DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YAPAY ÖĞRENME YAKLAŞIMLARIYLA RİSKE MARUZ DEĞER PORTFÖY TAHMINI

Banafshe ESKANDARI

Eylül, 2025

İZMİR

YAPAY ÖĞRENME YAKLAŞIMLARIYLA RİSKE MARUZ DEĞER PORTFÖY TAHMINI

Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
İstatistik Anabilim Dalı, Veri Bilimi Yüksek lisans Programı

Banafshe ESKANDARI

Eylül, 2025

İZMİR

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

BANAFSHE ESKANDARI tarafından **PROF.DR. BURCU HÜDAVERDİ AKTAŞ** yönetiminde hazırlanan **"YAPAY ÖĞRENME YAKLAŞIMLARIYLA RİSKE MARUZ DEĞER PORTFÖY TAHMINI"** başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

.....

Prof.Dr. Burcu HÜDAVERDİ AKTAŞ

_____

Danışman

.....

Prof.Dr. Aysun KAPUCUGİL İKİZ

_____

Jüri Üyesi

.....

Prof.Dr. Gözde ULUTAGAY

_____

Jüri Üyesi

_____

Prof. Dr. Abdullah SEÇGİN

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aşamasında bana güven duyan, yönümü bulmamda sabırla rehberlik eden ve engin bilgisiyle bana ilham veren değerli danışmanım Prof. Dr. Burcu Hüdaverdi Aktaş'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, en zorlandığım anlarda bile yanımda olan, sakin ama kararlı duruşuyla desteğini her zaman hissettiren sevgili eşim Sepehr Parsi'ye minnettarım. Bu akademik yolculukta beni daima yüreklendiren, sabrını ve sevgisini hiçbir zaman esirgemeyen aileme de gönülden teşekkür ederim.

Banafshe ESKANDARI

YAPAY ÖĞRENME YAKLAŞIMLARIYLA RISKE MARUZ DEĞER PORTFÖY TAHMINI

ÖZ

Portföy risk yönetimi, finansal piyasalarda yatırımın temel ilkelerinden biri hâline gelmiştir. Riske Maruz Değer'in (Value at Risk – VaR) doğru şekilde tahmin edilmesi, olası kayıpların hesaplanmasında sistematik bir yaklaşım sunmaktadır. Bu tez, özellikle kriz koşullarında çok değişkenli portföyler için yeni bir hibrit GARCH–LSTM–Copula modelini VaR hesaplaması amacıyla önermektedir. Model, finansal verilerdeki doğrusal olmayan ve karmaşık yapıları yakalamada makine öğrenmesine dayalı modellerin yeteneklerinden ve varlıklar arasındaki bağımlılıkları modellemede Copula yapıların avantajlarından faydalanmaktadır. Önerilen modelin performansı, geleneksel GARCH–Copula modeliyle karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Veriler, Ocak 2005 ile Kasım 2024 arasındaki dönemde NASDAQ endeksinde yer alan sekiz şirkete ait hisse senetlerini kapsamaktadır. Hibrit modeller, kapsama testleri, regülatör ve firma kayıp fonksiyonları kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar, özellikle %99 ve üzeri gibi kritik güven seviyelerinde GARCH–LSTM–Copula modelinin üstün performans sergilediğini göstermektedir. Ancak %95 gibi daha düşük güven seviyelerinde GARCH–Copula modeli de başarılı sonuçlar vermektedir. Ayrıca bu tez, VaR üzerinde etkili faktörlerden biri olan Çevresel, Sosyal ve Yönetişim (Environmental, Social, and Governance – ESG) derecelendirmelerini de incelemiştir. ESG puanları iki farklı dönemde analiz edilmiştir: biri hem standart hem de yüksek piyasa oynaklığını kapsayan dönem, diğeri ise doğrudan COVID-19 krizi dönemine odaklanan dönemdir. Analizlerde, GARCH–LSTM–Copula modeliyle tahmin edilen VaR kullanılmıştır. Sonuçlar, yüksek ESG derecelendirmesine sahip varlıkların daha fazla yer aldığı portföylerin VaR'ı azaltmaya yardımcı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu risk azalması, özellikle kritik dönemlerde daha belirgin hale gelmekte ve ESG derecelendirmelerinin risk yönetimi üzerindeki önemli etkisini doğrulamaktadır.

Anahtar kelimeler: Riske Maruz değer, yapay öğrenme, makine öğrenmesi, hibrit model, GARCH-LSTM-Copula, ESG puanı,

VALUE-AT-RISK PORTFOLIO ESTIMATION WITH MACHINE LEARNING APPROACHES

ABSTRACT

Portfolio risk management has become one of the fundamental principles of investment in financial markets. Accurate estimation of Value at Risk (VaR) provides a systematic approach to calculating potential losses. This thesis proposes a new hybrid GARCH–LSTM–Copula model for the purpose of VaR estimation, particularly for multivariate portfolios under crisis conditions. The model benefits from the capabilities of machine learning-based methods in capturing nonlinear and complex structures in financial data and from the advantages of Copula structures in modeling dependencies among assets. The performance of the proposed model has been evaluated by comparing it with the traditional GARCH–Copula model. The data covers the stock prices of eight companies listed in the NASDAQ index between January 2005 and November 2024. Hybrid models were evaluated using coverage tests, regulatory and firm loss functions. The results indicate that the GARCH–LSTM–Copula model performs superiorly, especially at critical confidence levels such as 99% and above. However, at lower confidence levels such as 95%, the GARCH–Copula model also provides successful results. In addition, this thesis examines Environmental, Social, and Governance (ESG) ratings, which are among the factors affecting VaR. ESG scores were analyzed over two different periods: one covering both standard and high market volatility conditions, and the other focusing directly on the COVID-19 crisis period. In the analyses, VaR estimated by the GARCH–LSTM–Copula model was used. The results reveal that portfolios containing a higher proportion of assets with high ESG ratings help reduce VaR. This risk reduction becomes more pronounced particularly during critical periods and confirms the significant impact of ESG ratings on risk management, especially under volatile market conditions.

Keywords: Value at Risk, artificial learning, machine learning, hybrid model, GARCH-LSTM-Copula, ESG score

İÇİNDEKİLER

Sayfa

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU ii
TEŞEKKÜR iii
ABSTRACT v
İÇİNDEKİLER vi
ŞEKİLLER LİSTESİ viii

BÖLÜM BİR -GİRİŞ 1

1.1 Çalışma Alanı 1
1.2 Amaç 4

BÖLÜM İKİ - LİTERATÜR TARAMASI 6

BÖLÜM ÜÇ -VERİ ANALİZİ & YÖNTEMLER 12

3.1 Veri 12
3.1.1 ESG Puanı 17
3.2 Klasik Zaman Serisi Modeller 18
3.2.1 ARIMA Model 18
3.2.2 GARCH (p, q) Model 18
3.2.3 eGARCH Model 19
3.2.4 Copula 20
3.2.5 Eliptik Copulalar 21
3.2.5.1 Gaussian Copula 21
3.2.5.2 Student t-Copula 22
3.2.6 Archimedean Copula 22
3.2.6.1 Clayton Copula 22
3.2.6.2 Frank Copula 23
3.2.6.3 Gumbel Copula 23
3.3 Makine öğrenmesi tabanlı zaman serisi modeli 24
3.3.1 LSTM Modeli 24

3.3.1.1 2 Katmanlı LSTM Modeli (2-layer LSTM) 26
3.4 Model Seçim Kriterleri 26
3.4.1 Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion-AIC) 26
3.4.2 Bayes Bilgi Kriteri (Bayesian Information Criterion-BIC) 26
3.5 Tahmin Performansının Değerlendirilmesi 27
3.5.1 Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error-MAE) 27
3.5.2 Ortalama Kare Hata (Mean Squared Error -MSE) 27
3.6 Hibrit Modellerin Yapısı 28
3.6.1 GARCH-Copula Modeli 28
3.6.2 GARCH-LSTM-Copula Modeli 29
3.7 Riske Maruz değer (Value at Risk-VaR) 29
3.7.1 Monte Carlo simülasyon yöntemi 30
3.7.2 Kümülatif Getiriler 31
3.8 VaR tahmininin kalitesi 31
3.8.1 Kapsama testleri (coverage tests) 31
3.8.1.1 Koşulsuz kapsama testi (unconditional coverage test- UC) 31
3.8.1.2 Koşulu kapsama testi (conditional coverage test- CC) 32
3.8.2 Regülatör kayıp fonksiyonları (Regulator loss functions) 33
3.8.2.1 RQL 33
3.8.2.2 RC_1 33
3.8.3 Firma kayıp fonksiyonları (Firm loss functions) 34
3.8.3.1 FS 34
3.8.3.2 FABL 34

BÖLÜM DÖRT AMPİRİK SONUÇLAR 36

BÖLÜM BEŞ - DEĞERLENDİRME VE ÖNERİLER 51

KAYNAKLAR 53

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1 Sekiz Şirketin Zaman Serisi Grafiklerinin Görselleştirilmesi 14
Şekil 3.2 Sekiz Şirkete Ait Günlük Logaritmik Getiriler..... 15
Şekil 3.3 Sekiz Şirketin Gerçekleşen Volatilite Serileri 16
Şekil 3.4 LSTM Modelinin Yapısı..... 25
Şekil 4.1 Sekiz Varlığın Standartlaştırılmış Artıklarının Hibrit Normal_GPD ile Modellenmesine İlişkin QQ, CDF ve PDF Grafikleri..... 39
Şekil 4.2 uniform marjinal dağılımlar kullanılarak varlık çiftleri arasındaki bağımlılık yapısı 40
Şekil 4.3 İki katmanlı LSTM modelinin her bir varlık için eğitim süreci boyunca elde edilen performans ölçümleri. Grafiklerde "Loss", eğitim veri setine (training data) ait hata değerlerini, "Val Loss" ise doğrulama (test) veri setine ait hata değerlerini göstermektedir..... 42
Şekil 4.4 %95 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması..... 46
Şekil 4.5 %99 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması..... 47
Şekil 4.6 %99,5 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması. 47
Şekil 4.7 %99,75 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması..... 48
Şekil 4.8 %99,9 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması..... 48

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1 Günlük log-getirilerin özet istatistikleri 13
Tablo 3.2 Veri setinde yer alan şirketler ve ilgili ESG puanları 17
Tablo 4.1 ARIMA Modeli Parametreleri ve AIC Değerleri 36
Tablo 4.2 ARIMA–eGARCH Modeli Artıkları İçin Tanısal Test Sonuçları 37
Tablo 4.3 Copula Modellerinin Performanslarının Karşılaştırılması 41
Tablo 4.4 LSTM ve GARCH Modelleri Arasındaki Oynaklık Tahmin Performanslarının Karşılaştırması 43
Tablo 4.5 VaR modellerinin kapsama testlerine göre sonuçları 44
Tablo 4.6 Kayıp fonksiyonlarına göre VaR modellerinin sonuçları 45
Tablo 4.7 2020–2022 ve 2020–Kasım 2024 (2020-2025) Dönemlerinde Dört Portföyün VaR Değerleri ve Bu Değerlerdeki Değişimler 50

BÖLÜM BIR
GİRİŞ

1.1 Çalışma Alanı

Son yıllarda finansal piyasalarda risk yönetimi, finansal karar alma süreçlerinin temel unsurlarından biri haline gelmiştir. Risk yönetiminde en kritik prensiplerden biri, portföy riskinin doğru ve hassas bir şekilde ölçülmesidir. Çünkü bu ölçüm, pay sahiplerinin karar alma mekanizmaları ve finansal kurumların operasyonları üzerinde kapsamlı etkiler doğurmaktadır. Bu bağlamda, riski ölçmek için uygun bir risk metriğinin seçilmesi büyük önem arz etmektedir. Riskin ölçülmesinde en önemli ve yaygın ölçütlerden biri "Riske Maruz Değer" (Value at Risk - VaR) kavramıdır. VaR, belirli bir zaman dilimi ve güven düzeyinde yatırımcının karşılaşabileceği olası zarar miktarını tahmin etme imkânı sunar. Bu özelliğiyle finansal kurumlar, pay sahipleri, varlık yöneticileri ve şirketler tarafından sıkça kullanılmaktadır. Farklı piyasa risklerini tek bir değerde birleştirme yeteneği sayesinde ilgili tarafların bilinçli karar almasına katkı sağlar. Günümüzde VaR, piyasa riskine maruz kalma düzeyini belirleme, işlem limitlerini oluşturma ve risk bazlı getiri hesaplamalarında önemli bir araç olarak kullanılmaktadır.

Riske Maruz Değer'in (VaR) tahmininde kullanılan yöntemlerden biri, rastgele sayılar üreterek ve çok sayıda tekrar yaparak sonuçları tahmin eden istatistiksel bir teknik olan Monte Carlo simülasyonudur. Bu yöntemle VaR hesaplanırken, getirilerin dağılım fonksiyonu büyük önem taşımaktadır. Bu yöntem, farklı modeller aracılığıyla varlık değerlerinin modellenmesine olanak tanıyan oldukça esnek bir yapıya sahiptir.

Tek bir varlık içeren portföylerde VaR hesaplaması görece basitken, çok varlıklı portföylerde ortak çok değişkenli dağılımın karmaşıklığı nedeniyle bu hesaplama daha zor hale gelmektedir. Özellikle VaR'ın dağılımın kuyruk kısmına odaklanması, bağımlılık yapısının doğru şekilde modellenmesini gerekli kılmaktadır (Hotta vd., 2008). Bu bağlamda, Copula modelleri söz konusu zorlukların aşılmasında etkili bir araç sunmaktadır. Copulalar, farklı marjinal dağılımlar ile çok değişkenli ortak dağılımların oluşturulmasını mümkün kılarak, normal dağılım varsayımının

sınırlamaları olmaksızın değişkenler arasındaki bağımlılıkların modellenmesine olanak sağlar. Copula modellerinin temelleri, çok değişkenli dağılımların incelenmesi ve parametrik olmayan bağımlılık yapılarının tanımlanmasına yönelik teorik çalışmalarla atılmıştır (Joe, 1997; Nelsen, 1999). Ayrıca, Copula modelleri Monte Carlo simülasyonu ile birlikte kullanılarak risklerin daha gerçekçi bir şekilde tahmin edilmesine olanak tanımaktadır.

Zamana bağlı değişen varyans, ağır kuyruklar ve aşırı basıklık gibi özellikler nedeniyle finansal veriler genellikle özdeş ve bağımsız dağılım (i.i.d.) varsayımını karşılamaz (Cont, 2001). Bu nedenle, finansal zaman serilerinin yapısal özelliklerini daha doğru bir şekilde yakalayabilmek ve zaman serisi tahminleri amacıyla, klasik zaman serisi modelleri ile makine öğrenmesine dayalı yaklaşımlar yaygın olarak kullanılmaktadır.

Klasik zaman serisi yaklaşımlarından Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama (AutoRegressive Integrated Moving Average - ARIMA), ve Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity- GARCH) modelleri bu bağlamda öne çıkmaktadır. ARIMA modeli, zaman serisi verilerindeki doğrusal ilişkileri yakalayarak, geçmiş değerlerin gelecekteki değerler üzerindeki etkilerini anlamak ve tahmin etmek için kullanışlıdır. GARCH modeli ise varyans dinamiklerini modelleyerek, volatilite kümelenmesi gibi finansal zaman serilerinin karakteristik özelliklerini açıklamakta ve zamana bağlı değişen volatiliteyi etkili biçimde dikkate almaktadır. Ayrıca, ARIMA ve GARCH modellerinin birleştirilmesi, koşullu ortalama ve koşullu varyansın eşzamanlı olarak modellenmesine olanak tanımakta ve böylece daha bütüncül bir tahmin çerçevesi sunmaktadır (Mohammadi ve Su, 2010).

Son yıllarda yapılan araştırmalar, yapay zeka ve makine öğrenmesine dayalı modellerin zaman serisi tahminlerinde yüksek doğruluk ve güçlü performans sergilediğini ortaya koymaktadır (Sezer vd., 2020). Bununla birlikte, sınıflandırma ve regresyon problemlerinde yaygın olarak kullanılan Destek Vektör Makineleri (Support Vector Machines-SVM) gibi bazı makine öğrenmesi tabanlı modeller, verilerin bağımsız ve özdeş dağılımlı (i.i.d.) olduğunu varsayar. Bu varsayımın geçerli olmadığı durumlarda, modelin güvenilir sonuçlar verebilmesi için verilerin çeşitli ön işleme

teknikleri ile dönüştürülmesi gerekmektedir. Öte yandan, bu tür sınırlamaların üstesinden gelmek amacıyla, makine öğrenmesine dayalı en yaygın kullanılan yöntemlerden biri olan yapay sinir ağları, i.i.d. olmayan verilerin yapısal sorunlarını modelleyebilme kabiliyeti sayesinde, zaman serisi tahminlerinde etkin ve esnek bir çözüm sunmaktadır. Uzun Kısa Vadeli Bellek (Long Short-Term Memory -LSTM) modeli, belirli bir dağılıma ihtiyaç duymaksızın doğrusal olmayan yapıları ve karmaşık uzun vadeli ilişkileri modelleme yeteneğiyle, zaman serisi tahminleri için tasarlanmış bir tür yinelemeli sinir ağı (Recurrent Neural Networks –RNN) modelidir (Hochreiter ve Schmidhuber, 1997).

Klasik modeller genellikle yalnızca verilerdeki doğrusal yapıları yakalayabilmektedir. Ancak bu doğrusal yaklaşım yetersiz kalabilir; çünkü ampirik bulgular, varlık getirilerinin çoğunlukla doğrusal olmayan bir dinamiğe sahip olduğunu ortaya koymaktadır (Hinich ve Patterson, 1985). Pek çok çalışma, LSTM modelinin zaman serisi tahminlerinde klasik modellere kıyasla üstün performans gösterdiğini (Amiri vd., 2025; Muncharaz, 2020; Pilla ve Mekonen, 2025; Vitali, 2019; Wan ve Zhou, 2021). Klasik modellerin makine öğrenmesine dayalı modellerle birleştirilmesi, her bir modelin özelliklerinden faydalanarak Riske Maruz Değer (VaR) tahmini ve getiri öngörülerinin doğruluğunu artırmaktadır (Pan vd., 2024; Wei vd., 2025; Xu vd., 2024). Bununla birlikte, özellikle kritik piyasa koşullarında, hibrit makine öğrenmesi ve geleneksel modeller kullanılarak çok değişkenli portföyler için Riske Maruz Değer (VaR) tahminine yönelik çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu teknik sınırlılıkların yanı sıra, finansal risk yönetiminde sürdürülebilirlik odaklı yaklaşımlar, özellikle Çevresel, Sosyal ve Yönetişim (Environmental, Social, and Governance – ESG) kriterleri, kritik piyasa koşullarında portföy risklerini azaltmada önemli bir rol oynamaktadır.

