temsille ve grafik temsille bilgisayar yazılımında ayrı olarak sunulabilir ancak aynı bilgiyi paylaştıkları açıktır. Farklı olarak ortanormalleştirme konusunun farklı boyutlardaki örnekleri temsillerle sunulduğunda, mevcut konu farklı parçalara ayrılarak sunulduğu için, çoklu temsillerin farklı bilgiler işlevselliğini göstermektedir. Çoklu temsillerin kullanılması sayesinde, anlaşılmayan bir temsil başka bir temsil yardımıyla anlaşılabilir hale gelebilir ve böylece anlamlandırma gerçekleştirilir. Bu iki yolla gerçekleşebilir. Birincisi, anlaşılan bir temsilin benzer özellikleri kullanılarak anlaşılmayan başka bir temsil anlaşılabilir. Örneğin, iz düşüm konusunda 3 boyutlu bir grafiğin iz düşümünün 2 boyutlu olarak sunulmasında iki grafik temsil birlikte kullanılırsa, anlaşılmayan bir grafik diğeri sayesinde anlaşılabilir hale gelebilir. İkincisi ise, bir temsilin özünde var olan özellikleriyle anlaşılmayan başka bir temsil anlaşılabilir hale gelebilir. Örneğin, matematikte ilk seviyelerde eğitim alan bir öğrenciye 2 elma ve 3 kalemin fiyatlarının toplamlarının sorulması durumunda, cebirsel işlemlerde x ve y kullanmasının istenmesi anlaşılabilirlik seviyesini düşürür, ancak soruda 2 elma+ 3 kalem gibi bir temsille, elma, kalem gibi nesnelerin çözümde yazıyla kullanılması, elma ve kalem gibi temsillerin kendilerine has özellikleri gereği, bu temsillerin sayesinde cebirsel denklem temsilini de anlamayı kolaylaştıracaktır.

Çoklu temsillerin bir diğer işlevi de derinlemesine öğrenmeyi sağlamaktır. Öğrenciler çoklu temsiller yardımıyla, konuyu somutlaştırırlar, yeni öğrenilecek konunun gereksiz ayrıntıların farkına varırlar ve bu bilgileri çıkarırlar, konunun kendine has özelliklerini yorumlayarak zihinlerinde ve fiziksel olarak yeniden yapılandırırlar. Böylece soyutlaştırmayı gerçekleştirmiş olurlar. Çoklu temsilleri kullanıp, temsiller arasındaki bağlantıları fark ederek temsiller arasındaki ilişkilerin bilincinde olurlar. Böylece konuyu öğrenme kapsamları genişler ve derinlemesine öğrenme gerçekleşir.

Ainsworth'a (1999) göre çoklu temsillerle öğretimde eğer öğrencilerin farklı bilgi ve süreç becerileri geliştirilmek isteniyorsa çoklu temsiller arasında geçiş yapma becerileri üzerinde durmaya gerek yoktur, eğer anlamlandırmanın sağlanması isteniyorsa çoklu temsiller arası geçiş becerileri gereklidir, derinlemesine anlaşılma isteniyorsa da temsiller arası geçiş öğrencinin kendi öğrenmelerini gerçekleştirebileceği iyi bir öğrenme ortamı sağlayacaktır.

Adıgüzel ve Akpınar'ın (2004) çalışmasının amacı, LaborScale adlı bilgisayar destekli interaktif problem çözme ortamında oluşturdukları grafik, sembolik ve işitsel temsiller yardımıyla 7. sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözme becerilerini arttırmaktır. LaborScale'de temsiller arasında bağlantı kurulabilen interaktif bir öğrenme ortamı oluşturarak 80 öğrenciyle deneysel bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin değerlendirmesi, sistemdeki problemlerin çözümleri üzerinden yapılmıştır. Performans testi verilerinin analiz sonuçlarına göre, öğrencilere daha fazla görsel temsilleri sundukça, öğrencilerin de bu temsillerle sembolik temsiller arasında bağlantı kurarak sözel problem çözmeyi kavradıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca çoklu bağlantılı temsiller sayesinde öğrencilerin sembolik ve grafik temsiller arasında bağlantı kurarak yeni çözüm yollarındaki karmaşık fikirleri algıladıklarını ve etkili bir şekilde uyguladıklarını ve çözümün grafik temsilini doğru göstererek, sembolik temsilini kavramada daha başarılı olduklarını belirtmişlerdir.

Akkuş-Çıkla (2004) çalışmasında çoklu temsil temelli cebir öğretimin geleneksel öğretim yöntemine göre yedinci sınıf öğrencilerinin cebir başarıları,

temsil tercihleri ve matematiğe yönelik tutumları üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Toplamda yaklaşık 130 öğrenciyle birlikte 8 haftalık bir çalışma gerçekleştirmiştir. Deney grubunda çoklu temsil temelli cebir öğretimi gerçekleştirilirken, kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle cebir öğretimi gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak cebir başarı testi, temsil biçimleri arasında dönüştürme beceri testi ve Chelsea cebir tanı testi, matematiğe karşı tutum ölçeği, temsil biçimi tercih ölçeği kullanmıştır. Analizler sonucunda deney grubu öğrencilerinin cebir başarı testi, temsil biçimleri arasında dönüştürme testi ve Chelsea cebir tanı testi sonuçlarının kontrol grubuna göre daha yüksek olduğunu, ancak tutum ölçeği puanları arasında anlamlı bir farka rastlanmadığını belirtmiştir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanabildiklerini ve bunların verilen duruma uygun olarak seçebildiklerini de eklemiştir.

Akkuş ve Çakıroğlu (2010) çoklu temsil temelli öğretimin yaşları 11-14 arasında değişen öğrencilerin cebir başarılarını nasıl etkilediğini belirlemek üzere deneysel bir çalışma yapmıştır. Deney grubunda çoklu temsil temelli öğretim yöntemi uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak çoklu temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerini ölçen test, başarı testi ve Chelsea cebir tanı testi kullanmışlardır. Çalışma sonucunda, çoklu temsil temelli cebir öğretimini alan deney grubu öğrencilerinin, geleneksel cebir öğretimini alan öğrencilere göre çoklu temsiller arasında bağlantı kurmada, cebirsel düşünmede ve cebir başarısında daha başarılı olduğunu belirtmiştir.

Baştürk (2010) 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramına ilişkin farklı temsil kullanım becerilerini belirlemek üzere gerçekleştirdiği çalışmasında toplam 229 öğrenciyle çalışmış ve 3 tane açık uçlu soru sorarak öğrencilerin çoklu temsil kullanım becerilerini araştırmıştır. Sonuçta, öğrencilerin cebirsel temsil kullanımlarındaki başarıyı sözel ve grafik temsillerin kullanımında gösteremediklerini ve dolayısıyla çoklu temsiller arasındaki geçişleri yapamadıklarını belirtmiştir.

Moseley & Brenner'in (1997) ortaokul seviyesinde ilk kez cebirle karşılaşan öğrencilerle gerçekleştirdikleri deneysel çalışmalarında öğrencilerin aldıkları cebir öğretim yöntemine göre cebirsel değişkenleri kullanabilme durumlarını ortaya koymak amacıyla; deney grubunda çoklu temsil destekli kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle 20 günlük bir uygulama yapmışlardır. Veri toplamada deney öncesi ve sonrasında öğretimle ilgili öğrenci düşüncelerini öğrenmek için klinik mülakat yöntemini kullanmışlardır. Çalışma sonunda öğrencilerin soru çözümlerinde farklı kavramsal yaklaşımlar sergiledikleri görülmüştür. Kontrol grubu öğrencileri aritmetik problemlerdeki belli değer ve işlemlere yönelirken, deney grubu öğrencileri ise temsil kullanma becerileri sayesinde aritmetik bilgilerini değişken kavramıyla bütünleştirebilmişlerdir.

Nishizawa et al. (2009) grafik, sözel ve sembolik temsiller ile matematik yazılımlarını kullanarak lineer cebir dersinin öğretimine yönelik gerçekleştirdikleri deneysel çalışmada, öğrencilerin başarılarını ulusal bir sınavda öğretim uygulamasından önce ve sonra aldıkları puanları karşılaştırarak ölçmüşlerdir. Öğretim uygulamasında grafik temsiller sembolik temsillerden önce verilerek öğrencilerin uygulanacak işleme göre grafiklerin nasıl değiştiğini fark etmesi için ortam sağlanmıştır. Ayrıca sembolik temsiller sunulduktan sonra öğrencilerin işbirliği ile kendi aralarında çözümlerini paylaşmaları için fırsat verilmiştir. Öğrencilere temsiller arasında geçiş yapma fırsatı sunan bu araştırma sonucunda, öğrencilerin başarılarının deneysel çalışmadan önceki puanlarına göre arttığını, kavramsal ve anlamlı öğrenmenin gerçekleştiğini belirtmişlerdir.

Özgün-Koca'nın (2004) bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerine etkilerini araştırdığı çalışmasında, üç grup üzerinde çalışmıştır. Öğretimde, birinci deney grubu çoğul bağlantılı gösterimlerle, ikinci deney grubu ise yarı bağlantılı gösterimlerle desteklenmiş, kontrol grubu ise öğretim sonrasında sınıf ortamında alıştırmalarla desteklenmiştir. Veri toplama aracı olarak, matematik testi, mülakatlar ve bilgisayar ortamındaki klinik mülakatlar, sınıf ve laboratuvar gözlemleri, döküman analizi ve matematiksel gösterimleri tercih anketini kullanmıştır. Deneysel çalışma sonunda deney grubu

öğrencilerinin performanslarının kontrol grubununkine göre daha iyi olduğu görülmüştür. Ayrıca bağlantılı ve yarı bağlantılı temsillerin öğretimin farklı seviye ve konularında başarılı şekilde kullanılabileceği belirtilmiştir.

2.3. Lineer Cebir Öğretimi

Lineer cebir, başka bir deyişle doğrusal cebir, vektör, vektör uzayları, doğrusal dönüşümler ve matris ile determinantları ihtiva eden doğrusal denklem takımlarının çözüm yöntemleri konularını içerir. Lineer cebirin ilk temelleri William Rowen Hamilton, Hermann Grassmann ve Arthur Cayley' in 19. yüzyılın ortalarında yaptıkları çalışmalara dayanır. Uzun senelerdir lineer cebir öğretimi gerçekleştirilmesine rağmen, lineer cebir öğretimi üzerinde durulmamıştır.

Lineer cebir, matematiğin diğer alan derslerinin de temelini oluşturduğu için öğrenciler için oldukça önemli bir derstir. Ancak bu dersin pek çok soyut kavram içermesi öğrencileri lineer cebirde başarıya ulaştırmada zorlayıcı bir faktördür. Dersin doğası gereği soyut kavramlar içermesinin yanı sıra, bu dersi veren kişilerin sadece konunun aktarılması üzerinde durması da dersin anlaşılmasını zorlaştırmaktadır. Lineer cebir geometri ve analitik geometri dersleriyle yakın ilişki içerisindedir. Bu sebeple, sunulan cebirsel ifadelerin geometrik anlamlarının da sunulması öğrenmeyi kolaylaştıracaktır. Pek çok lineer cebir öğreten kişilerin mevcut bir planı, öğrencilere sunduğu ders içeriği ve öğretimi nasıl gerçekleştireceğine ilişkin yöntemleri olmasına rağmen, önemli olan öğrencilerin nasıl öğrendiklerinin, uygun matematiksel yöntemleri ve ders içeriğini nasıl kavradığının bilinmesi etkili lineer cebir öğretimi için gereklidir (Aydın, 2009).

Lineer cebir öğretiminde, Somutluk İlkesi, Gereklilik İlkesi ve Genelleştirebilirlik İlkesi olmak üzere üç prensipten bahsedilmektedir (Harel, 2000, akt. Aydın, 2009). Somutluk modelinde öğrenciler yapıya ait model yardımıyla matematiksel yapıyı soyutlama yaparlar, Gereklilik modelinde, öğrenciler öğrendiği yapının ne işe yaradığını bilerek öğrenme faaliyetleri gerçekleştirilir,

Genelleştirilebilirlik modelinde ise genelleştirilebilir kavramların bulunduğu öğretim faaliyetlerinde kullanılmalıdır.

Aygör ve Özdağ (2012) matris ve determinant konusunda öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarını tespit etmek üzere matematik bölümünde öğrenim gören 60 birinci sınıf öğrencisine lineer denklem sistemi çözümlerini içeren dört tane soru sormuşlar ve çözüm için 75 dakika vermişlerdir. Öğrencilerin, lineer denklem sistemi sorularını çözmek için Gauss Jordan eleminasyon yöntemini kullanırken determinant ve matris kullanmaları gerekmektedir. Araştırma sonunda, öğrencilerin determinant ve matris özelliklerini birbirine karıştırarak kavram yanılgıları yaşadıklarını belirtmiştir. Ayrıca lineer cebir öğretiminde kavramlar arasındaki ilişki ve farklılıkların açıkça belirtilmesi gerektiğini vurgulamışlardır.

2.4.Lineer Cebirde Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Yeri ve Önemi

Lineer cebir gibi soyut kavramlar içeren bir dersin öğretilmesinde, öğrenci ihtiyaçları, konuya uygun öğretim modelleri ve teknoloji desteğinin gerekliliği dikkate alınmalıdır. Lineer cebirde konunun daha iyi anlaşılması için cebirsel temsillerle birlikte kavrama ait grafik temsiller de öğrenciye sunulmalıdır. Öğrenciler bu temsiller arasında bağlantı kurabilmeli, temsiller arasındaki ilişkileri analiz edebilmelidir. Böylece kavramın farklı yönlerini ve diğer kavramlarla olan ilişkisini keşfedebilir ve derinlemesine öğrenmeyi gerçekleştirir.

Matematik yazılımları yardımıyla işlenen matematik derslerinde öğrenciler farklı temsilleri daha çok kullandıkları, eleştirel düşünme ve genelleme becerilerinin arttığı gözlemlenebilir (Dost ve diğer., 2011). Matematik yazılımları sayesinde, bir kavrama ait cebirsel ifadeler ve grafiksel temsiller aynı anda görebilir ve kavramların yapılandırılması başarılı bir şekilde gerçekleştirilebilir (Todorova, 2012). Teknolojinin sunduğu bu imkânlar sayesinde öğrenciler, aynı konuya ait farklı temsiller arasındaki ilişkiyi araştırarak konunun derinlemesine öğrenilmesi ve kalıcılığı gerçekleştirilebilir. Lineer cebir öğretiminde temsillerin kullanımıyla

görselleştirme yaklaşımı, soyut kavramlardan hoşlanmayan öğrencilerin bakış açılarını olumlu yönde değiştirebilir ve lineer cebir performanslarını arttırır (Konyalıoğlu ve diğer., 2011).

Fraser'in (2010) öğretmenlerin ilk yıllarında teknoloji destekli temsilleri nasıl kullandıklarını, bu temsilleri kullanma sebeplerini, teknoloji kullanımıyla ilgili kriterlerini ve bunların öğretmen adayı iken aldıkları eğitimle karşılaştırmasını belirlemek üzere bir çalışma gerçekleştirmiştir. İlk öğretmenlik senesinde olan 3 ve ikinci öğretmenlik senesinde olan 3 öğretmenle çalışmayı gerçekleştirmiştir. Araştırmanın amacına ulaşması için öğretmenlerin gerçekleştirdikleri 4 aylık çoklu temsil temelli öğretim etkinliklerini izlemeye almıştır ve araştırma başlangıcı ile sonunda öğretmen görüşlerini toplamıştır. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin teknoloji destekli çoklu temsillerin matematik eğitiminde kullanımları üzerine gerçekleştirdiği çalışmada öğretmenlerin ders zamanından tasarruf sağladıklarını, daha çok çeşitteki temsillere yer verdiklerini, kalan zamanda öğrencilerin temsiller arasındaki bağları kurma ve analizleri yapma ile ilgilenebildiklerini ayrıca teknoloji destekli temsillerle biçimlendirici değerlendirme yapabildiklerini belirtmiştir.

Wong et al. (2011) geometri ispatlarını öğrenmede bilgisayar destekli çoklu temsillerin kullanılmasının etkilerine yönelik bir araştırma gerçekleştirmiştir. Bu amaçla, 9. sınıf düzeyinde 96 öğrenci üzerinde deneysel çalışma gerçekleştirmişlerdir. Verileri, araştırmanın deneysel öğretim uygulamasında kullanılan MR Geo interaktif öğrenme ortamından ve anketten elde etmişlerdir. Sonuçta orta seviyedeki öğrencilerin düşük ve yüksek seviyedeki öğrencilere göre daha çok çeşitteki temsilleri kullanabilmişler ve tüm öğrenciler geometri ispatlarına daha olumlu tutum sergilemişlerdir.

Durkaya ve diğer. (2011) ilköğretim matematik öğretmenlerinin determinant konusunda çoklu temsil açısından pedagojik bilgilerini araştırmışlardır. 25 öğretmen adayıyla gerçekleştirilen bu çalışmada açık uçlu sorular içeren test ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanmışlardır. Sonuçta öğrenciler arasında ilgili temsillerden haberdar olmayanların olduğu, genellikle geometrik temsiller yerine

cebirsel ve sayısal temsilleri kullandıkları, determinant problemlerini çözmede zorluk yaşadıklarını görmüşler ve çoklu temsilleri kullanabilmenin öğrencilerin matematik kavramlarını anlamada ve anlamlandırmada yardımcı olacağını belirtmişlerdir.

2.5. Matematiğe Yönelik Tutum

Tutumun literatürde pek çok tamını bulunmaktadır. Genel anlamda tutum, her hangi bir durum karşısında zihnin verdiği bilişsel ve buna bağlı olarak davranışsal tepkiler bütünüdür. Matematiğe yönelik tutum ise, bireyin matematik dersine karşı sahip olduğu tutumdur. Matematiğe yönelik tutum işlenecek konu, matematik öğretmeni, kullanılan öğretim modeli, araç-gereçler, öğrencinin öz-yeterlik ve öz-inanç düzeyleri gibi faktörlerden etkilenebilir. Matematik konusunun doğası gereği anlaşılması zor ifadeler içermesi, öğretmenin liderlik ve sınıf yönetimi kontrol becerileri ile pedagojik alan becerilerinin yeterli düzeyde olmaması, konuya göre yanlış seçilen ya da düzgün uygulanmayan öğretim modelleri, teknolojik ya da teknolojik olmayan materyaller kullanılmaması ya da konuya uygun seçilmemesi, öğrencilerin düşük düzeyde öz-yeterlik ve öz-inanca sahip olmaları derse yönelik tutumu olumsuz etkileyecektir.

Akyıldız (2013) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebir dersine yönelik tutumlarını ve lineer cebir alan dili becerilerini incelemek üzere, ikinci, üçüncü ve dördüncü sınıflarda öğrenim gören 442 öğretmen adayı üzerinde tarama modeline göre bir çalışma gerçekleştirmiştir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir kavramlarında başarısız olduklarını ve lineer cebir dersine yönelik tutumlarının olumsuz olduğunu ayrıca lineer cebir kavram başarıları ve matematiğe yönelik tutumları arasında düşük, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Bu sonuca göre öğrencilerin lineer kavramlarındaki düşük başarısının lineer cebir dersine yönelik tutumu olumsuz etkilediği ya da lineer cebir dersine yönelik olumsuz tutumun öğrencilerin lineer cebir kavram başarısını olumsuz etkilediği söylenebilir.

Barmby et al.(2011) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiği daha iyi anlamalarını ve matematik ile matematik öğretimine karşı tutumlarını arttırmak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. 38 haftalık süreçte öğretmen adaylarına, pedagoji ve müfredat içeriği konusunda çoklu temsil kullanımına odaklanarak dersler, seminerler düzenlemişlerdir. Öğretmen adaylarının matematik ve matematik öğretimine ilişkin tutumlarını ve tutumların üzerindeki çoklu temsil etkisini ölçmek amacıyla 5'li likert tipi ölçek ile adayların temsillerin tutumlarındaki etkisini ölçmek üzere anket uygulamışlardır. Sonuçta, bu eğitimi alan öğretmen adaylarının tutumlarının, öğretimi almayan kontrol grubundaki öğretmen adaylarına göre daha yüksek olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca anket sonuçlarına göre, öğretmen adayları görsel temsillerin matematik öğrenmelerine yardımcı olduğunu belirtmişlerdir.

Mubeen et. al. (2013) 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ve akademik başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemek üzere bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada 200 erkek ve 300 kız öğrenciyle çalışmışlardır. Veri toplama aracı olarak matematiğe yönelik tutumların ölçülmesi için 25 maddelik ölçek ve akademik başarılarını ölçmek için öğrencilerin kendi okullarında yapılan matematik sınavları kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, kız öğrencilerin matematik başarıları ve matematik tutumları arasında anlamlı derecede pozitif yönde düşük seviyede ilişki olduğu ancak erkek öğrencilerin matematik başarıları ve matematik tutumları arasında anlamlı derecede bir ilişki olmadığı belirtilmiştir.

Norton & Irvin (2007) çalışmasında bir öğretmenin dokuzuncu sınıf seviyesindeki 18 kişilik gruba, onların matematiğe yönelik tutumlarını arttırıcı yönde etkilemek üzere sembolik ve denklem sembollerini kullanarak 6 haftalık öğretim uygulamasının etkilerini araştırmışlardır. Alt boyutları derinlemesine düşünme, eğlence ve ilginç, anlamada güven sahibi olma, öğretmen desteği, sıkı çalışma, zorlu görevler, işbirlikli öğrenme, matematiğin doğası olan anketin uygulanması sonucunda öğrencilerin derse değer verdiklerini ve işbirlikli olarak derse katıldıkları belirtilmiştir.

Reçber (2011) çalışmasında ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin matematik öz yeterlik algısı, matematik kaygısı, matematik dersine karşı tutum ve matematik başarıları arasındaki ilişkileri cinsiyet ve okul türüne göre incelemiştir. Çalışmada öz yeterlik algılarını, matematik kaygılarını ve matematik dersine karşı tutumlarını tespit etmek amacıyla matematik öz yeterlik anketi, matematik kaygı anketi ve matematik tutum anketini toplam 934 yedinci sınıf öğrencisine uygulamıştır. Veri analizleri sonucunda, erkek ve kız öğrencilerin öz yeterlik algıları, matematik kaygıları, matematiğe yönelik tutumları ve matematik başarıları arasında anlamlı farklılık olduğunu belirtmiştir. Sonuçlara göre, erkek öğrencilerin öz yeterlik algıları ve matematik başarıları kız öğrencilere göre daha yüksek, kız öğrencilerin matematik kaygıları ve matematiğe yönelik tutumları erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin öz yeterlik, kaygı ve tutumlarının matematik başarısını tahmin etmede etkili olduğunu belirtmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

İlk iki bölümde sunulan literatür incelemesinde, çoklu temsillerin matematik öğretiminde kullanımının matematik başarısını arttırıcı etkisine sahip olduğundan, temsillerin uygun teknolojiler yardımıyla kullanıma daha elverişli hale geldiğinden ve lineer cebir dersinin soyut kavramlarının temsiller yardımıyla daha kolay anlaşılabilir olduğundan bahsedilmiştir. Kaynağını bu düşüncelerin oluşturduğu araştırmanın bu bölümünde; araştırma modeli, evreni-örneklemi ve özellikleri, veri toplama araçları, veri toplama, analiz ve çözümleme yöntemlerinden bahsedilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmanın problemi; teknoloji destekli çoklu temsil öğretimiyle gerçekleştirilen Lineer Cebir öğretimi ile geleneksel öğretim yöntemleriyle gerçekleştirilen Lineer Cebir öğretimine göre öğrencilerin lineer cebir başarılarında ve matematiğe yönelik tutumlarında farklılık olup olmadığını belirlemektir. Bu amaçla çalışmada nicel ve nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır.

Araştırmanın nicel bölümünde deneysel desenlerden Ön Test-Son Test Kontrol Gruplu Model kullanılmıştır.

Tablo 1

Ön Test-Son Test Kontrol Gruplu Model

G_1	R	$O_{1.1}$	X_1	$O_{1.2}$
G_2	R	$O_{2.1}$	X_2	$O_{2.2}$

G_1: Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime dayalı Lineer Cebir öğretiminin uygulandığı grup

G_2: Geleneksel öğretime dayalı Lineer Cebir öğretiminin uygulandığı grup

X_1: Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime dayalı Lineer Cebir öğretimi

X_2: Geleneksel öğretime dayalı Lineer Cebir öğretimi

$O_{1.1}$,$O_{2.1}$: Ön Test

$O_{1.2}$,$O_{2.2}$: Son Test

R:Deneklerin gruplara rastgele atandıklarını göstermektedir.

Deney grubunda etkisi araştırılacak değişken teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimidir, kontrol grubunda ise geleneksel öğretimle lineer cebir öğretimidir. Deney grubunun öğretim uygulamasında Dokuz Eylül Üniversitesi Uzaktan Eğitim Uygulama ve Araştırma Merkezi (DEUZEM) kurumunun sağladığı imkânlar doğrultusunda teknolojik destek de alınmıştır. DEUZEM kurumu tarafından internet üzerinde oluşturulan DE-OYS platformunda, ders ve ders programı hakkında genel bilgiler, duyurular, video da dâhil olmak üzere pek çok uzantıda kaynakların yüklenebildiği bir ortam, ödev verme ve ödev takip ortamı, kısa sınav ve testlerin yapılabildiği bir ortam, dersin işlenişine yönelik kaynakların sıralandığı öğrenme içerikleri ortamı, sanal sınıf uygulaması, gruba ait kişilerin katılabildiği sohbet ortamı, öğrenciler ve öğretmen arasında iletişim sağlayan mesaj hizmeti bulunmaktadır.

Deney ve kontrol grupları oluşturulurken Lineer Cebir dersini alan iki sınıf rastgele deney ve kontrol grubu olarak seçilmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde matematik tutum ölçeği deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır. İlgili lineer cebir konularına göre teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretim yöntemine uygun olarak hazırlanan öğretim etkinlikleri deney grubuna uygulanmıştır. Kontrol grubuna

ise geleneksel yöntemle lineer cebir öğretimi yapılmıştır. Öğretim uygulamaları tamamlandıktan sonra deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilere lineer cebir testi ve matematik tutum ölçeği uygulanmıştır.

Ayrıca araştırmanın nitel bölümünde, öğrencilerin kullanılan teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimine ilişkin görüşlerini almak üzere yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme formu, teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimini alan deney grubundaki, lineer cebir testine göre düşük, orta ve yüksek düzeydeki üçer tane toplamda dokuz öğrenciye uygulanmıştır. Çalışmadaki nicel ve nitel araştırmalar araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın gerçekleştirilmesinden önce, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü'nden yazılı izin alınmıştır (EK-1). Araştırmanın deneysel kısmında, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim gören Lineer Cebir dersini alan ikinci sınıf öğrencileri çalışma grubunu oluşturmaktadır. Çalışma grubundaki iki sınıf, rastgele deney ve kontrol grubu olarak atanmıştır. Deney ve kontrol grubunun yansız atandığını tespit etmek için matematik tutum ölçeği ön test puanları karşılaştırılmıştır. Ayrıca lineer cebir testi sorularının ilişkili olduğu konular, çalışma grubundaki öğrenciler tarafından önceden görülmediği için lineer cebirde homojen olup olmadıklarını tespit etmek üzere, araştırma öncesinde aldıkları lineer cebir dersi vize notları kullanılmıştır. Bu ölçümlere ilişkin analiz yapılması için gerekli olan normallik analizi sonuçları aşağıda Tablo 2'deki gibidir.

Tablo 2

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Tutum Ölçeği (Ön Test) ve Lineer Cebir Ara Sınav Notları Normallik Testi Sonuçları

Ölçüm	Grup				Shapiro-Wilks		
		N	$\bar{x}$	*SS*	İstatistik	df	*p*
Matematik Tutum Ölçeği (ön test)	Deney Grubu	35	149.77	19.49	.915	35	.010
	Kontrol Grubu	38	151.28	16.14	.973	38	.475
Lineer Cebir Ara Sınav Notları	Deney Grubu	35	16.37	10.11	.955	35	.158
	Kontrol Grubu	38	16.47	7.89	.986	38	.895

Matematik tutum ölçeği deney grubu ön test puanları normal dağılım göstermediği için (p<.05) deney ve kontrol grubunun matematik tutum ölçeği ön test puanlarında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek üzere Mann-Whitney U Testi kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubunun lineer cebir ara sınav puanları ise normal dağılım gösterdikleri için (p>.05), gruplar arasında lineer cebir ara sınav notları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını tespit etmek için İlişkisiz Örneklemler t-Testi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki yer alan tablolarda belirtilmiştir.

Tablo 3

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Tutum Ölçeği Ön Test Puanları Mann-Whitney U Testi Sonuçları

Grup	*N*	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	*U*	*p*
Deney	35	36.50	1277.50	647.500	.847
Kontrol	38	37.46	1423.50		

Deney ve kontrol gruplarının matematik tutum ölçeği ön test puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek üzere yapılan Mann-Whitney U Testi sonuçlarına göre, deney ve kontrol grupları arasında matematik tutum ölçeği puanlarında anlamlı bir farklılık yoktur (U=647.500, p>.05). Bu sonuca göre gruplar matematik tutum ölçeğine göre homojendir.

Tablo 4

Deney ve Kontrol Gruplarının Lineer Cebir Ara Sınav Sonuçlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemler t-Testi Sonuçları

Grup	***N***	$\bar{x}$	***SS***	***sd***	***t***	***p***
Deney	35	16.37	10.11	71	.048	.962
Kontrol	38	16.47	7.89			

Deney ve kontrol grubunun lineer cebir ara sınav notları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını tespit etmek için yapılan İlişkisiz Örneklemler t-Testi sonuçlarına göre, gruplar arasında lineer cebir ara sınav puanlarına göre anlamlı bir farklılık yoktur ($t(71)=.048$, $p>.05$). Bu sonuca göre gruplar lineer cebir ara sınav puanlarına göre homojendir. Tüm bulgular ışığında deney ve kontrol gruplarının homojen oldukları saptanmıştır ve deney grubunun A, kontrol grubunun ise B şubesi olmasına karar verilmiştir.

Araştırmacı tarafından geliştirilen lineer cebir testinin pilot uygulamaları deneysel çalışmanın yapılacağı gruptan farklı olması gerektiğinden dolayı, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde lineer cebir dersini almış toplam 170 3. sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın nitel bölümünde, görüşme yapılacak 9 öğrenci, deney grubunda yer alan öğrenciler arasından seçilmiştir. Görüşme formu, Lineer Cebir Testi son test puanlarına göre belirlenen düşük, orta ve yüksek puanlardan oluşan gruplardan rastgele seçilen 3'er tane öğrenciye uygulanmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama araçları; Lineer Cebir Testi, Matematik Tutum Ölçeği ve Görüşme Formu'ndan oluşmaktadır.

3.3.1. Lineer Cebir Testi

Öğrencilerin Lineer Cebir dersindeki başarılarını ölçmek üzere Lineer Cebir Testi geliştirilmiştir. Testin hazırlık çalışmalarında ilk olarak konuyla ilgili literatür taraması yapılmıştır. İkinci aşamada ilgili konunun kazanımları belirlenmiştir. Yapılan hazırlıklar doğrultusunda testin kullanış amacına ve ilgili lineer cebir konu kazanımlarına uygun olacak şekilde, "bilgi, kavrama, uygulama, analiz, sentez değerlendirme" basamaklarına uygun şekilde testin taslak soruları hazırlanmıştır. Geliştirilecek Lineer Cebir Testi alanında uzman iki öğretim görevlisinin görüşlerine uygun olarak test pilot uygulamaya hazır hale gelmiştir.

3.3.2. Matematik Tutum Ölçeği

Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ölçmek üzere Duatepe ve Çilesiz (1999) tarafından geliştirilmiş matematik tutum ölçeği kullanılmıştır. 5 seçenekli likert tipinde hazırlanan form, ilgi ve sevgi, korku ve güven, meslek ve önemlilik ile zevk olmak üzere dört boyuttan oluşmaktadır. Ölçeğin ilk olarak, yordama geçerliğini saptayabilmek için konulan bireysel bilgi almaya yönelik maddelerle toplam 50 maddeden oluşan formunun pilot uygulaması ve analizleri sonucunda tutumu ölçmeye yönelik 44 maddeden ayırıcılık güçleri ve varyansı düşük olduğu için 6 madde ölçekten çıkarılmıştır. 38 maddeden oluşan ölçeğin ilgi ve sevgi boyutunda 13 madde (2, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 28, 30, 31, 32, 34, 38), korku ve güven boyutunda 9 madde (1, 18, 20, 22, 26, 27, 33, 35, 36), meslek ve önemlilik boyutunda 8 madde (4, 7, 12, 14, 17, 21, 25, 37) ve zevk boyutunda 8 madde (3, 6, 11, 16, 19, 23, 24, 29) yer almaktadır.

Ölçeğin birinci alt boyutundan alınan puanlar ile toplam puanlar arasındaki korelasyon 0,82, ikinci alt boyutundan alınan puanlar ile toplam puanlar arasındaki korelasyon 0,95, üçüncü alt boyutundan alınan puanlar ile toplam puanlar arasındaki korelasyon 0,98, dördüncü alt boyutundan alınan puanlar ile toplam puanlar arasındaki korelasyon 0,96, ölçeğin alfa güvenirlik katsayısı 0,96, yarılama güvenirlik katsayısı ise 0,93 olarak bulunmuştur (Duatepe ve Çilesiz, 1999). Bu istatistiksel sonuçlar ölçeğin geçerli ve güvenilir olduğunu göstermektedir. Duatepe ve Çilesiz (1999) tarafından hazırlanan matematiğe yönelik tutum ölçeğinin yasal kullanım izni alınmıştır (EK-2). Ölçek deneysel çalışmada ön test ve son test olarak deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır. Ölçek EK-3'de yer almaktadır.

3.3.3. Görüşme Formu

Görüşme formunun hazırlanma amacı; deney grubu öğrencilerinin teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimi ve bu yöntemin diğer öğretim basamaklarında kullanımı hakkındaki düşüncelerini ortaya çıkarmaktır. Bu amaca yönelik olarak ilk olarak sorular tasarlanmıştır ve uygun olduğu düşünülen sıraya konmuştur. Uzman görüşleri de alınarak yarı yapılandırılmış Görüşme Formu hazırlanmıştır (EK-4). Görüşme formunun öğrencilerle yüz yüze gerçekleştirilmesine ve görüşmenin video ile kayıt edilmesi uygun görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmeler aynı gün içinde tamamlanmıştır. Her bir görüşme 10-15 dakika sürmüştür.

3.4. Pilot Çalışmalar

3.4.1. Lineer Cebir Testi

Ölçeğin geçerlik çalışması Lineer Cebir dersini 2. sınıfta almış ve 3. sınıfta öğrenim görmekte olan toplam 140 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Çoktan seçmeli test maddelerinin analizinde madde güçlüğü, madde ayırt edicilik indeksi ve maddenin çeldiricilik düzeyi incelenmelidir. 23 maddelik testin madde güçlük ve madde ayırt edicilik indeksleri Finesse programı yardımıyla incelenmiştir. Sonuçlara

göre ölçeğin güvenirlik katsayısı 0,613 (<0,70) olarak bulunmuştur. Bu sonuç yetersiz olarak görülmüştür ve 32 maddelik yeni bir test hazırlanmıştır. Bu testin geçerlik güvenirlik çalışması ise aynı düzeyde toplamda 170 tane 3. Sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama sonunda Finesse programında yapılan istatistikler sonucunda testin güvenirlik katsayısı 0,835 olarak bulunmuştur (EK 5). Maddelerin güçlükleri ve madde ayırt edicilik indeksleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 5

Test Sorularının Ayırt Edicilik İndeksleri

Maddenin ayırt etme indeksi (*d*)	**Madde numarası**	**Değerlendirme**
0,40 ve daha büyük	5, 8, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 22, 23, 25, 28, 30, 31, 32	Oldukça iyi madde
0,30-0,39	4, 6, 9, 10, 12, 17, 21, 27, 29	İyi madde
0,20-0,29	1, 2, 11, 26	Düzeltilmesi- geliştirilmesi gereken madde
0,19 ve daha küçük	3, 7, 24	Zayıf madde

Yukarıdaki tabloda belirtilen sonuçlar doğrultusunda 1, 2, 3, 7, 11, 24, 26. maddelerinin ölçekten çıkarılması uygun görülmüştür. Maddeler çıkarıldıktan sonra Finesse programında analizler tekrar yapılmış ve 25 maddelik ölçeğin güvenirlik katsayısı 0,849 olarak bulunmuştur (EK-6). Ölçeğin bu haliyle kullanıma uygun olduğu kararı alınmıştır (EK-7). 25 maddelik ölçeğin madde güçlük dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 6

Test Sorularının Madde Güçlükleri

Madde güçlüğü (*p*)	**Madde numarası**	**Değerlendirme**
0,80 ve 1 arasındakiler	6, 12, 16, 17, 18	Çok kolay madde
0,50 ve 0,80 arasındakiler	4, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 30, 32	Kolay madde
0,30 ve0,49 arasındakiler	29, 31	Orta güçlükte madde
0,29 ve daha düşükler	-	Zor madde

3.5.Deneysel Uygulama

Deney grubunda gerçekleştirilen Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Lineer Cebir Öğretimi Uygulaması (TeÇoLi) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü ikinci sınıf Lineer Cebir dersi konularından ortagonallik ve ortanormallik, Gram-Schmidt yöntemi konularına yönelik olarak hazırlanmıştır. Gerçekleştirilen üç haftalık öğretim uygulamasının ders planları EK-8-10'da yer almaktadır. TeÇoLi; cebirsel, sözlü ve grafik temsillerden (bilgisayar cebir sistemiyle hazırlanan 2 ve 3 boyutlu grafikler) oluşmaktadır. Grafik temsillerin hazırlanmasında Mathematica ve GeoGebra yazılımları kullanılmıştır. Bilgisayar ortamında hazırlanan materyaller, yine bilgisayar ortamında araştırmacı tarafından sesli konu anlatımlı video olarak kaydedilmiştir.

Hazırlanan tüm ders konu anlatım videoları, yazılımlar yardımıyla hazırlanan grafik temsiller, konuya ilişkin bilgiler içeren kaynaklar, DEUZEM tarafından sağlanan DE-OYS uzaktan eğitim ortamına yüklenmiştir. DE-OYS ortamında, ilgili ders konularının cebirsel temsilleri içeren sunumlar ve grafik temsilleri içeren yazılımlarda hazırlanan uygulamalar ve sözlü temsili içeren videolar internet üzerinden öğrencilerin erişimine açılmıştır.

Konuların sırasına uygun olarak, konuya ilişkin dosyaların öğrencilere erişimi uygun zamanlarda sağlanmıştır. Belirlenen zaman aralığında öğrencilerin sistemdeki kaynakları incelemeleri istenmiştir. Belirlenen tarihte ise öğrenciler ve araştırmacı uzaktan eğitim platformunda bir araya gelmesi ile anlaşılmayan noktalar, dersin sistemindeki kişiler tarafından görülen bir sohbet ortamında tartışılmıştır. Ayrıca öğrenciler ve araştırmacı sınıf ortamında bir araya gelerek, işlenen konuları tablet ve projeksiyon cihazı yardımı ile teknoloji destekli olarak tekrar gözden geçirmişlerdir.

Kontrol grubunda ise ortagonallik ve ortanormallik, Gram-Schmidt yöntemi konularını içeren lineer cebir öğretimi, sınıf ortamında, geleneksel yöntemlerle,

herhangi bir teknolojik materyal kullanılmadan işlenmiştir. Deneysel çalışmalar araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

3.5.1.TeÇoLi' de Kullanılan Cebirsel Temsil

Ortagonallik-ortanormallik ve Gram-Schmidt ortanormalleştirme yöntemlerinin doğası gereği, çalışmada cebirsel temsillere yer verilmiştir. Cebirsel temsil, gerek hazırlanan konu anlatım sunumunda gerekse de matematik yazılımlarıyla hazırlanan grafik temsillerle bir arada bulunmaktadır. Cebirsel temsiller vektör kümelerinin ortagonal ya da ortanormal olup olmadığını tespit etmede ve Gram-Schmidt ortanormalleştirme yöntemlerinin vektör kümelerine üzerindeki uygulamalarında kullanılmıştır.

Geleneksel öğretim yöntemlerinde cebirsel temsil doğal olarak kullanılmaktadır. Lineer cebir öğretiminin sadece cebirsel temsillerin kullanımıyla gerçekleştirilmesi, öğrencilere soyut gelen bu dersin anlaşılmasını daha da zorlaştırmaktadır. Öğrenmeyi kolaylaştırmak için farklı çeşitlerdeki temsillerle öğretim etkinlikleri zenginleştirilmelidir. Bu sebeple çalışmada cebirsel temsiller grafik temsillerle birlikte kullanılmıştır. Ancak bu çalışmada temsillerin sunumundaki sıralamada, cebirsel temsillerin grafiksel temsillerden önce sunulması uygun görülmüştür.