Günümüzde sürdürülebilirliğin artan önemiyle birlikte, finansal piyasalarda ESG kriterlerine dayalı yatırımlara olan ilgi artmıştır. Yatırımcılar, çevresel, sosyal ve yönetişim faktörlerini karar alma süreçlerine dâhil ederek geleneksel analizlerin ötesine geçmektedir. Son çalışmalar, yüksek ESG puanına sahip portföylerin piyasa şoklarına karşı daha düşük volatilite gösterdiğini ve kriz dönemlerinde daha dayanıklı

olduğunu ortaya koymaktadır (Capelli vd., 2024; Demartis & Rogo, 2024; Friede vd., 2015; Sharma, 2023; Zhou, 2024).

1.2 Amaç

Bu tezde, çok değişkenli portföylerde Riske Maruz Değer (VaR) tahminlerinin doğruluğunu ve etkinliğini artırmak amacıyla, makine öğrenmesine dayalı modeller ile geleneksel yöntemlerin güçlü yönlerini birleştiren yeni bir GARCH–LSTM–Copula hibrit model önerilmektedir.

Model kapsamında, portföy getirilerinin koşullu ortalaması ARIMA-GARCH modeliyle tahmin edilmiştir. Volatilitenin tahmini için LSTM modeli kullanılarak, zaman serisinin karmaşık oynaklık yapısı yakalanmaya çalışılmıştır. Modelin son aşamasında ise, GARCH modelinden elde edilen artıkların (residuals) bağımlılık yapısı Copula modeliyle modellenmiştir. Veri seti, yüksek ve orta düzeyde ESG puanına sahip 8 NASDAQ şirketinden oluşmaktadır. VaR tahminleri, %95, %99, %99.5, %99.75 ve %99.9 güven seviyelerinde Monte Carlo simülasyonu yoluyla gerçekleştirilmiştir.

Önerilen mimari, özellikle yüksek güven seviyelerinde, geleneksel modellere kıyasla daha isabetli tahminler üretmekte ve kriz dönemlerinde daha istikrarlı sonuçlar sunmaktadır. Ayrıca, portföylerde yüksek ESG puanına sahip şirketlere artan ağırlıklar verilerek sürdürülebilirlik kriterleri modele entegre edilmiş; bu yapıların VaR üzerindeki etkisi analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, yüksek ESG puanına sahip portföylerin, özellikle COVID-19 gibi kriz dönemlerinde VaR düzeylerini düşürdüğünü göstermektedir. Bu sonuçlar, makine öğrenmesi tabanlı modellerin geleneksel yöntemlerle entegrasyonunun risk tahmin performansını artırdığını ve sürdürülebilirlik temelli risk yönetimi stratejileri geliştirmek isteyen yatırımcılar ile finans yöneticileri için önemli katkılar sunduğunu ortaya koymaktadır.

Bu tez şu şekilde yapılandırılmıştır: İkinci bölümde, Riske Maruz Değer (VaR) tahmini, zaman serisi modelleri ve ESG puanlarına ilişkin literatür incelenmiştir. Üçüncü bölümde veri analizi ve kullanılan yöntemler açıklanmıştır. Dördüncü bölümde elde edilen sonuçlar analiz edilmiş; beşinci bölümde ise VaR tahmini

kapsamında değerlendirmelere yer verilmiş ve gelecekteki çalışmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

BÖLÜM İKI
LİTERATÜR TARAMASI

Finansal piyasaların dinamik yapısı, doğru tahmin yöntemlerinin kullanılmasını ve bu sayede piyasa istikrarının sağlanmasını zorunlu kılmaktadır. VaR, 1990'lı yıllarda yaygınlık kazanmış olsa da kökeni Leavens (1945) ve Markowitz'in (1952) portföy teorisi çerçevesinde riskin çeşitlendirilmesi fikrine dayanmaktadır. Morgan (1996) tarafından yayımlanan RiskMetrics sistemiyle birlikte geniş çapta ilgi görmüş ve ardından Basel Komitesi tarafından bankaların sermaye yeterliliğinin hesaplanmasında kullanılmak üzere önerilmiştir. 1997 yılında ise ABD Menkul Kıymetler ve Borsa Komisyonu, finansal risk açıklamalarında VaR kullanımını tavsiye etmiştir (Holton, 2002).

Finansal riskin ölçümünde temel araçlardan biri olan VaR, piyasa oynaklıklarının doğru bir şekilde modellenmesine büyük ölçüde bağlıdır. Bu nedenle, finansal piyasaların dinamik özelliklerini anlamak ve bu piyasaların öngörülmesindeki zorlukları kavramak, etkili bir risk yönetimi için kritik öneme sahiptir. Finansal piyasalar doğası gereği durağan değildir; varyans ve korelasyon zamanla değişir ve bu da dengeye dayalı analitik yaklaşımların etkinliğini sınırlar. Finansal piyasaların doğru şekilde tahmin edilmesi, onların istikrarlı bir şekilde gelişmesi açısından kritik öneme sahiptir. Ancak finansal zaman serilerinin yüksek frekansı ve gürültülü doğası, araştırmacılar için önemli zorluklar yaratmaktadır (Yang ve Wang, 2022). Risk yöneticileri, enerji fiyatlarının genellikle normal dağılımın öngördüğünden daha fazla oynaklık göstermesi nedeniyle, risk yönetimini iyileştirmek ve alım-satım stratejilerini geliştirmek için alternatif dağılımları incelemek zorundadır. Piyasa şeffaflığını ve rekabeti artırmak, tüketicileri korumak açısından hayati önem taşımaktadır (Gunay ve Khaki, 2018). Volatilite kümelenmesi (volatility clustering), finansal piyasalarda kalıcı dalgalanmalar ve uzun hafıza ile karakterize edilen bir olgudur ve özellikle COVID-19 pandemisi gibi finansal istikrarsızlık dönemlerinde, yatırımcılar ve piyasa katılımcıları için önemli riskler oluşturur. Bu durum, piyasa istikrarını artırmak ve sistemik riskleri azaltmak amacıyla düzenleyici önlemleri gerekli kılmaktadır (Enow, 2023).

Finansal piyasalarda volatilite tahmini, fiyat belirsizliği ile olan güçlü ilişkisi nedeniyle yaygın olarak çalışılmış bir konudur. Erken dönem araştırmalar, varlık fiyatı dalgalanmalarını yakalamak için istatistiksel zaman serisi modellerini kullanmıştır. Örneğin, Ederington ve Lee (1993), getirilerin standart sapmasını analiz ederek hisse senedi piyasası fiyat riskini ölçmüştür. Ancak geleneksel regresyon modelleri, hata terimlerinin homoskedastisite (sabit varyans) varsayımına dayanır; oysa bu varsayım finansal zaman serisi verilerinde çoğu zaman ihlal edilir (Hamilton, 1994). Bu sorunu ele almak amacıyla Engle (1982), Otoregresif Koşullu Değişen Varyans modeli olan ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) modelini geliştirmiştir. Bu model daha sonra Bollerslev (1986) tarafından Genelleştirilmiş ARCH yani GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modeline genişletilmiştir.Bu modeller, finansal piyasalarda zamana bağlı değişen volatilitenin modellenmesinde temel araçlar haline gelmiştir. Araştırmaların önemli bir bölümü, kaldıraç etkisi (leverage effect), kısa vadeli hafıza (short-term memory) ve GARCH etkilerinin (GARCH effects) varlığı gibi hisse senedi piyasası özelliklerine odaklanmıştır (Bhowmik ve Wang, 2020). Wei vd. (2010) GARCH sınıfı modeller arasında doğrusal olmayan (nonlinear) varyantların, daha uzun vadeli tahminlerde genellikle daha üstün doğruluk sağladığını belirtmiştir. Hou ve Suardi (2012), parametrik olmayan (nonparametric) GARCH modellerinin, çok çeşitli parametrik modellere kıyasla daha iyi performans sergilediğini göstermiştir. Hung vd. (2018), Student’s t-dağılımı ile kullanılan EGARCH(1,1) modelinin volatilite tahminlerinde en etkili sonuçları verdiğini doğrulamıştır.

ARIMA modeli, güçlü istatistiksel özellikleri ve Box–Jenkins metodolojisinin sunduğu sistematik yaklaşım sayesinde zaman serisi analizinde öne çıkan bir araçtır (Box vd., 2015). ARIMA modellerinin iki temel avantajı vurgulanmaktadır: verideki doğrusal (linear) desenleri etkili bir şekilde tanımlama kapasitesi ve sağlam teorik çerçevesi, modellerin güvenilirliğini önemli ölçüde artırmaktadır. ARIMA ve GARCH yaklaşımlarını birleştiren hibrit modeller, hem ortalama (mean) hem de volatilite dinamiklerini yakalama konusunda etkili olduğunu kanıtlamıştır (Dritsaki, 2018; Mohammadi ve Su, 2010).

Tek değişkenli modeller olan GARCH ve ARIMA, genellikle bir varlığın zaman serisini analiz etmek için uygundur; ancak çok değişkenli portföyler, varlıklar arasındaki karmaşık bağımlılıkları modelleyebilen modellere ihtiyaç duyar. Bu bağlamda, Copula modelleri, finansal risk yönetiminde çok değişkenli bağımlılıkları analiz etmek için güçlü araçlar olarak öne çıkmaktadır. Son yıllarda, özellikle çok değişkenli portföyler için, finans ve risk yönetimi alanlarında Copula modelleri ve bunların diğer geleneksel modellerle kombinasyonu kullanılarak birçok çalışma yapılmıştır. Fantazzini (2008), Monte Carlo simülasyonu aracılığıyla dinamik Copula fonksiyonları ve marjinal fonksiyonlar kullanarak DAX, S&P 500 ve Nikkei 225 endekslerinden oluşan portföyler için Risk Değerini (VaR) tahmin etmiştir. Wang vd. (2010), çoklu döviz kurları için hibrit GARCH–EVT–Copula modeli kullanarak hem Koşullu Risk Değeri'ni (CVaR) hem de VaR'ı tahmin etmişlerdir. Bu çalışmada, portföy değişkenleri arasındaki bağımlılık yapısını daha doğru modellemek amacıyla t-Copula ve Clayton Copula modelleri ele alınmıştır. Patton (2012), finans ve ekonomi zaman serilerinde Copula modellerinin etkinliği üzerine derinlemesine bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu modellerin karmaşık bağımlılıkları yakalamada ne kadar uyumlu ve esnek olduklarını, marjinal dağılımlar ile bağımlılık yapılarını ayrı ayrı tanımlama imkânı sunduklarını gözlemlemiştir. Messaoud ve Aloui (2015), GJR-GARCH modelinin standartlaştırılmış artıkları kullanılarak Yatay Pareto Dağılımı (GPD) üzerinden yarı parametrik marjinal dağılımlar oluşturmuştur. Bu dağılımlar, Copula fonksiyonlarıyla birleştirilerek finansal zaman serilerindeki asimetrik bağımlılıkları etkili bir şekilde modelleyen VaR ve CVaR hesaplamalarında kullanılmıştır.

Her ne kadar Copula modelleri ve klasik hibrit modeller, karmaşık bağımlılıkların modellenmesinde etkili olsa da, yapay zekâ ve makine öğrenmesindeki son gelişmeler, finansal verilerdeki doğrusal olmayan ve karmaşık desenleri tanıyabilen, volatilite tahmini ve risk yönetimi için yeni yaklaşımlar sunmuştur. Yapay zekâ ve makine öğrenmesinin hızlı gelişimi, bu yöntemlerin finansal zaman serisi tahminlerinde kullanımını artırmıştır. Verinin dağılımı hakkında varsayımlara dayanan geleneksel modellerin aksine, Yapay Sinir Ağları (Artificial Neural Networks – ANN), verideki karmaşık ilişkileri yakalayabilen doğrusal olmayan (nonlinear) bir çerçeve sunar. Tapia ve Kristjanpoller (2022), ANN'lerin durağanlık (stationarity) gerektirmeksizin

doğrusal olmayan desenleri modelleme yetenekleri sayesinde volatilite tahmininde GARCH modellerinden daha başarılı olduğunu belirtmektedir. Makine öğrenmesi ile geleneksel yaklaşımları birleştiren hibrit modeller, tahmin doğruluğunu daha da artırmıştır. Zhang (2003), hem doğrusal hem de doğrusal olmayan desenleri yakalayabilen ARIMA-ANN hibrit modelini önermiş ve bu modelin, bireysel modellere kıyasla üstün performans sergilediğini göstermiştir.

Yinelenen Sinir Ağları (Recurrent Neural Networks – RNN), geri beslemeli bağlantılarla (recurrent connections) karakterize edilen bir sinir ağı başka türü olup, zaman serisi verilerinin analizinde kayda değer bir etkililik sergiler (Jordan, 1986). Ancak RNN'ler, uzun vadeli bağımlılıkları yakalama kapasitelerini sınırlayan kaybolan gradyan (vanishing gradient) problemi ile sıklıkla karşılaşır (Bengio vd., 1994). Bu sorunu çözmek amacıyla Hochreiter ve Schmidhuber (1997) tarafından geliştirilen Uzun Kısa Süreli Bellek (Long Short-Term Memory – LSTM) ağları, doğrusal olmayan ve durağan olmayan verilerin modellenmesi için oldukça uygun hale gelmiştir.

Goreglyad (2021), iki katmanlı (2-layer) bir LSTM modeli kullanarak Risk Altındaki Değer (Value at Risk – VaR) tahmini yapmış ve geleneksel modellere kıyasla daha iyi sonuçlar elde etmiştir. Chen vd. (2021), Çin'in petrol ithalat risklerini LSTM modeliyle analiz etmiş ve bu modelin BP (Back Propagation), SVM (Support Vector Machines) ve CNN (Convolutional Neural Networks) modellerine kıyasla tahmin doğruluğunda üstün olduğunu bulmuştur. Verma (2021), GARCH, GJR-GARCH (Glosten–Jagannathan–Runkle- GARCH) ve LSTM modellerini birleştiren hibrit modelleri incelemiş ve bu modellerin geleneksel GARCH modellerine kıyasla daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Özellikle GG-LSTM (GARCH-GJRGARCH-LSTM) modeli, farklı zaman ufuklarında en doğru tahminleri sağlamıştır. Roszyk ve Ślepaczuk (2024) da hibrit LSTM-GARCH modelinin, S&P 500 volatilitesini tahmin etmede geleneksel GARCH modelinden daha başarılı olduğunu ve daha yüksek doğruluk sağladığını doğrulamıştır. Xu ve Cao (2023), normal olmayan çok değişkenli veriler arasındaki uzun vadeli ve yüksek boyutlu bağımlılıkları modellemek amacıyla WPVC-VLSTM (Weighted Partial Regular Vine Copula-based Variational Long Short-Term Memory) adlı bir hibrit model

geliştirmiştir. Bu modelde, variational LSTM ile zaman bağımlılıkları, vine Copula ile değişkenler arası dağılımsal bağımlılıklar yakalanmıştır. Model, portföy tahmin performansı açısından geleneksel yöntemlere kıyasla üstün sonuçlar vermiştir. Xu vd. (2025), çok değişkenli portföy riskini tahmin etmek amacıyla LSTM–Copula hibrit modelinden yararlanmıştır. Bu modelde, getirilerin marjinal dağılımlarının modellenmesinde LSTM algoritması kullanılmakta; birden fazla varlık arasındaki ortak dağılım yapısının belirlenmesinde ise Copula fonksiyonlarından faydalanılmaktadır. Anh ve Ta (2025), ABD hisse senedi piyasasında getiri tahmini ve oynaklık için ARIMA-GARCH, derin sinir ağları, stabil dağılım ve t-Copula içeren bir model sunmuştur. Bu modeli kullanarak, portföyü ortalama-varyans ve koşullu risk değeri (CVaR) kriterlerine göre optimize etmişlerdir.

Son yıllarda, yatırım kararlarında yalnızca finansal riskler değil, aynı zamanda çevresel, sosyal ve yönetişim (Environmental, Social, and Governance -ESG) faktörleri de giderek daha fazla dikkate alınmaktadır. Bu eğilim, risk ölçüm yaklaşımlarının ESG kriterleriyle bütünleşmesini zorunlu hale getirmiştir.

ESG kavramı, bir şirketin finansal başarısını değerlendirmenin en kapsamlı yöntemlerinden biri olarak kabul edilmekte olup, sürdürülebilirliğe ve etik değerlere olan bağlılığı da dikkate almaktadır.ESG kriterleri, şirketlerin hem finansal hem de finansal olmayan risklerini uzun vadeli ESG uygulamalarının etkilerini analiz ederek değerlendirmede yatırımcılara önemli ölçüde yardımcı olmaktadır (Friede vd., 2015). Finansal portföyün seçimi ve yönetiminde, ESG kriterlerini dikkate alan yatırım stratejileri yalnızca sistematik riskleri değil, aynı zamanda piyasa dalgalanması risklerini de etkilemektedir (Bolton ve Kacperczyk, 2021; He vd., 2022). Güncel araştırmalar, yüksek ESG puanlarına sahip şirketlerin dışsal şoklara ve piyasa oynaklığına karşı daha dayanıklı olduklarını göstermektedir. Bu şirketler sadece daha yüksek kârlılık elde etmekle kalmamakta, aynı zamanda daha istikrarlı bir finansal piyasa ve ekonomi oluşumuna katkıda bulunmaktadırlar (Capelli vd., 2024; Sharma, 2023; Zhou, 2024). Portföyde yüksek ESG derecelendirmesine sahip şirketlerin oranının artması, özellikle COVID-19 pandemisi gibi aşırı oynaklık dönemlerinde güçlü bir performans sergileyerek piyasa dalgalanmaları sırasında maruz kalınan riski (Value-at-Risk) azaltmaktadır (Capelli vd., 2023; Demartis ve Rogo, 2024).

Literatür incelemesi, klasik modellerin yanı sıra makine öğrenmesi temelli modellerin, finansal risk yönetimi, riske mağruz değer (VaR) tahmini, oynaklık tahmini ve finansal verilerin modellenmesi için geniş bir yöntem yelpazesinde geliştirildiğini göstermektedir. Klasik modellerin zaman serisi analizinde başarılı olmasına rağmen, doğrusal olmayan yapıları yakalamadaki sınırlılıkları, araştırmacıları hibrit ve makine öğrenmesi temelli yaklaşımlara yöneltmiştir. Bununla birlikte, bu modellerin gelişmekte olan piyasalarda ve çok değişkenli portföylerdeki uygulamaları daha az incelenmiştir. Bu çalışma, oynaklığın risk altındaki değerin tahmininde ve varlıklar arasındaki bağımlılık yapısının doğru modellenmesindeki önemine dayanarak, GARCH-LSTM-Copula hibrit modeline odaklanarak bu boşlukları doldurmayı ve risk tahmin doğruluğunu artırmayı amaçlamaktadır. Ayrıca, riske mağruz değere etki eden diğer faktörler, örneğin ESG derecelendirmeleri, de değerlendirilecektir.