3.5.2. TeÇoLi de Kullanılan Grafik Temsil

Öğrencilere sunulan cebirsel temsillerin grafiksel temsil formları Mathematica ve GeoGebra yazılımlarında hazırlanmıştır. Yazılımların sunduğu imkânlarla, grafik temsillerin hareketli olması, cebirsel temsillerle elde edilen ortagonal ve ortanormallik konusundaki yorumların grafik temsillerle kolayca teyit edilebilmesi, bu temsillerin öğrenmeyi arttırıcı özelliklerini desteklemektedir.

3.6. Verilerin Toplanması

Veri toplama sürecinde Lineer Cebir Testi, Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ve Görüşme Formu kullanılmıştır. Deneysel süreçte Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ön test ve son test olarak, Lineer Cebir Testi ise son test olarak uygulanmıştır. Son testlerin uygulanmasından sonra ise Görüşme Formu uygulaması gerçekleştirilmiştir. Görüşme Formunun uygulama sürecinde öğrencilerin cevapları hem not alma hem de video yoluyla kaydedilmiştir.

3.7. Verilerin Çözümlenmesi

Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeğine verilen yanıtlar, olumlu sorularda ‘A’ seçeneği ‘1’, ‘B’ seçeneği ‘2’, ‘C’ seçeneği ‘3’, ‘D’ seçeneği ‘4’, ‘E’ seçeneği ‘5’ olarak puanlanmıştır. Ölçekteki olumsuz sorularda ise puanlamanın tam tersi yapılıp, tüm puanların toplanmasıyla öğrencilerin ölçekten aldıkları sonuçlar belirlenmiştir.

Lineer Cebir Testi puanları, sorulara verilen doğru cevaplara ‘1’, yanlış cevaplara ise ‘0’ puan verilerek belirlenmiştir.

Görüşme formuna verilen cevapların analizinde ise ilk olarak verilebilecek muhtemel cevaplar olumlu-olumsuz ve öğrenmeye etkisi-tutuma etkisi şeklinde gruplara ayrılarak her bir öğrenci cevaplarını yerleştirmek üzere tablolar hazırlanmıştır. Sonrasında ise kayıt edilen görüşme videoları incelenerek öğrencilerin verdikleri cevaplar tablolardaki uygun yerlere kayıt edilmiştir.

Elde edilen ölçüm verilerinin analizinde SPSS 15.0 paket programı kullanılmıştır.

Deneysel çalışma sonucunda elde edilen ölçümlerin normal dağılım gösterip göstermediğini tespit etmek üzere verilere normallik testleri uygulanmıştır. Grup büyüklükleri 50’den küçük olduğu için Shapiro-Wilks normallik testi kullanılmıştır.

Elde edilen sonuçlara uygun olarak İlişkisiz Örneklemler t-testi, İlişkili Örneklemler t-testi, Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ve Mann Whitney U-testi kullanılmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın alt problemlerine ilişkin yapılan analizler, bulgular ve yorumlar bu bölümde ele alınmıştır.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

"Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan deney grubu ve geleneksel öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan kontrol grubunun, lineer cebir testi son test puan ortalamaları arasında ve matematiğe yönelik tutum ölçeği son test puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" sorusunun cevabına ulaşmak için yapılan analizlere bu bölümde yer verilmiştir. Kullanılacak analizlere karar verebilmek için öncelikle puanların normal dağılım gösterip göstermediği tespit edilmiştir. Normallik testinde eğer grup büyüklüğü 50'den küçük ise Shapiro-Wilks, 50'den büyük olması durumunda Kolmogorov-Smirnov testi kullanılmalıdır (Büyüköztürk, 2011). Tüm ölçümlere ilişkin elde edilen normallik testi sonuçları aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 7

Ölçümlerin Normallik Analizleri

Ölçüm	Grup				Shapiro-Wilks		
		N	$\bar{x}$	***SS***	**İstatistik**	**sd**	**p**
Lineer Cebir Testi	Deney Grubu	35	23.48	1.42	.882	35	.001
	Kontrol Grubu	38	22.00	3.15	.784	38	.000
Tutum Ölçeği Son test	Deney Grubu	35	148.60	17.78	.966	35	.346
	Kontrol Grubu	38	153.18	18.91	.961	38	.198
Tutum ön test	Deney Grubu	35	149.77	19.49	.915	35	.010
	Kontrol Grubu	38	151.28	16.14	.973	38	.475

Tablo 7'deki verilere göre *p* değeri .05'in altında olan Lineer Cebir Testi ölçümleri ve deney grubu Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği puanları normal dağılım göstermemektedir.

Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan deney grubu ve geleneksel öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan kontrol grubunun, Lineer cebir testi son test puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek üzere, ölçümler normal dağılım göstermediği için Mann Whitney U-Testi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 8

Deney ve Kontrol Grubunun Lineer Cebir Testi Sonuçlarına İlişkin Mann Whitney U-Testi Sonuçları

Grup	*N*	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	*U*	*p*
Deney	35	42.76	1496.50	463.500	.024
Kontrol	38	31.70	1204.50		

Tablo 8'deki sonuçlara göre üç hafta süren teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimini alan deney grubu öğrencilerin LCBT ölçümleri, geleneksel öğretimle lineer cebir dersini alan öğrencilerin ölçümlerine göre anlamlı derecede farklılık göstermektedir (U=463.500, p<.05). Sıra ortalamaları incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin LCBT sıra ortalaması (42.76) kontrol grubununkinden (31.70) daha yüksektir. Buna göre teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimi öğrencilerin lineer cebir başarısını arttırıcı özellikte olduğu söylenebilir.

Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan deney grubu ve geleneksel öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan kontrol grubunun, Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği son test puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek üzere, ölçümler normal dağılım gösterdiği için İlişkisiz Örneklemler t-Testi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 9

Deney ve Kontrol Grubunun Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği Sonuçlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemler t-Testi Sonuçları

Grup	*N*	$\bar{x}$	*SS*	*sd*	*t*	*p*
Deney	35	148.60	17.78	71	1.064	.291
Kontrol	38	153.18	18.91			

Tablo 9'daki sonuçlara göre deney ve kontrol grubu matematiğe yönelik tutum ölçeği son test puanları arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır (t(71)=

1.064, $p>.05$). Buna göre teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını etkilemediği söylenebilir.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

"Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan deney grubundaki öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" sorusunun cevabına ulaşmak üzere gerçekleştirilen analizlere ve bulgulara bu bölümde yer verilmiştir. Verilere uygulanacak analiz türünü belirlemek üzere gerçekleştirilen normallik testi sonuçları Tablo 7'deki gibidir. Sonuçlara göre deney grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ölçeği ön test ve son test puanları normal dağılım göstermediği için, deney grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek üzere Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 10

Deney Öncesi ve Sonrası Matematiğe Yönelik Tutum Testi Puanlarının Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Son test-öntest	*n*	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	*z*	*p*
Negatif sıra	16	19.94	319.00	.066*	.948
Pozitif sıra	19	16.37	311.00		
Eşit	0	-	-		

*Negatif sıralar temeline dayalı

Deney grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır ($z= .066$, $p>.05$). Bu sonuca göre teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin, deney grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumlarını etkilemediği söylenebilir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

"Geleneksel öğretimle Lineer Cebir öğretimi yapılan kontrol grubundaki öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" sorusunun cevabına ulaşmak üzere gerçekleştirilen analizlere ve bulgulara bu bölümde yer verilmiştir. Verilere uygulanacak analiz türünü belirlemek üzere gerçekleştirilen normallik testi sonuçları Tablo 7'deki gibidir. Sonuçlara göre ölçümler normal dağılım gösterdiği için kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek üzere İlişkili Örneklemler t-Testi kullanılmıştır. Sonuçlar aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 11

Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği Ön Test ve Son Test Ortalama Puanların t-Testi Sonuçları

Ölçüm	***N***	$\bar{x}$	***SS***	***sd***	***t***	***p***
Ön test	38	151.28	16.14	37	.782	.439
Son test	38	153.18	18.91			

Sonuçlara göre kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ölçeği ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık yoktur ($t(71)= .782$, $p>.05$). Bu sonuca göre geleneksel yöntemlerle Lineer Cebir öğretiminin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını etkilemediği söylenebilir.

4.4. Görüşme Formuna İlişkin Bulgular

Deneysel çalışma sonunda uygulanan görüşme formunun verilerinin analizleri aşağıdaki tablolarda yer almaktadır.

Tablo 12

Lineer Cebir Testine Göre Başarılı Düzeydeki Öğrencilerin Görüşme Formu Analiz Sonuçları

		Öğrenci 1	Öğrenci 2	Öğrenci 3
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin etkililiği		-Not tutma sorunu yok. -Daha fazla soru çözülebiliyor. -Video sayesinde bilgilere istediğimiz zaman ulaşabiliyorum.(Olumlu)	-Ders videosunu tekrar izleme imkanına sahiptik. -Grafik kullanımları bilgisayar ortamında daha kolay oldu. (Olumlu)	-Ders videolarını tekrar tekrar izleme fırsatımız oldu. -Grafiklerin kullanılması çok iyi oldu. (Olumlu)
		İnternete erişim sorunu yaşadım. (Olumsuz)	-Sorularımızı anında soramadık. -internet erişim sorunu yaşadım. (Olumsuz)	-Anlamadığımız noktaları anında soramadık. -İnternet erişimi sorun oldu. (Olumsuz)
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin diğer matematik alan derslerinde kullanımı	Öğrenmeye etkisi	-Not tutma sorunu olmaz. -Hazır bilgilere erişim kolaylığı olur. -Farklı temsillerle öğrenmeye olumlu katkı sağlar. (Olumlu)	Grafik kullanım gerektiren derslerde etkili olacaktır. (Olumlu)	-Öğrenmeyi arttırır. -Çalışmayı teşvik edici olur. -Özellikle soyut derslerde faydalı olur. (Olumlu)
	Tutuma etkisi	Daha fazla soru çözülebilmesi sayesinde pratikliği arttıracağından derse karşı tutumu olumlu etkiler. (Olumlu)	-Kolaylık sağlayacağından derse daha rahat oluruz. (Olumlu)	-Önce bu yöntemin kullanılması istenmeyebilir ancak verimli olduğu görülünce tutumu olumlu etkiler. (Olumlu)
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin ortaokul ve ortaöğretimde kullanımını destekleme		-Soyut kavramların somutlaştırılmasını gerektiren konularda kullanılabilir -Farklı temsillerin bir arada kullanılması öğrenmeyi kolaylaştıracağından kullanılabilir. (Olumlu)	-Ortaöğretimde kullanılabilir. -Ortaokulda uzaktan eğitimle değil sınıfta öğretim gerçekleştirilmelidir. (Olumlu)	-Ortaöğretimde kullanılabilir. (Olumlu)
		Uzaktan eğitimden dolayı öğrencilerin işbirliği içinde olması kısıtlanacaktır. (Olumsuz)	-Uzaktan eğitimle gerçekleştirilmemelidir. (Olumsuz)	-Ortaokul döneminde kullanılması erken olacaktır. (Olumsuz)

Tablo 13

Lineer Cebir Testine Göre Orta Düzeydeki Öğrencilerin Görüşme Formu Analiz Sonuçları

		Öğrenci 4	Öğrenci 5	Öğrenci 6
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin etkililiği		Videoda içeriğin grafiklerle desteklenmesi anlamayı kolaylaştırdı. (Olumlu)	-Videoları tekrar tekrar izleyebildik. -Grafiklerle görsel olarak daha iyi anladık. (Olumlu)	Anlamadığım yerleri not aldıktan sonra düşündüğüm için pekişiyor ve arkadaşlarımın uzaktan eğitim dersinde sordukları sorulara tekrar dönüp bakabiliyorum. (Olumlu)
		Sınıf ortamının uzaktan eğitimde sağlanamaması olumsuzdu. (Olumsuz)	-	-
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin diğer matematik alan derslerinde kullanımı	Öğrenmeye etkisi	Grafik kullanımını gerektiren derslerde etkili olabilir. (Olumlu)	Yavaş anladığım için ders videolarıyla tekrar izleyip daha iyi anlama şansım olacağından iyi olurdu. (Olumlu)	Öğrenme kişiyle alakalı olduğundan istekli olduktan sonra öğrenmeyi olumlu etkiler. (Olumlu)
	Tutuma etkisi	Tutumu olumlu etkiler. (Olumlu)	Daha iyi anlayınca dersi daha çok severiz. (Olumlu)	Olumlu etkiler. (Olumlu)
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin ortaokul ve ortaöğretimde kullanımını destekleme		Öğrencilerin takip edilebilmesi için sınıf ortamında kullanılmasıyla gerçekleştirilebilir. (Olumlu)	Ortaöğretimde kullanılması iyi olabilir. (Olumlu)	Ortaokulda sınıfta bu yöntem kullanılarak dersler işlenebilir. (Olumlu)
		Ortaokulda uzaktan eğitimle kullanılmamalıdır. (Olumsuz)	Ortaokul öğrencilerinin yaşları küçük olduğundan kullanımı zor olabilir. (Olumsuz)	Bu yöntem ortaokul düzeyinde uzaktan eğitimle işlenmemelidir. (Olumsuz)

Tablo 14

Lineer Cebir Testine Göre Düşük Düzeydeki Öğrencilerin Görüşme Formu Analiz Sonuçları

		Öğrenci 7	Öğrenci 8	Öğrenci 9
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin etkililiği		-2 ve 3 boyutlu grafiklerin kullanılması etkili oldu. -Ders videolarının tekrar izlenmesi güzel oldu. (Olumlu)	-Grafiklerle birlikte daha iyi anlıyoruz. -Uzaktan eğitimde ders videolarını tek başımıza seyrettiğimizden dolayı daha rahat anlıyoruz. (Olumlu)	Ders videolarının tekrar izlenebilmesi iyi oldu. (Olumlu)
		-Anlaşılmayan noktaların anında sorulamaması -İnternet erişimi sorunu yaşadım. (Olumsuz)	Derse katılımda ve dikkati toparlamada sorun yaşanabilir. (Olumsuz)	-İnternet sorunu yaşadım. -Uzaktan eğitimde dikkat dağıtıcı faktörler öğrenmeyi engelleyebilir. (Olumsuz)
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin diğer matematik alan derslerinde kullanımı	Öğrenmeye etkisi	-Grafikler sayesinde daha iyi kavrama sağlar. -Uygulama yapılacağından öğrenilenler teoride kalmaz, ne işe yaradıkları görülür. (Olumlu)	-Öğrenmelere artı katkılar sağlar. -Öğrenciler daha iyi öğrenir. (Olumlu)	Grafiklerin de kullanılması gereken derslerde öğrenmeyi olumlu etkiler. (Olumlu)
	Tutuma etkisi	Etkilemez. (Olumsuz)	Dersi anlama daha rahat olacağından tutum da olumlu etkilenir. (Olumlu)	Olumsuz etkiler. (Olumsuz)
Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin ortaokul ve ortaöğretimde kullanımını destekleme		Uzaktan eğitim yerine sınıfta uygulanırsa etkili olabilir. (Olumlu)	Ortaöğretimde kullanılabilir. (Olumlu)	Ortaöğretimde kullanılabilir. (Olumlu)
		İnternet üzerinden yapılacak öğretimde dikkat dağınıklığı olabilir. (Olumsuz)	Ortaokul düzeyinde kullanımı uygun olmayabilir. (Olumsuz)	Ortaokul düzeyinde öğrenciler bu yöntemle işlenen dersi eğlence olarak görebilir. (Olumsuz)

Görüşme formunun birinci sorusuna verilen cevaplar dikkate alındığında hem olumlu hem de olumsuz faktörlerin, lineer cebir puanlarına göre başarılı, orta ve düşük düzeyde olan öğrenciler tarafından belirtildiği görülmektedir. Olumlu şeklinde nitelendirilen cevaplarda genel olarak, ders videolarının tekrar izlenebilmesinden, anlaşılmayan noktalarda videonun geri sarılıp tekrar izlenebilmesinden, grafik temsillerin ele alınan lineer cebir konularını öğrenmeyi kolaylaştırdığından, uzaktan eğitimle sunulan çoklu temsil temelli öğretime uygun olarak hazırlanmış kaynakları tarama sırasında öğrenciler tek başına oldukları için daha iyi anladıklarından, anlaması yavaş olanların kendi öğrenme tarzına uygun olarak çalışma fırsatına sahip olduklarından bahsedilmiştir. Olumsuz olarak nitelendirilen yanıtlarda ise genel olarak, uzaktan eğitim boyutunda, önceden izlenen ders videolarındaki anlaşılmayan yerlerin anında bir uzmana sorulamamasından, internet erişim sorunu yaşanmasından ve internet üzerinde dikkat dağıtıcı faktörlerin olumsuz etkilerinden bahsedilmiştir.

İkinci sorunun öğrenmeye etki boyutunda ise verilen cevapların hepsi olumlu olarak nitelendirilmiştir. Derse olan tutuma etki boyutunda ise 9 cevaptan 7 tanesi olumlu, 2 tanesi olumsuz olarak değerlendirilmiştir. Olumsuz nitelikte yanıt veren öğrencilerin 7. ve 9. öğrenciler, yani lineer cebir puanına göre düşük başarılı grupta yer alan öğrencilerdir.

Üçüncü soruya verilen cevaplar değerlendirildiğinde, olumlu ve olumsuz yanıtların yer aldığı görülmektedir. Olumlu cevaplar analiz edildiğinde genel olarak cevapların, ortaokul seviyesindeki öğrencilerin uzaktan eğitimde rehberliklerinin zor olacağı düşüncesiyle sınıfta uygulamayla teknoloji destekli çoklu temsil temelli matematik öğretiminin gerçekleştirilebileceğine, ortaöğretim düzeyinde ise teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin uzaktan eğitimle de gerçekleştirilebilir olacağına odaklandığı görülmektedir. Olumsuz cevaplar ise, uzaktan eğitimle teknoloji destekli çoklu temsil temelli matematik öğretiminin öğrencilerin işbirliğini engelleyeceğine, internette çok fazla dikkat dağıtıcı unsurlar olduğuna odaklanmaktadır.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın nicel ve nitel bölümlerinde elde edilen veri analiz sonuçları özetlenmiş ve literatür sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Deneysel uygulama sonrasında yapılan analizler sonucunda teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimini alan deney grubu öğrencilerinin lineer cebir başarılarının, geleneksel öğretimle lineer cebir öğretimini alan kontrol grubu öğrencilerine göre anlamlı derecede daha yüksek olduğu görülmüştür. Mevcut teknolojinin olanakları yardımıyla hazırlanan TeÇoLi uygulamasının öğrencilerin lineer cebirdeki başarılarını arttırıcı özelliklere sahip olduğu söylenebilir.

Bu sonucun elde edilmesinde, TeÇoLi'nin temsiller arası geçişlere imkân verecek nitelikte olması, uygulamada kullanılan çoklu temsillerin uygun seçimi ve doğru sırayla öğrencilere sunulması, temsillerin teknolojik olanaklarla birlikte daha ileri seviyelere taşınarak öğrencilerin derse olan ilgilerini arttırması gibi faktörlerin rol oynadığı söylenebilir. Ayrıca konu anlatımının araştırmacı tarafından seslendirilerek bilgisayar ortamında video formatında kayıt edilerek öğrencilere internet üzerinden kullanıma açılması, öğrencilerin konu anlatım videolarını istedikleri zaman istedikleri bölümleri izleme imkânı sunmuştur.

TeÇoLi sürecinde araştırmacı tarafından hazırlanan ders kaynaklarının internet üzerinden erişime açılmasıyla öğrenciler bunları istekleri zaman ve yerde

inceleyerek uzaktan eğitimle gerçekleştirilen derse hazırlıklı olarak gelerek, önceden kayıt ettikleri anlaşılmayan noktaları sorma imkânı bulmuşlardır. Böylece zaman ve mekândan tasarruf sağlanmıştır. Bu sonuçlar Akkuş-Çıkla (2004), Fraser (2010), Konyalıoğlu ve diğer. (2011), Özel ve diğer. (2008) gibi araştırmacıların yaptıkları çalışmalarla paralellik göstermektedir.

TeÇoLi'nin uzaktan eğitim kısmında, öğrencilerin videoyu izlerken takıldıkları noktalarda anında uzman desteği alamaması, videolarda anlaşılmayan noktalardan bazılarını not etmeyi unutmaları, bazen internete erişim sorunlarının yaşanması, uzaktan eğitimle gerçekleştirilen derste kullanılan sohbet odasında sorulan dersle ilgili noktaların herkes tarafından anlaşılamama gibi sorunlar yaşanmıştır.

Teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimini alan deney grubu öğrencileri ile geleneksel yöntemlerle lineer cebir öğretimini alan kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumları arasında anlamlı bir farklılığa rastlanmamıştır. Ayrıca deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ön test ve son testleri arasında da anlamlı bir farklılık yoktur. Bu sonuç, teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiğe yönelik tutumlarını değiştirmediği şeklinde yorumlanabilir. Bu sonuç Akkuş-Çıkla (2004), Aksoy (2007) ve Arslan'ın (2008) elde ettiği bulgularla paralellik göstermektedir.

Görüşme formu uygulamasının sonuçlarına göre ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir ve diğer matematik alan derslerinin teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimle gerçekleştirilmesi konusunda olumlu düşüncelere sahip oldukları görülmektedir. Öğretmen adayları teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin matematiğin ortaokul ve ortaöğretimde kullanılması konusunda, ortaokul seviyesindeki öğrencilerin uzaktan eğitimde rehberliklerinin zor olacağı düşüncesiyle sınıfta uygulamayla teknoloji destekli çoklu temsil temelli matematik öğretiminin gerçekleştirilebileceğini, ortaöğretim düzeyinde ise teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin uzaktan eğitimle de gerçekleştirilebilir

olacağını, ancak uzaktan eğitimle teknoloji destekli çoklu temsil temelli matematik öğretiminin öğrencilerin işbirliğini engelleyeceğini, internette çok fazla dikkat dağıtıcı unsurlar olduğunu belirtmişlerdir.

5.2. Öneriler

TeÇoLi öğrencilerin lineer cebir başarısını arttırıcı özelliklere sahip olduğu sonucu elde edilmiştir. Bu yöntem lineer cebir dersi veren öğretim elemanlarına ve araştırmacılara örnek bir uygulama olabilir. Araştırmada uzaktan eğitim sürecinde yaşanan sorunları engelleyici yönde çalışmalar yapılabilir.

TeÇoLi'de kullanılan çoklu temsillerin çeşitlendirilip öğretime doğru bir şekilde entegrasyonunun sağlanmasıyla lineer cebir başarısını daha ileri düzeyde arttırıcı seviyeye taşınabilir. Bu konu ileri araştırmaların amacı olabilir. Bu araştırmada kullanılan teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin diğer matematik alan derslerinde kullanımına ilişkin çalışmalar gerçekleştirilebilir.

Uzaktan eğitimle matematik öğretiminin simültane olarak gerçekleştirilebileceği ve öğrencilerin anlamadıkları noktaları anında sorabilecekleri sistemler geliştirilebilir. Uzaktan eğitimle yapılacak gelecek araştırmalarda internet erişimi sorunlarının yaşanmaması için gerekli önlemler alınmalıdır. Ayrıca matematik öğretimi sırasında, internetteki dikkat dağıtıcı etkenlere karşı gerekli tedbirler alınmalıdır.

KAYNAKÇA

Abdüsselam, M.S. (2006). Matematiksel Denklem ve İfadelerin Bilgisayar Ortamında Grafikleştirilerek Öğretilmesinin Eğitime Katkıları. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Anabilim Dalı, Trabzon.

Adiguzel, T. & Akpinar, Y. (2004). Improving School Children'sMathematical Word Problem Solving Skills through Computer-Based Multiple Representations. *Association for Educational Communications and Technology*, 27th, Chicago, IL, October 19-23.

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & Education*, 33, 131-152.

Ainsworth, S.E., Bibby, P.A. & Wood, D.J. (1997). Information Technology and Multiple Representations: New Opportunities – New Problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105, DOI: 10.1080/14759399700200006

Akkuş Çıkla, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representatıon preference. Unpublished Ph.D. Dissertation, The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, Ankara.

Akkus, O. & Cakiroglu, E. (2010). **The Effects of Multiple Representations-Based Instruction on Seventh Grade Students' Algebra Performance**. Proceedings of Sixth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 6), 420-429.

Aksoy, Y. (2007). Türev Kavramının Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı.

Akyıldız, P. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Cebir Dersine Yönelik Tutumları ve Alan Dili Becerilerinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı, Ankara.

Amit, M. & Fried, M. N. (2005). **Multiple representations in 8th grade algebra lessons: are learners really getting it.** Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 57-64.

Arslan, A. (2008). Web Destekli Öğretimin ve Öğretimsel Materyal Kullanımının Öğrencilerin Matematik Kaygısına, Tutumuna ve Başarısına Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı İstanbul.

Aydın, S. (2009). The Factors Effecting Teaching Linear Algebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, 1549–1553.

Aygor, N. & Ozdag, H.(2012). Misconceptions in linear algebra: the case of undergraduate students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46, 2989 – 2994.

Barmby, P., Bolden, D. and Harries, T. (2011). **A Representational Approach to Developing Primary ITT Students' Confidence in Their Mathematics**. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 31(1), 31-31.

Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramının Farklı Temsillerindeki Matematik Dersi Performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30(2), 465-482.

Bitner, N. & Bitner, J. (2002). Integrating Technology into the Classroom. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(1), 95-100.

Brown, R. (1996). **Multiple Representations, the TI-92 and the Development of Calculus**. In B. Barzel (Ed.), Teaching mathematics with Derive and the TI-92. (Proceedings of the 2nd International Derive and TI-92 Conference (pp.105-115). Schlob Birlinghoven, Germany: Zentrale Koordinatio Lehrerausbildung.

Bruner, J. (1966). **Towards a Theory of Instruction**. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Büyüköztürk, Ş. (2011). **Veri Analizi El Kitabı**. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Çelik, D. (2007). Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik Incelenmesi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Dost, Ş., Sağlam, Y. ve Uğur, A.A. (2011). Üniversitede Matematik Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Kullanımı: Bir Öğretim Deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40, 140-151.

Drijvers, P. (2011). From Work and Walk Education with Computer. *Mathematics Teaching*, 222, 22-26.

Driscoll, M. (1999). **Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10.** Portsmouth, NH:Heinemann.

Duatepe, A. ve Çilesiz, Ş. (1999). Matematik tutum ölçeği geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 16 (17), 45- 52.

Durkaya, M., Şenel, E.Ö., Öçal, M.F., Kaplan A., Aksu Z. & Konyalıoğlu, A.C. (2011). Pre-service Mathematics Teachers' Multiple Representation Competencies about Determinant Concept. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 2554–2558.

Erbaş, A. K. (2005). Çoklu Gösterimlerle Problem Çözme ve Teknolojinin Rolü [The Role of Technology in Problem Solving Through Multiple Representations]. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 4(4), 88-92.

Fraser, V. A. (2010). The Use of Technology-Generated Representations in Mathematics Instruction: a Study of Novice Teachers' Practices. Unpublished Ph.D. dissertation, University of Virginia.

Güven, B. ve Karataş, İ.(2009). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri'nin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Yer Problemlerindeki Başarılarına Etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* 42(1), 1-31.

Harel, G. (2000). **Principles of Learning and Teaching Mathematics, with Particular Reference to the Learning and Teaching of Linear Algebra: Old and New Observations**. In Dorier, J.L. (Ed.), On the teaching of linear algebra (pp. 177-189). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Işık, C. (2007). Bilgisayarla Görselleştirmenin İki Değişkenli Fonksiyonlarda Limit Kavramının Öğretiminde Öğrenci Başarısına Etkisi. Journal of Qafqaz University, 19, 132-141.

İpek, A.S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3),681 -700.

Juersivich, N., Garofalo, J. & Fraser,V. (2009). Student Teachers' Use of Technology-Generated Representations: Exemplars and Rationales. *Journal of Technology and Teacher Education*, *17*(2), 149-173.

Kardeş, D. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklem Sistemleri Çözüm Süreçlerinin Öz-Yeterlik Algısı ve Çoklu Temsil Bağlamında İncelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kilicman, A., Hassan, M.A. & Husain, S.K.S. (2010). Teaching and Learning using Mathematics Software "The New Challenge". *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 613-619.

Kollöffel, B. , Jong, T. ve Eysink, T.H.S. (2005). **The Effects of Representational Format in Simulation-Based Inquiry Learning.** Presented at the Earli 2005 Conference, Nicosia, Cyprus.

Konyalıoğlu, A.C., Işık, A., Kaplan A., Hızarcı, S., & Durkaya, M. (2011). Visualization Approach in Teaching Process of Linear Algebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 4040–4044.

Leinbach, C., Pountney, D.C. & Etchells, T. (2002). Appropriate Use of a CAS in the Teaching and Learning of Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 33(1), 1–14.

Lynch, J. (2006). Assessing Effects of Technology Usage on Mathematics Learning. *Mathematics Education Research Journal,* 18(3), 29–43.

Mallet, D.G. (2007). Multiple Representations for Systems of Linear Equations via the Computer Algebra System Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(1), 16-32.

McGowan, M. & Tall, D., (2001). Flexible Thinking, Consistency, and Stability of Responses:a Study of Divergence. [Online]: Retrieved on 7-December 2012, at URL:
http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/drafts/dot2001-mcgowen-tall-draft.pdf.

MEB (2013). *Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Haziran 18, 2013 (de indirildi). http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72

Moseley, B., Brenner, M.E. (1997). **Using Multiple Representations for Conceptual Change in Pre-algebra: A Comparison of Variable Usage with Graphic andText Based Problems.** Office of Educational Research and Improvement (ED), Washington, DC.1-29.

Mubeen, S., Saeed, S., Arif, M.H. (2013). Attitiude towards Mathematics and Achademic Achievement in Mathematics among Secondary Level Boys and Girls. *IOSR Journal Of Humanities And Social Science*, 6(4), 38-41.

Nishizawa, H., Yamada, Y. & Yoshioka, T. (2009). **The Effectiveness of ICT-assisted Approach in Learning 3D Linear Algebra.** Proceedings of the 16th ATCM, 281-290.

Nishizawa, H., Zgraggen, B. & Yoshioka, T. (2009). A System of Helping Concept-Building in 3D Linear Algebra by Connecting Graphic, Symbolic, and Verbal Representations. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 4(2), 54-62.

Norton, S. ve Irvin, J. (2007). **Developing Positive Attitudes Towards Algebra.** Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 561-570.

Nwabueze, K.K. (2004). Computers in Abstract Algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(1), 39–49.

Nwabueze, K.K. (2007). Technology Class Format versus Traditional Class Format in Undergraduate Algebra. *Technology, Pedagogy and Education*, 15(1), 79-93.

Özel, S., Capraro, R.M., & Yetkiner, Z. E. (2008). **A Technology Intervention Using Multiple Representations on Mathematics**. Proceedings of the 11th meeting of the International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Mexico.

Özgün-Koca, S.A. (2004). The Effects of Multiple Linked Representations on Students' Learning of Linear Relationships. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 82-90.

Pugalee, D.K. (2010). Algebra for All: The Role of Technology and Constructivism in an Algebra Course for At-Risk Students. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 45(4), 171-176.

Reçber, Ş. (2011). An Investigation of the Relationship among the Seventh Grade Students' Mathematics Self Efficacy, Mathematics Anxiety, Attitudes towards Mathematics and Mathematics Achievement regarding Gender and School Type. Unpublished doktora Thesis. Graduate School of Social Sciences, Middle East Technical University.

Reis, Z.A. & Ozdemir, S.(2010). Using Geogebra as an Information Technology Tool: Parabola Teaching. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 9, 565–572.

Selçik, N. ve Bilgici, G.(2011). Geogebra Yazılımının Öğrenci Başarısına Etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 19(3), 913-924.*

Sert, Ö. (2007). Eighth Grade Students' Skills in Translating among Different Representations of Algebraic Concepts. Unpublished master's thesis, The Graduate School of Social Sciences, Middle East Technical University.

Stewart, S. & Thomas, M.O.J. (2009). A Framework for Mathematical Thinking: the Case of Linear Algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(7), 951–961.

Tall, D. & Thomas, M. (1991). Encouraging Versatile Thinking in Algebra using the Computer. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (2), 125–147.

Todorova, A.D. (2012). Developing the Concept of a Determinant Using DGS. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 6(1), 115-125.

Wong, W.K., Yin, S.K., Yang, H.H., & Cheng, Y.H. (2011). Using Computer-Assisted Multiple Representations in Learning Geometry Proofs. *Educational Technology & Society, 14* (3), 43–54.

Zhang, J. (1997). The Nature of External Representations in Problem Solving. *Cognitive Science, 21*(2), 179-217.

EKLER

EK-1

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
BUCA EĞİTİM FAKÜLTESİ
İLKÖĞRETİM BÖLÜMÜ BAŞKANLIĞI

SAYI : 58329303.B.08.6.YÖK.2.DE.F.14.0.15.0.00.0.00/163

KONU : Tez Uygulama İzni.

BUCA-İZMİR

20.02.2014

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

İLGİ : 28.01.2014 tarih ve 67493393-302.08.01/344 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik öğretmenliği Yüksek Lisans Programı 2012950006 numaralı öğrencisi Dilek İzgiol'un, "Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Lineer Cebir Öğretimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi" konulu tez çalışması kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı 2. Sınıf lisans öğrencilerine yönelik uygulama yapma istemi uygulamayı bizzat öğrencinin yapması ve uygulama yapacağı dersten önce, dersi yürüten öğretim üyesinden ve öğrencilerden izin alması şartıyla uygun bulunmuştur.

Bilgi ve gereğini arz ederim.

Prof.Dr.Teoman Kesercioğlu
ANABİLİM DALI BAŞKANI

Uğur Mumcu Caddesi 135 Sokak No.5 35150 Buca / İZMİR Tel.: 0- 232 - 4204882-4204883-4204884-4204885-4204886-4204887 – 4204598 – 4207602 – 4400808 – 4409609 – 4409611 – 4409612 - 4409613 – 4409615 – 4201472 Fax.: 0-232-4204895 – 0-232-4409610 web: www.deu.edu.tr/egitim e-mail: egitim@deu.edu.tr

EK-2

Gmail by Google

Dilek İZGİOL <dilekizgiol90@gmail.com>

Matematik tutum ölçeği ile ilgili izin talebi

Asuman DUATEPE PAKSU <aduatepe@pau.edu.tr> 17 Ocak 2014 10:37
Kime: Dilek İZGİOL <dilekizgiol90@gmail.com>

Sayın İzgiol,

Ölçeği kullanmanızda sakınca yoktur.

Dr. A. DUATEPE PAKSU

2014-01-16 16:04, Dilek İZGİOL yazmış:

> Değerli hocam Doç. Dr. Asuman Duatepe Paksu
>
> Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisiyim. "Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi " isimli yüksek lisans tezimin çalışmalarına devam etmekteyim. Sizin 1999 yılında Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi'nde yayınlanan ve Şebnem Çilesiz ile gerçekleştirmiş olduğunuz "Matematik Tutum Ölçeği Geliştirilmesi" adlı çalışmanızda literatüre kazandırdığınız Matematik Tutum Ölçeği' ni tez çalışmamda kullanmak istiyorum. Sizler gibi değerli bilim insanları olma yolundaki gayretime cevapsız kalmayacağınızı ümit ediyorum. Ölçeği tezimde kullanabileceğime dair bir mail veya yazı gönderirseniz çok sevinirim. İlginize sonsuz teşekkür ederim.
>
> Dilek İZGİOL
>
> Dokuz Eylül Üniversitesi
>
> Eğitim Bilimler Enstitüsü
>
> İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi
>
> Tel: 0506 791 54 59

EK-3

MATEMATiK DERSiNE YÖNELiK TUTUM ÖLÇEĞİ

Bu ölçek sizin matematik dersiyle ilgili düşüncelerinizi öğrenmek için hazırlanmıştır. Cümlelerden hiç birinin kesin cevabı yoktur. Her cümleyle ilgili görüş, kişiden kişiye değişebilir. Bunun için vereceğiniz cevaplar kendi görüşünüzü yansıtmalıdır. Her cümleyle ilgili görüş belirtirken önce cümleyi dikkatle okuyunuz, sonra cümlede belirtilen düşüncenin, sizin düşünce ve duygunuza ne derecede uygun olduğuna karar veriniz. Cümlede belirtilen düşünceye;

Hiç katılmıyorsanız, A seçeneğini,
Katılmıyorsanız, B seçeneğini,
Kararsız iseniz, C seçeneğini,
Kısmen katılıyorsanız, D seçeneğini,
Tamamen katılıyorsanız, E seçeneğini,

işaretleyiniz.

		A	B	C	D	E
1	Matematik beni korkutmuyor.					
2	Matematik sevdiğim dersler arasındadır.					
3	Matematik çalışmayı isterim.					
4	Matematiği hayatım boyunca bir çok yerde kullanacağım.					
5	Matematik çalışırken gergin olurum.					
6	Yeni bir matematik problemiyle uğraşırken kendimi rahat hissederim.					
7	Matematiği anlamaya çalışmak zaman kaybıdır.					
8	Matematik çalışmanın teşvik edici hiç bir yanı yok.					
9	Matematik öğrenmek zahmete değer.					
10	Matematik problemlerini çözmeye çalışmak bana çekici gelmiyor.					
11	Matematik çalışırken sıra dışı bir soruyla karşılaşınca yanıt bulana kadar uğraşırım.					
12	Bu derste öğrendiklerimi günlük hayatta kullanacağımı sanmıyorum.					

13	Bazı insanların matematikten nasıl bu kadar hoşlandıklarını anlamıyorum.					
14	Meslek hayatımda matematiği kullanacağımı düşünmüyorum.					
15	Zorunlu olmasam matematik derslerine girmezdim.					
16	Matematik çalışmaya başlayınca bırakmak zor gelir.					
17	Matematiği iyi bilmek çalışma olanaklarımı artıracaktır.					
18	Matematik derslerinde iyi notlar alabilirim.					
19	Matematik çalışırken kaygılı olmam.					
20	Matematiksel düşünme yeteneğine sahip değilim.					
21	Karşılaştığım problemleri matematik kullanarak çözmek hoşuma gider.					
22	Matematiği anlayamayacağımı düşünüyorum.					
23	Matematik bir bilim değil yalnızca bir araçtır.					
24	Derste çözümü yarım kalan matematik sorularıyla uğraşmak bana zevk verir.					
25	Matematik derslerinde başarılı olmak benim için önemlidir.					
26	Matematik çalışmak gerektiğinde kendime güvenmem.					
27	Matematik alanında iddialıyım.					
28	Başkalarıyla matematik hakkında konuşmaktan hoşlanmam.					
29	Matematik dersinden zevk alıyorum.					
30	Matematiğin adını bile duymak beni huzursuz eder.					
31	Bundan başka matematik dersi almak istemiyorum.					
32	Diğer dersler bana matematikten daha önemli gelir.					
33	Matematik kafamı karıştırır.					
34	Matematik sıkıcıdır.					
35	Matematik en korktuğum derslerden biridir.					
36	Matematik çalışırken kendimi çok çaresiz hissediyorum.					
37	Bu dersin mesleğime hiçbir katkısı yoktur.					
38	Keşke diğer derslerde matematik kullanmam gerekmeseydi.					

EK-4

GÖRÜŞME FORMU

1) Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin Lineer Cebir dersinde kullanılmasının etkililiği hakkında neler düşünüyorsunuz?
   Neden etkilidir?
   Neden etkili değildir?

2) Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin üniversitede diğer matematik alan derslerinde de kullanılması konusunda ne düşünüyorsunuz?
   Öğrenci öğrenmelerini nasıl etkiler?
   Derse yönelik tutumunu nasıl etkiler?

3) Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin ortaokul ve ortaöğretim seviyelerinde kullanılmasını destekler misiniz?
   Neden desteklersiniz?
   Neden desteklemezsiniz?