BÖLÜM ÜÇ
VERİ ANALİZİ & YÖNTEMLER

3.1 Veri

Veri seti, NASDAQ borsasında işlem gören sekiz şirketin günlük hisse senedi fiyatlarını içermektedir: Waste Management Inc (WM), Johnson & Johnson (JNJ), Gilead Sciences Inc. (GILD), Accenture plc (ACN), Darden Restaurants Inc. (DRI), Procter & Gamble Co (PG), Lennox International Inc. (LII) ve Lennar Corp (LEN). Risk yönetimi incelemek amacıyla çeşitli alanlardan şirketler seçilmiştir. Bu veri seti, 1 Ocak 2005'ten 11 Kasım 2024'e kadar olan dönemi kapsamaktadır ve investing.com web sitesinden elde edilmiştir. Verideki doğal durağan olmama ve heterojenlik sorunlarını ele almak için, kapanış fiyatları kullanılarak Campbell vd. (1998) tarafından belirtilen aşağıdaki formüle göre belirli bir tarih için logaritmik getiriler hesaplanmıştır.

$$return_{\mathrm{t}} = \log(p_t) - \log(p_{t-1}) \tag{3.1}$$

Tablo 3.1, sekiz şirketin tümünün logaritmik getirilerine ait tanımlayıcı istatistikleri sunmaktadır. Bulgular, getirilerin yüksek basıklık ve hem pozitif hem de negatif çarpıklık gösterdiğini ortaya koymakta olup, bu durum asimetrik dağılımları ve kalın kuyrukların varlığını göstermekte ve getirilerin normal dağılımdan sapmasını doğrulamaktadır. Bu durum, Tablo 1'deki Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro testleri için p-değerlerinin 0 olması ile teyit edilmiştir. Artırılmış Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller -ADF) testine göre, birim kök varsayımı reddedilmekte ve log-getiri serisinin durağan olduğu doğrulanmaktadır. Ayrıca, Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier -LM) testi anlamlı ARCH etkilerini tespit ederek, GARCH modellerinin kuyruk riski tahmini için uygunluğunu onaylamaktadır. Potansiyel doğrusal olmayan örüntüleri araştırmak amacıyla Terasvirta Sinir Ağı (Terasvirta Neural Network) ve White Sinir Ağı (White Neural Network) eşik doğrusal olmayanlık testleri uygulanmıştır (Junior vd., 2022). Tüm testlerde doğrusal hipotezin tutarlı şekilde reddedilmesi, getiri serilerinde doğrusal olmayan dinamiklerin varlığını ortaya koymaktadır.

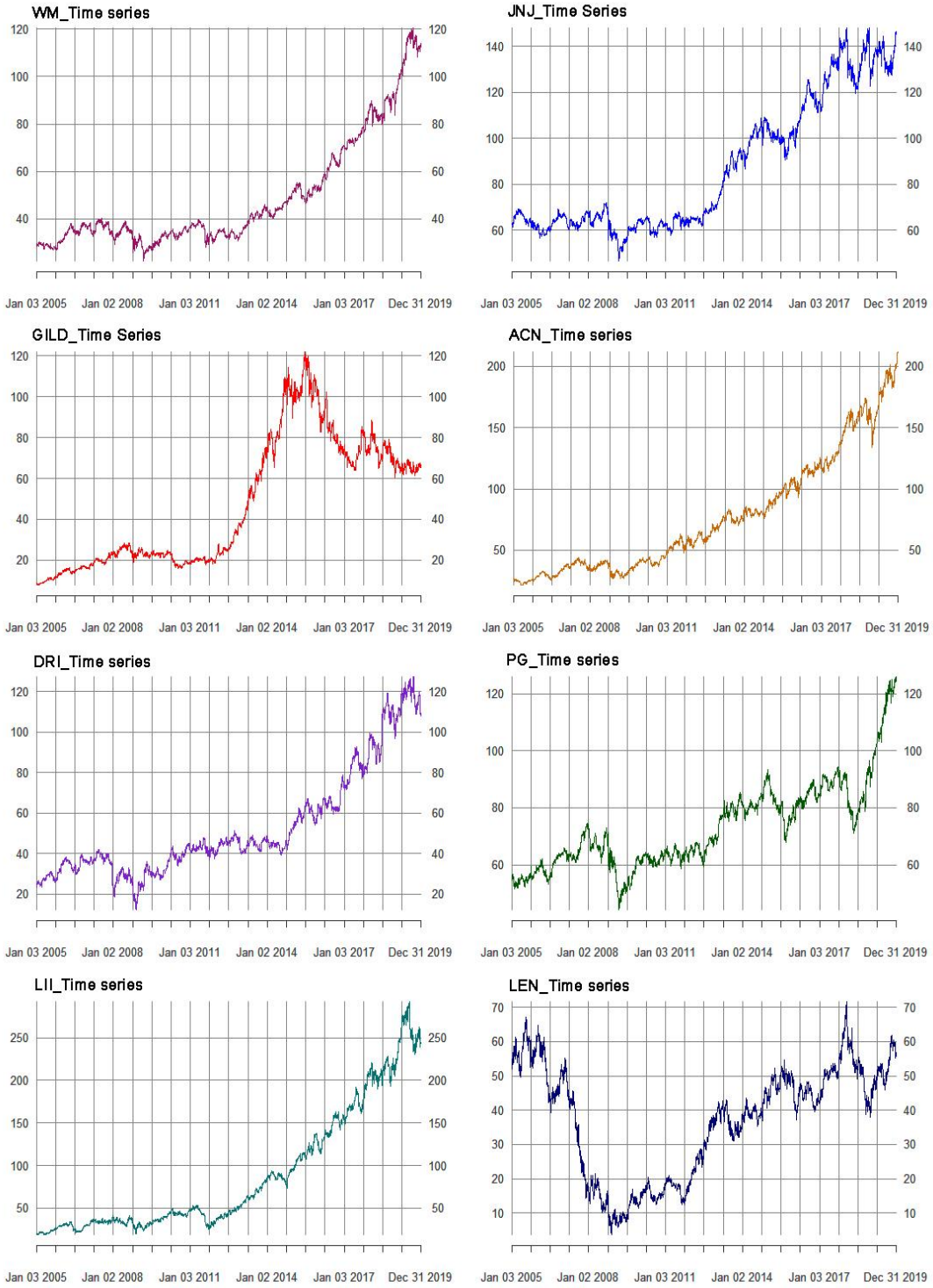
Tablo 3.1 Günlük log-getirilerin özet istatistikleri

	WM	**JNJ**	**GILD**	**ACN**	**DRI**	**PG**	**LII**	**LEN**
Mean	0,0003	0,0002	0,0005	0,0005	0,0003	0,0002	0,0006	0,0000
SD	0,0128	0,0101	0,0187	0,0154	0,0198	0,0107	0,0196	0,0312
Skewness	0,2461	-0,1177	-0,3498	-0,0878	-0,0855	-0,1254	0,0100	0,0449
Kurtosis	12,6008	12,2098	7,2098	8,6645	14,2715	7,7227	5,7615	10,2544
ARCH_ LM	1,3e-22	1,9e-23	1,2e-09	3,4e-08	1,4e-07	2,9e-22	3,5e-30	5,4e-111
ADF	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Ks.test	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Shapiro. test	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Terasvirta ’s Neural Network Test	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
White Neural Network Test	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

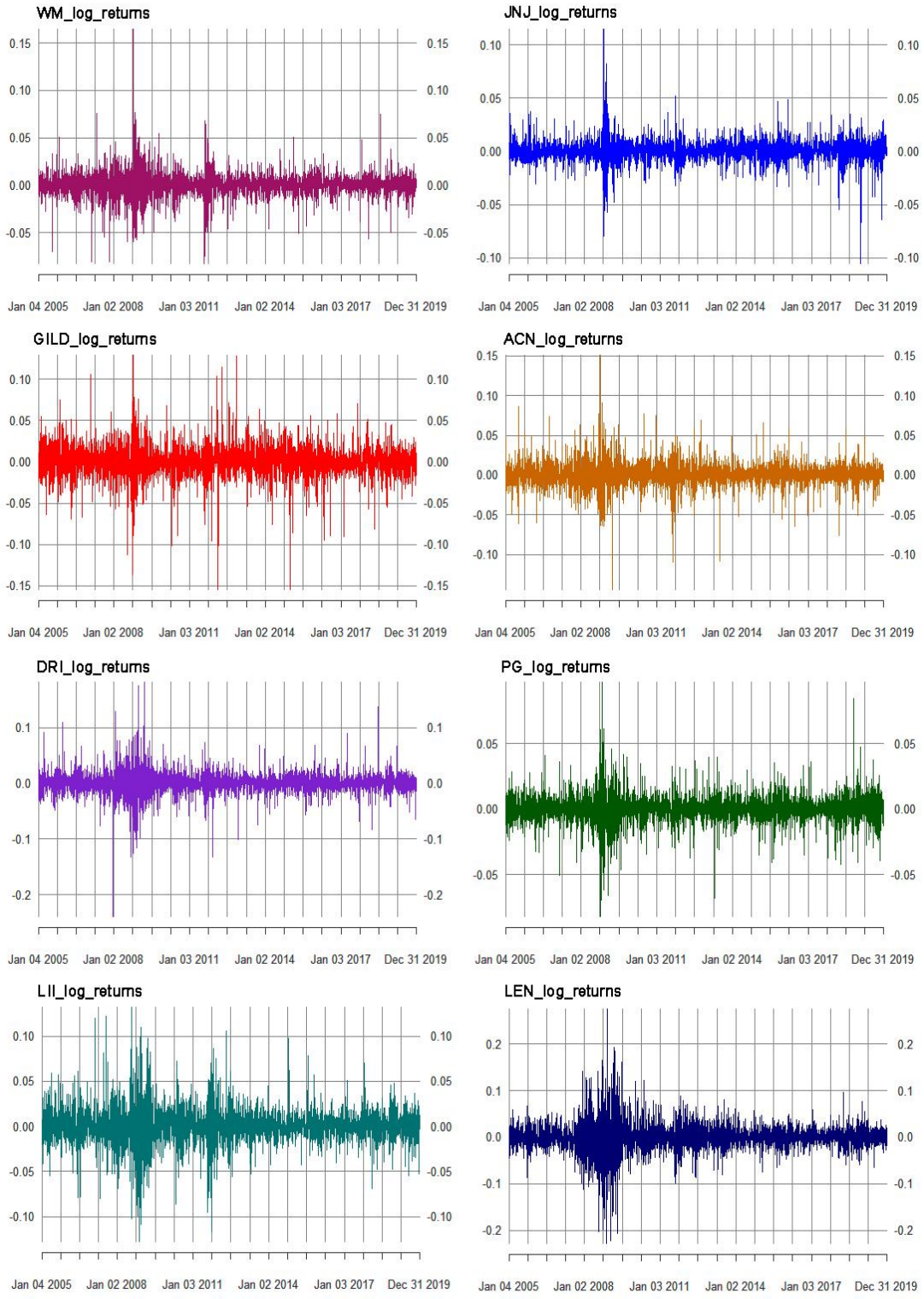
Gerçekleşen volatilite, 8 şirketin her biri için logaritmik getiriler kullanılarak aşağıdaki matematiksel formüle göre hesaplanır.

$$RV_t = \sqrt{\frac{1}{\omega} \sum_{i=t-\omega+1}^{t} r_i^2} \tag{3.2}$$

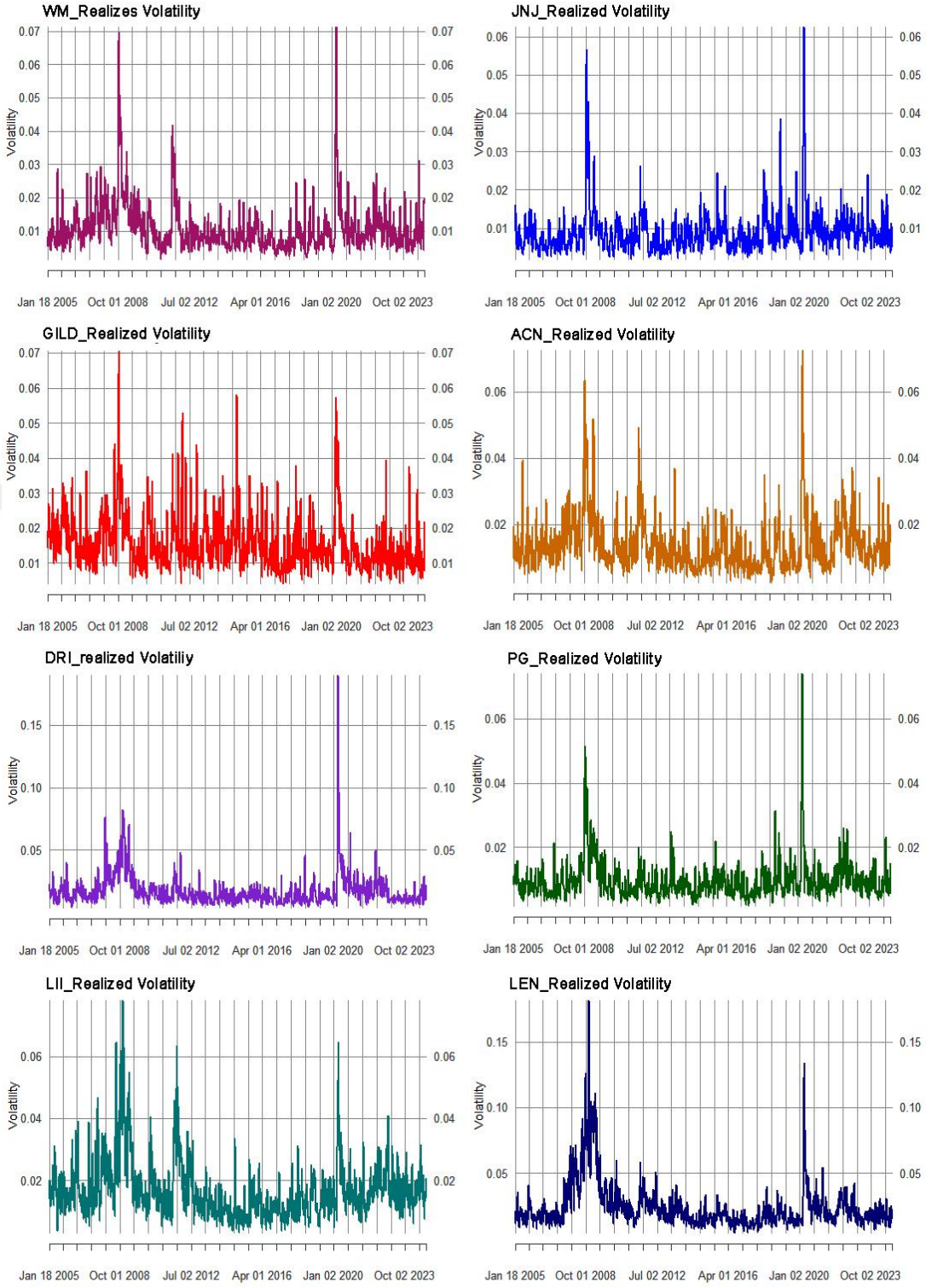
RV_t kayan gerçekleşen volatiliteyi, ω pencere büyüklüğünü, r_i logaritmik getirileri ve t zaman indeksini göstermektedir. Kayan gerçekleşen volatilite, ω günlük kayan pencere boyunca logaritmik getirilerin karelerinin ortalamasının karekökü olarak hesaplanır. Şekil 3.1 sekiz şirketin zaman serisi grafiklerini, Şekil 3.2 günlük logaritmik getirilerini ve Şekil 3.3 ise gerçekleşen volatiliteyi göstermektedir.



Şekil 3.1 Sekiz Şirketin Zaman Serisi Grafiklerinin Görselleştirilmesi



Şekil 3.2 Sekiz Şirkete Ait Günlük Logaritmik Getiriler



Şekil 3.3 Sekiz Şirketin Gerçekleşen Volatilite Serileri

3.1.1 ESG Puanı

Sekiz şirketin göreceli ESG (Environmental, Social, and Governance) sıralamaları Tablo 3.2'de sunulmuştur ve bu veriler lesg.com web sitesinden elde edilmiştir. Bu sıralamalara göre, WM, JNJ, GILD ve ACN gibi şirketler yüksek ESG puanlarına sahip olup sürdürülebilirlik uygulamalarında daha güçlü performans sergilemektedirler; buna karşın DRI, PG, LII ve LEN gibi şirketler ise orta düzeyde performans göstermektedirler.

Tablo 3.2 Veri setinde yer alan şirketler ve ilgili ESG puanları

Şirket Adı	**Sembol**	**Sektör**	**ESG Puanı (100 üzerinden)**
ESG puanı yüksek seviyede olan 4 şirket			
Waste Management Inc	WM	Endüstriyel	85
Johnson & Johnson	JNJ	Sağlık	85
Gilead Sciences Inc	GILD	Sağlık	84
Accenture plc	ACN	Bilgi teknolojileri	80
ESG puanı orta seviyede olan 4 şirket			
Darden Restaurants Inc	DRI	Tüketici ürünleri	51
Procter & Gamble Co	PG	Tüketici ürünleri	49
Lennox International Inc	LII	Yapı Ürünleri ve Ekipmanları	47
Lennar Corp	LEN	Tüketici ürünleri	37

3.2 Klasik Zaman Serisi Modeller

3.2.1 ARIMA Model

Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama modeli (AutoRegressive Integrated Moving Average - ARIMA), durağan olmayan veriler için kullanılan bir zaman serisi tahmin yöntemidir. ARIMA modelinde gelecekteki değerler; geçmiş gözlemler ve rastgele hatalara dayalı olarak, doğrusal bir fonksiyon varsayımıyla tahmin edilir. Modelin temel bileşenleri şunlardır: AR (Otoregresif): Geçmiş ve gelecekteki değerler arasındaki ilişkiyi temsil eder. MA (Hareketli Ortalama): Geçmiş hatalar ile gelecekteki değerler arasındaki ilişkiyi temsil eder. I (Entegrasyon): Zaman serisini durağan hâle getiren fark alma işlemini ifade eder. Box-Jenkins (2015) metodolojisine göre ARIMA modeli şu şekilde tanımlanır:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \tag{3.3}$$

Burada, y_t zaman t'de kaydedilen zaman serisi değerini ifade eder, μ modelin sabit ortalama seviyesini temsil eder, $\emptyset_i$ otoregresif (AR) kısmın parametrelerini içerir ve θ_j hareketli ortalama (MA) kısmına ait parametreleri ifade eder. ε_t ise zaman t'deki rastgele hatayı gösterir.

3.2.2 GARCH (p, q) Model

Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity- GARCH) modelleri, özellikle risk ve gelecekteki oynaklıkların tahmin edilmesinin amaçlandığı durumlarda, zaman serilerinin analizinde en yaygın kullanılan modellerden biridir. Aynı zamanda zaman serisi verilerinin hazırlanmasında da önemli bir rol oynamaktadır. Bu model, geçmiş verilerin varyans bilgilerini kullanarak gelecekteki oynaklık durumunu öngörebilme yeteneğine sahiptir ve bu sayede finansal verilerin davranışlarına dair daha derin bir anlayış sunar.

GARCH modeli, ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modelinin genelleştirilmiş bir versiyonudur ve Bollerslev (1986) tarafından geliştirilmiştir. Bu model, p ve q olmak üzere iki parametreye sahiptir. ARCH modelleri, uygun model kombinasyonunu belirlemek için standart bir yaklaşım sunmaması nedeniyle sınırlamalara sahiptir. Ayrıca, yüksek p değerleri daha fazla parametre gerektirdiğinden, modelin tanımlanma sürecini karmaşık hale getirmektedir. GARCH modeli ise bu sorunlara başarılı bir şekilde çözüm getirmiştir. GARCH modelinin denklemleri aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$y_t = \mu_t + \sigma_t \eta_t, \qquad \eta_t \sim N\,(0,1) \tag{3.4}$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t \eta_t,\ \varepsilon_t | \chi_{t-1} \sim N\,(0, \sigma_t^2) \tag{3.5}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \tag{3.6}$$

Denklem (3.4), y_t zaman serisi için ortalama denklem kullanılarak tahmin edilebilen μ_t'yi ve tahmin edilemeyen hata terimi ε_t'yi içerir; burada μ, koşullu ortalamayı (sabit veya ARMA gibi modellerle tanımlanabilir) ifade eder. Denklem (3.5), zaman bilindiğinde hata ε_t'nin belirli bir dağılımı takip ettiğini belirtir. σ_t, t zamanındaki koşullu standart sapma (volatilite), η_t ise i.i.d. (0,1) dağılımına sahip standartlaştırılmış artıklar olarak tanımlanır. Denklem (3.6), GARCH modelindeki hata terimlerinin artıklarının karesi ve koşullu varyansını gösterir.

3.2.3 eGARCH Model

Nelson (1991), zaman serilerindeki kaldıraç etkisini ele almak için eGARCH modelini tanıtmıştır. GARCH ailesinin doğrusal olmayan modellerinden biridir. Bu model, finansal zaman serileri üzerindeki negatif ve pozitif şokların etkisini dahil eder. Şokların büyüklüğü ve işaretini koşullu volatilite üzerindeki etkilerini birlikte değerlendirir. Modelde, γ ve ω değerlerinin pozitif olması durumunda, negatif ve pozitif şokların aynı etkiye sahip olduğu anlamına gelir. Buna karşılık, pozitif γ ile negatif ω değerleri birlikte olduğunda, negatif şokların seride daha belirgin bir etkisi olduğu anlaşılır. GARCH modelinin aksine, eGARCH modelinde tüm katsayıların negatif olmaması gerekmez çünkü koşullu varyansın logaritması modellenir.

eGARCH modeli, volatilitedeki asimetrik yapıyı ve farklı yönlerden gelen şokların zaman serisini nasıl etkilediğini aşağıdaki şekilde sunar:

$$ln\sigma_t^2 = \alpha_0' + \beta ln\sigma_{t-1}^2 + \omega\left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right) + \gamma\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| \quad (3.7)$$

Denklem (3.7), koşullu varyansın logaritmasını ifade eder. Bu yaklaşım, bazı parametreler negatif olsa bile koşullu varyansın pozitif kalmasını sağlar.

3.2.4 Copula

Copula (Kopula) modelleri, birden fazla rassal değişken arasındaki bağımlılık yapısını modellemek için son derece güçlü araçlardır. Bu model, değişkenlerin marjinal dağılımlarını (0,1) aralığında uniform olarak tanımlayan ve değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını modelleyen çok boyutlu bir kümülatif dağılım fonksiyonudur. Aslında Copula, marjinal dağılımlar arasında bir bağ kurarak çok boyutlu ortak bir dağılım oluşturur. Bu kavram ilk olarak Sklar (1959) tarafından ortaya atılmıştır ve Copula modellerinin teorik temelini ifade eder. Bu teoreme göre, herhangi bir, çok boyutlu ortak dağılım fonksiyonu $F_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$, marjinal dağılımlar $\left(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)\right)$ ile aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = C\left(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)\right) \quad (3.8)$$

Burada $F_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ortak dağılım fonksiyonunu, $F_i(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ için x_i değişkeninin marjinal dağılımını, $C_1(u_1, u_2, \dots, u_n)$ ise değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını yakalayan Copula fonksiyonunu ifade eder. Burada $u_i = F_i(x_i)$ olarak tanımlanır.

Marjinal dağılımların ters kümülatif dağılım fonksiyonu F_i^{-1} kullanılarak, Denklem (3.8) ile verilen Copula fonksiyonu şu şekilde de ifade edilebilir:

$$C_1(u_1, u_2, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (3.9)$$

Burada $u = F_n(x_n)$, genellikle, bir rassal değişken x_i için, kümülatif dağılım fonksiyonu (Cumulative Distribution Function-CDF) yerine olasılık yoğunluk

fonksiyonu (Probability Density Function-PDF) ile çalışmak daha basittir. Sürekli ve kesinlikle artan marjinal yoğunluklara sahip sürekli çok değişkenli dağılımlar için, ortak yoğunluk fonksiyonu şu şekilde ifade edilebilir:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c\left(\left(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)\right)\right)\prod_{i}^{n} f_i(x_i) \tag{3.10}$$

Burada c, Copula C'nin yoğunluk fonksiyonudur. Denklem (3.10)'a göre, ortak yoğunluk fonksiyonu; değişkenler arasındaki bağımlılığı tanımlayan Copula yoğunluk fonksiyonu ile her bir değişkenin istatistiksel özelliklerini ayrı ayrı temsil eden marjinal yoğunluk fonksiyonlarına ayrıştırılabilir. Bu, farklı değişkenler için farklı dağılımların dikkate alınabileceği anlamına gelir. Bu şekilde, değişkenler arasındaki bağımlılık yapısı ile her bir değişkenin bireysel davranışı ayrı ayrı tahmin edilebilir.

3.2.5 Eliptik Copulalar

En bilinen eliptik Copulalar, çok değişkenli dağılımlardan türetilen Gaussian Copula ve t-Copuladır.

3.2.5.1 Gaussian Copula

Gaussian Copula, C_R^G sembolü ile gösterilir ve standart çok değişkenli normal dağılıma dayalı olarak oluşturulmuştur. Bu Copula, bağımlılık yapısının tüm noktalarda homojen olduğunu varsayar; yani değişkenler arasındaki bağımlılığı doğrusal korelasyon matrisi aracılığıyla modellemektedir. Yalnızca bir korelasyon parametresi $R \in [-1,1]$ içerir ve kuyruk bağımlılığı (tail dependence) göstermez. Gaussian Copula, aşağıdaki matematiksel formül ile tanımlanır:

$$C_R^G(u_1 \dots, u_d) = \Phi_R\left(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_d)\right) \tag{3.11}$$

Burada Φ , standart normal dağılımın ters kümülatif dağılım fonksiyonunu; R, korelasyon matrisini; ve $u = (u_1, ..., u_d)$, birim aralıkta (0 ile 1 arasında) dağılmış rassal değişkenlerden oluşan bir vektördür.

3.2.5.2 Student t-Copula

Student t-Copula, başka bir eliptik Copula türü olup, çok değişkenli Student's t dağılımından türetilmektedir. Bu Copula, doğrusal korelasyon $R \in [-1,1]$ ve serbestlik derecesi ν > 0 olmak üzere iki parametreye sahiptir. Gaussian Copula'nın aksine, kuyruk bağımlılığı özelliğini de dikkate alır ve bu sayede finansal kriz gibi aşırı durumlarda oluşabilecek güçlü bağımlılık ilişkilerini modelleyebilme kapasitesine sahiptir. Student t-Copula aşağıdaki formülle tanımlanır:

$$C_{t,R,v}(u) = t_{v,R}\left(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_d)\right) \tag{3.12}$$

Burada $t_{v,R}$, ν, serbestlik derecesine sahip tek değişkenli Student's t-dağılımının ters kümülatif dağılım fonksiyonudur. $t_{v,R}$, ν, serbestlik derecesine ve R korelasyon matrisine sahip çok değişkenli Student's t-dağılımını ifade eder. $u = (u_1, \dots, u_d)$, birim aralıkta (0 ile 1 arasında) dağılmış rassal değişkenlerden oluşan bir vektördür.

3.2.6 Archimedean Copula

Archimedean Copula, bir üreteç fonksiyonu φ aracılığıyla tanımlanır. Bu fonksiyon C^2 sınıfına ait olmalı ; yani birinci ve ikinci türevleri bulunmalı ve bu türevler sürekli olmalıdır. Ayrıca, φ (1) = 0 koşulunu sağlamalı ve $0 < u < 1$ aralığında azalan ($\varphi'(u) < 0$), ve konveks ($\varphi''(u) > 0$) olmalı. Bunlara ek olarak, ters fonksiyonu [0, ∞) aralığında tam monoton olmalıdır. Arşimed ailesinin en bilinen üyeleri arasında Clayton Copula, Frank Copula ve Gumbel Copula yer almaktadır. Bu Copula ailesinin genel matematiksel formülü şu şekilde tanımlanır:

$$C(u_1, \dots, u_d) = \varphi^{-1}\left(\varphi(u_1) + \cdots + \varphi(u_d)\right) \tag{3.13}$$

3.2.6.1 Clayton Copula

Clayton Copula (Clayton, 1978), alt kuyruk bağımlılığını modelleyebilme yeteneğine sahip olup, üreteç fonksiyonu $\varphi(u) = \frac{1}{\theta}\left(u^{-\theta} - 1\right)$ ve bu fonksiyonun tersi $\varphi^{-1}(t) = (t\theta + 1)^{-1/\theta}$ tanımlanır; söz konusu fonksiyon, $\theta > 0$ koşulu altında

azalan, konveks ve ters fonksiyonu $[0,\infty)$ aralığında tamamen monoton özellikler gösterir; çok değişkenli Clayton Copula ise aşağıdaki genel formülle ifade edilir.

$$C(u_1,\dots,u_d)=\left(\sum_{i=1}^{d}u_i^{-\theta}-d+1\right)^{-\frac{1}{\theta}} \tag{3.14}$$

3.2.6.2 Frank Copula

Frank Copula (Frank, 1979), hem alt hem üst kuyruk bağımlılığını simetrik şekilde modelleyebilme yeteneğine sahip olup, üreteç fonksiyonu $\varphi(u)=-ln\left(\frac{e^{-\theta u}-1}{e^{-\theta}-1}\right)$ ve bu fonksiyonun tersi $\varphi^{-1}(t)=-\frac{1}{\theta}ln\left(1+e^{-t}\left(e^{-\theta}-1\right)\right)$ şeklinde tanımlanır. Söz konusu fonksiyon, $\theta\neq 0$ koşulu altında azalan, konveks ve ters fonksiyonu $[0,\infty)$ aralığında tamamen monoton özellikler gösteren bir Archimedean Copula üreteç fonksiyonudur. Çok değişkenli Frank Copula ise aşağıdaki genel formülle ifade edilir:

$$C(u_1,\dots,u_d)=-\frac{1}{\theta}ln\left(1+\frac{\prod_{i=1}^{d}\left(e^{-\theta u_i}-1\right)}{e^{-\theta}-1}\right) \tag{3.15}$$

3.2.6.3 Gumbel Copula

Gumbel Copula (Gumbel, 1960), özellikle üst kuyruk bağımlılığını modelleyebilme kapasitesine sahip bir Archimedean Copula türüdür. Bu Copulanın üreteç fonksiyonu $\varphi(u)=(-lnu)^{\theta}$ ve bu fonksiyonun tersi $\varphi^{-1}(t)=\exp\left(-t^{1/\theta}\right)$ şeklinde tanımlanır. Söz konusu fonksiyon, $\theta\geq 1$ koşulu altında azalan, konveks ve ters fonksiyonu $[0,\infty)$ aralığında tamamen monoton özellikler gösteren bir üreteç fonksiyonudur. Çok değişkenli Gumbel Copula ise aşağıdaki genel formülle ifade edilir:

$$C(u_1,\dots,u_d)=exp\left\{-\left[\sum_{i=1}^{d}(-lnu_i)^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\} \tag{3.16}$$

3.3 Makine öğrenmesi tabanlı zaman serisi modeli

Makine öğrenmesi, yapay zekâ alanının bir alt dalı olup, her bir görev için açıkça programlanmaksızın verilerden öğrenerek performansını geliştirebilen algoritmaların geliştirilmesine odaklanır. Bu yöntemler, verilerdeki gizli örüntüleri ve ilişkileri tanımlayarak, farklı problemler karşısında doğru tahminlerde bulunma ve isabetli kararlar alma yeteneği sunar (Sarker, 2021).

Son yıllarda, derin öğrenme, makine öğrenmesinin ileri düzeyde bir alt dalı olarak büyük ilgi görmüştür. Derin öğrenme, çok katmanlı sinir ağlarından yararlanarak verilerdeki karmaşık ve doğrusal olmayan ilişkileri modelleme olanağı sunmakta ve büyük ve karmaşık veri setleriyle çalışırken oldukça başarılı sonuçlar vermektedir (LeCun vd., 2015).

3.3.1 LSTM Modeli

Tekrarlayan sinir ağları (Recurrent Neural Network -RNN), döngüsel bağlantılara sahiptir ve sıralı veri tahmini için girdi dizilerini yönetmek amacıyla içsel döngüler kullanır. Çıkışlar, önceki gözlemler kullanılarak üretilir ve hücre durumu her adımda sürekli olarak korunur ve güncellenir. Ancak, RNN'lerin eğitim sırasında önceki gözlemlerden gelen hata sinyallerini etkin bir şekilde kullanamaması, uzun vadeli bağımlılıkları yakalamadaki yetersizliklerine neden olur. Bu modeller, öğrenme sürecini istikrarsızlaştıran ve model performansını düşüren patlayan ya da yok olan gradyanlar gibi problemlerle karşı karşıya kalır. Bu sorunları gidermek amacıyla Hochreiter ve Schmidhuber (1997) tarafından geliştirilen Uzun Kısa Süreli Bellek (Long Short-Term Memory-LSTM) ağı, hücre veya bellek durumları içerecek şekilde RNN'leri genişletmiştir. Bu sayede, uzun süreli olarak ilgili bilgileri tutarken, ilgisiz geçmiş verileri ayıklama yeteneği kazanır. Yinelemeli yapılarında yer alan gradyan tabanlı öğrenme mekanizması sayesinde, RNN'lerin yaşadığı sorunların üstesinden gelmeyi başarır.

$$g_t = \sigma(U_g x_t + W_g h_{t-1} + b_f) \tag{3.17}$$

$$i_t = \sigma(U_i x_t + W_i h_{t-1} + b_i) \tag{3.18}$$

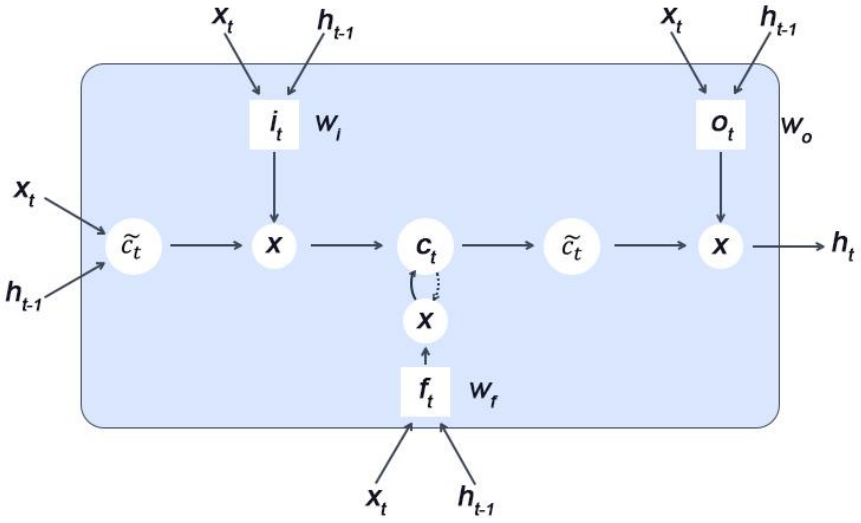
$$\widetilde{c_t} = tanh(U_c x_t + W_c h_{t-1} + b_c) \tag{3.19}$$

$$c_t = g_t * c_{t-1} + i_t * \widetilde{c_t} \tag{3.20}$$

$$o_t = \sigma(U_o x_t + W_o h_{t-1} + b_o) \tag{3.21}$$

$$h_t = o_t * \tanh(c_t) \tag{3.22}$$

LSTM modelinin yapısı Şekil 3.4'te gösterilmiştir. Bu yapı bir bellek hücresi ile üç kapıdan oluşmaktadır: giriş kapısı (i_t), çıkış kapısı (o_t) ve unutma kapısı (g_t). Gizli durum (h_t), hücre durumu (c_t) ve kapıların işlemleri Denklem (3.17) ile (3.22) arasında açıklanmaktadır. Model, $c_0 = 0$ ve h_t=0 olacak şekilde başlatılmaktadır. Her bir zaman adımındaki girdi (x_t) ve gizli durum (h_t), ağın güncellenmesini belirlemektedir. Girdi modülasyonu ($\widetilde{c_t}$), her bir adımda hücre durumuna ne kadar yeni bilginin dahil edileceğini belirtmektedir. U ve W (ağırlık matrisleri) ile b (bias terimleri), öğrenilebilir parametrelerdir. Kapı aktivasyonu sigmoid fonksiyonu (σ) kullanılarak gerçekleştirilmekte olup, hiperbolik tanjant fonksiyonu (tanh), değerleri [−1,1] aralığına ölçeklendirmek için kullanılmaktadır.



Şekil 3.4 LSTM Modelinin Yapısı

3.3.1.1 2 Katmanlı LSTM Modeli (2-layer LSTM)

Derin LSTM modelleri birden fazla gizli katmandan oluşabilir. Bu modellerde katman sayısının artması, daha fazla bağımlılığı ve uzun vadeli örüntüleri yakalama yeteneğini artırır. Bu tezde, iki katmanlı bir LSTM (2-layer LSTM) modeli kullanılmaktadır. Bu modelde, (3.17)-(3.22) denklemlerle elde edilen birinci katmanın çıktısı, ikinci katmanın girdisi olarak kullanılır ve böylece model tekrar eğitilir. (Wang vd., 2020).

3.4 Model Seçim Kriterleri

3.4.1 Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion-AIC)

Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion-AIC), rekabet hâlindeki modeller arasından en uygun olanını seçmek için kullanılan istatistiksel araçlardan biridir. Bu kriter, modelin veri üzerindeki uyumu ile modelin karmaşıklığı arasında bir denge kurar. En iyi model, verileri en iyi şekilde açıklayan ancak en az sayıda parametreye sahip olan model olarak, doğruyu olasılık (likelihood) fonksiyonuna dayanarak belirlenir. Bu kriter aşağıdaki formülle tanımlanır:

$$AIC = -2\ln(\hat{L}) + 2K \tag{3.23}$$

Burada $\hat{L}$, doğruyu olasılık fonksiyonu (likelihood function) gösterirken, K modeldeki parametre sayısını ifade eder.