EK-5

File Name: dilekizgioltez1

Number of Subjects **170**

Number of Test Items **32**

Minimum Response **0**

Maximum Response **5**

Average Score **20.941**

Average Percent **65.441**

Standard Dev. **5.768**

Reliability 0.835

(KR-20)

Standard Error **2.347**

		Proportion	Discrimination
Item	**Key**	**Correct**	**Index**
soru1.	3	0.712	0.242
soru2.	4	0.471	0.274
soru3.	2	0.235	0.172
soru4.	4	0.712	0.391
soru5.	2	0.706	0.458
soru6.	4	0.900	0.365
soru7.	2	0.871	0.158
soru8.	1	0.629	0.414
soru9.	3	0.771	0.316
soru10.	5	0.735	0.390
soru11.	1	0.906	0.280
soru12.	2	0.894	0.346

	soru13.	4	0.618	0.609
	soru14.	3	0.741	0.498
	soru15.	5	0.729	0.634
	soru16.	5	0.806	0.440
	soru17.	1	0.806	0.391
	soru18.	2	0.818	0.435
	soru19.	3	0.618	0.453
	soru20.	5	0.718	0.464
	soru21.	1	0.559	0.370
	soru22.	4	0.547	0.525
	soru23.	5	0.582	0.638
	soru24.	3	0.659	0.159
	soru25.	1	0.582	0.584
	soru26.	2	0.324	0.208
	soru27.	3	0.629	0.354
	soru28.	2	0.729	0.574
	soru29.	3	0.429	0.311
	soru30.	1	0.624	0.480
	soru31.	5	0.359	0.447
	soru32.	1	0.524	0.447

	Alternative Selected					
Item	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
soru1.	0	10	6	121	10	23
%	0.0	6.0	4.0	71.0	6.0	14.0
soru2.	4	37	14	10	80	25
%	2.0	22.0	8.0	6.0	47.0	15.0
soru3.	1	21	40	27	51	30
%	1.0	12.0	24.0	16.0	30.0	18.0
soru4.	1	24	6	8	121	10
%	1.0	14.0	4.0	5.0	71.0	6.0

soru5.	5	8	120	22	7	8
%	3.0	5.0	71.0	13.0	4.0	5.0
soru6.	3	3	1	5	153	5
%	2.0	2.0	1.0	3.0	90.0	3.0
soru7.	1	6	148	4	7	4
%	1.0	4.0	87.0	2.0	4.0	2.0
soru8.	3	107	30	3	2	25
%	2.0	63.0	18.0	2.0	1.0	15.0
soru9.	5	7	8	131	9	10
%	3.0	4.0	5.0	77.0	5.0	6.0
soru10.	4	7	13	9	12	125
%	2.0	4.0	8.0	5.0	7.0	74.0
soru11.	2	154	1	0	10	3
%	1.0	91.0	1.0	0.0	6.0	2.0
soru12.	1	0	152	6	4	7
%	1.0	0.0	89.0	4.0	2.0	4.0
soru13.	4	8	11	31	105	11
%	2.0	5.0	6.0	18.0	62.0	6.0
soru14.	4	5	2	126	22	11
%	2.0	3.0	1.0	74.0	13.0	6.0
soru15.	3	6	19	4	14	124
%	2.0	4.0	11.0	2.0	8.0	73.0
soru16.	3	1	20	5	4	137
%	2.0	1.0	12.0	3.0	2.0	81.0
soru17.	3	137	19	2	5	4
%	2.0	81.0	11.0	1.0	3.0	2.0
soru18.	3	14	139	4	4	6
%	2.0	8.0	82.0	2.0	2.0	4.0
soru19.	13	13	7	105	16	16
%	8.0	8.0	4.0	62.0	9.0	9.0
soru20.	12	13	13	10	0	122

%	7.0	8.0	8.0	6.0	0.0	72.0
soru21.	13	95	10	7	27	18
%	8.0	56.0	6.0	4.0	16.0	11.0
soru22.	15	12	13	26	93	11
%	9.0	7.0	8.0	15.0	55.0	6.0
soru23.	14	6	11	12	28	99
%	8.0	4.0	6.0	7.0	16.0	58.0
soru24.	3	9	14	112	30	2
%	2.0	5.0	8.0	66.0	18.0	1.0
soru25.	16	99	16	21	8	10
%	9.0	58.0	9.0	12.0	5.0	6.0
soru26.	9	2	55	26	34	44
%	5.0	1.0	32.0	15.0	20.0	26.0
soru27.	9	4	26	107	14	10
%	5.0	2.0	15.0	63.0	8.0	6.0
soru28.	17	5	124	9	7	8
%	10.0	3.0	73.0	5.0	4.0	5.0
soru29.	14	13	18	73	28	24
%	8.0	8.0	11.0	43.0	16.0	14.0
soru30.	13	106	5	17	23	6
%	8.0	62.0	3.0	10.0	14.0	4.0
soru31.	17	32	13	24	23	61
%	10.0	19.0	8.0	14.0	14.0	36.0
soru32.	10	89	17	7	32	15
%	6.0	52.0	10.0	4.0	19.0	9.0

EK-6

File Name: dilekizgioltez1

Number of Subjects	170
Number of Test Items	25
Minimum Response	0
Maximum Response	5

Average Score	16.765
Average Percent	67.059
Standard Dev.	5.254
Reliability (KR-20)	**0.849**
Standard Error	2.040

EK-7

LİNEER CEBİR TESTİ

1) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{W = \left\{(x,y,z): \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{6} = \lambda \quad x,y,z,\lambda \in R\right\} \subset R^3}$alt vektör uzayının ortanormal tabanlarından biri değildir?
   a) $\boldsymbol{S = \{{}^{1}/_{\sqrt{14}}\, u = (2,1,3)\}}$
   b) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{14}}(-2,-1,-3)\}}$
   c) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{56}}(4,2,6)\}}$
   d) $\boldsymbol{S = \{u = (0,0,0)\}}$
   e) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{56}}(-4,-2,-6)\}}$

2) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{W = \{(x,y,z): 2x - 3y + z = 0 \quad x,y,z \in R\} \subset R^3}$ alt vektör uzayının ortagonal tabanıdır?
   a) $\boldsymbol{S = \{u = (1,2,-1), v = (1,0,1)\}}$
   b) $\boldsymbol{S = \{u = (1,1,1), v = (4,1,-5)\}}$
   c) $\boldsymbol{S = \{u = (3,2,0), v = (-2,3,0)\}}$
   d) $\boldsymbol{S = \{u = (1,0,0), v = (0,1,0)\}}$
   e) $\boldsymbol{S = \{u = (2,1,3), v = (1,2,4)\}}$

3) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{R^2}$ iç çarpım uzayının ortagonal tabanlarından biridir?
   a) $\boldsymbol{S = \{u = (1,2), v = (2,3)\}}$
   b) $\boldsymbol{S = \{u = (-2,3), v = (3,1)\}}$
   c) $\boldsymbol{S = \{u = (1,3), v = (3,1)\}}$
   d) $\boldsymbol{S = \{u = (1,5), v = (-5,1)\}}$
   e) $\boldsymbol{S = \{u = (-\pi,e), v = (e,-\pi)\}}$

4) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{R^2}$ iç çarpım uzayının ortanormal tabanı değildir?

a) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{50}}(-1,7), v = {}^{1}/_{\sqrt{50}}(7,-1)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{125}}(10,5), v = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(1,-2)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{13}}(2,3), v = {}^{1}/_{\sqrt{13}}(-3,2)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1,1), v = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(-1,1)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{u = (1,0), v = (0,1)\}}$

5) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{W = \{(x,y,z): x - y - z = 0 \quad x,y,z \in R\} \subset R^3}$ alt vektör uzayının ortanormal tabanı değildir?

a) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{6}}(2,1,1), v = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(0,1,-1)\right\}}$

b) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{14}}(3,2,1), v = {}^{1}/_{\sqrt{42}}(1,-4,5)\right\}}$

c) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{8}}(2,2,0), v = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1,0,1)\right\}}$

d) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1,0,1), v = {}^{1}/_{\sqrt{6}}(1,2,-1)\right\}}$

e) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{6}}(1,-1,2), v = {}^{1}/_{\sqrt{8}}(2,2,0)\right\}}$

6) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{W = \{(x,y,z): x + 2y - z = 0 \quad x,y,z \in R\} \subset R^3}$ alt vektör uzayının ortanormal vektör kümesidir?

a) $\boldsymbol{S = \{u = (1,2,3), v = (-2,1,0)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(1,2,0), v = (0,0,1)\right\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{u = (1,3,7), v = (-7,0,1)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{u = (1,0,0), v = (0,0,1)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \left\{u = {}^{1}/_{\sqrt{30}}(5,-2,1), v = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(0,1,2)\right\}}$

7) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayının ortagonal vektör kümesi değildir?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,2,0), y_2 = (-2,1,0)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,2,3), y_2 = (2,4,6)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,0,0), y_2 = (0,0,1)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,0,1), y_2 = (0,1,0), y_3 = (-1,0,1)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (0,3,0), y_2 = (2,0,-2), y_3 = (2,0,2)\}}$

8) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayının ortanormal tabanlarındandır?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,0,-2), y_2 = (0,3,0), y_3 = (2,0,1)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (0,1,0), y_2 = (2,0,3), y_3 = (-3,0,2)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \left\{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1,0,1), y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(-1,0,1), y_3 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(2,1,0)\right\}}$

d) $\boldsymbol{S = \left\{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(2,0,1), y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(-1,0,2), y_3 = {}^{1}/_{2}(0,2,0)\right\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,2,3), y_2 = (4,5,6), y_3 = (-1,-2,-3)\}}$

9) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayının ortanormal vektör kümesidir?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,1,0), y_2 = (-1,1,0)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (0,0,1), y_2 = (-1,2,0)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,0,0), y_2 = (0,1,0), y_3 = (0,0,1)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (2,3,-1), y_2 = (3,1,0), y_3 = (2,5,8)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,2,0), y_2 = (0,0,3), y_3 = (-2,1,0)\}}$

10) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{R^2}$ iç çarpım uzayının ortanormal tabanlarından biridir?

a) $\boldsymbol{S = \{u = (1-5), v = (2,10)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{u = (3,-2), v = (2,3)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{u = (1,0), v = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1,1)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{10}}(1,3), v = {}^{1}/_{\sqrt{10}}(3,1)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(-1,2), v = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(2,1)\}}$

11) $\boldsymbol{R^2}$ iç çarpım uzayında S={ u=(1,0) } kümesine aşağıdakilerden hangi vektör eklenirse, S $\boldsymbol{R^2}$ nin ortanormal tabanı olur?

a) $\boldsymbol{v = (2,3)}$
b) $\boldsymbol{v = (-1,0)}$
c) $\boldsymbol{v = (-3,2)}$
d) $\boldsymbol{v = (1,2)}$
e) $\boldsymbol{v = (0,1)}$

12) $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayında $\boldsymbol{S = \{u = (1,2,0), v = (2,-1,0)\}}$ vektörlerini içeren S kümesine aşağıdaki vektörlerden hangisi eklenirse S, $\boldsymbol{R^3}$ ün ortagonal tabanı olur?

a) $\boldsymbol{w = (0,0,2)}$
b) $\boldsymbol{w = (1,1,0)}$
c) $\boldsymbol{w = (2,3,1)}$
d) $\boldsymbol{w = (1,2,2)}$
e) $\boldsymbol{w = (-1,0,0)}$

13) $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayında $\boldsymbol{S = \{u = (1,0,0), v = (0,1,0)\}}$ vektörlerini içeren S kümesine aşağıdaki vektörlerden hangisi eklenirse S, $\boldsymbol{R^3}$ ün ortanormal tabanı olmaz?

a) $\boldsymbol{w = (0,0,1)}$
b) $\boldsymbol{w = (-1,0,1)}$
c) $\boldsymbol{w = {}^{1}/_{2}\,(0,0,2)}$
d) $\boldsymbol{w = (0,0,-1)}$
e) $\boldsymbol{w = {}^{1}/_{5}\,(0,0,5)}$

14) Aşağıdakilerden hangileri $\boldsymbol{R^2}$ iç çarpım uzayının $\boldsymbol{W = \{x = (-1,-5), y = (-3,2)\}}$ tabanına Gram-Schmidt yöntemi kullanılarak elde edilebilecek ortagonal tabanlardandır?

a) $\boldsymbol{S = \{u = (-1,-5)\}}$
b) $\boldsymbol{S = \{u = (-3,2)\}}$
c) $\boldsymbol{S = \{u = (-1,-5), v = (-5,1)\}}$
d) $\boldsymbol{S = \{u = (-3,2), v = (-2,3)\}}$
e) $\boldsymbol{S = \{u = (1,2), v = (2,3)\}}$

15) Aşağıdakilerden hangileri $\boldsymbol{W = \{(x,y): 2x - y = 0\ x,y\ \in R\} \subset R^2}$ alt vektör uzayının $\boldsymbol{S = \{u = (1,2)\}}$ tabanına Gram-Schmidt yöntemi uygulandığında elde edilebilecek W nın ortanormal tabanlarından değildir?

a) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(1,2)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(-1,-2)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{20}}(2,4)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{45}}(3,6)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{u = (0,0)\}}$

16) $\boldsymbol{W = \left\{(x,y,z): \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{-3} = \lambda \quad x,y,z,\lambda\ \in R\right\} \subset R^3}$ alt vektör uzayının $\boldsymbol{S = \{u = (2,1,-3)\}}$ tabanına Gram-Schmidt yöntemi uygulandığında elde edilebilecek W nın ortanormal tabanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{14}}(2,1,-3)\}}$

b) $\boldsymbol{S = \{u = (2,-1,3)\}}$

c) $\boldsymbol{S = \{u = (2,1,-3)\}}$

d) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{14}}(2,-1,3)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{u = {}^{1}/_{\sqrt{40}}(4,2,-6)\}}$

17) Gram-Schmidt yöntemi kullanılarak $\boldsymbol{W = \{(x,y,z): 2x - y - 3z = 0 \quad x,y,z\ \in R\} \subset R^3}$ alt vektör uzayının $\boldsymbol{S = \{x = (3,3,1), y = (1,2,0)\}}$ tabanı ortagonal tabana dönüştürüldüğünde aşağıdakilerden hangisi elde edilemez?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (3,3,1)\ , y_2 = (-8,11,-9)\ \}}$

b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (8,-11,9)\ \ , y_2 = (3,3,1)\ \}}$

c) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,2,0)\ , y_2 = (6,-3,5)\ \}}$

d) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,-1,1)\ \ , y_2 = (2,1,-1)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1,2,0)\ \ , y_2 = (-{}^{6}/_{5}, {}^{3}/_{5}, -1)}$

18) $\boldsymbol{R^2}$ **iç çarpım uzayının** $\boldsymbol{W = \{x = (2,1), y = (3,2)\}}$ tabanı Gram-Schmidt yöntemi kullanılarak ortanormal tabana dönüştürülmek isteniyor. Aşağıdakilerden hangisi bu yöntemle elde edilebilecek $\boldsymbol{R^2}$ uzayının ortanormal tabanlarından biridir?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (2,1)\ , y_2 = (1,-2)\ \}}$

b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (2,1)\ , y_2 = (-1,2)\ \}}$

c) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (3,2)\ , y_2 = (2,1)\ \}}$

d) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(2,1)\ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(1,2)\ \}}$

e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{13}}(3,2)\ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{13}}(-2,3)\ \}}$

19) Aşağıdakilerden hangisi $\boldsymbol{W = \{(x,y,z): x + 2y - 3z = 0 \quad x,y,z \in R\} \subset R^3}$ alt vektör uzayının $\boldsymbol{S = \{x = (5,-1,1), y = (2,-1,0)\}}$ tabanına Gram-Schmidt yöntemi uygulandığında elde edilebilecek W nın ortanormal tabanlarından değildir?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{378}}(-1,-16,-11)\ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{27}}(5,-1,-1)\ \}}$

b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{27}}(5,-1,1)\ \ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{378}}(-1,-16,-11)\ \}}$

c) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{378}}(1,16,11)\ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{27}}(5,-1,1)\ \}}$

d) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(2,-1,0)\ \ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{70}}(3,6,5)\}}$

e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{70}}(-3,-6,-5)\ \ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{5}}(2,-1,0)\}}$

20) S=$\boldsymbol{\{x_1 = (-1,2)\ , x_2 = (2,0)\ \}}$ olmak üzere,

$\boldsymbol{y_1 = x_1 = (-1,2)}$ olsun.

I. $\boldsymbol{y_2 = x_2 - \frac{<x_2,y_1>}{<y_1,y_1>}.y_1}$

II. $\boldsymbol{y_2 = (2,0) - \frac{2.(-1)+0.2}{5}.(-1,2)}$

III. $\boldsymbol{y_2 = (2,0) - \left({}^{2}/_{5}, -{}^{4}/_{5}\right) = {}^{4}/_{5}(2,1)}$

Ortagonal taban W=$\boldsymbol{\{y_1 = (0,2), y_2 = (3,-1)\}}$

IV. Ortanormal taban Y=$\boldsymbol{\{e_1 = (0,1), e_2 = \frac{1}{\sqrt{10}}(3,-1)\}}$

Yukarıda verilmiş işlemlerden numaralı basamaklarda ilk hata eğer varsa hangi basamakta yapılmıştır?

a) l
b) ll
c) lll
d) IV
e) Hiçbiri (hata yoktur)

21) $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayının $\boldsymbol{S = \{x = (-1, 0, 1), y = (1, 2, -1), z = (1, 1, 0)\}}$ tabanına Gram-Schmidt yöntemi uygulandığında bulunabilecek ortagonal tabanlardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1, 2, 1), y_2 = (-6, 3, -5)\}}$
b) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (-1, 0, 1), y_2 = (0, 2, 0), y_3 = (1, 0, 1)\}}$
c) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (3, -1, 0)\ , y_2 = (4, -2, 1), y_3 = (1, 3, 2)\}}$
d) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (3, -1, 0)\ , y_2 = (6, 21, -20), y_3 = (2, 6, 7)\}}$
e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = (1, 0, 1)\ , y_2 = (1, 1, 0), y_3 = (2, -1, 2)\}}$

22) $\boldsymbol{R^3}$ iç çarpım uzayının $\boldsymbol{S = \{x = (1, 0, 1), y = (0, 2, 0), z = (1, -1, 3)\}}$ tabanına Gram-Schmidt yöntemi uygulandığında bulunabilecek ortanormal tabanlardan biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

a) $\boldsymbol{S = \left\{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1, 0, 1), y_2 = {}^{1}/_{2}(0, 2, 0), y_3 = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(-1, 0, 1)\right\}}$
b) $\boldsymbol{S = \left\{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{8}}(2, 0, 2), y_2 = (0, 1, 0), y_3 = {}^{1}/_{\sqrt{8}}(-2, 0, 2)\right\}}$
c) $\boldsymbol{S = \left\{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{2}}(1, 0, 1), y_2 = (0, 1, 0), y_3 = {}^{1}/_{3}(2, -1, 2)\right\}}$
d) $\boldsymbol{S = \left\{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{11}}(1, -1, 3)\ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{66}}(7, 4, -1), y_3 = {}^{1}/_{\sqrt{24}}(-2, 4, 2)\right\}}$
e) $\boldsymbol{S = \{y_1 = {}^{1}/_{\sqrt{6}}(-1, 2, 1)\ , y_2 = {}^{1}/_{\sqrt{11}}(1, -1, 3), y_3 = {}^{1}/_{\sqrt{66}}(7, 4, -1)\}}$

23) $\boldsymbol{R^3}$ ün alt vektör uzayı olan x-y-2z=0 düzlemi üzerinde yetiştirilen sığla ağacının en verimli şekilde yapraklarından ilaç yapılabilmesi için bu ağaçların düzlemin ortanormal tabanlarında gruplar halinde yetiştirilmesi gerekir.