3.4.2 Bayes Bilgi Kriteri (Bayesian Information Criterion-BIC)

Bayes Bilgi Kriteri (Bayesian Information Criterion-BIC), model seçimi için kullanılan kriterlerden biridir. Bu kriter, Bayesyen bakış açısına dayanarak tasarlanmış olup, tıpkı AIC kriterinde olduğu gibi modelin doğruluğu ile sadeliği arasında bir denge kurar. Ancak AIC'ye kıyasla, modeldeki fazla sayıda parametreyi daha yüksek bir ceza ile değerlendirir. Gözlem sayısı arttıkça modelin karmaşıklığına uygulanan

ceza da artar; bu nedenle genellikle daha sade modelleri önerir. Bu kriter aşağıdaki formülle tanımlanır:

$$BIC = -2\ln(\hat{L}) + K\ ln(n) \tag{3.24}$$

Burada $\hat{L}$, doğruyu olasılık fonksiyonunu, K modeldeki parametre sayısını ve n gözlem sayısını ifade etmektedir.

3.5 Tahmin Performansının Değerlendirilmesi

Tahmin edilen volatilitenin, gerçekleşen piyasa volatilitesiyle karşılaştırıldığında doğruluğunu ve güvenilirliğini ölçmek için Hata Ölçütleri olan Ortalama Kare Hata (Mean Squared Error -MSE) ve Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error -MAE) kullanılır.

3.5.1 Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error-MAE)

MAE, mutlak hataların ortalamasını hesaplar ve hatayı orijinal verinin birimleriyle aynı ölçü biriminde sunar. Matematiksel formülü aşağıdaki gibidir:

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|e_t| \tag{3.25}$$

Burada n , gözlem sayısı, e_t , t zamanındaki artıklar, t, zaman indeksidir. Değerlendirme sürecinde, elde edilen değerlerin sıfıra ne kadar yakın olduğu, modelin performansının o derece yüksek olduğunu gösterir.

3.5.2 Ortalama Kare Hata (Mean Squared Error -MSE)

MSE, kare hata ortalamasını hesaplar ve daha büyük hatalara daha fazla ağırlık verir. Matematiksel formülü aşağıdaki gibidir:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_t^2 \tag{3.26}$$

Buralarda, gözlem sayısı, e_t , *t* zamanındaki artıklar, *t*, zaman indeksidir. Değerlendirme sürecinde, elde edilen değerlerin sıfıra ne kadar yakın olduğu, modelin performansının o derece yüksek olduğunu gösterir.

3.6 Hibrit Modellerin Yapısı

Bu bölümde hibrit modellerin yapısı aşağıdaki adımlarla açıklanmaktadır:

3.6.1 GARCH-Copula Modeli

1. Her bir logaritmik getiri için en uygun ARIMA modeli AIC kriterine göre seçilir, bu model eGARCH'ta ortalama bileşeni olarak uygulanarak ARIMA-eGARCH modeli oluşturulur.
2. ARIMA-eGARCH modeli kullanılarak test veri setinin tamamı için $T + 1$ zamanında $\hat{\mu}_{T+1}^{j}$ (koşullu ortalama) ve $\hat{\sigma}_{T+1}^{j}$ (koşullu volatilite) tahmin edilir ($j = 1, \dots, d$).
3. ARIMA-eGARCH modelinin standartlaştırılmış artıkları olan η_{T+1}^{j} için Normal + Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nı (Generalized Pareto Distribution-GPD) içeren hibrit dağılım dikkate alınır. Bu hibrit yapı, veri setinin merkezi değerlerini modellemek için Normal dağılımı, kuyruk davranışlarını modellemek için ise GPD'yi kullanmaktadır.
4. Standartlaştırılmış artıklar η_{T+1}^{j} kullanılarak Denklem (3.8) doğrultusunda marjinal olasılıklar $u_t^1, \dots, u_t^d$ üretilir.
5. Marjinal dağılımlar kullanılarak Gaussian Copula, t-Copula, Clayton, Frank ve Gumbel Copula modelleri oluşturulur, Copula parametreleri doğrudan maksimum olabilirlik ((Maximum Likelihood- ML) yöntemiyle tahmin edilmiştir ve en iyi Copula modeli, AIC ve BIC kullanılarak seçilir.

6. Seçilen Copula modeli ile birlikte rCopula fonksiyonu uygulanarak $k = 1, \dots, N$ için $u_{T+1}^{1,k}, \dots, u_{T+1}^{d,k}$ boyutlarında 1000 rastgele değişken simüle edilir.

7. Tahmin edilen marjinal dağılımların ters fonksiyonları kullanılarak 1000×1223 boyutunda standartlaştırılmış artıklar $\eta_{T+1}^{j,k}$ simüle edilir:

$$\left(\eta_{T+1}^{j,k}, \dots, \eta_{T+1}^{d,k}\right) = \left(F_{1,T+1}^{-1}\left(u_{T+1}^{1,k}; \hat{\theta}_1\right), \dots, F_{d,T+1}^{-1}\left(u_{T+1}^{d,k}; \hat{\theta}_d\right)\right) \quad (3.27)$$

8. Tahmin edilen veriler kullanılarak logaritmik getiriler hesaplanır ve GARCH-Copula modeli aşağıdaki şekilde oluşturulur:

$$\left(r_{T+1}^{1,k}, \dots, r_{T+1}^{d,k}\right) = \left(\hat{\mu}_{T+1}^{1} + \eta_{T+1}^{1,k} * \sqrt{\hat{\sigma}_{T+1}^{1}}, \dots, \hat{\mu}_{T+1}^{d} + \eta_{T+1}^{d,k} * \sqrt{\hat{\sigma}_{T+1}^{d}}\right) \quad (3.28)$$

3.6.2 GARCH-LSTM-Copula Modeli

Risk yönetiminde doğru volatilite tahmininin yüksek önemi nedeniyle, gerçekleşmiş volatilite kullanılarak volatilite $\hat{v}_{T+1}^{1}$'in tahmin edilmesi amacıyla iki katmanlı LSTM modeli eğitilmiştir. Bu model, GARCH ve Copula modelleriyle birleştirilerek GARCH-LSTM-Copula modeli oluşturulmuştur ve logaritmik getiri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\left(r_{T+1}^{1,k}, \dots, r_{T+1}^{d,k}\right) = \left(\hat{\mu}_{T+1}^{1} + \eta_{T+1}^{1,k} * \sqrt{\hat{v}_{T+1}^{1}}, \dots, \hat{\mu}_{T+1}^{d} + \eta_{T+1}^{d,k} * \sqrt{\hat{v}_{T+1}^{d}}\right) \quad (3.29)$$

Burada $\hat{\mu}_{T+1}^{1}$, ARIMA-GARCH modelinden elde edilen koşullu ortalamayı temsil etmektedir. $\eta_{T+1}^{j,k}$ ise Copula modeli kullanılarak simüle edilen standartlaştırılmış artık değerlerdir.

3.7 Riske Maruz değer (Value at Risk-VaR)

Riske maruz değer (Value at Risk-VaR), 1990'larda popüler hale gelen ve finansal kurumlar tarafından yaygın olarak benimsenen bir risk ölçüsüdür ve küresel bankacılık

düzenlemelerinin temel bileşenlerinden biri haline gelmiştir. Normal piyasa koşulları altında, belirli bir zaman diliminde ve güven düzeyinde, bir varlığın değerinin karşılaşabileceği maksimum kaybı belirler. Bu kaybın aşılma olasılığı ise belirli bir α olasılığı ile ifade edilir. Dolayısıyla, $\{r_t\}_{t-1}^{n}$ şeklindeki varlık getirileri için (Morgan., 1996) VaR şu şekilde tanımlanabilir:

$$\Pr(r_t < -VaR_\alpha | \jmath_{t-1}) = \alpha \tag{3.30}$$

Burada t anındaki bilgi seti $\jmath_{t-1}$ ile gösterilmiştir. Bu denklem, getiri r_t'nin eşik değer olan $-VaR_\alpha$'dan daha küçük olma olasılığının güven düzeyine (α) eşit olduğunu ifade eder. Bu tezde, VaR Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak tahmin edilmiştir.

3.7.1 Monte Carlo simülasyon yöntemi

Monte Carlo simülasyon yöntemi, risk değerlendirmesinde yaygın olarak kullanılmakta olup, varlıklar ve çok değişkenli portföyler için Risk Değeri'nin (Value at Risk) hesaplanmasında çeşitli teknikler sunar. Ancak, bu yöntemin temel dayanağı, simüle edilen verilerin özellikleriyle tutarlı rastgele sayıların üretilmesi olup, verideki bilinmeyen durumlarla ilgili sorunları ele alır ve Risk Değeri hesaplamasında en hassas yöntemlerden biri olmasını sağlar. Rastgele örnekleme ve olasılıksal deneylere dayanan bu tekniğin temeli iki kısımdan oluşur. İlk kısım, rastgele fonksiyon kullanılarak sıfır ile bir arasında veya bu aralığın dışında sayılar üreten rastgele sayıların oluşturulmasıdır ve bu, simülasyonun merkezi dayanağını oluşturur. İkinci kısım ise, örnek veri içerisindeki dağılım kalıplarına göre değişebilen ters fonksiyon kullanılarak rastgele değişkenlerin üretilmesidir. Bu nedenle, örnek verilerin tutarlı bir istatistiksel dağılımı doğru bir şekilde yansıtması önemlidir. Monte Carlo simülasyon yönteminde Riske Maruz Değer aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanır:

$$VaR_{\alpha,t} = -Quantile_{1-\alpha}(R_t) \tag{3.31}$$

Burada R_t, simüle edilen portföy getirilerini ifade eder.

3.7.2 Kümülatif Getiriler

ESG derecelendirmelerinin VaR üzerindeki etkisini incelemek için, VaR tahmininde kümülatif getiriler (R_c) kullanılır. Kümülatif getiriler aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanır.

$$R_c = \prod_{t=1}^{T}(1 + R_t) - 1 \tag{3.32}$$

3.8 VaR tahmininin kalitesi

Bu çalışma, tahmin edilen tüm VaR değerlerinin doğruluğunu kapsama testleri ve kayıp fonksiyonları kullanarak karşılaştırmaktadır. Modellerin etkinliği kapsama testleri (Coverage tests) aracılığıyla sıralanabilir ve istisnalar meydana geldiğinde hata büyüklüğünü belirlemek için Regülatör kayıp fonksiyonları (Regulator loss functions) ve Firma kayıp fonksiyonları (Firm loss functions) kullanılmaktadır.

3.8.1 Kapsama testleri (coverage tests)

Kapsama testleri (coverage tests), Kupiec (1995) tarafından önerilen koşulsuz kapsama testi (unconditional coverage test- UC) ve Christoffersen (1998) tarafından geliştirilen koşullu kapsama testi (conditional coverage test-CC) dahil olmak üzere iki ana testi kapsar.

3.8.1.1 Koşulsuz kapsama testi (unconditional coverage test- UC)

Koşulsuz kapsama testi (unconditional coverage test- UC), izin verilen istisna sayısını incelemek için yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu test, belirli bir dönem boyunca istisna sıklığının seçilen güven düzeyi ile uyumlu olup olmadığını inceler. Denklem (3.33) istisna göstergesini elde ederken, Denklem (3.34) toplam ihlal sayısını türetir.

$$I_t = \begin{cases} 1 & if\ r_t < VaR_\alpha \\ 0 & if\ r_t \geq VaR_\alpha \end{cases} \tag{3.33}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{t=1}^{N} I_t}{N}. \tag{3.34}$$

Burada *N* toplam gözlem sayısını, I_t ise istisna göstergesini ifade eder.

POF (Proportion of Failures) testinin en etkili şekilde likelihood ratio testi olarak gerçekleştirildiğini belirtmiştir (Kupiec, 1995). Bu test, gözlemlenen ihlal oranı ($\hat{\alpha}$) ile sıfır hipotezi altında beklenen oranı (α) karşılaştırmak için likelihood oranını kullanır. Likelihood ratio (Olabilirlik oranı) aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$LR_{uc} = -2Ln\left(\frac{(1-\alpha)^{N-n}\alpha^n}{(1-\hat{\alpha})^{N-n}\hat{\alpha}^n}\right) \sim \chi^2 \tag{3.35}$$

Burada LR_{uc}, bir serbestlik derecesine sahip ki-kare (chi-square) dağılımına uymaktadır. Eğer test istatistiği seçilen güven düzeyine karşılık gelen kritik değeri aşarsa, testin sıfır hipotezi reddedilir; bu da modelin riski doğru tahmin edemediği anlamına gelir. Test istatistiği kritik değerin altında kalırsa, modelin performansı kabul edilebilir olarak değerlendirilir.

3.8.1.2 Koşulu kapsama testi (conditional coverage test- CC)

Koşullu kapsama testi (conditional coverage test- CC), bir önceki bölümde ele alınan Kupiec testini ve bağımsızlık testini (independence test) birleştiren güçlü bir yöntemdir. Kupiec'in koşulsuz kapsama testi, gerçekleşen ihlal oranını hedeflenen ihlal oranı ile karşılaştırırken; bağımsızlık testi, VaR ihlallerinin birbirinden bağımsız olup olmadığını inceler. Eğer ihlaller arasında bir bağımlılık varsa, model zaman içindeki riskleri yeterince yansıtmayabilir. Bu test, ardışık ihlallerin meydana gelip gelmediğini kontrol eder. Bağımsızlık testi, bir serbestlik derecesine sahip ki-kare (χ^2) dağılımına uyar ve şu şekilde tanımlanır:

$$LR_{ind} = -2Ln\left(\frac{(1-\pi_2)^{n_{00}+n_{10}}\pi_2{}^{n_{01}+n_{11}}}{(1-\pi_{01})^{n_{00}}\pi_{01}{}^{n_{01}}(1-\pi_{11})^{n_{10}}\pi_{11}{}^{n_{11}}}\right) \sim \chi^2 \tag{3.36}$$

Burada $\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}$, $\pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}$and $\pi_2 = \frac{n_{01}+n_{11}}{n_{00}+n_{01}+n_{10}+n_{11}}$ olarak belirlenir. Terim olan n_{ij}, i durumunun j durumundan önce geldiği gözlem sayısını ifade eder.

Bu iki testin birleştirilmesiyle, Koşullu Kapsama testi, toplam ihlal sayısını ve bu ihlallerin dağılımını analiz eder:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \tag{3.37}$$

3.8.2 Regülatör kayıp fonksiyonları (Regulator loss functions)

Regülatörler, VaR modellerinin başarısını değerlendirirken hem VaR ihlallerinin sayısına (yani, gerçekleşen zararın tahmin edilen eşik değeri aştığı gün sayısı) hem de bu ihlallerin büyüklüğüne dikkat ederler. Bu tezde, bu regülatör kayıp fonksiyonlarının iki modeli incelenmektedir.

3.8.2.1 RQL

Lopez (1999), VaR ihlallerinin toplam sayısını ve gerçekleşen getiriler ile tahmin edilen VaR arasındaki farkı izleyerek riski değerlendiren bir regülatör kayıp fonksiyonu sunar. Fonksiyonun ikinci dereceden terimi, daha büyük sapmaları iki kat daha fazla cezalandırarak ciddi başarısızlıkların daha fazla ağırlık almasını sağlar. Bu yaklaşım, modelin doğruluğunu daha iyi değerlendirmeye imkân tanır ve sık görülen ile aşırı riskleri yakalama yeteneğini artırır.

$$(RQL) = \begin{cases} 1 + (VaR_t - r_t)^2 & if\ r_t < VaR_t \\ 0 & if\ r_t \geq VaR_t \end{cases} \tag{3.38}$$

3.8.2.2 RC_1

Caporin (2008), kayıpların göreli büyüklüğünü dikkate alan bir regülatör kayıp fonksiyonu sunmuştur. Bu testin amacı, getiri VaR'ın altında olduğunda daha büyük kayıplara ağırlık vererek risk ölçümünü hassas hale getirmektir:

$$(RC_1) = \begin{cases} \left|1 - \left|\frac{r_t}{VaR_t}\right|\right| & if\ r_t < VaR_t \\ 0 & if\ r_t \geq VaR_t \end{cases}, \tag{3.39}$$

3.8.3 Firma kayıp fonksiyonları (Firm loss functions)

Bir firma kayıp fonksiyonu, risk yönetimi ile kar maksimizasyonunu dengelemeyi amaçlar. Regülatör kayıp fonksiyonunun yalnızca VaR'ı aşan kayıpları incelemesine karşın, firma kayıp fonksiyonları VaR üzerindeki getirileri de dikkate alır. Regülatörlerin aşırı kayıplara odaklanması, VaR'ın aşırı tahmin edilmesine yol açabilir; bu durum, işletmeleri fazladan sermaye bulundurmaya zorlayarak daha yüksek fırsat maliyetlerine neden olabilir. Firmalar, riski yeterince karşılayacak şekilde sermaye tahsisini optimize etmeye ve aynı zamanda karı maksimize etmeye çalışırlar.

3.8.3.1 FS

Sarma vd. (2003) tarafından sunulan firma kayıp fonksiyonu, tahmin edilen VaR'ın altında kalmayan günler (yani istisna olmayan günler) için fazladan sermaye bulundurmanın fırsat maliyetlerini dikkate alır. Bu, firmaların fazla sermaye bulundurmaktan dolayı cezalandırıldığını ve bunun kârlılığı azalttığını gösterir. FS, riski kar optimizasyonuyla dengeleyerek sermaye yönetiminin iyileştirilmesine yardımcı olur:

$$(FS) = \begin{cases} (VaR_t - r_t)^2 & if\ r_t < VaR_t \\ -\beta VaR_t & if\ r_t \geq VaR_t \end{cases}. \tag{3.40}$$

β'nin firma sermaye maliyetini temsil ettiği yerdir.

3.8.3.2 FABL

Abad vd. (2015)'e göre FABL fonksiyonu, düzenleyici kuralları takip eder ve istisna günlerini (getirilerin VaR'ın altına düştüğü günler) cezalandırır. Bu fonksiyon,

istisna olmayan günler için getiriler ile tahmin edilen VaR arasındaki farkı β ile ağırlıklandırarak cezalandırır. Bu durum, FS testinin aksine, sermayenin gerçek fırsat maliyetini daha doğru bir şekilde yansıtır:

$$(FABL) = \begin{cases} (VaR_t - r_t)^2 & if\ r_t < VaR_t \\ -\beta(r_t - VaR_t) & if\ r_t \geq VaR_t \end{cases} \tag{3.41}$$

β'nin faiz oranını temsil ettiği yerdir.

BÖLÜM DÖRT
AMPİRİK SONUÇLAR

Ham veriler, aykırı değerlerin giderilmesi ve belirli tarihlerdeki eksik verilerin düzeltilmesi yoluyla, sonuçlardaki olası sapmaların önüne geçmek amacıyla öncelikle veri temizleme işlemine tabi tutulmuştur. Daha sonra, bu verilerden logaritmik getiriler hesaplanmıştır. Tüm modeller, 01.01.2005 ile 01.01.2020 tarihleri arasındaki logaritmik getiri verilerinden oluşan eğitim veri seti (3774 gün) kullanılarak eğitilmiş; 01.01.2020 ile 11.11.2024 tarihleri arasını kapsayan, hem 2020–2022 yılları arasındaki COVID-19 krizi dönemini hem de piyasanın normal koşullarını içeren test veri seti (1223 gün) ile model performansları değerlendirilmiştir.

Zaman serisi modeli olan ARIMA'nın optimize edilmesi amacıyla, otomatik bir model kullanılarak ve en düşük Akaike Bilgi Kriteri (AIC) dikkate alınarak, her bir varlık için modelin p ve q parametreleri Tablo 4.1'e göre belirlenmiştir. Tablo 3.1'e göre, verilerin durağan olması nedeniyle, modeldeki d parametresi sıfır olarak alınmış ve bu nedenle verilerin farklarının alınmasına gerek duyulmamıştır.

Tablo 4.1 ARIMA Modeli Parametreleri ve AIC Değerleri

	WM	**JNJ**	**GILD**	**ACN**	**DRI**	**PG**	**LII**	**LEN**
ARIMA (p.d.q)	(3, 0, 3)	(4, 0, 3)	(1, 0, 1)	(4, 0, 4)	(2, 0, 4)	(4, 0, 0)	(3, 0, 1)	(2, 0, 3)
AIC	-22150,7	-23951,5	-19314,3	-20777,7	-18867,2	-23536,1	-18968,3	-15476,4

Tablo 3.1'e göre, ARCH-LM testinde tüm katsayıların anlamlı çıkması nedeniyle verilerde varyansın değişken olduğu (heteroskedastisite) tespit edilmiştir. Bu nedenle, varyansın heteroskedastik yapısını modellemek amacıyla eGARCH modeli tercih edilmiştir. Ayrıca, ARIMA modeli koşullu ortalama bileşeni olarak eGARCH model yapısına dâhil edilmiştir. Tüm getirilerde çarpıklık (skewness) ve kalın kuyruklar (heavy tails) gözlemlendiğinden, LEN dışındaki tüm şirketler için Student t dağılımı dikkate alınmıştır. LEN hissesinin getirilerinde aşırı gözlemler, güçlü pozitif çarpıklık

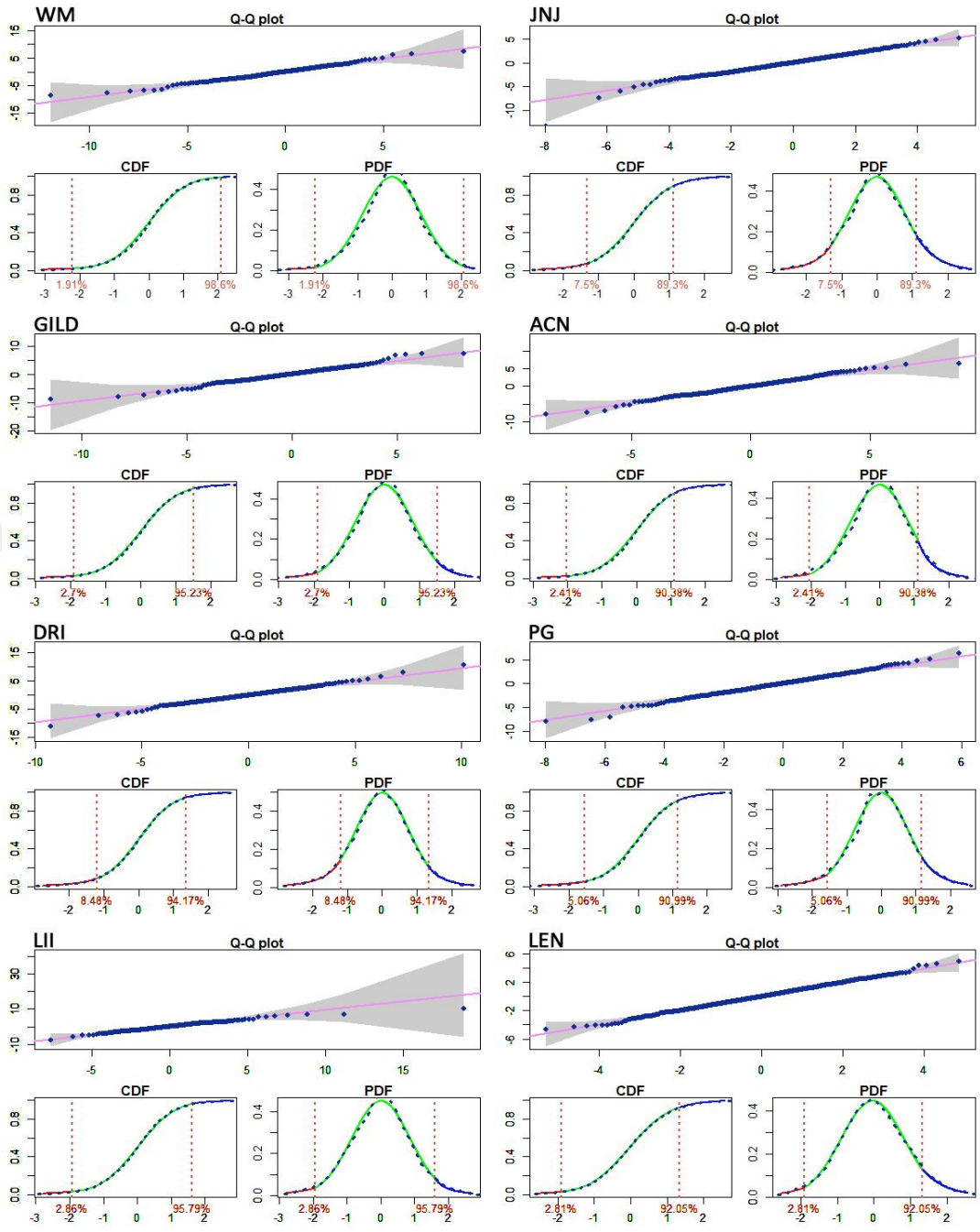
ve yüksek basıklık (kurtosis) bulunması nedeniyle, bu şirketin getirilerinin modellenmesinde skewed-t dağılımı tercih edilmiştir

ARIMA–eGARCH modeli veriler üzerine uygulandıktan sonra, modelin uyum kalitesini değerlendirmek amacıyla, standartlaştırılmış artıklar üzerinde ARCH-LM ve Ljung-Box testleri gerçekleştirilmiştir. Tablo 4.2'ye göre, ARCH-LM testinin sıfır hipotezi olan "koşullu varyansın sabit olduğu" varsayımı reddedilememiştir. Bu durum, eGARCH modelinin koşullu oynaklığı doğru şekilde modellediğini ve artıkların sabit koşullu varyansa sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca, tüm varlıklar için lag 1, 12 ve 24 gecikmelerinde gerçekleştirilen Ljung-Box testi sonuçlarına göre, testin sıfır hipotezi olan "gecikmeli değerler arasında otokorelasyon yoktur" varsayımı reddedilmemektedir. Bu sonuç, artıkların anlamlı bir otokorelasyona sahip olmadığını ve zaman serisi yapısının model tarafından başarıyla açıklandığını ortaya koymaktadır. Ek olarak, Tablo 4.2'de sıfıra yuvarlanmış Shapiro testi p-değerleri, standartlaştırılmış artıkların normal dağılımdan sapma gösterdiğini ve bu sapmanın verilerdeki çarpıklık ile basıklık özelliklerinden kaynaklandığını ortaya koymaktadır.

Tablo 4.2 ARIMA–eGARCH Modeli Artıkları İçin Tanısal Test Sonuçları

Şirket	**ARCH-LM TEST**	**Ljung-Box**			**Shapiro test**
		Lag 1	**Lag 12**	**Lag 24**	
WM	0,2329	0,4919	0,7723	0,9535	0,00
JNJ	0,9482	0,6348	0,9802	0,9534	0,00
GILD	0,1483	0,2794	0,8768	0,9229	0,00
ACN	0,5832	0,7015	0,9596	0,4948	0,00
DRI	0,8913	0,9654	0,9711	0,9919	0,00
PG	0,2166	0,4954	0,9985	0,9995	0,00
LII	0,6748	0,9344	0,9136	0,3157	0,00
LEN	0,3246	0,7442	0,9861	0,9918	0,00

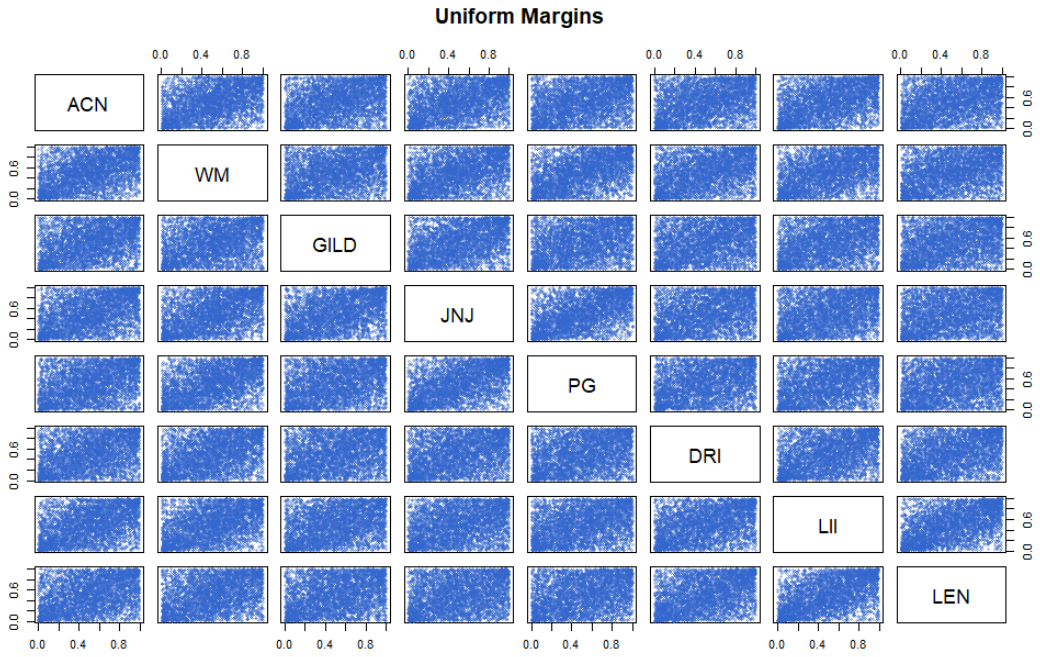
Verilerdeki ağır kuyruk davranışlarını modellemek amacıyla, standartlaştırılmış artıklar üzerine karma Normal–Genelleştirilmiş Pareto dağılımı ((Normal–GPD) uygulanmıştır. Şekil 4.1'de, her bir varlığa ait QQ grafiği, CDF ve PDF grafikleri bu hibrit dağılım kullanılarak gösterilmektedir, verilerin merkez bölgesi Normal dağılım ile, alt ve üst kuyruk bölgeleri ise Genelleştirilmiş Pareto dağılımı ile modellenmiştir. Bu dönüşüm, artıkların yapısını Copula modeliyle bağımlılık analizine daha uygun hale getirmekte ve özellikle kuyruk bölgelerinde bağımlılıkların daha gerçekçi bir şekilde modellenmesine önemli ölçüde katkı sağlamaktadır.



Şekil 4.1 Sekiz Varlığın Standartlaştırılmış Artıklarının Hibrit Normal–GPD ile Modellenmesine İlişkin QQ, CDF ve PDF Grafikleri

Standartlaştırılmış artıklar kullanılarak, Bölüm 3.6.1'de açıklandığı şekilde sözde-gözlemler (yani uniform (tekdüze) marjinal [0,1] dağılımlar) elde edilmiştir. Şekil 4.2'de, uniform marjinal dağılımlar kullanılarak varlık çiftleri arasındaki bağımlılık yapısı görselleştirilmiştir. Saçılım diyagramları incelendiğinde, birçok varlık çifti

arasında pozitif yönlü ve yapısal bir bağımlılık olduğu gözlemlenmektedir. Bu durum, birlikte hareket etme eğiliminde olan varlıklar arasında anlamlı bir eş-bağımlılık ilişkisine işaret etmektedir. Ayrıca, bazı hücrelerde, örneğin PG ile JNJ, LII ile LEN veya ACN ile WM arasında, kuyruk bölgelerinde (üst ve alt kuyruk) gözlemlenen yoğunlaşmalar, üst ve alt kuyruk bağımlılığının varlığına dair önemli ipuçları sunmaktadır.



Şekil 4.2 Uniform (Tekdüze) marjinal dağılımlar kullanılarak varlık çiftleri arasındaki bağımlılık yapısı

Marjinaller kullanılarak Gaussian, t, Clayton, Frank ve Gumbel Copula modelleri eğitilmiştir. Tablo 4.3'te verilen AIC ve BIC bilgi kriterlerine göre, en düşük değerlere sahip olan t-Copula modeli (AIC = -7500, BIC = -7400) en uygun Copula modeli olarak seçilmiştir. "t-Copula modeli, üst ve alt kuyruk bağımlılıklarını başarılı şekilde modellemekte olup, Şekil 4.2'de gözlemlenen kuyruk bağımlılığı bulgularını desteklemektedir.

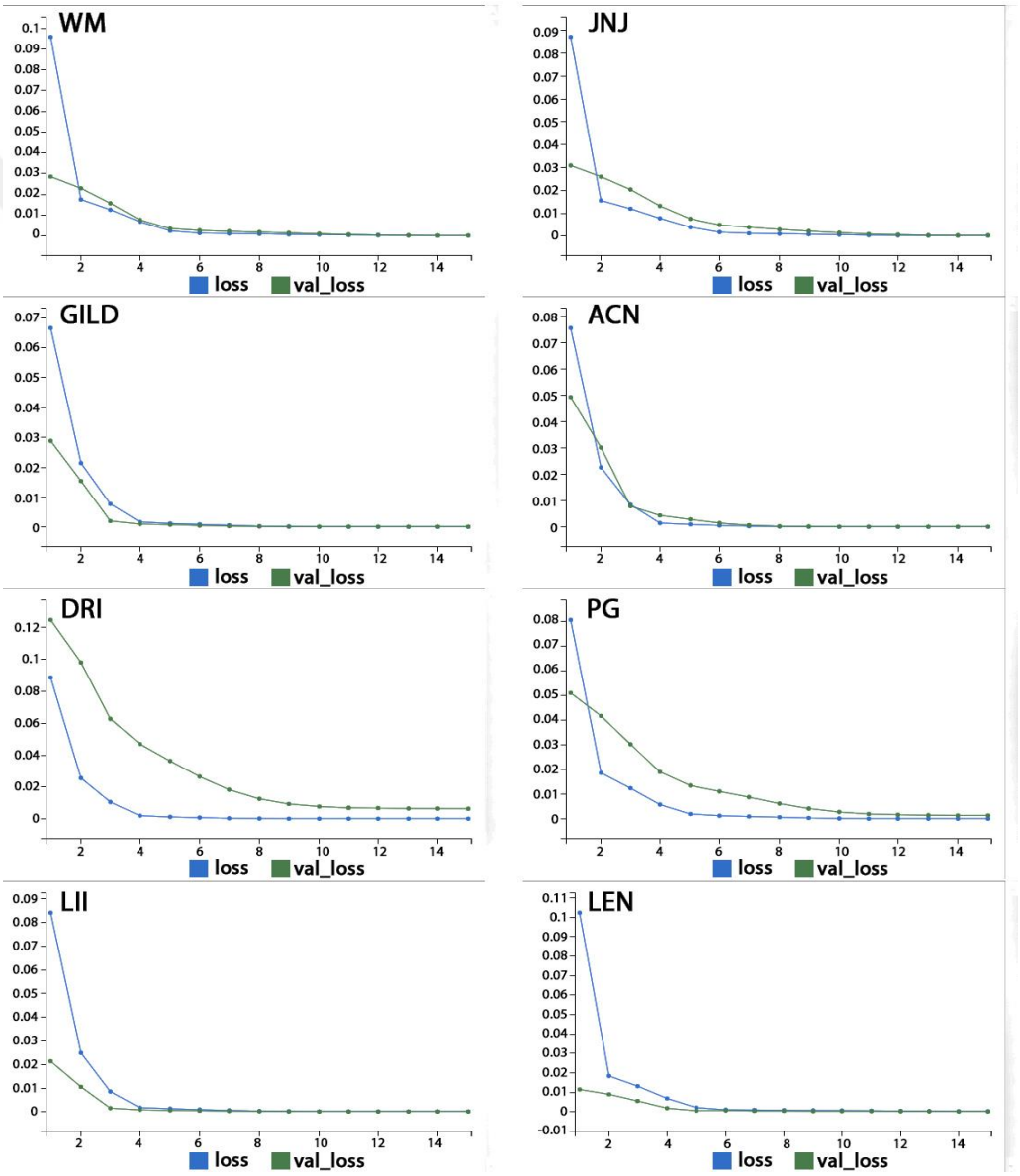
Tablo 4.3 Copula Modellerinin Performanslarının Karşılaştırılması

Copula Model	AIC	BIC
Gaussian	-6473,277	-6467,041
t-Student	-7337,226	-7156,385
Clyton	-5145,783	-5139,547
Gumble	-5133,225	-5126,989
Frank	-5250,731	-5244,495

Standartlaştırılmış artıkların benzetimini gerçekleştirmek amacıyla, bağımlılık yapısının modellenmesinde t-Copula modeli ve gerçek değerlerin yeniden elde edilmesinde marjinal dağılımların ters fonksiyonu kullanılmıştır. Bu doğrultuda, her bir 1223 işlem günü için kalıntı değerlerinin tahminine yönelik olarak 1000 rastgele benzetim gerçekleştirilmiştir.

3.6.1 bölümünde açıklanan yönteme göre, koşullu ortalama ve koşullu oynaklığı tahmin etmek amacıyla ARIMA–eGARCH modeli kullanılmıştır. Bu model yapısı, ugarchroll fonksiyonu aracılığıyla uygulanmış ve sonraki 1223 güne ilişkin tahminler elde edilmiştir. Söz konusu yinelemeli tahmin (rolling forecast) fonksiyonu, her 10 günde bir modeli yeniden uyarlar ve her yinelemede bir adım ileriye dönük tahmin üretir. Diğer yandan, 3.6.2 bölümünde oynaklıkların tahmini amacıyla, gerçekleşmiş oynaklıkların (Denklem 3.2 ile hesaplanan) kullanıldığı iki katmanlı bir LSTM modeli eğitilmiştir. Modelin yapısında, birinci katman 50 nöron, ikinci katman ise 100 nöron içermektedir. Her iki katmanda da ileri beslemeli aktivasyon için hiperbolik tanjant (tanh), tekrarlayan aktivasyon için ise sigmoid aktivasyon fonksiyonu tercih edilmiştir. Modelin optimizasyonunda Ortalama Kare Hatası (MSE) kayıp fonksiyonu ve Adam algoritması kullanılırken, performans değerlendirmesi için Ortalama Mutlak Hata (MAE) metriği esas alınmıştır. Eğitim süreci, 32'lik mini-yığın (batch size) ile ve 15 dönem (epoch) boyunca gerçekleştirilmiştir. Eğitimin ardından, model test verileri üzerinde değerlendirilmiş ve tahminler elde edilmiştir. Bu süreçte, model verileri öncelikle -1 ile 1 aralığında normalize edilmiş, tahmin sonuçları ise çıktı aşamasında

orijinal ölçeklerine dönüştürülmüştür. İki katmanlı LSTM modelinin eğitim sürecine ilişkin performans değerlendirmesi, her bir varlık için Şekil 4.3'te sunulmuştur. Eğitim ve doğrulama hatalarının birlikte azaldığı ve birbirine yakın seyrettiği gözlemlenmektedir. Bu durum, modelde aşırı öğrenme (overfitting) sorununun oluşmadığını ve modelin yüksek doğrulukla tahmin gerçekleştirdiğini ortaya koymaktadır.