Bu bilgiye göre sığla ağacı verim elde edebilmek için aşağıdaki tabanlardan hangisinde yetiştirilebilir?

a) $\left\{\boldsymbol{x}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{11}}}(\mathbf{3},\mathbf{1},\mathbf{1}),\boldsymbol{y}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{264}}}(-\mathbf{2},\mathbf{14},-\mathbf{8})\right\}$

b) $\left\{\boldsymbol{x}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{21}}}(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})\right\}$

c) $\left\{\boldsymbol{x}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{27}}}(\mathbf{3},-\mathbf{3},\mathbf{3}),\boldsymbol{y}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}(-\mathbf{1},\mathbf{1},-\mathbf{1})\right\}$

d) $\left\{\boldsymbol{x}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{21}}}(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1}),\boldsymbol{y}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{21}}}(-\mathbf{4},-\mathbf{2},-\mathbf{1})\right\}$

e) $\left\{\boldsymbol{x}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{21}}}(-\mathbf{4},-\mathbf{2},-\mathbf{1})\right\}$

24) $\boldsymbol{x_1+3x_2-x_3=0}$
$\boldsymbol{-2x_1-7x_2+3x_3=0}$
$\boldsymbol{x_1+4x_2-2x_3=0}$

Homojen lineer denklem sisteminin çözüm uzayının herhangi bir ortanormal tabanı aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\{\boldsymbol{x}=(\mathbf{4/5},-\mathbf{2/5},-\mathbf{2/5})\}$

b) $\left\{\boldsymbol{x}=(-\mathbf{3}/\sqrt{\mathbf{26}},\mathbf{4}/\sqrt{\mathbf{26}},\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{26}})\right\}$

c) $\left\{\boldsymbol{x}=(\mathbf{3}/\sqrt{\mathbf{26}},-\mathbf{4}/\sqrt{\mathbf{26}},\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{26}})\right\}$

d) $\left\{\boldsymbol{x}=(-\mathbf{2}/\sqrt{\mathbf{5}},\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{5}},\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{5}})\right\}$

e) $\left\{\boldsymbol{x}=(\mathbf{2}/\sqrt{\mathbf{6}},-\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{6}},-\mathbf{1}/\sqrt{\mathbf{6}})\right\}$

25) $\boldsymbol{R^3}$ ün 3x+y-z=0 üzerindeki vektörlerden oluşan alt vektör uzayı için bir ortanormal taban aşağıdakilerden hangisi olabilir?

a) $\left\{\boldsymbol{x_1}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}(\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{1}),\boldsymbol{x_2}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{22}}}(\mathbf{2},-\mathbf{3},\mathbf{3})\right\}$

b) $\left\{\boldsymbol{x_1}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{24}}}(-\mathbf{2},\mathbf{4},-\mathbf{2}),\boldsymbol{x_2}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}(\mathbf{1},\mathbf{2},-\mathbf{1})\right\}$

c) $\left\{\boldsymbol{x_1}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{6}}}(-\mathbf{1},-\mathbf{1},\mathbf{2})\right\}$

d) $\left\{\boldsymbol{x_1}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{18}}}(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{4}),\boldsymbol{x_2}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{10}}}(-\mathbf{1},\mathbf{3},\mathbf{0})\right\}$

e) $\left\{\boldsymbol{x_1}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{26}}}(\mathbf{3},\mathbf{1},\mathbf{4})\right\}$

EK-8

DERS PLANI 1

DERS ADI	LİNEER CEBİR
SINIF	İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ 2. SINIF
KONU	ORTAGONALİTE
SÜRE	3 DERS (45+45+45dk.)
KAZANIMLAR	1. Ortagonallik ve ortanormalliği tanımlar. 2. Vektörleri birim vektöre çevirir. 3. Farklı tabanlar üzerine kurulu koordinat sistemlerindeki çember denklemini yazar.
ÖĞRENME-ÖĞRETME YÖNTEM TEKNİKLERİ	TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ LİNEER CEBİR ÖĞRETİMİ
KULLANILAN EĞİTİM TEKNOLOJİLERİ, ARAÇ-GEREÇLER	BİLGİSAYAR, TABLET BİLGİSAYAR, PROJEKSİYON CİHAZI, GEOGEBRA YAZILIMI, MATHEMATİCA YAZILIMI, POWERPOİNT SUNUMU, DERS VİDEOSU
ÖĞRENME-ÖĞRETME ETKİNLİKLERİ	TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ LİNEER CEBİR ÖĞRETİMİ
GİRİŞ	Ortagonal ve ortanormal olmayan ile ortagonal ya da ortanormal olan vektör örnekleri verilerek, bunlar arasındaki farklılıkların tartışılması ve konuyla ilgisinin açıklanması
DERS İŞLENİŞİ	Hazırlanan ders videoları önceden öğrencilerin derse hazırlıklı gelmeleri için, ders gününün bir hafta öncesinde öğrencilere dağıtılır. Derste, çoklu temsil temelli öğretime uygun olarak hazırlanan powerpoint sunumu ile gerekli yerlerde matematik yazılımlarında hazırlanan temsiller de kullanılarak dersin işlenişi gerçekleştirilir.
DEĞERLENDİRME	Derste ele alınan tüm konular genel hatlarıyla tekrarlanır. Ortagonallik ve ortanormallik arasındaki fark tekrar edilir. Ortagonal vektörlerin nasıl ortanormalleştirildiği tekrar edilir. Çember denkleminin ortagonal ve ortanormal tabanlarda nasıl değiştiği hatırlatılır.

EK-9

DERS PLANI 2

DERS ADI	LİNEER CEBİR
SINIF	İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ 2. SINIF
KONU	GRAM-SCHMİDT ORTANORMALLEŞTİRME YÖNTEMİ
SÜRE	3 DERS (45+45+45dk.)
KAZANIMLAR	Gram-Schmidt ortanormalleştirme yöntemini geometrik anlamını ile birlikte açıklar ve ilgili problemleri çözer.
ÖĞRENME-ÖĞRETME YÖNTEM TEKNİKLERİ	TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ LİNEER CEBİR ÖĞRETİMİ
KULLANILAN EĞİTİM TEKNOLOJİLERİ, ARAÇ-GEREÇLER	BİLGİSAYAR, TABLET BİLGİSAYAR, PROJEKSİYON CİHAZI, GEOGEBRA YAZILIMI, MATHEMATİCA YAZILIMI, POWERPOİNT SUNUMU, DERS VİDEOSU
ÖĞRENME-ÖĞRETME ETKİNLİKLERİ	TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ LİNEER CEBİR ÖĞRETİMİ
GİRİŞ	Ortagonallik ve ortanormallik hatırlatılır. Gram-Schmidt yöntemi ile ilgili bir hikaye anlatılır ve bunun dersle olan ilişkisinden bahsedilir.
DERS İŞLENİŞİ	Hazırlanan ders videoları önceden öğrencilerin derse hazırlıklı gelmeleri için, ders gününün bir hafta öncesinde öğrencilere dağıtılır. Derste, çoklu temsil temelli öğretime uygun olarak hazırlanan powerpoint sunumu ile gerekli yerlerde matematik yazılımlarında hazırlanan temsiller de kullanılarak dersin işlenişi gerçekleştirilir.
DEĞERLENDİRME	Derste ele alınan tüm konular genel hatlarıyla tekrarlanır. Ortagonallik ve ortanormallik ile Gram-Schmidt yöntemi arasındaki ilişki tekrar edilir. Gram-Schmidt yönteminin adımları tekrarlanır. Gram-Schmidt yönteminde elde edilen ortagonal tabanın nasıl ortanormal tabana dönüştürüleceği hatırlatılır.

EK-10

DERS PLANI 3

DERS ADI	LİNEER CEBİR
SINIF	İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ 2. SINIF
KONU	GRAM-SCHMİDT ORTANORMALLEŞTİRME YÖNTEMİ
SÜRE	3 DERS (45+45+45dk.)
KAZANIMLAR	Ortagonal- ortanormal vektör kümeleri ve ortagonal-ortanormal taban kavramları arasındaki farkı açıklar ve ilgili problemleri çözer.
ÖĞRENME-ÖĞRETME YÖNTEM TEKNİKLERİ	TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ LİNEER CEBİR ÖĞRETİMİ
KULLANILAN EĞİTİM TEKNOLOJİLERİ, ARAÇ-GEREÇLER	BİLGİSAYAR, TABLET BİLGİSAYAR, PROJEKSİYON CİHAZI, GEOGEBRA YAZILIMI, MATHEMATİCA YAZILIMI, POWERPOİNT SUNUMU, DERS VİDEOSU
ÖĞRENME-ÖĞRETME ETKİNLİKLERİ	
GİRİŞ	Vektör kümesinin ve tabanın taşıması gereken özellikler tartışılır.
DERS İŞLENİŞİ	Hazırlanan ders videoları önceden öğrencilerin derse hazırlıklı gelmeleri için, ders gününün bir hafta öncesinde öğrencilere dağıtılır. Derste, çoklu temsil temelli öğretime uygun olarak hazırlanan powerpoint sunumu ile gerekli yerlerde matematik yazılımlarında hazırlanan temsiller de kullanılarak dersin işlenişi gerçekleştirilir.
DEĞERLENDİRME	Derste ele alınan tüm konular genel hatlarıyla tekrarlanır. Verilen bir uzayda ortagonal-ortanormal vektör kümeleri ile ortagonal-ortanormal tabanlar arasındaki fark tekrarlanır. Herhangi bir vektör uzayının vektör kümesine Gram-Schmidt yöntemi uygulandığında elde edilen vektör kümesinin ortagonal olabilmesi için girdi vektör kümesinin taşıması gereken özellikler tartıştırılır.

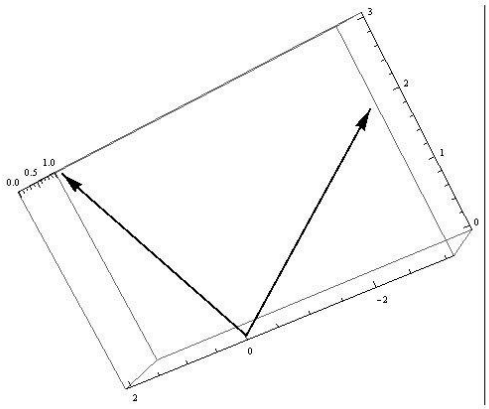
EK-11

ORTAGONALLİK VE ORTANORMALLİK

Tanım:

Herhangi bir iç çarpım uzayı olan V 'ye ait u ve v vektörleri için $\underline{< \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} >= \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{u}\ \boldsymbol{ve}\ \boldsymbol{v}\ \boldsymbol{vektörleri}\ \boldsymbol{diktir}\ (\boldsymbol{ortagonaldir})}$ denir. u⊥v ile gösterilir. (1. Temsil dik vektörler)

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, 3}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0, -3, 2}}]};
VectorAngle[{1, 2, 3}, {0, -3, 2}]
Graphics3D[{Thick, x, y}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
π/2
```



Tanım:

Herhangi bir iç çarpım uzayı olan V 'ye ait vektörlerden oluşan S kümesindeki

i. vektör ikilileri birbirine dik ise S vektör kümesine ortagonal (dik) vektör kümesi denir.
ii. vektör ikilileri birbirine dik ve S deki tüm vektörlerin hepsinin uzunluğu 1 birim ise (birim vektörlerse) S vektör kümesine ortanormal (birim dik) vektör kümesi denir.

✓ Bir iç çarpım uzayında $\boldsymbol{u} \neq \mathbf{0}$ olmak üzere, u ile aynı doğrultuda olan bir birim vektör

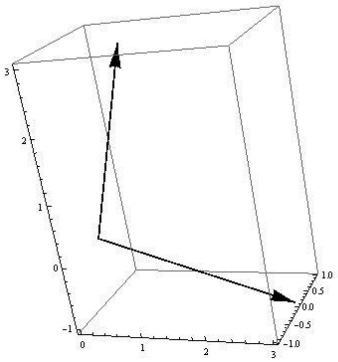
$$\frac{\boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{u}\|} = \boldsymbol{v}$$

ile her zaman bulunabilir.

- $\|v\| = \sqrt{< v, v >} = \sqrt{< \frac{u}{\|u\|}, \frac{u}{\|u\|} >} \sqrt{\frac{<u,u>}{\|u\|.\|u\|}} = \sqrt{\frac{\|u\|^2}{\|u\|.\|u\|}} = 1$

(2. temsil ortagonal ve ortanormal vektörler)

```
c = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {3, 0, -1}}]}; b = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 0, 3}}]};
Graphics3D[{Thick, c, b}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```



```
Norm[w]
√10

Norm[t]
√10

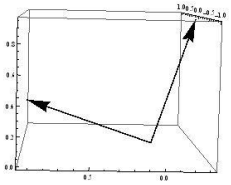
VectorAngle[w, t]
π/2

w ve t vektörleri ortagonal vektörlerdir.
```

```
u = {3 / Sqrt[10], 0, -1 / Sqrt[10]}
{3/√10, 0, -1/√10}

v = {1 / Sqrt[10], 0, 3 / Sqrt[10]}
{1/√10, 0, 3/√10}

x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {3 / Sqrt[10], 0, -1 / Sqrt[10]}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1 / Sqrt[10], 0, 3 / Sqrt[10]}}]};
Graphics3D[{Thick, x, y}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```