Şekil 4.3 İki katmanlı LSTM modelinin her bir varlık için eğitim süreci boyunca elde edilen performans ölçümleri. Grafiklerde "Loss", eğitim veri setine (training data) ait hata değerlerini, "Val Loss" ise doğrulama (test) veri setine ait hata değerlerini göstermektedir.

LSTM ve ARIMA-eGARCH modelleri tarafından tahmin edilen oynaklıklar, Ortalama Mutlak Hata (MAE) ve Ortalama Kare Hatası (MSE) hata metrikleri kullanılarak değerlendirilmiş ve sonuçlar Tablo 4.4'te sunulmuştur. Elde edilen bulgular, LSTM modelinin tüm getirilere ilişkin hata metriklerinde (MAE ve MSE dahil) daha düşük değerler sergileyerek oynaklık tahmininde GARCH modeline kıyasla daha başarılı olduğunu göstermektedir. LSTM modeli, verinin doğrusal olmayan yapısını ve karmaşık ilişkilerini yakalayarak, GARCH gibi geleneksel modellere göre oynaklık tahmininde daha yüksek performans sergilemektedir. (Liu vd., 2022; Vitali, 2019).

Tablo 4.4 LSTM ve GARCH Modelleri Arasındaki Oynaklık Tahmin Performanslarının Karşılaştırması

Company	**MAE-GARCH**	**MAE-LSTM**	**MSE-GARCH**	**MSE-LSTM**
WM	0,00302	1,1e-08	1,75e-05	1,1e-08
JNJ	0,00228	5,8e-08	1,15e-05	5,8e-08
GILD	0,00401	1,2e-09	2,73e-05	1,2e-09
ACN	0,00352	2,2e-08	2,12e-05	2,2e-08
DRI	0,00529	0,00038	7,81e-05	1,06e-05
PG	0,00249	0,00011	1,44e-05	8,36e-07
LII	0,00384	0,00002	2,45e-05	1,0e-09
LEN	0,00452	0,00025	4,33e-05	1,89e-07

Hibrit GARCH-Copula ve GARCH-LSTM-Copula modellerinin yapısı 3.6 bölümünde sunulmuştur. Bu hibrit modellerden elde edilen tahmini getiriler kullanılarak bir portföy oluşturulmuştur. Portföy, sekiz şirketin getirilerinden oluşmaktadır. 1 Ocak 2020 ile 11 Kasım 2024 tarihleri arasındaki 1223 günlük dönem için, Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak tüm güven düzeylerinde (%95, %99, %99,5, %99,75 ve %99,9) VaR değerleri tahmin edilmiştir.

VaR tahminlerinde modellerin performansını değerlendirmek amacıyla, test verileri kullanılarak kapsama testleri (Coverage tests) ile Regülatör kayıp fonksiyonları (Regulator loss functions) ve Firma kayıp fonksiyonları (Firm loss functions) elde edilmiştir.

Tablo 4.5'te, tüm güven seviyelerinde koşulsuz kapsama (unconditional coverage - UC) hem de koşullu kapsama (conditional coverage-CC) testlerinin sonuçları sunulmuştur. Sonuçlara göre, GARCH-Copula modeli en zayıf performansı göstermektedir; özellikle %99,9 güven seviyesinde hem koşullu hem de koşulsuz kapsama testlerinin sıfır hipotezleri reddedilmiştir. %99 güven seviyesinde ise koşullu kapsama testinin sıfır hipotezi reddedilerek, modelin yüksek güven seviyelerinde yetersiz risk kapsaması olduğu görülmüştür. Diğer güven seviyelerinde GARCH-Copula modeli kapsama testlerini başarıyla geçmiştir. Buna karşın, GARCH-LSTM-Copula modeli tüm güven seviyelerinde hem koşullu hem de koşulsuz kapsama testlerini sürekli olarak başarıyla geçmekte ve risk tahmininde üstün performans ve güvenilirlik sergilemektedir. Kritik güven seviyeleri olan %99, %99,5, %99,75 ve %99,9'da GARCH-LSTM-Copula modeli, GARCH-Copula modeline kıyasla belirgin şekilde daha iyi performans göstermektedir. Bu seviyelerde GARCH-LSTM-Copula modelinin ihlal oranları sırasıyla %0,89, %0,32, %0,16 ve %0,08 iken, GARCH-Copula modelinde bu oranlar sırasıyla %1,22, %0,73, %0,40 ve %0,40 olarak daha yüksektir. Ancak, %95 güven seviyesinde GARCH-Copula modeli, %4,49'luk ihlal oranı ile GARCH-LSTM-Copula modelinin %5,39'luk oranından daha iyi performans göstermektedir.

Tablo 4.5 VaR modellerinin kapsama testlerine göre sonuçları

Model	**Güven Seviyesi**	**İhlal oranı %**	**UC**	**CC**
GARCH-Copula	% 95	4,49	0,41	0,67
	% 99	1,22	0,44	0,03
	% 99,5	0,73	0,27	0,08
	% 99,75	0,40	0,30	0,58
	%99,9	0,40	0,01	0,03

Tablo 4.5 devamı

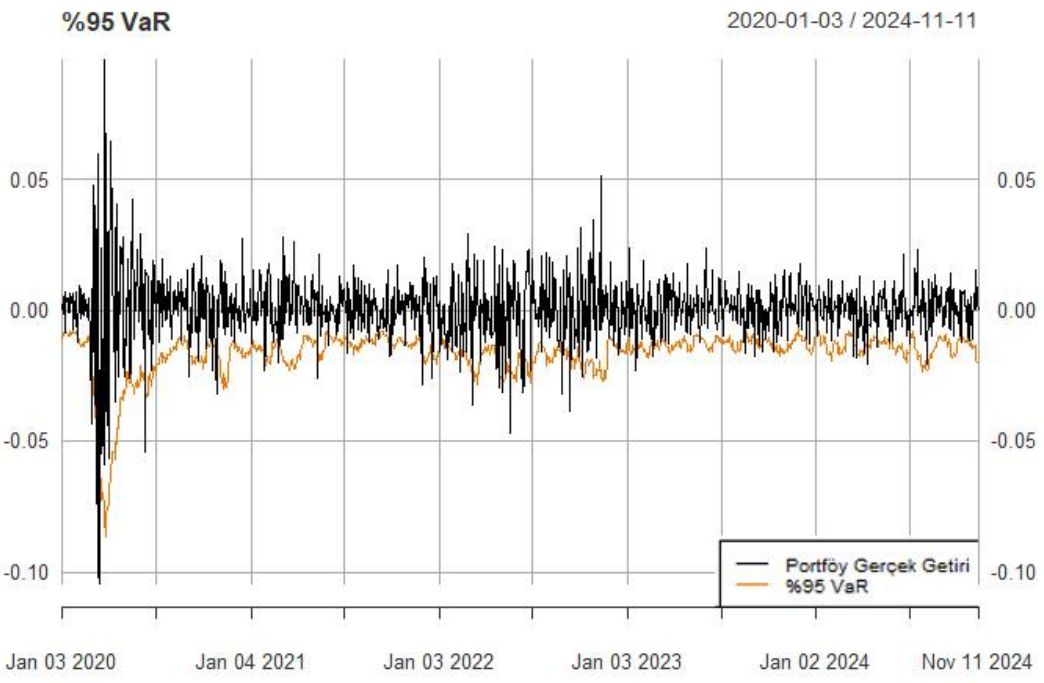
Model	Güven Seviyesi	İhlal oranı %	UC	CC
GARCH-LSTM-Copula	% 95	5,39	0,52	0,61
	% 99	0,89	0,71	0,84
	% 99,5	0,32	0,35	0,64
	% 99,75	0,16	0,51	0,80
	% 99,9	0,08	0,83	0,97

Tablo 4.6'da kayıp fonksiyonları, Regülatör ve firma sonuçları sunulmuştur. Bu testlerin sonuçlarına göre, GARCH-LSTM-Copula modeli, kapsama testlerinde belirtildiği gibi, %99, %99,5, %99,75 ve %99,9 güven seviyelerinde RQL ve RC-1 testlerinde daha düşük hata oranları elde etmiştir. Ayrıca, %95 güven seviyesinde RC-1 testinde bu model daha düşük hata gösterirken, aynı seviyede GARCH-Copula modeli RQL testinde daha yüksek performans sergilemektedir. FS ve FABL testlerinde ise tüm güven seviyelerinde en düşük hata oranı GARCH-LSTM-Copula modeline aittir.

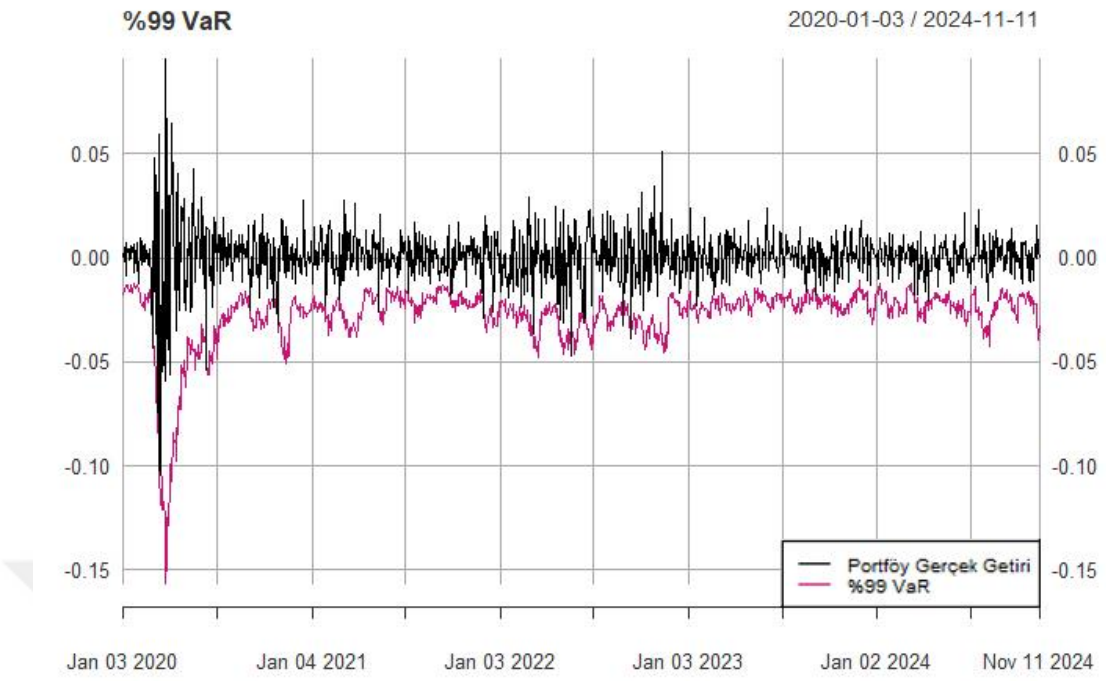
Tablo 4.6 Kayıp fonksiyonlarına göre VaR modellerinin sonuçları

Model	Güven Seviyesi	RQL	RC-1	FS	FABL
GARCH-Copula	% 95	55,0170	27,8329	6,2031	6,8456
	% 99	16,0050	4,8062	10,4833	10,8784
	% 99,5	9,0030	2,3898	12,4342	12,7618
	% 99,75	5,0013	1,4596	14,5270	14,8008
	% 99,9	5,0005	0,7666	17,0307	17,3045
GARCH-LSTM-Copula	% 95	66,0048	23,4712	5,8405	6,5117
	% 99	11,0004	1,4444	9,9943	10,2945
	% 99,5	4,0001	0,4858	11,8798	12,1095
	% 99,75	2,0000	0,1148	13,8490	14,0386
	% 99,9	1,0000	0,0074	16,3154	16,4935

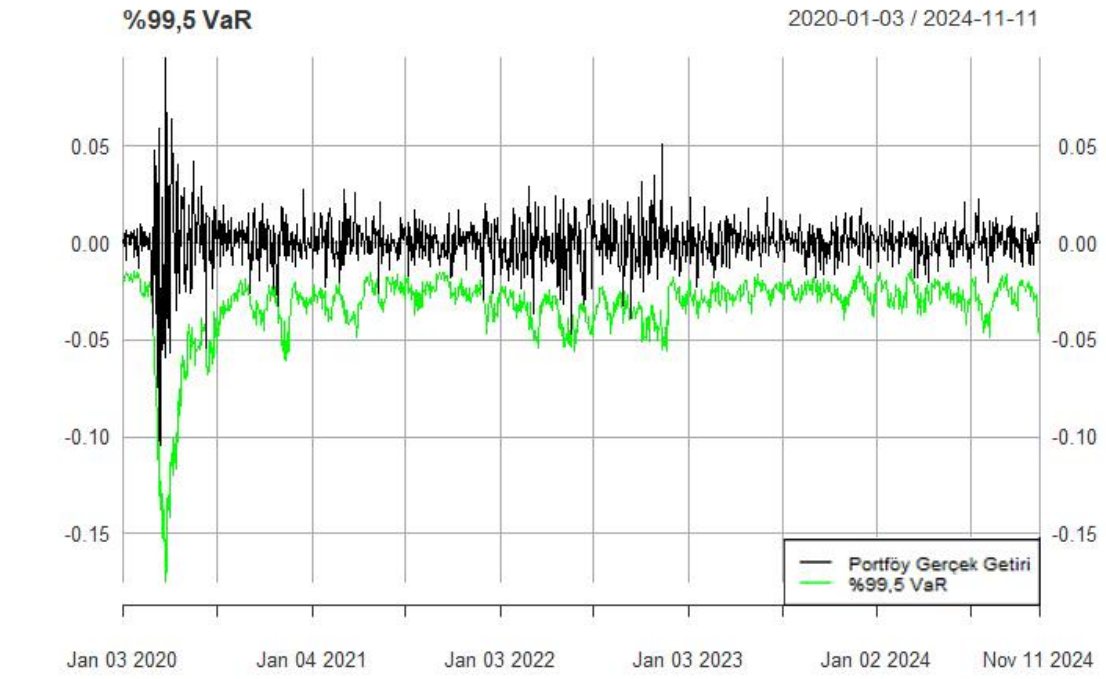
Bulgular, LSTM gibi makine öğrenmesine dayalı modellerin ve Copula modeline dayalı bağımlılık yapısının, GARCH modeli aracılığıyla koşullu ortalama ile birlikte entegrasyonunun, özellikle %99 ve üzeri gibi kritik güven seviyelerinde finansal risk tahminlerinin güvenilirliğini etkili bir şekilde artırdığını göstermektedir. Öte yandan, %95 gibi daha düşük güven seviyelerinde geleneksel GARCH-Copula model kombinasyonları da kullanılabilir. Şekil 4.4'ten 4.8'e kadar, GARCH-LSTM-Copula modeline ait tahmin edilen Value-at-Risk (VaR) değerleri, tüm güven seviyeleri için portföyün gerçekleşen getirileriyle birlikte sunulmuştur. Bu model, aşırı oynaklık dönemleri de dahil olmak üzere piyasa volatilite eğilimlerini etkin bir şekilde takip etmektedir.



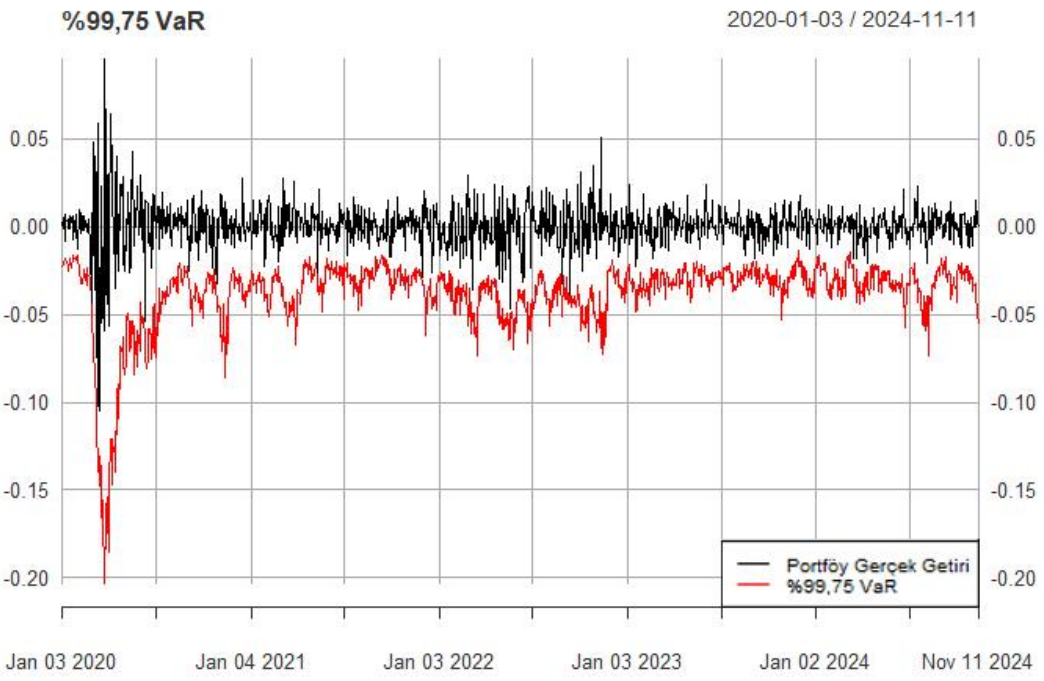
Şekil 4.4 %95 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması.



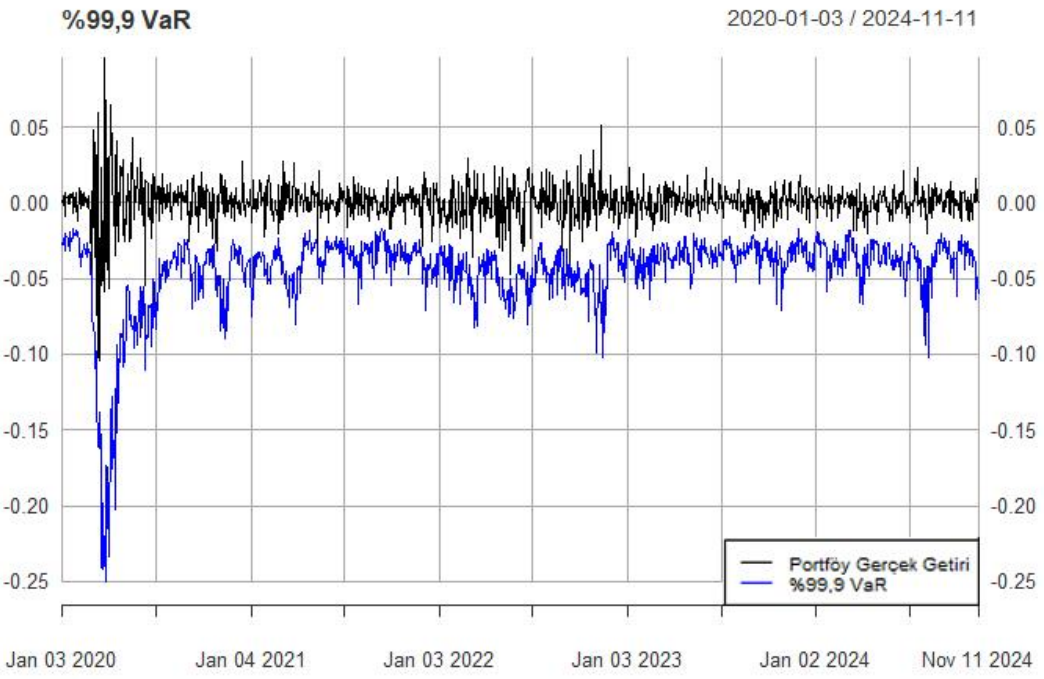
Şekil 4.5 %99 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması.