```
Norm[u]
1

Norm[v]
1

VectorAngle[u, v]
π/2
```

$\mathbb{R}^2$ de ortagonallikve ortanormallik

Örnek 1:

$$\boldsymbol{W_1} = \{\boldsymbol{u} = (\mathbf{1},\mathbf{3}), \boldsymbol{v} = (\mathbf{-2},\mathbf{3})\}$$
$$\boldsymbol{W_2} = \{\boldsymbol{u} = (\mathbf{1},\mathbf{2}), \boldsymbol{v} = (\mathbf{3},\mathbf{4})\}$$
$$\boldsymbol{W_3} = \{\boldsymbol{u} = (\mathbf{2},\mathbf{5}), \boldsymbol{v} = (\mathbf{1},\mathbf{3})\}$$
$$.$$
$$.$$
$$.$$

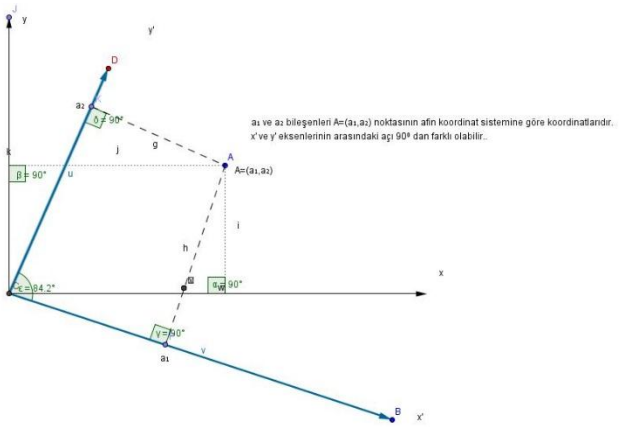
$\boldsymbol{W_1, W_2\ ve\ W_3}$ vektör kümeleri ortagonal ve ortanormal olmayan vektör kümeleridir.

Tanım:

Ortagonal ve ortanormal olmayan vektörler u ve v olmak üzere $\boldsymbol{W} = \{\mathbf{0}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}\}$ vektör kümesine $\mathbb{R}^2$ nin herhangi bir Afin (eğik) tabanı denir. Bu afin tabanının oluşturduğu koordinat sistemine Afin (eğik) koordinat sistemi denir.

(3. temsil 2. Boyutta afin koordinat sistemi)

Afin koordinat sistemindeki A=(a_1,a_2) noktasının a_1 ve a_2 bileşenleri noktanın afin koordinat sistemine göre afin koordinatlarıdır.



Örnek 2:

$$\boldsymbol{W_1} = \{\boldsymbol{u} = (\mathbf{1},\mathbf{2}), \boldsymbol{v} = (\mathbf{2},\mathbf{-1})\}$$
$$\boldsymbol{W_2} = \{\boldsymbol{u} = (\mathbf{2},\mathbf{5}), \boldsymbol{v} = (\mathbf{-5},\mathbf{2})\}$$
$$.$$
$$.$$
$$.$$

$\boldsymbol{W_1, W_2}$ vektör kümeleri $\mathbb{R}^2$ nin herhangi ortagonal vektör kümeleridir. ($\boldsymbol{vektör\ kümelerindeki\ u\ ve\ v\ vektörleri\ için\ \ < u, v >= 0}$)

Örnek 3:

$$\boldsymbol{W_1 = \left\{u = \frac{1}{\sqrt{10}}(1,3), v = \frac{1}{\sqrt{10}}(3,-1)\right\}}$$

$$\boldsymbol{W_2 = \left\{u = \frac{1}{\sqrt{13}}(2,-3), v = \frac{1}{\sqrt{13}}(3,2)\right\}}$$

.
.
.

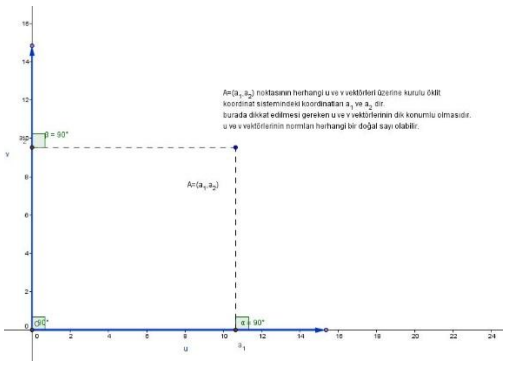
$\boldsymbol{W_1, W_2}$ vektör kümeleri $\mathbb{R}^2$ nin herhangi ortanormal vektör kümeleridir. $\boldsymbol{vektör\ kümelerindeki\ u\ ve\ v\ vektörleri\ için\ \ < u, v >= 0\ ve\ \|u\| = \|v\| = 1}$

Tanım:

Ortagonal veya ortanormal vektör kümelerinin oluşturmuş olduğu $\boldsymbol{W = \{0, u, v\}}$ vektör kümesi $\mathbb{R}^2$ nin öklit tabanıdır ve bu tabanın oluşturmuş olduğu koordinat sistemine öklit koordinat sistemi denir.

(4. temsil 2. Boyutta öklit koordinat sistemi)

Öklit koordinat sistemindeki A=(a_1,a_2) noktasının a_1 ve a_2 bileşenleri noktanın öklit koordinatlarıdır.

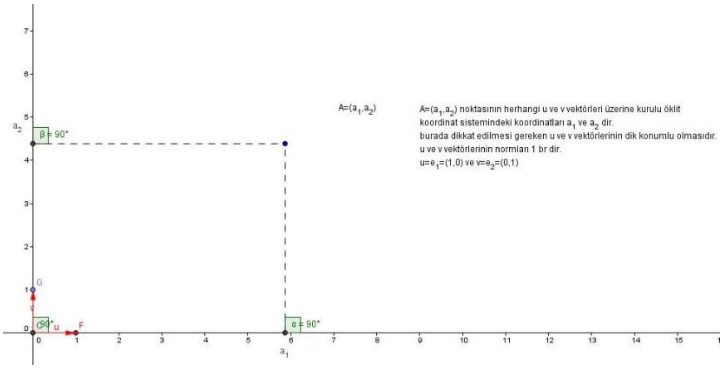


Tanım:

$\mathbb{R}^2$ de $\boldsymbol{W = \{0, e_1 = (1,0), e_2 = (0,1)\}}$ ortanormal vektör kümesinin oluşturduğu $\boldsymbol{W = \{0, e_1, e_2\}}$ tabanına standart öklit tabanı denir ve bu taban üzerine kurulmuş koordinat sistemine standart öklit koordinat sistemi denir.

(5. temsil 2. Boyutta standart öklit koordinat sistemi)

A=(a_1,a_2) noktasının a_1 ve a_2 bileşenleri noktanın standart öklit koordinatlarıdır.



<u>$\mathbb{R}^3$ de ortagonallikve ortanormallik</u>

Örnek 1:

$$\boldsymbol{W_1 = \{u_1 = (1,-3,5), u_2 = (2,3,-1), u_3 = (4,2,1)\}}$$
$$\boldsymbol{W_2 = \{u_1 = (2,5,8), u_2 = (3,-2,1), u_3 = (1,2,-5)\}}$$
$$\boldsymbol{W_3 = \{u_1 = (1,3,-2), u_2 = (2,1,-5), u_3 = (3,-2,0)\}}$$
$$\vdots$$

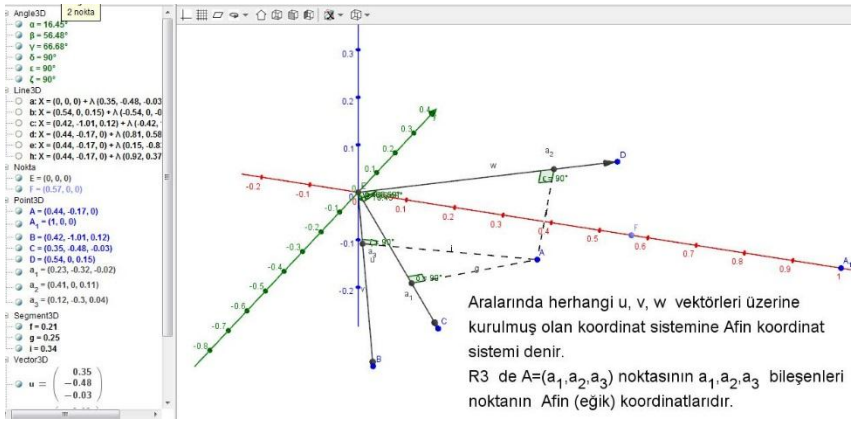
$\boldsymbol{W_1, W_2\ ve\ W_3}$ vektör kümeleri $\mathbb{R}^3$ de ortagonal veya ortanormal olmayan vektör kümeleridir.

Tanım:

$\mathbb{R}^3$ de ortagonal veya ortanormal olmayan vektörlerden oluşan $\boldsymbol{W = \{0, u_1, u_2, u_3\}}$ vektör kümesi $\mathbb{R}^3$ ün herhangi bir afin (eğik) tabanıdır ve bu tabanın oluşturmuş olduğu koordinat sistemi de $\mathbb{R}^3$ de afin(eğik) koordinat sistemi denir.

(6. temsil 3. Boyutta afin koordinat sistemi)

$\mathbb{R}^3$ afin koordinat sisteminde A=(a_1,a_2,a_3) noktasının a_1,a_2,a_3 bileşenleri noktanın Afin (eğik) koordinatlarıdır.



Örnek 2:

$$\boldsymbol{W_1 = \{u_1 = (1,0,1), u_2 = (0,1,0), u_3 = (-1,0,1)\}}$$
$$\boldsymbol{W_2 = \{u_1 = (2,0,3), u_2 = (-3,0,2), u_3 = (0,1,0)\}}$$
$$\vdots$$

$\boldsymbol{W_1\ ve\ W_2}$ gibi ortagonal vektörlerden oluşan vektör kümeleri ortagonal vektör kümeleridir (vektör kümelerindeki $\boldsymbol{u_1, u_2\ ve\ u_3}$ vektörleri ikişerli olarak birbirlerine diktir, iç çarpımları sıfırdır).

Örnek 3:

$$\boldsymbol{W_1 = \{u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1), u_2 = (0,1,0), u_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1,0,1)\}}$$
$$\boldsymbol{W_2 = \{u_1 = \frac{1}{\sqrt{13}}(2,0,3), u_2 = \frac{1}{\sqrt{13}}(-3,0,2), u_3 = (0,1,0)\}}$$
$$\vdots$$

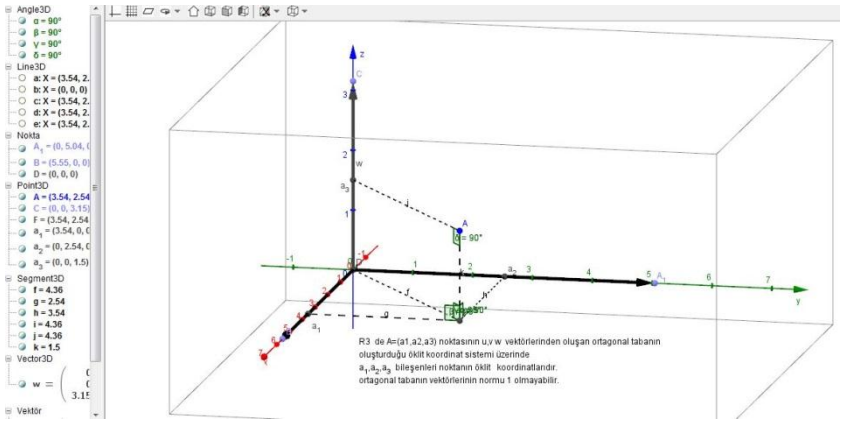
$\boldsymbol{W_1}$ $\boldsymbol{ve}$ $\boldsymbol{W_2}$ gibi ortanormal vektörlerden oluşan vektör kümeleri ortanormal vektör kümeleridir.

Tanım:

Ortagonal veya ortanormal vektör kümelerinden oluşan $\boldsymbol{W} = \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_3}\}$ tabanına $\mathbb{R}^3$ ün öklit tabanı denir. Öklit tabanının oluşturduğu koordinat öklit koordinat sistemi denir.

(7. temsil 3. Boyutta öklit koordinat sistemi)

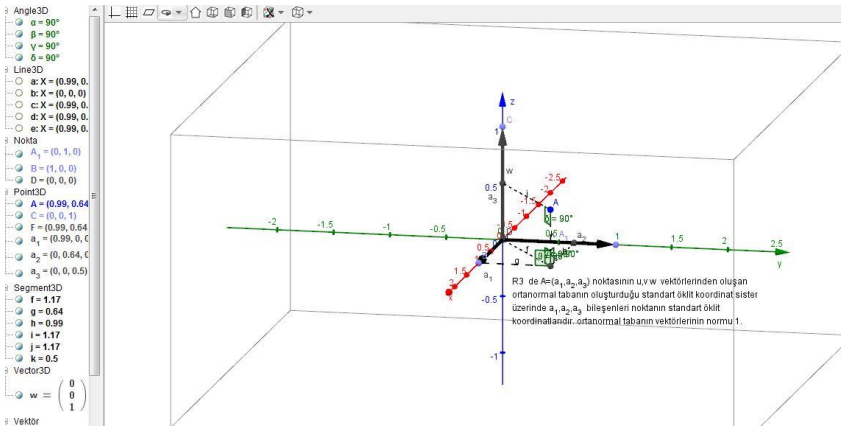
$\mathbb{R}^3$ öklit koordinat sisteminde A=(a_1,a_2,a_3) noktasının a_1,a_2,a_3 bileşenleri noktanın öklit koordinatlarıdır.



Tanım:

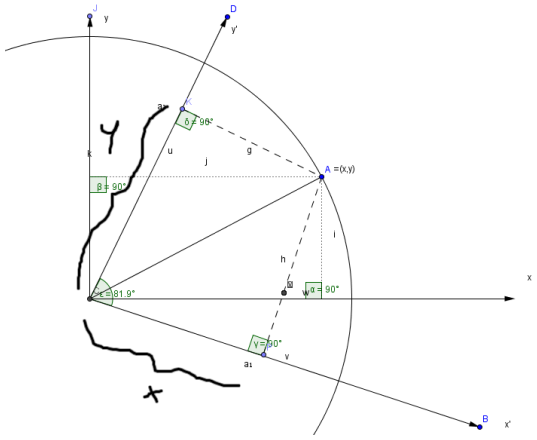
$\boldsymbol{W = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}}$ vektör kümesine standart öklit tabanı denir ve bu vektörler yardımıyla oluşturulan {0,x,y,z} koordinat sistemine standart öklit koordinat sistemi denir.

(8. temsil 3. Boyutta standart öklit koordinat sistemi)



Örnek:

Farklı koordinat sistemlerinde çember denklemini inceleyelim.



$\boldsymbol{\overrightarrow{OA} = x.\vec{u} + y.\vec{v} \quad (\left\|\overrightarrow{OA}\right\| = 1)}$

$\boldsymbol{\left\|\overrightarrow{OA}\right\|^2 = <\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA}>}$

$\boldsymbol{1 = <x.\vec{u} + y.\vec{v}, x.\vec{u} + y.\vec{v}>}$

$\boldsymbol{1 = x^2 <\vec{u},\vec{u}> + 2xy <\vec{u},\vec{v}> + y^2 <\vec{v},\vec{v}>}$

$\mathbf{1} = \boldsymbol{x^2}\|\boldsymbol{u}\|^2 + \mathbf{2}\boldsymbol{xy}\|\boldsymbol{u}\|\|\boldsymbol{v}\|\cos\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{y^2}\|\boldsymbol{v}\|^2$

Çember denklemi;

Afin koordinat sisteminde, $\boldsymbol{x^2}\|\boldsymbol{u}\|^2 + \mathbf{2}\boldsymbol{xy}\|\boldsymbol{u}\|\|\boldsymbol{v}\|\cos\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{y^2}\|\boldsymbol{v}\|^2 = \mathbf{1}$

$\|\boldsymbol{u}\| = \mathbf{1}\ \boldsymbol{ve}\ \|\boldsymbol{v}\| = \mathbf{1}$ ise , $\boldsymbol{x^2} + \mathbf{2}\boldsymbol{xy}\cos\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{y^2} = \mathbf{1}$

Öklit koordinat sisteminde, $\boldsymbol{x^2}\|\boldsymbol{u}\|^2 + \boldsymbol{y^2}\|\boldsymbol{v}\|^2 = \mathbf{1}$ (öklit koordinat sisteminde u ve v vektörleri ortagonal vektörlerdir)

Standart öklit koordinat sisteminde, $\boldsymbol{x^2} + \boldsymbol{y^2} = \mathbf{1}$ (standart öklit koordinat sisteminde u ve v vektörleri ortanormal vektörleridir.)

(9. temsil farklı koordinat sistemlerinde çember denklemi)

Teorem:

V sonlu boyutlu bir iç çarpım uzayı olsun. $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_3}, \dots, \boldsymbol{u_n}\} \subset \boldsymbol{V}$ $(\boldsymbol{u_i} \neq \mathbf{0}, \boldsymbol{i} \in \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \boldsymbol{n}\})$ ortagonal vektör kümesi olsun. O halde S lineer bağımsız vektör kümesidir.

İspat:

$\boldsymbol{a_1u_1} + \boldsymbol{a_2u_2} + \cdots \boldsymbol{a_nu_n} = \mathbf{0}$ olsun.

$$< \boldsymbol{a_1u_1} + \boldsymbol{a_2u_2} + \cdots \boldsymbol{a_nu_n}, \boldsymbol{u_i} >=< \mathbf{0}, \boldsymbol{u_i} >= \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{a_1}\underbrace{< \boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_i} >}_{\mathbf{0}} + \boldsymbol{a_2}\underbrace{< \boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_i} >}_{\mathbf{0}} + \cdots + \boldsymbol{a_i} < \boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{u_i} > + \cdots + \boldsymbol{a_n}\underbrace{< \boldsymbol{u_n}, \boldsymbol{u_i} >}_{\mathbf{0}}$$

$$= \mathbf{0}$$

(S ortagonal, o halde tüm vektörler birbirine dik, yani iç çarpımları 0 olur.)

$$\boldsymbol{a_i} < \boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{u_i} >= \mathbf{0}$$

S ortagonal ise $\boldsymbol{u_i} \neq \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{a_i} = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{S\ lineer\ ba}$ğ$\boldsymbol{ımsızdır}$.

Teorem:

$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_3}, \dots, \boldsymbol{u_n}\} \subset \boldsymbol{V}$ S ortanormal(birim dik) bir taban ve $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{V}$ olsun.

$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{r_1u_1} + \boldsymbol{r_2u_2} + \cdots + \boldsymbol{r_nu_n}$ olmak üzere,

$< \boldsymbol{u}, \boldsymbol{u_i} >= \boldsymbol{r_i}, \boldsymbol{i} \in \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \boldsymbol{n}\}$ dir.

İspat:

$$\boldsymbol{u = r_1u_1 + r_2u_2 + \cdots + r_nu_n}$$

$$\boldsymbol{< u, u_i >= < r_1u_1 + r_2u_2 + \cdots + r_nu_n\, , u_i >}$$

$$\boldsymbol{< u, u_i >= r_1 \underbrace{< u_1\, , u_i >}_{0} + r_2 \underbrace{< u_2\, , u_i >}_{0} + \cdots + r_i \underbrace{< u_i\, , u_i >}_{1} + \cdots +}$$

$$\boldsymbol{r_n \underbrace{< u_n\, , u_i >}_{0}}$$

(S ortanormal)

$$\boldsymbol{< u, u_i >= r_i}$$

GRAM-SCHMİDT ORTANORMALLEŞTİRME YÖNTEMİ

TEOREM:

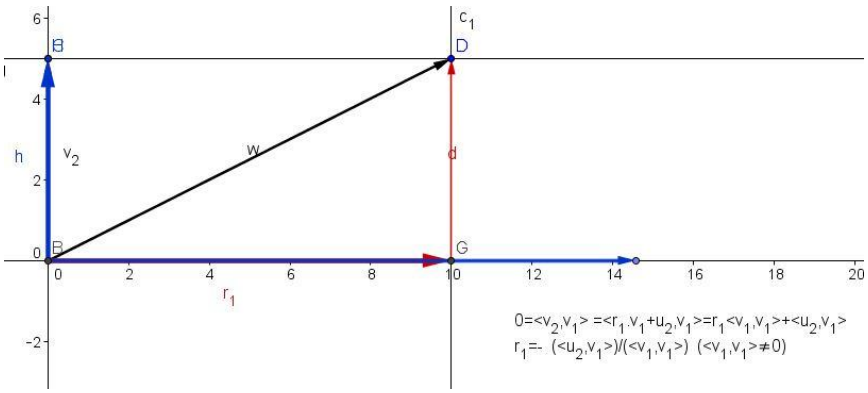
V iç çarpım uzayı olsun. $\boldsymbol{W \neq \{0\}}$, $\boldsymbol{W \subset V}$ ve W sonlu boyutlu bir alt uzay olsun. W 'nın $\boldsymbol{L = \{l_1, l_2, \ldots l_n\}}$ şeklinde bir ortanormal tabanı vardır.

İspat:

Yapılması gereken W alt vektör uzayının herhangi bir tabanı yardımıyla K ortagonal tabanını elde etmek ve K yardımıyla da L ortanormal tabanı bulmaktır.

İlk olarak iki boyutlu W alt uzay ve W nın herhangi bir tabanı S olsun.

(1.Temsil 2 boyutta gram-schmidt yöntemi)



$\boldsymbol{S = \{u_1, u_2\}}$ olsun. S yardımıyla elde edeceğimiz $\boldsymbol{K = \{v_1, v_2\}}$ tabanın ilk vektörünün $\boldsymbol{v_1 = u_1}$ olsun.

$$\boldsymbol{K\ ortagonal \Rightarrow < v_1, v_2 >= 0}$$

$$\boldsymbol{0 =< v_2, v_1 > =< r_1.v_1 + u_2, v_1 >= r_1 < v_1, v_1 > + < u_2, v_1 >}$$

$$\boldsymbol{r_1 = -\frac{<u_2, v_1>}{<v_1, v_1>}\ (< v_1, v_1 >\neq 0)}$$

$\Rightarrow \boldsymbol{v_2 = r_1.v_1 + u_2 = u_2 - \frac{<u_2,v_1>}{<v_1,v_1>} v_1}$ elde edilir.

3 boyutlu W alt uzay ve W nın herhangi bir tabanı S olmak üzere;

$\boldsymbol{S = \{u_1, u_2, u_3\}}$ olsun**.** $\boldsymbol{K = \{v_1, v_2, v_3\}}$ bulalım.

$\boldsymbol{v_1\ ve\ v_2}$ vektörleri yukarıdaki gibi bulunabilir.

$\boldsymbol{v_3 = r_2.v_1 + r_3.v_2 + u_3}$

$\boldsymbol{0 =< v_3, v_1 >=< r_2.v_1 + r_3.v_2 + u_3 , v_1 >= r_2.< v_1 , v_1 > + r_3 \underbrace{< v_2 , v_1 >}_{0} +<}$

$\boldsymbol{u_3 , v_1 >}$

$\boldsymbol{r_2 = - \frac{<u_3 ,v_1>}{<v_1 ,v_1>}\ (< v_1, v_1 > \neq 0)}$

$\boldsymbol{0 =< v_3, v_2 >=< r_2.v_1 + r_3.v_2 + u_3 , v_2 >= r_2.\underbrace{< v_1 , v_2 >}_{0} + r_3.< v_2 , v_2 > +<}$

$\boldsymbol{u_3 , v_2 >}$

$\boldsymbol{r_3 = - \frac{<u_3 ,v_2>}{<v_2 ,v_2>}\ (< v_2, v_2 > \neq 0)}$

$\boldsymbol{\Rightarrow v_3 = r_2.v_1 + r_3.v_2 + u_3 = u_3 - \frac{<u_3 ,v_1>}{<v_1 ,v_1>} v_1 - \frac{<u_3 ,v_2>}{<v_2 ,v_2>} v_2}$ olarak bulunur.

Benzer işlemler tüm n. boyutlara uygulandığında,

$\boldsymbol{v_n = u_n - \frac{<u_n ,v_1>}{<v_1 ,v_1>} v_1 - \frac{<u_n ,v_2>}{<v_2 ,v_2>} v_2 - \cdots - \frac{<u_n ,v_{n-1}>}{<v_{n-1} ,v_{n-1}>} v_{n-1}}$

Bu şekilde $\boldsymbol{K = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}}$ ortagonal taban elde edildikten sonra ortanormal taban elde edebilmek için yapılması gereken tüm vektörleri normlarına bölmektir. Bu şekilde;

$\boldsymbol{L = \{\frac{1}{\|v_1\|} v_1 = l_1, \frac{1}{\|v_2\|} v_2 = l_2, \dots, \frac{1}{\|v_n\|} v_n = l_n\}}$ ortanormal tabanı elde edilir.

Örnek 1:

$\mathbb{R}^2$ de $\boldsymbol{S = \{u_1 = (1,3), u_2 = (2,-1)\}}$ tabanı yardımıyla $\mathbb{R}^2$ nin herhangi bir ortanormal tabanını bulunuz.

Çözüm: (2. Temsil)

$\boldsymbol{K = \{v_1, v_2\}}$ ortagonal tabanı olsun.

$\boldsymbol{v_1 = (1,3)}$ olsun.

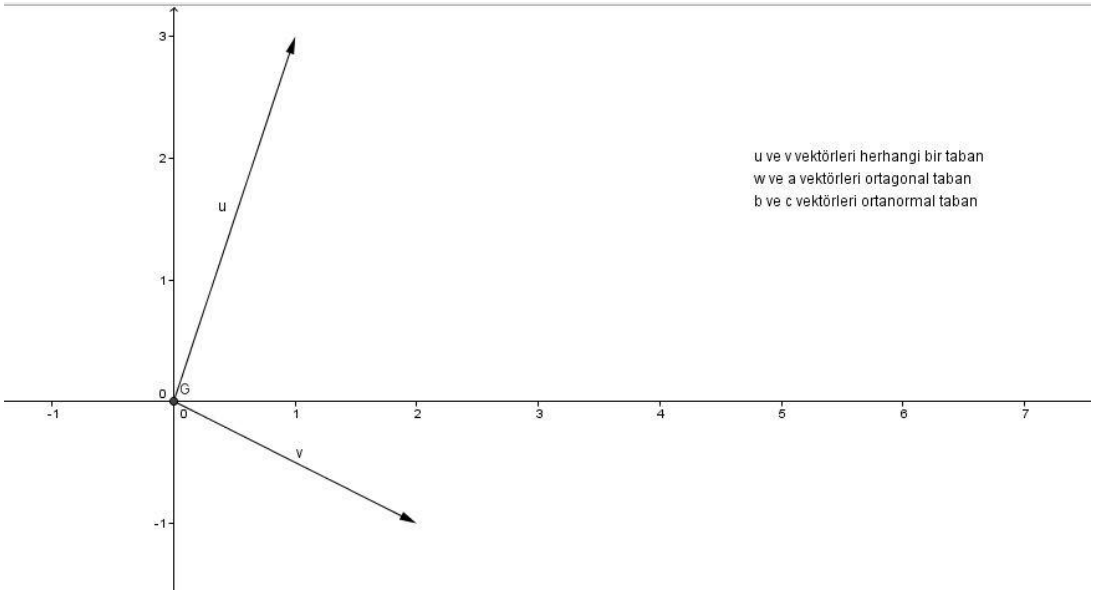
$\boldsymbol{v_2 = u_2 - \frac{<u_2,v_1>}{<v_1,v_1>} v_1 = (2,-1) - \frac{<(2,1),(1,3)>}{<(1,3),(1,3)>}(1,3) = (2,-1) - \frac{-1}{10}(1,3) = \left(\frac{21}{10}, \frac{-7}{10}\right) = \frac{7}{10}(3,-1)}$

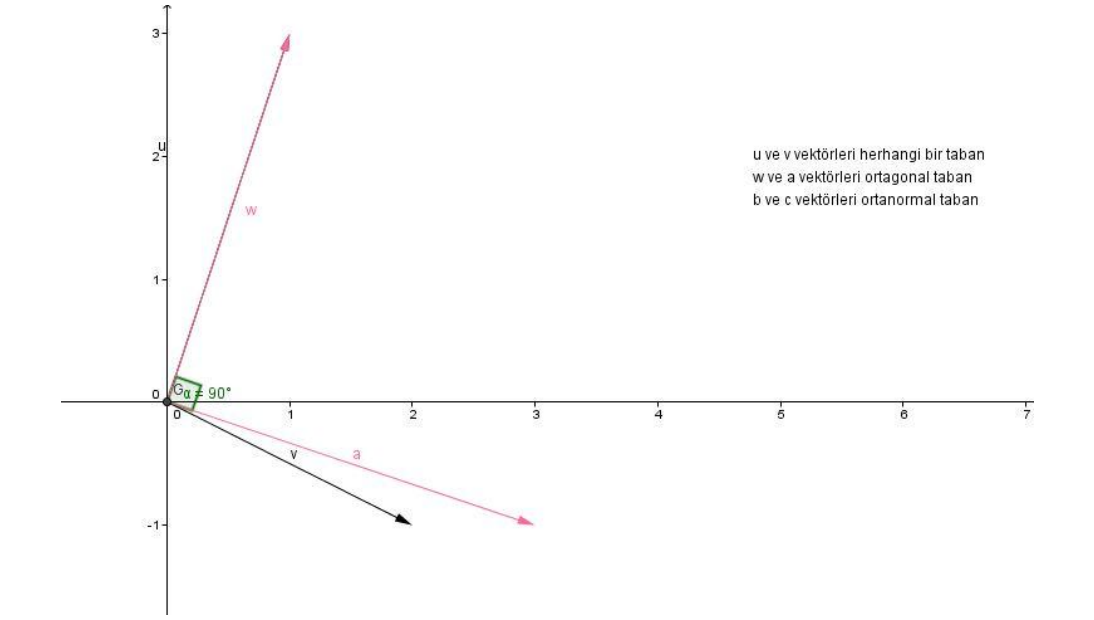
$\boldsymbol{< u, v >= 0\ \ ve\ \ < u, r.v >= 0}$ olduğundan

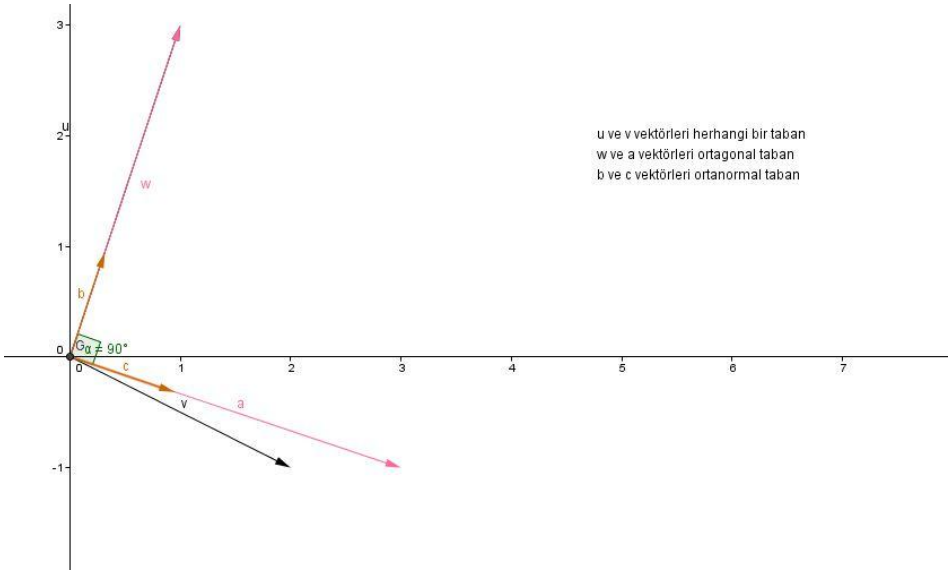
$\boldsymbol{< v_1, v_2 >=< (1,3), \frac{7}{10}(3,-1) >= 0 =< (1,3), (3,-1) >}$ dır ve $\boldsymbol{v_2 = (3,-1)}$ alınabilir.

$\boldsymbol{K = \{v_1 = (1,3), v_2 = (3,-1)\}}$ ortagonal tabandır. Buradan;

$\boldsymbol{L = \left\{\frac{1}{\|v_1\|}v_1 = l_1, \frac{1}{\|v_3\|}v_2 = l_2\right\} = \left\{\frac{1}{\sqrt{10}}(1,3), \frac{1}{\sqrt{10}}(3,-1)\right\}}$ ortanormal taban elde edilir.







Örnek 2: (3. Temsil)

$\mathbb{R}^3$ de $\boldsymbol{S = \{u_1 = (1,3,1), u_2 = (2,2,0), u_3 = (-1,0,2)\}}$ tabanı yardımıyla $\mathbb{R}^3$ ün herhangi bir ortanormal tabanını bulunuz.

Çözüm:

$\boldsymbol{K = \{v_1, v_2, v_3\}}$ ortagonal taban olsun.

$\boldsymbol{v_1 = u_1 = (1,3,1)}$ olsun.

$$\boldsymbol{v_2 = u_2 - \frac{<u_2,v_1>}{<v_1,v_1>} v_1 = (2,2,0) - \frac{<(2,2,0),(1,3,1)>}{<(1,3,1),(1,3,1)>}(1,3,1) = (2,2,0) - \frac{8}{11}(1,3,1) =}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{14}{11}, \frac{-2}{11}, -\frac{8}{11}\right) = \frac{2}{11}(7,-1,-4)}$$

$\boldsymbol{v_2 = (7,-1,-4)}$ olarak alabiliriz.

$$\boldsymbol{v_3 = u_3 - \frac{<u_3,v_1>}{<v_1,v_1>} v_1 - \frac{<u_3,v_2>}{<v_2,v_2>} v_2 = (-1,0,2) - \frac{<(-1,0,2),(1,3,1)>}{<(1,3,1),(1,3,1)>}(1,3,1) -}$$

$$\boldsymbol{\frac{<(-1,0,2),(7,-1,-4)>}{<(7,-1,-4),(7,-1,-4)>}(7,-1,-4)}$$

$$\boldsymbol{= (-1,0,2) - \frac{1}{11}(1,3,1) - \frac{-15}{66}(7,-1,-4)}$$

$$\boldsymbol{= \left(-1 - \frac{1}{11} + \frac{35}{22}, 0 - \frac{3}{11} - \frac{5}{22}, 2 - \frac{1}{11} - \frac{20}{22}\right) = \left(\frac{11}{22}, -\frac{11}{22}, \frac{22}{22}\right)}$$

$$\boldsymbol{= \frac{11}{22}(1,-1,2)}$$

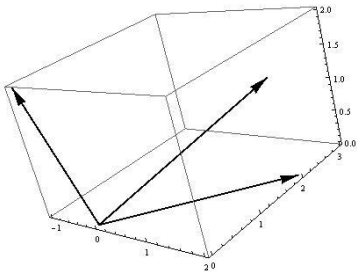
$\boldsymbol{v_3 = (1,-1,2)}$ olarak alınabilir.

$\boldsymbol{K = \{v_1 = (1,3,1), v_2 = (7,-1,-4), v_3 = (1,-1,2)\}}$ bulunur.

$\boldsymbol{L = \{\frac{1}{\sqrt{11}}(1,3,1), \frac{1}{\sqrt{66}}(7,-1,-4), \frac{1}{\sqrt{6}}(1,-1,2)\}}$ dir.

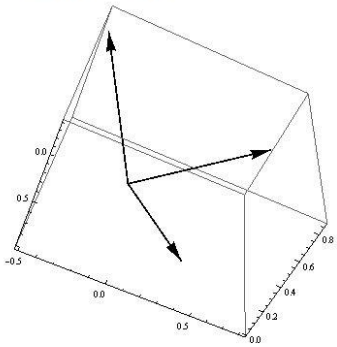
```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 3, 1}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {2, 2, 0}}]}; z = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {-1, 0, 2}}]};
Orthogonalize[{{1, 3, 1}, {2, 2, 0}, {-1, 0, 2}}]

Graphics3D[{Thick, x, y, z}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```



vektörlerin ortanormalleştirilmiş halleri

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.301511, 0.904534, 0.301511}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.86164, -0.123091, -0.492366}}]};
z = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.408248, -0.408248, 0.816497}}]};
Graphics3D[{Thick, x, y, z}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
Norm[{0.301511, 0.904534, 0.301511}]
Norm[{0.86164, -0.123091, -0.492366}]
Norm[{0.408248, -0.408248, 0.816497}]
```



```
1.

{{1.}, {1.}}
```

vektörlerin ortagonalleştirilmiş halleri

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 3, 1}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {7, -1, -4}}]};
z = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, -1, 2}}]};

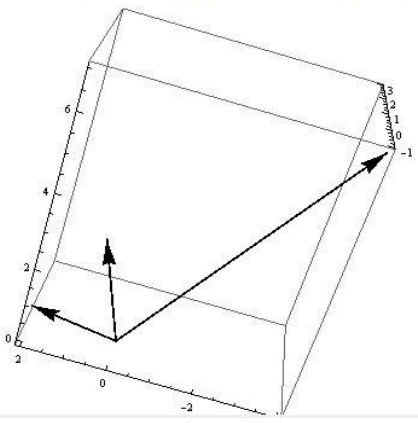
VectorAngle[{1, 3, 1}, {7, -1, -4}]
VectorAngle[{1, 3, 1}, {1, -1, 2}]
VectorAngle[{1, -1, 2}, {7, -1, -4}]
```

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

```
Graphics3D[{Thick, x, y, z}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```



Örnek 3: (4. Temsil)

$\mathbb{R}^3$ de $\boldsymbol{W = \{(x, y, z): 2x - y - z = 0, x, y, z \in R\}}$ alt vektör uzayının herhangi bir tabanını yazın ve bu taban yardımıyla $\boldsymbol{W}$ **nın** herhangi bir ortanormal tabanını bulunuz.

Çözüm:

W nın herhangi bir tabanı $\boldsymbol{S = \{(1, 2, 0), (2, 3, 1)\}}$ yi alalım.

$\boldsymbol{K = \{v_1, v_2\}}$ ortagonal tabanı olsun.

$\boldsymbol{v_1 = (1, 2, 0)}$ olsun.

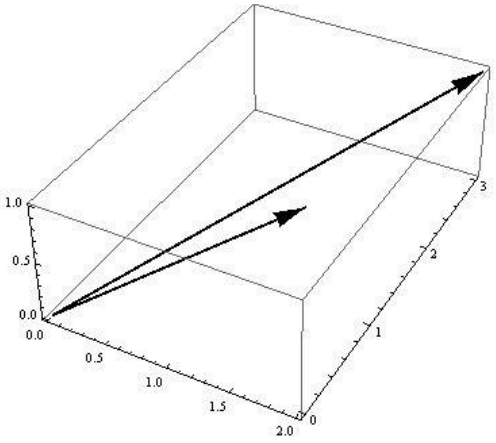
$$\boldsymbol{v_2 = u_2 - \frac{< u_2, v_1 >}{< v_1, v_1 >} v_1 = (2, 3, 1) - \frac{< (2, 3, 1), (1, 2, 0) >}{< (1, 2, 0), (1, 2, 0) >} (1, 2, 0) = \frac{1}{5}(2, -1, 5)}$$

$\boldsymbol{L = \{\frac{1}{\sqrt{5}}(1, 2, 0), \frac{1}{\sqrt{30}}(2, -1, 5)\}}$ olarak bulunur.

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, 0}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {2, 3, 1}}]}

Graphics3D[{Thick, x, y}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]

{Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {2, 3, 1}}]}
```

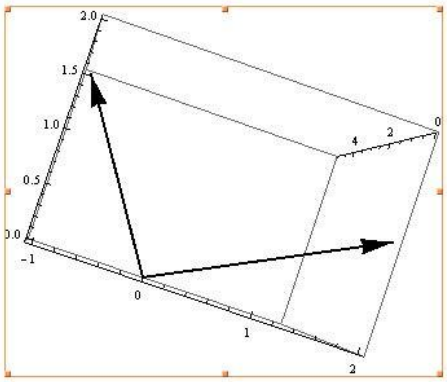


verilen vektörler

```
ortagonalleştirme

x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, 0}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {2, -1, 5}}]};
VectorAngle[{1, 2, 0}, {2, -1, 5}]
Graphics3D[{Thick, x, y}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```

$$\frac{\pi}{2}$$

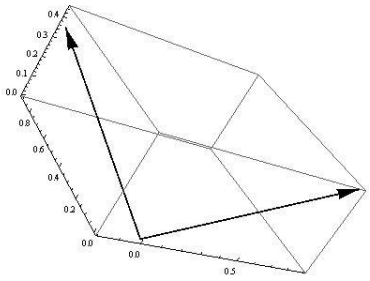


```
ortanormalleştirme
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1 / sqrt (5), 2 / sqrt (5), 0}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {2 / sqrt (30), -1 / sqrt (30), 5 / sqrt (30)}}]};
VectorAngle[{1, 2, 0}, {2, -1, 5}]
Graphics3D[{Thick, x, y}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
ortanormalleştirme
```

$$\frac{\pi}{2}$$

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.447214, 0.894427, 0}}]}; y = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.365148, -0.182574, 0.912871}}]};

Graphics3D[{Thick, x, y}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```



```
Norm[{0.447214, 0.894427, 0}]
1.

Norm[{0.365148, -0.182574, 0.912871}]
```

Örnek 4: (5. Temsil)

$\mathbb{R}^3$ de $\boldsymbol{W = \{(x, y, z): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-3} = \lambda,\ \ x, y, z, \lambda \in R\}}$ alt vektör uzayının herhangi bir tabanını yazın ve bu taban yardımıyla $\boldsymbol{W}$ **nın** herhangi bir ortanormal tabanını bulunuz.

Çözüm:

W nın herhangi bir tabanı $\boldsymbol{S = \{(1, 2, -3)\}}$ yi alalım.

$\boldsymbol{K = \{(1, 2, -3)\}}$ W nın ortagonal bir tabanıdır.

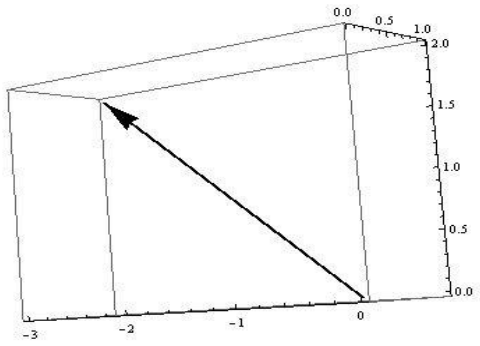
$\boldsymbol{L = \{\frac{1}{\sqrt{14}}(1, 2, -3)\}}$ W nın ortanormal bir tabanıdır.

verilen taban

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, -3}}]}
```

```
Graphics3D[{Thick, x}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```

```
{Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, -3}}]}
```

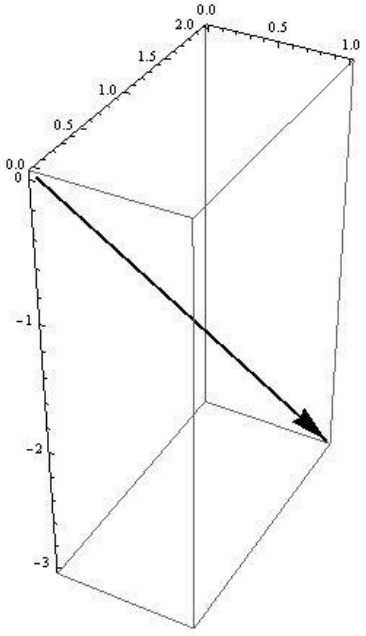


istenilen ortagonal taban

```
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, -3}}]}
```

```
Graphics3D[{Thick, x}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
```

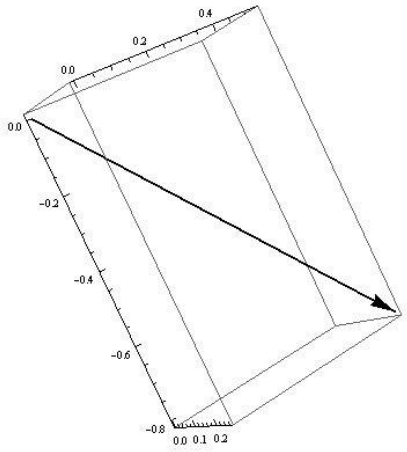
```
{Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1, 2, -3}}]}
```



```
istenilen ortanormal taban
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {1 / sqrt (14), 2 / sqrt (14), -3 / sqrt (14)}}]}

Graphics3D[{Thick, x}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
x = {Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.267261, 0.534522, -0.801784}}]}

Graphics3D[{Thick, x}, Axes → True, AxesEdge → Automatic]
{Arrowheads[Large], Arrow[{{0, 0, 0}, {0.267261, 0.534522, -0.801784}}]}
```




```
Norm[{0.267261, 0.534522, -0.801784}]
1.
```

Örnek 5:

P_3 vektör uzayında p(t), q(t) ∈ P_3 polinomlar olmak üzere

$$< \mathbf{p(t), q(t)} >= \int_0^1 \boldsymbol{p(t).q(t)dt}$$

fonksiyonu ile tanımlı iç çarpım uzayında P_3 ün alt vektör uzayı W nın herhangi bir tabanı $\boldsymbol{S = \{1, t, t^2\}}$ yardımıyla W nın herhangi bir ortanormal tabanını bulun.

Çözüm:

$\boldsymbol{K = \{v_1, v_2, v_3\}}$ ortagonal taban olsun.

$\boldsymbol{v_1 = u_1 = 1}$ olsun.

$$\boldsymbol{v_2 = u_2 - \frac{< u_2, v_1 >}{< v_1, v_1 >} v_1 = t - \frac{< t, 1 >}{< 1, 1 >} 1}$$

$$\boldsymbol{< u_2, v_1 >=< t, 1 >= \int_0^1 t.1.dt = \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{< v_1, v_1 >=< 1, 1 >= \int_0^1 1.1.dt = t|_0^1 = 1}$$

$$\boldsymbol{v_2 = u_2 - \frac{<u_2, v_1>}{<v_1, v_1>} v_1 = t - \frac{<t,1>}{<1,1>} 1 = t - \frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{v_3 = u_3 - \frac{<u_3, v_1>}{<v_1, v_1>} v_1 - \frac{<u_3, v_2>}{<v_2, v_2>} v_2 = t^2 - \frac{<t^2, 1>}{<1, 1>} 1 - \frac{<t^2, t-\frac{1}{2}>}{<t-\frac{1}{2}, t-\frac{1}{2}>} (t - \frac{1}{2})}$$

$$\boldsymbol{< t^2, 1 >= \int_0^1 t^2.1.dt = \frac{t^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}}$$

$$\boldsymbol{< t^2, t - \frac{1}{2} >= \int_0^1 t^2.\left(t - \frac{1}{2}\right).dt = \left(\frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{6}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{12}}$$

$< t-\frac{1}{2}\ , t-\frac{1}{2} >= \int_0^1 \left(t-\frac{1}{2}\right).\left(t-\frac{1}{2}\right).dt = \int_0^1 \left(t^2-t-\frac{1}{4}\right).dt = \left(\frac{t^3}{3}-\frac{t^2}{2}-\frac{t^1}{4}\right)\Big|_0^1 =$

$-\frac{5}{12}$

$v_3 = t^2-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\left(t-\frac{1}{2}\right) = t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}$

$K = \{1, \left(t-\frac{1}{2}\right), \left(t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right)\}$ ortagonal tabandır.

$$L = \{\frac{1}{\|1\|}.1, \frac{1}{\left\|t-\frac{1}{2}\right\|}.\left(t-\frac{1}{2}\right), \frac{1}{\left\|t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right\|}.\left(t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right)\}$$

$\|1\| = \sqrt{< 1,1 >} = \sqrt{\int_0^1 1.1.dt} = \sqrt{t|_0^1} = 1$

$\left\|t-\frac{1}{2}\right\| = \sqrt{< t-\frac{1}{2}\ , t-\frac{1}{2} >} = \sqrt{\int_0^1 \left(t-\frac{1}{2}\right).\left(t-\frac{1}{2}\right).dt} = \sqrt{\int_0^1 \left(t^2-t-\frac{1}{4}\right).dt} =$

$\sqrt{\left(\frac{t^3}{3}-\frac{t^2}{2}-\frac{t^1}{4}\right)\Big|_0^1} = \sqrt{\left|-\frac{5}{12}\right|}$

$\left\|t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right\| = \sqrt{\int_0^1 \left(t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right).\left(t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right).dt} = \sqrt{\frac{89}{900}}$

$L = \{1, \sqrt{\frac{12}{5}}.\left(t-\frac{1}{2}\right), \sqrt{\frac{900}{89}}.\left(t^2-\frac{t}{5}-\frac{13}{30}\right)\}$ W nın ortanormal tabanıdır.

Notlar:

Gram-Schmidt ortanormalleştirme yöntemi, üzerinde çalışılan vektör uzayı ya da alt vektör uzayının her zaman ortanormal bir tabanın bulunabildiğinin göstergesidir.

Ortanormal vektör kümesi aynı zamanda ortagonaldir.

EK-12

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi

Sayı : B.08.6.YÖK.2.DE.0.06.0.01.00/2345
Konu : Proje Kabul Bildirimi

02 -10- 2013

Sayın Yrd.Doç.Dr.Cenk KEŞAN
Dokuz Eylül Üniversitesi
Buca Eğitim Fakültesi
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

"Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi" adlı ve 2013/145 talep numaralı proje başvurunuz, Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu'nun 18.09.2013 tarih ve 2013/8 sayılı toplantısı ile aşağıda yer alan kalemler proje bütçesinden çıkarılarak, 2.390,00.-TL bütçe ile desteklenmesi uygun bulunmuş olup, Sayın Rektörümüz'ün 25.09.2013 tarihli Olur'u ile kabul edilmiştir.

2013.KB.EĞT.007 nolu projenizin yürütülmesinde "Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projelerinin Seçimi, Kabulü, Değerlendirilmesi, Desteklenmesi Ve İzlenmesine İlişkin Yönerge" esas alınmakta olup, projeniz işlemlerinin nasıl gerçekleşeceğine yönelik olarak *http://web.deu.edu.tr/bap* internet sayfamızdan yararlanabilirsiniz.

Başarılı çalışmalarınızın devamını dilerim.

Prof.Dr.Murat ÖZGÖREN
Rektör Yardımcısı

* 2013/145 talep nolu projede Komisyonumuzca uygun bulunmayarak, projeden çıkarılan kalemler aşağıdaki gibidir:

Sıra No	Malzeme Adı	Miktarı	Birim Fiyatı (TL)	Tutarı (TL)
D.1	Lazer yazıcı	1 Adet	240,00	240,00
D.2	Adobe Connect (Süreli Yazılı Programı)	30 Gün	5,00	150,00
S.4	Fotokopi	6.000 Adet	0,25	1.500,00
S.5	Toner	4 Adet	50,00	200,00
S.7	A4 Kağıdı	12 Adet	6,50	78,00
			Toplam	**2.168,00**

Cumhuriyet Bulvarı No: 144 35210 İZMİR
Tel: +90 (232) 412 13 50 Faks: +90 (232) 464 81 65 - 421 84 54
e-posta : arastirma@deu.edu.tr Elektronik Ağ: http://web.deu.edu.tr/bap