Şekil 4.6 %99,5 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması.



Şekil 4.7 %99,75 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması.



Şekil 4.8 %99,9 güven seviyesinde GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak Value at Risk (VaR) tahmini yapılması.

ESG puanları ile Riske maruz değer (Value at Risk-VaR) arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla dört portföy oluşturulmuştur. Portföy 1, Tablo 3.2'de gösterildiği üzere, dördü yüksek ESG puanına ve dördü ortalama ESG puanına sahip sekiz şirketin eşit ağırlıklı getirilerinden oluşmaktadır. Portföy 2, yüksek ESG puanına sahip dört şirketin hisse ağırlıkları %20 artırılarak ve ortalama ESG puanına sahip dört şirketin hisse ağırlıkları %20 azaltılarak oluşturulmuştur. Portföy 3 ve Portföy 4 de aynı stratejiyle, sırasıyla %30 ve %50 oranında ağırlık ayarlamaları yapılarak oluşturulmuştur. Bu portföyler, 1 Ocak 2020 ile 11 Kasım 2024 tarihleri arasındaki veriler kullanılarak oluşturulmuş olup, COVID-19 krizinin etkilerini incelemek ve normal piyasa koşullarıyla karşılaştırmak amacıyla 2020–2022 alt dönemi ayrıca ele alınmıştır. GARCH-LSTM-Copula modeli kullanılarak %99,5 güven seviyesiyle kümülatif getiriler üzerinden her iki dönemde de tüm portföyler için Value at Risk (VaR) hesaplanmıştır. Tablo 4.7'de, dört portföyün VaR değerleri ve bu değerlerin yüzde değişimleri sunulmaktadır.

Performans karşılaştırmalarında Portföy 1 referans olarak alınmış ve tüm portföylerin VaR değerleri pozitif tutarlar olarak raporlanmıştır. Bulgular, daha yüksek ESG puanına sahip getirilerin ağırlığının artırılması ve orta seviyedeki ESG puanlarına sahip getirilerin ağırlığının azaltılması durumunda, VaR düzeyinin azaldığını göstermektedir. Stresli piyasa koşullarında, bu durum VaR'ın azaltılmasında, 2020'den Kasım 2024'e kadar olan hem normal hem de dalgalı piyasa koşullarını içeren döneme kıyasla daha güçlü bir performans sergilemektedir. Örneğin, Portföy 4'te en yüksek ESG puanına sahip getirilerin ağırlığında %50'lik bir artış (ve aynı oranda orta puanlı getirilerde azalma), 2020–Kasım 2024 döneminde VaR'da %5,4'lük, 2020–2022 döneminde ise %9,36'lık bir azalmaya yol açmaktadır. Bu sonuçlar, Demartis ve Rogo (2024) tarafından elde edilen bulgularla da tutarlılık göstermektedir.

Tablo 4.7 2020–2022 ve 2020–Kasım 2024 (2020-2025 **)** Dönemlerinde Dört Portföyün VaR Değerleri ve Bu Değerlerdeki Değişimler

Portföy	**2020-2022 VaR**	**P1'e göre % değişim**	**2020-2025 VaR**	**P1'e göre % değişim**
Portföy 1	53,91 %	-	52,36 %	-
Portföy 2	51,52 %	-4,43 %	50,09 %	-4,33 %
Portföy 3	50,65 %	-6,05 %	49,86 %	-4,78 %
Portföy 4	48,86 %	-9,36 %	49,53 %	-5,40 %

BÖLÜM BEŞ
DEĞERLENDİRME VE ÖNERİLER

Bu tez, özellikle %99 ve üzeri gibi kritik güven seviyelerinde VaR tahmini için yenilikçi bir hibrit model olan GARCH–LSTM–Copula modelini önermektedir. Makine öğrenmesi tabanlı modellerin verinin karmaşık yapısını yakalama ve belirli bir dağılıma ihtiyaç duymadan daha doğru tahminlerde bulunabilme yeteneklerinden yararlanılmış; bu yetenekler klasik yöntemlerle birleştirilerek model geliştirilmiştir. Ayrıca, GARCH-Copula modelinin daha düşük güven seviyeleri için güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Veri tahmini ve risk yönetiminde makine öğrenmesine dayalı modellerin, geleneksel modellere kıyasla üstün performans sergilediğini vurgulamakta; bu bulguya birçok çalışmada da ulaşılmıştır. Ancak, mevcut literatürdeki çalışmaların büyük bir bölümü tek değişkenli portföylere odaklanmakta; çok değişkenli portföylerde GARCH ve Copula gibi geleneksel modeller ile LSTM gibi makine öğrenmesi temelli modellerin birlikte kullanıldığı araştırmalar ise oldukça sınırlı kalmaktadır.

Bununla birlikte, çok değişkenli portföylerde ESG puanlarının VaR üzerindeki etkisi incelenmiş ve yüksek ESG puanına sahip hisselerin, hem normal piyasa dalgalanmaları sırasında hem de özellikle piyasa krizlerinde VaR'ı azalttığı güçlü bir şekilde ortaya konmuştur. Bu bağlamda, yatırımcılara ve finans yöneticilerine, portföy oluştururken yüksek ESG puanına sahip hisselere yer vermeleri önemle tavsiye edilmektedir. Sonuç olarak, sürdürülebilirlik kriterlerinin yatırım stratejilerine ve finansal risk yönetimine entegre edilmesinin önemi vurgulanmakta; bu yaklaşımın, piyasa krizlerine karşı daha dayanıklı stratejilerin geliştirilmesine olanak tanıyacağı ifade edilmektedir.

Gelecek çalışmalarda, yüksek hızları, ölçeklenebilirlikleri ve yerel desenleri etkin şekilde yakalama yetenekleri nedeniyle konvolüsyonel sinir ağları (convolutional neural networks-CNN) gibi daha gelişmiş makine öğrenmesi modellerinin kullanılması planlanmaktadır. Bu modellerin klasik modellerle birleştirilmesi, VaR tahminlerinin doğruluğunu artırabilir. Ayrıca, bu tez NASDAQ endeksinden seçilen sekiz varlık ile sınırlı olup, daha fazla sayıda ve çeşitli varlıkların analiz edilmesi ile

ESG puanlarının bu varlıklar üzerindeki etkisinin incelenmesi, gelecekteki araştırmalar için önemli bir yön olarak değerlendirilmektedir. Bu yaklaşımlar, hibrit modellerin risk değerlendirmesindeki etkinliğini artırmakla kalmayıp, yatırımcılar ve finans yöneticileri için daha iyi karar alma süreçlerine de önemli katkılar sağlamaktadır.

KAYNAKLAR

Abad, P., Muela, S.B. ve Martín, C.L. (2015). The role of the loss function in value-at-risk comparisons. *The Journal of Risk Model Validation*, *9*(1), 1.

Amiri, S.B., Amidian, A.ve Fasihfar, Z. (2025). Intelligent Stock Price Prediction Using LSTM, GRU, ARIMA, and ARIMAX Models: Analysis and Performance Comparison. *Accounting and Auditing with Applications*, *2*(2), 109–121.

Anh, N. T., ve Ta, B. Q. (2025). Integrated deep neural networks with Copula-ARMA-GARCH-Stable models for CVaR portfolio optimization. *Annals of Operations Research*, 1–23.

Bengio, Y., Simard, P. ve Frasconi, P. (1994). Learning long-term dependencies with gradient descent is difficult. *IEEE transactions on neural networks*, *5*(2), 157–166.

Bhowmik, R., ve Wang, S. (2020). Stock market volatility and return analysis: A systematic literature review. *Entropy*, *22*(5), 522.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, *31*(3), 307-327.

Bolton, P., ve Kacperczyk, M. (2021). Do investors care about carbon risk? *Journal of financial economics*, *142*(2), 517–549.

Box, G.E., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C. ve Ljung, G.M. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley ve Sons.

Campbell, J. Y., Lo, A. W., MacKinlay, A. C., & Whitelaw, R. F. (1998). THE ECONOMETRICS OF FINANCIAL MARKETS. *Macroeconomic Dynamics*, *2*(4), 559–562. doi:10.1017/S1365100598009092

Capelli, P., Ielasi, F. ve Russo, A. (2023). Integrating ESG risks into value-at-risk. *Finance Research Letters*, *55*, 103875.

Capelli, P., Ielasi, F. ve Russo, A. (2024). Measuring ESG risks in multi-asset portfolios: Decomposing VaRESG into CVaRESG. *Finance Research Letters*, *66*, 105692.

Caporin, M. (2008). Evaluating value-at-risk measures in the presence of long memory conditional volatility. *The Journal of Risk*, *10*(3), 79.

Chen, S., Song, Y., Ding, Y., Zhang, M. ve Nie, R. (2021). Using long short-term memory model to study risk assessment and prediction of China's oil import from the perspective of resilience theory. *Energy*, *215*, 119152. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.119152

Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*, 841–862.

Clayton, D. G. (1978). A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. *Biometrika*, *65*(1), 141–151.

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative finance*, *1*(2), 223.

Demartis, S., ve Rogo, B. (2024). The Relationship Between ESG Scores and Value-at-Risk: A Vine Copula–GARCH Based Approach. *Journal of Risk and Financial Management*, *17*(11), 517.

Dritsaki, C. (2018). The performance of hybrid ARIMA-GARCH modeling and forecasting oil price. *International Journal of Energy Economics and Policy*, *8*(3), 14–21.

Ederington, L. H., ve Lee, J. H. (1993). How markets process information: News releases and volatility. *The journal of finance*, *48*(4), 1161–1191.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, *50*(4), 987–1007. https://doi.org/10.2307/1912773

Enow, S. T. (2023). Exploring volatility clustering financial markets and its implication. *J Econ Soc Dev Resilient Society*, *10*.

Fantazzini, D. (2008). Dynamic Copula modelling for value at risk. *Frontiers in Finance and Economics*, *5*(2), 72–108.

Frank, M. J. (1979). On the simultaneous associativity of F (x, y) and x+ y− F (x, y). *Aequationes mathematicae*, *19*, 194–226.

Friede, G., Busch, T. ve Bassen, A. (2015). ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of sustainable finance & investment*, *5*(4), 210–233.

Goreglyad, N. (2021). The LSTM approach for Value at Risk prediction. Lisans tezi. Charles University

Gumbel, E. J. (1960). Bivariate exponential distributions. *Journal of the American Statistical Association*, *55*(292), 698–707.

Gunay, S., ve Khaki, A. R. (2018). Best fitting fat tail distribution for the volatilities of energy futures: Gev, gat and stable distributions in GARCH and APARCH models. *Journal of Risk and Financial Management*, *11*(2), 30.

Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press

He, F., Qin, S., Liu, Y. ve Wu, J.G. (2022). CSR and idiosyncratic risk: Evidence from ESG information disclosure. *Finance Research Letters*, *49*, 102936.

Hinich, M. J., ve Patterson, D. M. (1985). Evidence of nonlinearity in daily stock returns. *Journal of Business & Economic Statistics*, *3*(1), 69–77.

Hochreiter, S., ve Schmidhuber, J. (1997). Long short-term memory. *Neural computation*, *9*(8), 1735–1780.

Holton, G. A. (2002). History of value-at-risk: 1922-1998 [Working paper]. Washington University in St. Louis Economics Working Paper Archive. https://econwpa.ub.uni-muenchen.de/econ-wp/mhet/papers/0207/0207001.pdf

Hotta, L.K., Lucas, E.C. ve Palaro, H.P. (2008). Estimation of VaR using Copula and extreme value theory. *Multinational Finance Journal*, *12*(3/4), 205–218.

Hou, A., ve Suardi, S. (2012). A nonparametric GARCH model of crude oil price return volatility. *Energy Economics*, *34*(2), 618–626. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eneco.2011.08.004

Hung, N.T., Thach, N.N. ve Anh, L.H. (2018). Garch models in forecasting the volatility of the world's oil prices. Econometrics for Financial Applications, *International econometric conference of Vietnam 2017*, 673-683.

Joe, H. (1997). *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. CRC press.

Jordan, M. I. (1986). Attractor dynamics and parallelism in a connectionist sequential machine. In *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society* (Vol. 8).

Junior, P.O., Tiwari, A.K., Tweneboah, G. ve Asafo-Adjei, E. (2022). GAS and GARCH based value-at-risk modeling of precious metals. *Resources Policy*, *75*, 102456.

Kupiec, P. H. (1995). *Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models* (Vol. 95, No. 24). Washington, DC: Division of Research and Statistics, Division of Monetary Affairs, Federal Reserve Board.

Leavens, D. H. (1945). Diversification of investments. *Trusts and Estates*, *80*(5), 469–473.

LeCun, Y., Bengio, Y. ve Hinton, G. (2015). Deep learning. *nature*, *521*(7553), 436–444.

Liu, R., Jiang, Y. ve Lin, J. (2022). Forecasting the volatility of specifc risk for stocks with LSTM. *Procedia Computer Science*, *202*, 111–114.

Lopez, J. A. (1999). Methods for evaluating value-at-risk estimates. *Economic Review-Federal Reserve Bank of San Francisco*, 3-17.

Markowitz, H. (1952). The utility of wealth. *Journal of political Economy*, *60*(2), 151–158.

Messaoud, S. B., ve Aloui, C. (2015). Measuring risk of portfolio: GARCH-Copula model. *Journal of Economic Integration*, 172–205.

Morgan, J. P. (1996). RiskMetricsTM--Technical Document, Morgan Guaranty Trust Companies. *Inc. New York*.

Mohammadi, H., ve Su, L. (2010). International evidence on crude oil price dynamics: Applications of ARIMA-GARCH models. *Energy economics*, *32*(5), 1001–1008.

Muncharaz, J. O. (2020). Comparing classic time series models and the LSTM recurrent neural network: An application to S&P 500 stocks. *Finance, Markets and Valuation*, *6*(2), 137–148.

Nelsen, R. B. (1999). Methods of constructing Copulas. In *An Introduction to Copulas* (pp. 45-87). New York, NY: Springer New York.

Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, *59*(2), 347–370. https://doi.org/10.2307/2938260

Pan, H., Tang, Y. ve Wang, G. (2024). A Stock Index Futures Price Prediction Approach Based on the MULTI-GARCH-LSTM Mixed Model. *Mathematics*, *12*(11), 1677.

Patton, A. J. (2012). A review of Copula models for economic time series. *Journal of Multivariate Analysis*, *110*, 4–18.

Pilla, P., & Mekonen, R. (2025). *Forecasting S&P 500 using LSTM models* [Preprint]. arXiv. https://arxiv.org/abs/2501.17366

Roszyk, N., ve Ślepaczuk, R. (2024). *The hybrid forecast of S&P 500 volatility ensembled from VIX, GARCH and LSTM models* [Preprint]. arXiv. https://arxiv.org/abs/2407.16780

Sarker, I. H. (2021). Machine learning: Algorithms, real-world applications and research directions. *SN computer science*, *2*(3), 160.

Sarma, M., Thomas, S. ve Shah, A. (2003). Selection of Value-at-Risk models. *Journal of Forecasting*, *22*(4), 337–358.

Sezer, O.B., Gudelek, M.U. ve Ozbayoglu, A.M. (2020). Financial time series forecasting with deep learning: A systematic literature review: 2005–2019. *Applied soft computing*, *90*, 106181.

Sharma, S. (2023). Does ESG risk management ensure better risk management? Evidence from India. *Procedia Computer Science*, *221*, 912–919. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.procs.2023.08.068

Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. In *Annales de l'ISUP* (Vol. 8, No. 3, pp. 229-231).

Tapia, S., ve Kristjanpoller, W. (2022). Framework based on multiplicative error and residual analysis to forecast bitcoin intraday-volatility. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *589*, 126613.

Verma, S. (2021). Forecasting volatility of crude oil futures using a GARCH–RNN hybrid approach. *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, *28*(2), 130–142.

Vitali, G. (2019). Forecasting Stock Index Volatility: a comparison between GARCH and LSTM models. Yüksek lisans Tezi. Ca' Foscari University

Wan, H., ve Zhou, Y. (2021, August). Neural network model comparison and analysis of prediction methods using ARIMA and LSTM models. In *2021 IEEE International Conference on Advances in Electrical Engineering and Computer Applications (AEECA)* (pp. 640-643). IEEE.

Wang, C., Du, W., Zhu, Z. ve Yue, Z. (2020). The real-time big data processing method based on LSTM or GRU for the smart job shop production process. *Journal of Algorithms & Computational Technology*, *14*, 1748302620962390.

Wang, Z. R., Chen, X. H., Jin, Y. B., ve Zhou, Y. J. (2010). Estimating risk of foreign exchange portfolio: Using VaR and CVaR based on GARCH–EVT-Copula model. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *389*(21), 4918-4928.

Wei, C., Li, L., Chen, P., Huang, M., Wei, H., Yao, K. vd. (2025). STOCK PRICE RESEARCH BASED ON ARIMA-GARCH-LSTM HYBRID MODEL.

Wei, Y., Wang, Y. ve Huang, D. (2010). Forecasting crude oil market volatility: Further evidence using GARCH-class models. *Energy economics*, *32*(6), 1477–1484.

Xu, J., ve Cao, L. (2023). Copula variational LSTM for high-dimensional cross-market multivariate dependence modeling. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*.

Xu, K., Wu, Y., Jiang, M., Sun, W. ve Yang, Z. (2024). Hybrid LSTM-GARCH Framework for Financial Market Volatility Risk Prediction. *Journal of Computer Science and Software Applications*, *4*(5), 22–29.

Xu, W., Ma, K., Wu, Y., Chen, Y., Yang, Z. ve Xu, Z. (2025). LSTM-Copula hybrid approach for forecasting risk in multi-asset portfolios [Preprint]. Preprints.org. https://doi.org/10.20944/preprints202505.0610.v1

Yang, M., ve Wang, J. (2022). Adaptability of financial time series prediction based on BiLSTM. *Procedia Computer Science*, *199*, 18–25.

Zhang, G. P. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. *Neurocomputing*, *50*, 159–175.

Zhou, K. (2024). The relationship between financial performance and ESG: Evidence from Bloomberg. Highlights in Business. *Economics and Management*, *37*, 297–305.